

섬유간 상호작용을 고려한 진한 섬유현탁액에 대한 유변학적 해석

박기순* · 이성재** · 이승종

서울대학교 공과대학 화학공학과
(1996년 2월 17일 접수)

A Rheological Analysis on the Semiconcentrated Fiber Suspensions Including Fiber-fiber Interactions

Ki Soon Park*, Seong Jae Lee** and Seung Jong Lee

Dept. of Chemical Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

*Daeduk R&D Center, Daelim Industrial Co. Ltd., Taejon 305-345, Korea

**Dept. of Polymer Engineering, The University of Suwon, Suwon 445-743, Korea

(Received February 17, 1996)

요 약

단섬유 강화 복합재료의 가공 공정에 있어서 유동 중에 일어나는 섬유 배향상태를 정확히 예측하고 제어하는 일은 대단히 중요하다. 본 연구에서는 섬유현탁액의 거동을 살펴보기 위하여 뉴턴유체를 매질로하는 섬유현탁액을 대상으로 하여 유변학적 해석을 하였다. 이를 위해 섬유간 상호계수는 섬유 배향상태의 함수와 섬유간 평균거리를 이용하여 계산하였는데, 섬유간 평균거리는 변형된 Doi-Edwards의 방법을 이용하였다. 축대칭 압출팽창 문제를 예로 수치모사를 하여, 본 저자들이 앞서 행한 결과와 비교하였다. 유동장을 축대칭 이차원으로 하고 섬유배향을 삼차원 모두 고려하여 구한 수치모사의 결과는 실험과 잘 일치하였다. 진한 섬유현탁액의 경우 섬유간 상호계수는 중요한 인자로서 이것은 섬유 배향상태에 의존하는데, 이 섬유간 상호계수를 섬유간 거리와 섬유 배향상태의 함수로 나타내는 방법을 사용하여 보다 실제적인 해석을 할 수 있었다.

Abstract—In the processing of short fiber reinforced composite materials, it is very important to predict and control the fiber orientation state during flow. In this study, a rheological analysis on the fiber suspensions in Newtonian media has been performed to get more about the behavior of fiber suspensions. To do this, the fiber-fiber interaction coefficient was considered as a function of orientation state and average interfiber spacing, where the modified Doi-Edwards approach was used to calculate the spacing. As an example, the axisymmetric extrudate swell problem was applied and the results were compared with those from a previous paper by authors. The numerical results for two-dimensional flow and three-dimensional orientation field gave good agreement with experimental results. Since the fiber-fiber interaction coefficient is an important parameter and depends strongly on fiber orientation state, for a semiconcentrated fiber suspension, a method that regards the fiber-fiber interaction coefficient as a function of interfiber spacing and fiber orientation state enables more realistic analysis.

Keywords: Fiber suspension, fiber orientation, fiber-fiber interaction, numerical simulation

1. 서 론

최근들어 기계적 물성이 우수하고 가볍고 가공공정을 제어하기 용이한 잇점으로 인하여 점차 단섬유 강화 고분자 복합재료의 사용이 증가하고 있다. 섬유 강화 고분자 복합재료는 고강도와 모듈러스를 지닌 섬유와 이 섬유를 원하는 위치와 배향을 유지하도록 하고 온도나 습도 등의 환경적 변화로부터 보호해주는 고분자 매질로 구성되어 있다. 이 중에서 단섬유 복합재는 preform lay-up과 같은 공정이 필요하지 않아 제조공정이 간단한 반면 충전공정중에 섬유의 배향이 변화하므로 최종제품의 배향을 예측하기 위해서는 충전시 일어나는 유동상황을 잘 살펴보아야 한다.

단섬유 현탁액을 대상으로 하여 유동과 섬유배향과의 관계를 유변학적 해석을 바탕으로 유변 구성방정식을 이끌어 내려는 시도는 Jeffery[1]로부터 찾아볼 수 있다. 그는 무한한 뉴튼매질속에 잠겨있는 단일 타원체입자를 입자표면과 매질 사이에 no-slip 경계조건을 적용하여 순간적인 각속도를 계산하였다. Bretherton[2]은 Jeffery의 식을 텐서의 형태로 표현하여 단순 전단유동에서 움직이는 임의의 물체의 회전은 등가인 타원체의 회전에 의해 나타낼 수 있다는 것을 보였다. 복잡한 유동에 대하여 Givler 등[3]은 Jeffery의 식을 유한요소법을 사용하여 수치모사하였다. 하지만 Jeffery의 식은 점성매질속의 단일 타원체를 대상으로 한 것이므로 입자사이의 상호작용은 문제시되지 않는다.

수많은 입자들이 존재하는 경우에는 섬유의 배향은 유동장 뿐만아니라 섬유간의 상호작용에 의해서도 영향을 받게 된다. 유동중의 섬유의 배향과 이러한 섬유의 배향에 의해 생성되는 응력과의 관계를 나타내기 위해 Folgar와 Tucker[4]는 섬유간의 상호작용을 나타내도록 확산항을 고려하는 현상학적 모델을 제안했다. 그들은 섬유의 운동은 유동장과 섬유간 상호작용의 두 독립적인 항의 선형중첩이라고 가정하여, 유동장을 고려하는 Jeffery의 식에 Brownian 운동의 회전 확산과 유사한 확산항을 첨가하여 섬유간 상호작용을 고려하였다. 이때 섬유의 배향은 배향분포함수에 의해 표시되는데 Advani와 Tucker[5]는 복잡하게 표현되는 분포함수 대신에 배향텐서를 사용하여 간편하게 배향상태를 표시하였다.

또한 섬유입자의 존재로 인해 현탁액의 유변학적 성질이 변화되므로 현탁액의 거동을 제대로 묘사할 수 있는

유변 구성방정식을 필요로 한다. 물치않은 농도를 갖는 타원체에 대한 구성방정식은 Batchelor[6]에 의해 표현되었는데 그는 변형운동을 겪는 입자들의 유체역학적인 상호작용을 고려하여 이론식을 만들었다. Mewis와 Metzner[7]에 의해 연구된 다양한 형상비, 부피분율 등에 대한 섬유현탁액의 신장점도는 Batchelor의 이론과 잘 들어맞고 있음을 알 수 있다. 복잡한 구조속을 지나는 현탁액의 유동은 Lipscomb 등[8]에 의해 수치모사되었는데 그는 섬유는 우선방향으로 배향된다는 완전정렬배향의 가정하에서 현탁강도에 따른 유동장의 변화를 설명하였다. 이러한 완전배향의 가정하의 유동장은 섬유의 배향방정식을 고려하지않은 단순화한 것이지만 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있다. 본 저자들[9,10]은 진한 섬유현탁액의 급격한 수축구조물을 지나는 유동과 압출팽창을 대상으로, 섬유에 의해 영향을 받는 유동장과 유동과 섬유간 상호작용에 의해 영향을 받는 섬유배향을 동시에 고려하여 삼차원 유동장을 유한요소법으로 수치모사한 바 있다.

본 연구에서는 Ranganathan과 Advani[11]가 제안한 섬유간 상호계수를 도입하여 단섬유 복합계의 유동장과 섬유배향 해석을 위한 유한요소 프로그램을 개발하고자 한다. 이때 섬유간 상호계수를 결정하는데 쓰이는 섬유간 평균거리는 변형된 Doi-Edwards의 방법을 적용하여 계산한다. 압출팽창을 대상으로 하여 앞서 발표한 결과들[9,12]과 비교하기 위하여 유변학적 해석에 근거하여 수치모사하고 비교, 검토해 보기로 하겠다.

2. 이 론

2.1. 유변 구성방정식

섬유현탁액의 유동장과 섬유배향을 계산하기 위해서는 변형율의 함수인 응력을 알아야하는데 이러한 변형율과 응력의 관계식을 유변 구성방정식이라 한다. 우선 길이 l , 지름 d 의 단단한 원통형의 섬유가 단위부피당 n 개 들어있는 현탁액을 생각해 보자. 이러한 현탁액은 크게 세 영역으로, 다른 섬유와 부딪힘없이 자유롭게 회전가능한 묽은(dilute) 영역, 섬유간 거리가 l 보다는 작지만 d 보다는 커 회전시 섬유간 상호작용이 중요해지는 진한(semiconcentrated) 영역, 섬유간 거리가 너무 가까와 섬유의 운동이 마치 고체와 같은 거동을 보이는 농축된(concentrated) 영역 나뉘어질 수 있다[13].

이것을 l/d 로 표시되는 형상비 r_p 와 부피분율 ϕ 로 표시하면 진한 영역에서는,

$$1/r_p^2 < \phi < 1/r_p \tag{1}$$

이고 이때 섬유 부피분율과 형상비 사이의 관계는 다음과 같다.

$$nl^3 = \frac{4}{\pi} r_p^2 \tag{2}$$

여기서 n 은 섬유의 수밀도이다.

Batchelor[6]는 현탁액의 응력을 뉴턴매질에 의한 응력과 입자에 의한 응력의 합으로 표시했는데 입자에 의한 응력을 다음과 같이 나타내었다.

$$\tau_{ij} = \frac{1}{V} \sum 4\pi\eta_s C_{ijkl} \dot{\gamma}_{kl} \tag{3}$$

여기서 V 는 현탁액의 전체부피, η_s 는 뉴턴매질의 점도, $\dot{\gamma}_{ij}$ 는 벌크 변형속도, Σ 는 현탁액의 모든 입자에 대한 합을 나타내며 C_{ijkl} 는 입자의 형상과 순간적인 배향에 관계하는 텐서이다. 이 식을 배향평균으로 변환시키면 관성력을 무시할 수 있는 축대칭 입자에 대한 일반적인 유변 구성방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다[14].

$$\tau = 2\eta_s \mathbf{D} + 2\eta_s \phi \left\{ C_1 \mathbf{D} : \langle \mathbf{p}\mathbf{p}\mathbf{p}\mathbf{p} \rangle + C_2 (\mathbf{D} \cdot \langle \mathbf{p}\mathbf{p} \rangle + \langle \mathbf{p}\mathbf{p} \rangle \cdot \mathbf{D}) + C_3 \mathbf{D} \right\} \tag{4}$$

여기서 \mathbf{p} 는 입자의 배향을 나타내는 단위방향벡터, \mathbf{D} 는 $(\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^T)/2$ 로 정의되는 변형속도벡터, 기호 $\langle \dots \rangle$ 는 배향평균을 의미하는 것으로, 즉

$$\langle \mathbf{p}\mathbf{p} \rangle = \mathbf{a}_2 = \int \mathbf{p}\mathbf{p} \Psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p} \tag{5.a}$$

$$\langle \mathbf{p}\mathbf{p}\mathbf{p}\mathbf{p} \rangle = \mathbf{a}_4 = \int \mathbf{p}\mathbf{p}\mathbf{p}\mathbf{p} \Psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p} \tag{5.b}$$

을 의미하며 $\Psi(\mathbf{p})$ 는 입자의 배향분포함수를 나타낸다. 응력 형상계수 C_1, C_2, C_3 는 입자의 존재로 인해 생기는 응력부분에 대한 계수로 단지 입자의 형상에만 관계하는 함수이다. 섬유와 같이 형상비가 큰 타원체 입자에 대해서 이 계수들은 다음과 같이 주어지는데

$$C_1 = \frac{r_p^2}{2(\ln 2r_p - 1.5)} \tag{6.a}$$

$$C_2 = \frac{6 \ln 2r_p - 11}{r_p} \tag{6.b}$$

$$C_3 = 2 \tag{6.c}$$

형상비가 아주 큰 경우에는 C_2, C_3 는 무시할 수 있으므로 식 (4)는 다음과 같이 된다.

$$\tau = 2\eta_s \mathbf{D} + \eta_s \alpha \mathbf{D} : \langle \mathbf{p}\mathbf{p}\mathbf{p}\mathbf{p} \rangle \tag{7}$$

여기서 α 는 현탁강도계수이다.

$$\alpha = \phi \frac{r_p^2}{\ln 2r_p - 1.5} \tag{8}$$

엄밀하게 말하자면 식 (6)은 묽은 현탁액의 경우에 대한 것이지만 진한 현탁액의 경우에도 이 식을 이용하여 거동을 예측할 수 있다[15].

2.2. 섬유 배향방정식

섬유의 농도가 공간적으로 균질한 경우 단일 섬유의 배향은 Fig. 1에 정의된 각도 (θ, ϕ) 에 의해 나타낼 수 있으며, 입자의 점에서의 배향상태는 배향분포함수 $\Psi(\theta, \phi)$ 에 의해서 묘사되어질 수 있다. 이때 배향분포함수는 몇가지 물리적인 조건을 만족시켜야만 한다. 첫째 Ψ 는 주기(periodic)함수이다.

$$\Psi(\mathbf{p}) = \Psi(-\mathbf{p}) \tag{9}$$

둘째 Ψ 는 정규화되어야(normalized) 한다. 즉 모든 방향에 대한 Ψ 의 적분은 1이어야 한다.

$$\int \Psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p} = 1 \tag{10}$$

셋째 Ψ 는 Fokker-Plank식으로 알려진 연속

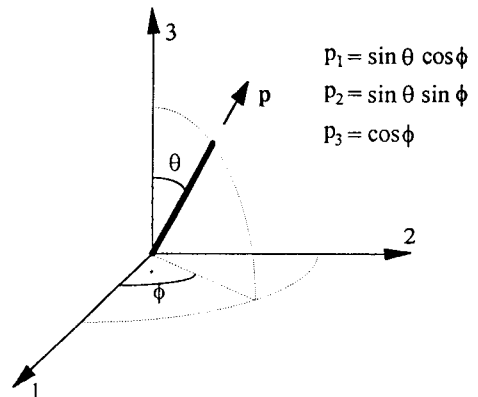


Fig. 1. Coordinate system and definitions of θ, ϕ and \mathbf{p} for fiber orientation.

(continuity)조건을 만족시켜야 한다.

$$\frac{D\Psi}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial p}(\Psi \dot{p}) \quad (11)$$

섬유가 유체의 벌크 운동에 따라 움직인다고 가정했으므로 Ψ 는 대류량이며 $\partial/\partial p$ 는 단위 구면체 표면위로의 그라디언트 operator를 나타내는 것이다. 배향분포함수는 완전하고 명확하게 섬유의 배향상태를 묘사하지만 반드시 이 함수를 이용할 필요는 없으며 분포함수의 모멘트인 배향텐서를 정의함으로써 보다 간략하게 묘사할 수 있다[6].

유동중인 섬유배향에 대한 거동을 예측하기 위해서는 섬유의 유동에 따른 변화과정을 알아야 하는데 단일 섬유에 대한 운동방정식은 다음과 같다[4].

$$\dot{p} = \Omega \cdot p + \lambda(D \cdot p - D : ppp) - C_1 \dot{\gamma} \frac{1}{\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial p} \quad (12)$$

여기서 Ω 는 $(\nabla v - \nabla v^T)/2$ 로 정의되는 vorticity 텐서, λ 는 $(r_p^2 - 1)/(r_p^2 + 1)$ 로 정의되는 입자 형상인자, C_1 는 섬유간 상호작용에 의한 임의배향 효과를 나타내는 현상학적 상호계수이다. 이 식에서 상호계수를 무시하면 Jeffery의 식으로 환원된다. 식 (12)를 분포함수에 대한 연속적인 식 (11)에 대입하고 pp 를 곱해 모든 배향 방향에 대해 적분하면 $\langle pp \rangle$ 에 대한 변화식을 얻을 수 있다.

$$\frac{D\langle pp \rangle}{Dt} = -\Omega \cdot \langle pp \rangle + \langle pp \rangle \cdot \Omega + \lambda(D \cdot \langle pp \rangle + \langle pp \rangle D) \quad (13)$$

$$-2D : \langle pppp \rangle + 2C_1 \dot{\gamma} (\delta - v \cdot pp)$$

여기서 δ 는 단위텐서, v 는 삼차원 배향에 대해서는 3이고 이차원 배향에 대해서는 2의 값을 갖는다. 본 연구에서는 정상상태로 두고 배향방정식을 풀기로 한다.

2.3 섬유간 상호계수

유동중 섬유의 운동은 섬유간 거리에 영향을 받으므로 섬유간 상호작용의 크기를 알기 위해서는 섬유간 평균거리를 계산할 필요가 있다. 지금까지의 연구는 이 상호계수를 상수로 두고서 배향방정식을 구했는데[5,9,16] Ranganathan과 Advani[11]가 도입한 변형된 Doi-Edwards의 방법을 채택하여 섬유간 평균거리를 계산하고 이를 바탕으로 섬유간 상호계수를 구하고자 한다. 섬유와 같은 막대형 입자에 대한 입자간 평균거리 계산

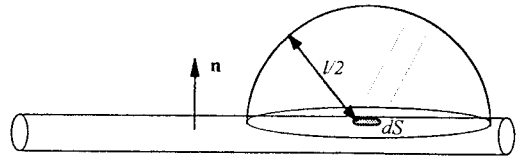


Fig. 2. Construction of a hemisphere of radius $l/2$ centered at dS .

에 변형된 Doi-Edwards의 방법을 도입한 예는 국내에서도 보고된 바 있다[17].

반경이 0이고 길이가 l 인 p 의 방향을 갖는 한 시험섬유와 이를 둘러싸고 있는 반경 a , 길이 l 인 가상의 원통을 생각할 때, 주어진 현탁액인자와 배향상태로부터 반경 a 인 가상원통을 통과하는 섬유의 수를 계산해 보자. 그러면 가장 인접해 있는 섬유와의 거리는 가상원통의 반경을 변화시켜 봄으로써 계산할 수 있다. 가상원통의 표면에 미분소의 면적 dS 를 설정하고 Fig. 2에 주어진 것처럼 dS 에 중심을 둔 반경 $l/2$ 의 반구를 설정하자. 그러면 반구 바깥에 중심을 둔 섬유는 미분소의 면적 dS 를 통과할 수 없다. dS 를 통과하는 섬유의 수를 결정하기 위하여 시험섬유를 제외한 모든 섬유가 p' 의 방향으로 배향되어 있다면 dS 를 통과할 확률은

$$\frac{dS |\cos(p' \cdot n)| \left(\frac{l}{2}\right)}{\frac{2\pi}{3} \left(\frac{l}{2}\right)^3} \quad (14)$$

으로 표현되는데 $(p' \cdot n)$ 는 벡터 p' 과 n 사이의 각을 의미한다. 시험섬유를 둘러싸고 있는 가상원통을 통과할 배향 p' 을 가진 섬유의 총 수는 시험섬유의 두 끝 부분과 원통의 곡면부분을 통과하는 섬유의 합으로 표시할 수 있다.

$$N(a, p, p') = \pi m l a^2 |\cos(pp')| + 2\pi l^2 a |\sin(pp')| \quad (15)$$

이 식은 가상원통을 통과하는 섬유의 총 수는 가상원통의 반경과 시험섬유와 이를 통과하는 섬유의 배향의 함수로 나타내어짐을 의미한다. 섬유간 평균거리를 얻기 위하여 위 식을 p 와 p' 의 가능한 모든 방향에 대해 배향 분포함수를 곱해 적분하면 다음과 같이 표시된다.

$$N(a) = \pi m l^3 \left(\frac{a}{l}\right)^2 \iint |\cos(pp')| \Psi(p) \Psi(p') dp' dp$$

$$+2nl^3 \left(\frac{a}{l} \right) \iint |\sin(\mathbf{p}\mathbf{p}')| \Psi(\mathbf{p}) \Psi(\mathbf{p}') d\mathbf{p}' d\mathbf{p} \quad (16)$$

단지 하나의 섬유가 가상원통을 통과하는 그러한 가상원통의 반경을 결정하기 위해서는 $N(a)$ 를 l 로 두고 a/l 에 대한 2차 방정식을 풀면된다. 이때 실제의 섬유는 유한의 반경 $d/2$ 를 가지므로 실제의 섬유간 평균거리 a_c 는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{a_c}{l} = \frac{a - d/2}{l} \quad (17)$$

완전히 정렬된 배향과 임의배향의 각각의 경우에 대해 식 (16)을 풀면 삼차원 배향장에서는

$$\left(\frac{a_c}{l} \right)_{aligned} = \frac{1}{2r_p} \left(\frac{1}{\sqrt{\phi}} - 1 \right) \quad (18)$$

$$\left(\frac{a_c}{l} \right)_{random} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2r_p^2 \phi}} - \frac{r_p + 1}{2r_p} \quad (19)$$

으로 표시되고 이차원 배향장에서는

$$\left(\frac{a_c}{l} \right)_{aligned} = \frac{1}{2r_p} \left(\frac{1}{\sqrt{\phi}} - 1 \right) \quad (20)$$

$$\left(\frac{a_c}{l} \right)_{random} = \sqrt{\frac{1}{\pi^2} + \frac{\pi}{8r_p^2 \phi}} - \frac{1}{\pi} - \frac{1}{2r_p} \quad (21)$$

으로 표시된다.

유동장하에서의 섬유배향은 연속적으로 변화하므로 어떤 주어진 배향에 대해 입자간 평균거리를 다음과 같은 선형 관계식으로 간단히 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{a_c}{l} \right) = (1-f) \left(\frac{a_c}{l} \right)_{random} + f \left(\frac{a_c}{l} \right)_{aligned} \quad (22)$$

여기서 스칼라양인 배향인자 $f=1-27 \det \mathbf{a}_2$ 로 정의되고 배향정도에 따라 계산된다[5]. 섬유간 평균거리와 섬유간 상호작용은 반비례하는 관계이므로

$$C_I = \frac{K}{a_c/l} \quad (23)$$

로 나타낼 수 있는데 K 는 실험과 비교하여 조절할 수 있는 비례상수로 주어진 현탁계에 대해서는 항상 같은 값

을 갖는다.

3. 수치모사 기법

진한 섬유현탁액의 축대칭 압출팽창 유동을 대상으로 수치모사를 했는데 유동장과 배향장의 방정식 계를 풀기 위한 해법으로 표준 Galerkin 유한요소법을 적용하였다. 지배방정식으로는 식 (7)로 주어진 뉴튼매질의 섬유현탁액에 대한 유변 구성방정식과 식 (13)으로 주어진 섬유 배향방정식 이외에 다음의 연속방정식과 모멘텀방정식이다.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (24)$$

$$-\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{f} = \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \quad (25)$$

모멘텀식에서는 관성력과 중력에 의한 영향은 무시하였다. 계산시 유동장은 축대칭의 이차원 유동으로 두었지만 배향장은 이차원과 삼차원 두 경우를 모두 고려하였다. 150개로 이루어진 사각형 격자를 사용하였는데 매 격자당 속도와 섬유배향은 9질점에서 압력은 4질점에서 계산이 이루어진다. 지배방정식에 대한 Galerkin 수식화 등 보다 자세한 내용은 앞서 발표한 문헌[9]을 참고하기 바란다.

압출팽창에 대한 계는 반경 1 cm, 다이 길이와 압출물의 길이를 각각 3 cm, 5 cm로 두었는데 부과한 경계조건은 Fig. 3에 나타내었다. 배향장에 대한 입구 경계조건으로 임의배향 조건과 정렬배향 조건 두 가지 경우를 부과하였다. 압출팽창 문제의 수치모사를 위한 개략적인 흐름도를 Fig. 4에 나타내었다.

4. 결과 및 고찰

압출팽창의 정도를 나타내는 팽창비는 압출다이의 반경에 대한 최종 압출물의 반경과 다이반경과의 차의 비로 정의하였다.

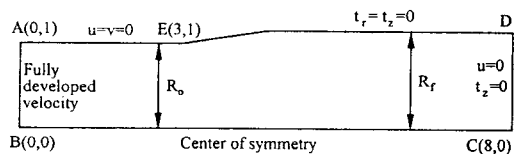


Fig. 3. Boundary conditions for axisymmetric extrudate swell problem.

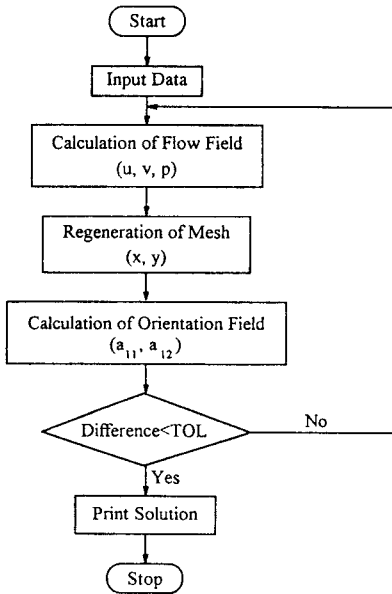


Fig. 4. Flowsheet of the numerical procedure for die swell problem.

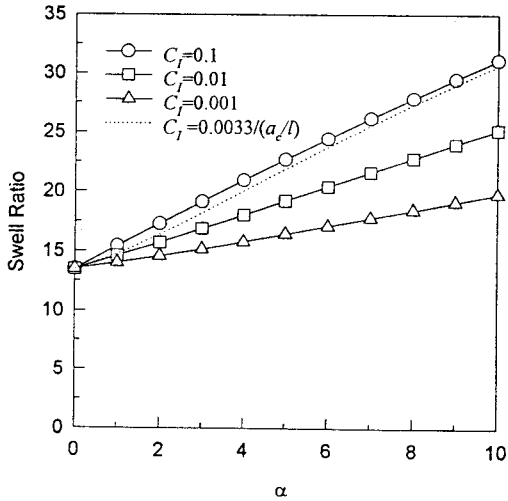


Fig. 5. Swell ratio vs. α when two dimensional flow and fiber orientation are assumed (random input, quadratic closure, $r_p=1000$).

$$SR(\%) = \frac{R_f - R_0}{R_0} \times 100 \quad (26)$$

앞서 발표한 결과(9,12)와 비교를 위하여 섬유유형상비는 100으로 고정시켰다. 식 (23)속의 K 는 Jackson 등

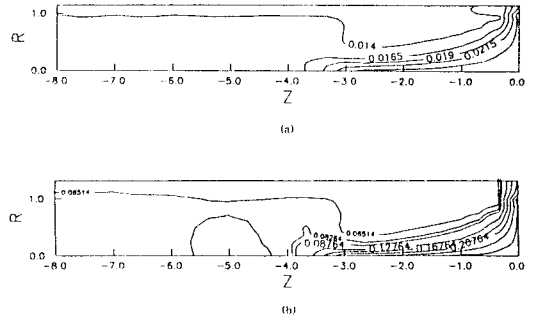


Fig. 6. C_f contours (random input, quadratic closure, $r_p=1000$): (a) $\alpha=1$, (b) $\alpha=10$.

[18]과 Folgar와 Tucker(4)의 실험과 수치모사의 결과로부터 값을 결정하였는데 이차원 배향의 경우는 0.0033, 삼차원 배향의 경우는 0.00015였다.

먼저 유동과 배향 모두 이차원적으로 해석했을 때의 결과를 살펴보자. 다이 입구의 배향조건을 임의배향으로 했을 경우 현탁강도계수에 따른 팽창비가 Fig. 5에 주어져있는데, 지배방정식 속의 4차 배향텐서는 많은 closure 근사 중에서 간단한 형태를 가지면서 널리 적용되는 quadratic closure 근사(8,19)를 사용하여 구했다. 임의배향의 경우는 압출다이의 길이가 짧은 경우라고 볼 수 있을 것이다. 섬유간 평균거리를 고려하여 상호계수를 계산하는 점선으로 주어진 그래프는 현탁강도가 커질수록 상호계수가 작은쪽($C_f=0.01$)에서 점차 큰쪽($C_f=0.1$)으로 이동하고 있음을 보여준다. 이와 같이 섬유간 상호계수가 현탁강도에 따라 변화하고 있는 현상은 Fig. 6의 배향장의 상호계수 등고선을 보면 알 수 있다. 즉, 현탁강도계수 α 가 1인 경우에 상호계수 C_f 는 좁은 범위에 분포하고 대략 0.01보다 조금 큰 값을 나타내지만 α 가 10인 경우에는 C_f 는 넓은 범위에 걸쳐 분포하고 평균적으로 0.1 근처의 값을 나타내고 있기 때문이다. 섬유의 배향분포상태는 섬유배향의 주 방향을 나타내는 2차 배향텐서의 고유치와 고유벡터로 표시할 수 있는데 Fig. 7은 현탁강도계수가 5인 경우의 섬유의 배향상태를 보여준다. 앞의 Fig. 5에 이미 나타내었듯이 C_f 를 섬유간 평균거리를 고려한 경우가 $C_f=0.01$ 로 상수처리한 경우보다 팽창비가 조금 크다는 것을 관찰할 수 있지만 섬유의 배향상태는 거의 비슷함을 알 수 있다. 즉, 임의배향의 경우 중심선 근처에서는 섬유유는 유선에 수직인 방향으로 배향하며 압출물의 표면

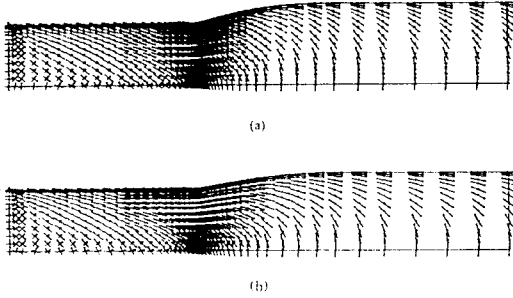


Fig. 7. Plot of eigenvectors to represent the fiber orientation state (random input, quadratic closure, $r_p = 100$, $\alpha = 5$). (a) $C_f = 0.0033/(a_f/l)$, (b) $C_f = 0.01$.

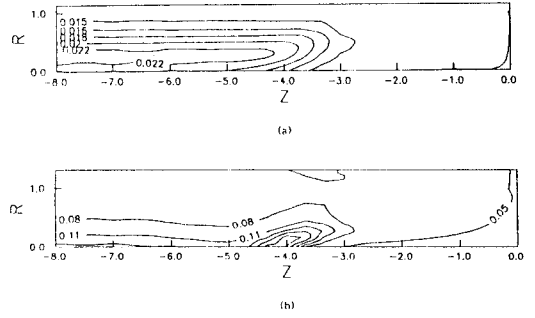


Fig. 9. C_f contours (aligned input, quadratic closure, $r_p = 100$): (a) $\alpha = 1$, (b) $\alpha = 10$.

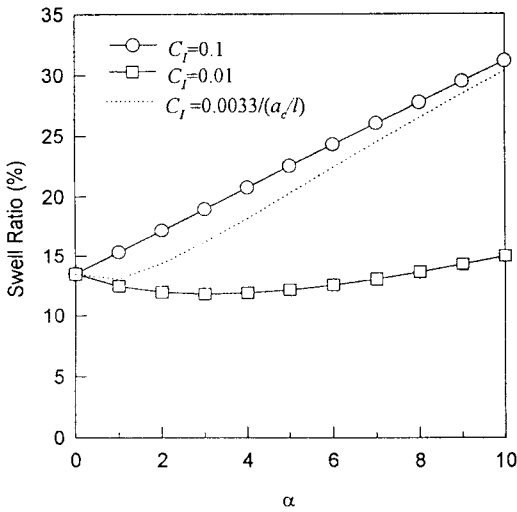


Fig. 8. Swell ratio vs. α when two dimensional flow and fiber orientation are assumed (aligned Input, quadratic closure, $r_p = 100$).

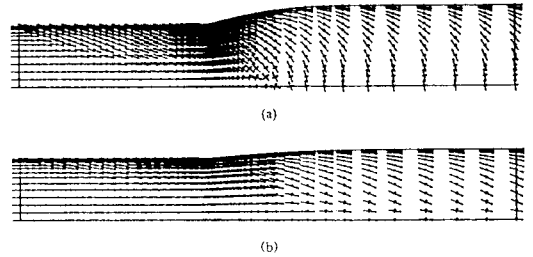


Fig. 10. Plot of eigenvectors to represent the fiber orientation state (aligned input, quadratic closure, $r_p = 100$, $\alpha = 5$): (a) $C_f = 0.0033/(a_f/l)$, (b) $C_f = 0.01$.

쪽으로 갈수록 유선방향으로 배향하고 있다. 이것은 다이의 벽 가까이 있는 섬유일수록 다이를 통과할 때 전단효과를 크게 받으며 다이의 출구를 빠져나갈 때 다이 벽과 자유표면 사이의 속도 차이에 의한 신장유동을 겪기 때문이다.

다이 입구의 배향조건을 완전히 정렬된 상태로 했을 경우 현탁강도계수에 따른 팽창비가 Fig. 8에 주어져 있다. 섬유간 평균거리를 고려한 점선으로 표시된 그래프는 α 가 작은 경우 팽창비가 약간 감소하다 α 가 증가함에 따라 팽창비가 급격히 증가하는 모습을 보여주고 있는데 이 역시 Fig. 9에 주어진 섬유간 상호계수 등고선으로 설명할 수 있다. 즉, 현탁강도가 작은 경우 C_f 는

0.01 근처의 값을 나타내지만 커감에 따라 0.1 정도의 보다 강한 섬유간 상호작용이 일어나는 것이다. 섬유가 완전히 정렬된 상태로 다이 입구를 들어가는 경우에 대한 섬유의 배향분포상태가 Fig. 10에 주어져 있는데 섬유간 평균거리를 고려한 경우가 $C_f = 0.01$ 로 상수로운 경우보다 상호작용이 강해 중심선 근처에서 압출됨에 따라 점차 정렬된 배향에서 벗어나고 있음을 볼 수 있다.

이상에서와 같이 유동과 섬유배향을 모두 이차원적으로 해석한 경우 섬유를 정렬된 상태로 유입한 경우에도 팽창비가 섬유농도에 따라 증가하고 있는 결과를 얻었다. 하지만 실제의 단섬유 복합계의 압출공정시 섬유 농도가 증가함에 따라 압출팽창의 정도는 감소하는 것이 일반적이다. 이러한 수치모사의 상반된 결과를 보정하기 위하여 섬유배향을 삼차원적으로 해석하였다. 그 결과 정렬 유입의 경우 현탁강도가 증가할수록 팽창비가 감소하는 현상을 설명할 수 있었다. 실험[12]과 비교한 결과를 Figs. 11과 12에 나타내었다. 4차 배향텐서를 hybrid closure[5]를 사용하여 근사한 경우에도 qua-

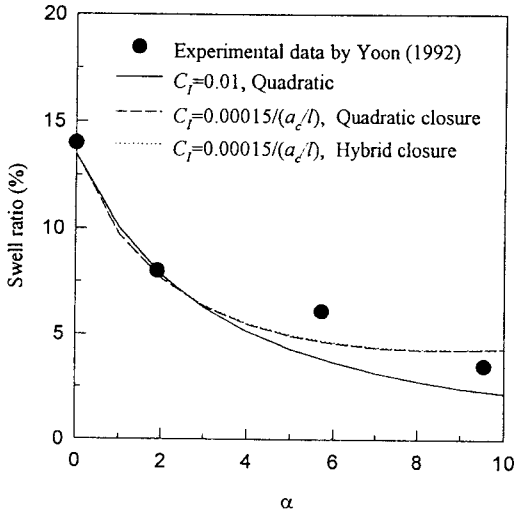


Fig. 11. Swell ratio vs. α when two dimensional flow and three dimensional fiber orientation are assumed (aligned input, $r_p=100$).

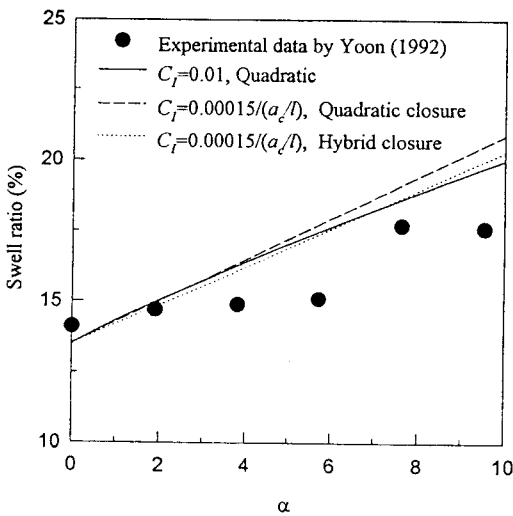


Fig. 12. Swell ratio vs. α when two dimensional flow and three dimensional fiber orientation are assumed (random input, $r_p=100$).

dratic closure로 근사한 결과와 거의 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 섬유를 임의배향의 상태로 유입할 경우 실험치가 상당히 분산되어 있고 수치모사의 결과보다 팽창비가 작은데 이것은 실험시 임의배향으로 섬유를 유입 시키기가 대단히 어렵기 때문이며 그 결과 조금 작은 팽창비를 측정하게 되는 것으로 생각된다.

5. 결 론

뉴튼매질로 이루어진 섬유현탁액의 유동 및 섬유배향을 섬유간 상호작용을 고려하여 유변학적 해석을 하고 축대칭 압출팽창문제를 대상으로 수치모사하였다. 섬유간 상호작용에 의한 효과는 현상학적 상호계수 C_f 로 표시되는데 이것은 섬유의 길이에 대한 섬유간 평균거리 a_c/l 에 반비례하는 것으로 섬유간 평균거리는 변형된 Doi-Edwards의 방법을 사용하여 계산하였다. 섬유의 배향상태를 고려하여 계산한 섬유간 상호계수는 지금까지의 상수로 처리할 경우에 비해 실제적인 해석을 할 수 있도록 해주었다. 축대칭 압출팽창문제를 대상으로 유동장을 이차원으로 하여 수치모사할 경우라도 배향장은 삼차원 모두 고려해야만 실험결과와 잘 일치할 수 있었다. 앞으로 섬유간 상호계수 속의 비례상수 K 를 보다 정확히 결정할 수 있도록 다양하고 더 많은 실험이 요구된다.

감 사

본 연구는 한국과학재단 특정목적기초 연구비(과제번호:94-0502-04-01-3)의 지원으로 이루어졌으며, 이에 감사합니다.

기 호

- a : radius of imaginary cylinder
- a_c : radius of imaginary cylinder taking into account of fiber radius
- \mathbf{a}_2 : second-order orientation tensor
- \mathbf{a}_4 : fourth-order orientation tensor
- C_f : fiber-fiber interaction coefficient
- C_1, C_2, C_3 : stress shape coefficients
- C_{ijkl} : component of tensor properties depends on the shape of the particles and their instantaneous orientations
- \mathbf{D} : rate of deformation tensor
- d : fiber diameter
- f : fiber orientation parameter
- K : proportionality constant
- l : fiber length
- \mathbf{n} : unit normal vector

- N : number of intersecting fibers
- n : fiber number density
- \mathbf{p} : unit direction vector of a fiber orientation
- R_o : die radius
- R_f : final extrudate radius
- r_p : fiber aspect ratio defined by l/d
- t_r, t_z : r and z component of contact force per unit area on the boundary
- V : total volume of fiber suspension
- \mathbf{v} : velocity vector

그리스 문자

- α : suspension intensity coefficient
- ϕ : fiber volume fraction
- $\dot{\gamma}_{ij}$: ij component of strain rate tensor
- η_s : viscosity of Newtonian fluid
- λ : particle shape parameter
- τ_f : extra stress tensor for fibers
- Ω : vorticity tensor
- Ψ : fiber orientation distribution function

참고문헌

1. G.B. Jeffery, *Proc. Roy. Soc., Series A*, **102**, 161 (1923).
2. F.P. Bretherton, *J. Fluid Mech.*, **14**, 284 (1962).
3. R.C. Givler, M.J. Crochet, and R.B. Pipes, *J.*

- Compos. Mater.*, **17**, 330 (1983).
- 4. F.P. Folgar and C.L. Tucker, *J. Reinf. Plast. Compos.*, **3**, 98 (1984).
- 5. S.G. Advani and C.L. Tucker, *J. Rheol.*, **31**, 751 (1987).
- 6. G.K. Batchelor, *J. Fluid Mech.*, **41**, 545 (1970).
- 7. J. Mewis and A.B. Metzner, *J. Fluid Mech.*, **62**, 593 (1974).
- 8. G.G. Lipscomb, M.M. Denn, D.U. Hur, and D.V. Boger, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, **26**, 297 (1988).
- 9. 이성재, 이승중, *유변학*, **4**, 70 (1992).
- 10. Seong Jae Lee, Ph.D. Thesis, Seoul National University, 1992.
- 11. S. Ranganathan and S.G. Advani, *J. Rheol.*, **35**, 1499 (1991).
- 12. 윤준성, 석사학위논문, 서울대학교, 1992.
- 13. S.M. Dinh and R.C. Armstrong, *J. Rheol.*, **28**, 207 (1984).
- 14. E.J. Hinch and L.G. Leal, *J. Fluid Mech.*, **76**, 187 (1976).
- 15. G. Ausias, J.F. Agassant, M. Vincent, P.G. Lafleur, P.A. Lavoie, and P.J. Carreau, *J. Rheol.*, **36**, 525 (1992).
- 16. S.G. Advani and C.L. Tucker, *J. Rheol.*, **34**, 367 (1990).
- 17. O Ok Park, *Polymer (Korea)*, **11**(2), 108 (1987).
- 18. W.C. Jackson, S.G. Advani, and C.L. Tucker, *J. Compos. Mater.*, **20**, 539 (1986).
- 19. M. Doi, *J. Polym. Sci., Polym. Phys. Ed.*, **19**, 229 (1981).