

시공단계를 고려할 수 있는 유한요소 해석 모델 개발

이연규¹⁾

Development of finite element analysis model for multi-step excavation problem

Youn-Kyou Lee

ABSTRACT In underground construction the multi-step excavation sequence is commonly adopted for the convenience of the underground work. A numerical simulation method which is capable of analyzing the effects of excavation sequence on the stability of the opening is greatly needed. In this study a two dimensional finite element code was developed based on the effective numerical algorithm for the multi-step excavation. The practical applicability of the model was verified for the simplified excavation sequences.

1. 서 론

암반에 건설되는 대단면 터널공사에서는 단면을 몇 개의 부분으로 나누어 순차적인 굴착 및 보강이 수행된다. 이러한 굴착보강 과정을 수치해석적으로 모델링하기 위해서는 암반요소의 제거기능 및 보강재 요소의 생성기능을 모두 고려할 수 있는 수치해석 기법 즉, 해석대상영역의 기하학적 형상변화를 연속적으로 고려할 수 있는 기법의 개발이 필수적이다. 요소를 순차적으로 첨가시키면서 구조물을 해석하는 해석법은 Clough & Woodward(1967)에 의해 흙댐의 건설과정을 모델링하기 위하여 처음 시도되었다. 이들은 새로 첨가되는 요소에 단지 중력에 의한 자중만이 외력으로 작용하는 경우만을 고려하였다. 이 방법에서는 새로운 요소의 첨가에 의하여 발생한 응력, 변형을 그리고 변위의 증분이 전단계 해석의 결과에 더해지면서 필요한 단계 만큼의 해석이 수행되었다. 요소를 제거하면서 굴착과정을 모델링하려는 시도는 Duncan & Clough(1971), Chandrasekaran & King(1974) 등에 의해 시도되었다. 이들의 방법에서는 굴착에 의해 새롭게 생성되는 굴착면에서 표면력을 계산한후 이 표면력을 반대의 반향으로 작용시켜 계산된 결과를 이전 단계의 해석결과에 더함으로써 해석을 수행한다. 특히 Ishihara(1970)는 대상 암반이 선형탄성기동을 보이는 경우 최종 해석결과

최종 해석결과에 도달하기까지의 굴착단계 수에 무관한 동일한 결과를 보인다는 것을 수학적으로 증명하였다. 그러나 이들이 제안한 요소의 생성 및 제거의 방법들은 굴착예정단면에 인접한 요소들의 가우스 적분점에서 계산된 응력을 외삽(extrapolation)하여 굴착면에서의 표면력을 계산한 후 이를 수치적으로 적분하거나 lumping 함으로써 등가절점력을 계산하였기 때문에 유한요소법의 원리를 충족시키는 절점력(constant nodal force)를 계산하지 못하고 있다. 따라서 탄성해석의 경우에도 굴착의 순서에 따라 최종 결과가 변화되는 단점을 보인다(Christian & Wong, 1973). Van Dillen 등(1979)은 터널막장의 진행에 따른 지반의 거동을 2차원적으로 해석하기 위하여 터널 굴착단면에 유한요소망 부분에 미리 강성이 다른 여러층의 요소를 선언하고 이를 점차 제거함으로써 근사적으로 3차원 막장진행 효과를 모델링하였다. Desai & Sargand (1984)는 변위법을 이용한 유한요소법의 결점을 보완하기 위하여 요소내에서 변위 및 응력을 독립변수로 하는 hybrid 유한요소법을 이용하여 굴착순서를 고려한 지반과 구조물의 상호작용에 대한 해석을 비선형 탄성 및 탄소성 재료에 대하여 실시하였다. 일반적인 변위법에는 요소내부나 경계에서 변위만이 독립적인 변수로

1) 정회원, 서울대학교 공과대학 부설 에너지자원 신기술 연구소 특별연구원

취급되며 응력은 변위로부터 계산된다. 반면에 hybrid method 에서는 요소경계에서의 변위와 요소내에서의 응력이 독립적으로 고려될 수 있으며 반대로 요소경계에서의 응력과 요소내에서의 변위가 독립적으로 고려될 수 있다. 따라서 굴착 경계면에서 응력을 외삽한 후 이로부터 굴착등가력을 계산하는 경우 기존의 변위법에 비해 고차의 내삽함수(interpolation function)를 사용함으로써 요소경계에서 정확한 표면력을 계산할 수 있으므로 선형탄성 해석의 경우 굴착부분의 요소망을 촘촘하게 구성하지 않고서도 굴착순서에 영향을 받지 않는 정확한 결과를 얻을 수 있음을 보였다. 그러나 오늘날 이용되고 있는 대부분의 유한요소 프로그램이 변위법에 기초하고 있어 Desai & Sargand(1984)의 방법을 이용한 굴착 모델링을 기존의 비선형해석 프로그램에 적용할 경우 대폭적인 수정이 필요하거나 프로그램을 다시 구성해야하는 어려움이 있다.

Ghaboussi 등(1983), Ghaboussi & Packnold(1984)는 순차적 굴착 및 보강에 의한 형상변화를 비선형해석에 많이 적용되고 있는 Newton-Raphson 반복법 형태의 증분 평형방정식을 이용하여 굴착 및 보강 효과를 정확히 해석하는 이론을 제시하였다. 이들이 제안한 이론에서는 새로 생성된 굴착면의 절점에 작용하는 등가내력은 굴착 예정면을 포함하는 인접요소의 가우스 적분점에서의 응력으로부터 수치적분에 의하여 계산된다. 이 이론에서는 요소의 제거 및 첨가에 의하여 발생하는 불평형응력을 잔류응력으로 고려하여 해석을 수행한다. 이 이론은 지반이 비선형거동을 하는 경우에도 적용이 가능하기 때문에 현재까지 제시되고 있는 방법중에서 가장 진보된 이론이라 생각된다. Ghaboussi & Pecknold(1984)의 굴착이론에 기초하여 Coyette & Guisset(1986)가 지하공동의 탄소성 해석을 실시한 예는 있으나, 요소의 생성원리까지를 적용하여 프로그램을 구성한 예는 아직까지 제시되어 있지 않다.

본 연구에서는 Ghaboussi & Pecknold(1984)가 제안한 이론에 근거하여 유한요소들의 단계적 굴착 및 생성이 가능한 유한요소 프로그램을 개발하였다. 또한 굴착단계에 맞추어 Ghaboussi & Pecknold(1984)의 증분 평형방정식을 연속적으로 적용할 경우, 탄성암반에서 발생하는 최종 굴착변위는 굴착단계의 수에 관계없이 일정하다는 Ishihara(1970)의 이론적인 연구결과와 동일한 결과를 얻을 수 있음을 수치해석적으로 증명하였다.

2. 유한요소법에 의한 요소의 생성 및 굴착 이론

Fig. 1(a)의 점선내 부분이 굴착된다고 가정할 때 굴착예정 경계에서 굴착될 영역 E가 굴착되지 않는 영역 R에 작용시키는 표면력은 Fig. 1(b)에 나타낸 것과 같다. 따라서 E영역을 제거하고 굴착면에 Fig. 1(b)에 표시한 것과 같은 표면력을 작용시키면 R영역의 거동은 E영역을 제거하기 전과 수치적으로 등가인 것이 된다. Fig. 1(c)는 Fig. 1(b)의 굴착면에 작용하고 있는 표면력과 크기는 같고 방향이 반대인 표면력이 작용하고 있는 상태이다. 굴착면에 보강재가 존재하지 않는 상태를 가정할 때 굴착면에서 표면력은 0이 되어야 하므로 수치해석적 관점에서 굴착은 Fig. 1(c)의 해석결과와 Fig. 1(b)의 결과를 중첩시키는 것에 의해 수행할 수 있다.

한편 유한요소법에서 모든 외력은 절점을 통해서 요소로 전달되므로 위의 설명에서 보듯이 터널굴착을 모델링하는 경우 새로 형성되는 굴착 경계면에서의 표면력을 등가인 절점력으로 계산하는 과정이 필요함을 알 수 있다. 임의의 모델에 응력 σ 가 작용하고 있을 때 이와 정역학적으로 등가인 절점력 I는 가상일의 원리를 적용함으로써 얻을 수 있다 (Zienkiewicz & Taylor, 1989).

$$I = \int B^T \sigma dv \quad (1)$$

(1)식에 의한 등가절점력은 요소내부의 가우스 적분점에서의 응력을 이용하여 수치적분에 의해 계산된다. 따라서 굴착 경계면에서의 표면력을 구하기 위하여 요소 내부점에서의 응력을 외삽할 필요가 없음을 알 수 있다. 그러나 (1)식에 의하여 등가절점력을 계산하여 굴착을 해석하는 것은 초기응력을 받고 있는 구조물의 해석에만 적용할 수 있지만 표면력, 집중하중, 자중등

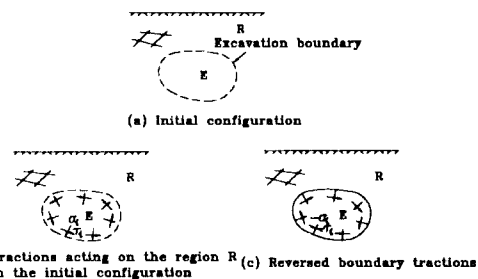


Fig. 1. Traction on the excavation boundary.

이 새로 형성되는 굴착면에 외력으로 작용하고 있는 경우에는 적용할 수 없으므로 이를 고려할 수 있는 방법이 제시되어야 한다.

전체 모델에 표면력 Φ , 점하중 p , 그리고 자중이 작용하고 있을 때 i 번째 굴착에 의한 가상절점변위 δU_i 를 가정하면 가상일의 원리에 의하여 가상변위에 의한 내부 및 외부 에너지가 같아야 하므로 다음의 관계가 성립한다.

$$\int_V \delta \epsilon_i^T \sigma_i dv_i = \int_V \delta U_i^T N^T \gamma dv_i + \int_S \delta U_i^T N^T \Phi ds + \sum \delta U_i^T p_i \quad (2)$$

여기서, $\delta \epsilon_i$: 가상변절점변위로부터 계산된 변형률

v_i : i 번째 굴착이 끝난 후에도 남아 있는 모델의 부피

s_i : i 번째 굴착이 끝난 후에도 Φ 가 작용하고 있는 면적

p_i : i 번째 굴착이 끝난 후에도 작용하고 있는 절점력

N : 형상함수(변위 내삽함수)

i 번째 굴착에 의해 발생된 절점변위, 변형률, 응력의 증분을 각각 ΔU_i , $\Delta \epsilon_i$, $\Delta \sigma_i$ 라 정의하면 다음식과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta U_i = U_i - U_{i-1}, \quad \Delta \epsilon_i = \epsilon_i - \epsilon_{i-1}, \quad \Delta \sigma_i = \sigma_i - \sigma_{i-1} \quad (3)$$

(3)식의 $\Delta \sigma_i = \sigma_i - \sigma_{i-1}$ 관계를 이용하여 (2)식은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\int_V \delta U_i^T (B^T DB) \Delta U_i dv_i = - \int_V \delta U_i^T (B^T \sigma_{i-1}) dv_i + \int_V \delta U_i^T N^T \gamma dv_i + \int_S \delta U_i^T N^T \Phi ds + \sum \delta U_i^T p_i \quad (4)$$

여기서 $B \Delta U_i = \Delta \epsilon_i$, $DB \Delta U_i = \Delta \sigma_i$ 이고 D 는 응력-변형률 행렬이며 B 는 변형률-변위 행렬이다. 식(4)은 임의의 가상 절점변위에 대하여 성립하여야 하므로 다음식이 유도된다.

$$\left(\int_V B^T DB dv \right) \Delta U_i = - \int_V B^T \sigma_{i-1} dv + \int_V N^T \gamma dv + \int_S N^T \Phi ds + \sum p_i \quad (5)$$

(5)식을 행렬식으로 간단히 표현하면 다음과 같은

Ghaboussi & Pecknold(1984)가 제안한 증분 평형방정식과 같은 형태의 식을 얻을 수 있다.

$$K_i \Delta U_i = -I_{i-1} + R_i \quad (6)$$

여기서 $K_i = \int_V B^T DB dv_i$

$$I_{i-1} = \int_V B^T \sigma_{i-1} dv_i$$

$$R_i = \int_V N^T \gamma dv_i + \int_S N^T \Phi ds + \sum p_i$$

(6)식은 일반적인 비선형 유한요소해석에 이용되는 증분식의 형태를 보인다. 식의 우변은 ($i-1$)번째 해석단계에서 만족되었던 평형상태가 요소의 제거 혹은 생성에 의해 깨어지고 이에 따라 발생한 불평형력을 나타낸다. 즉, 외력이 작용하고 있을 때 i 번째 굴착에 의한 변위증분 ΔU_i 는 i 번째 해석단계에서 존재하는 외력 R_i 에서 등가절점력 I_{i-1} 을 뺀 값을 외력으로 작용시킴으로써 얻을 수 있음을 알 수 있다. 여기서 I_{i-1} 은 ($i-1$)번째 해석단계에서 평형상태에 있던 응력을 i 번째 굴착해석시 남아있는 요소에 대해서만 적분하여 얻어진다. 한편 이때 이용되는 강성행렬 K_i 도 i 번째 굴착단계에서 남아있는 요소에 대해서만 조립된 것이다. 굴착만을 모델링하는 경우 굴착이 수행되면서 아직까지 굴착되지 않는 부분에 작용하고 있는 총 외력의 크기에 변화가 없다면 (6)식 우변의 불평형력은 새로 형성되는 굴착 경계면에서만 발생하게 된다. 따라서 (6)식을 이용하여 굴착을 모델링하는 경우 비선형 유한요소기법을 그대로 적용하여 임의의 굴착단계까지 손쉽게 해석을 수행할 수 있음을 보여준다. 일반적인 해석의 비선형성은 재료의 비선형 거동 특성에서 기인하지만 (6)식에 의해 주어지는 증분방정식은 모델의 기하학적 형상의 변화로 인한 모델의 비선형 거동까지를 해석할 수 있는 일반적인 형태라 생각할 수 있다. 또한 (6)식은 요소가 생성되는 경우에도 적용될 수 있음을 보여주고 있다.

(6)식을 연속적으로 적용함으로써 탄성암반의 최종 굴착변위는 굴착단계에 관계없이 일정함을 보일 수 있다. 평형상태에 있는 요소망에서 첫단계 굴착에 의해 발생하는 증분변위 ΔU_1 은 식(6)의 원리에 의해 다음과 같은 증분 평형방정식으로 계산할 수 있다.

$$K_1 \Delta U_1 = R_1 - \int_V B^T \sigma_0 dv_i \quad (7)$$

여기서 K_1 은 1단계 굴착후에도 남아있는 요소들의 강성행렬만으로 조립된 전체 강성행렬이다. 식(7)의 우변은 1단계에 작용하는 외력에서 초기응력 σ_0 를 1단계 굴

작 후에도 남아있는 요소들에 대해 적분하여 뺀 가상의 굴착력으로서 Fig. 1(c)에 나타난 표면력에 대응되는 절점력으로 이해할 수 있다. 이 가상의 굴착력은 새로 형성된 굴착면에서만 0이 아닌 값을 갖게 된다. 증분변위 ΔU_1 을 이용하여 증분변형률($\Delta \epsilon_1$)과 증분응력($\Delta \sigma_1$)은 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta \epsilon_1 = B \Delta U_1, \quad \Delta \sigma_1 = D \Delta \epsilon_1 = DB \Delta U_1 \quad (8)$$

$$\sigma_1 = \Delta \sigma_0 + \Delta \sigma_1 \quad (9)$$

두번째 단계로 굴착이 이루어질 때 발생하는 증분변위 ΔU_2 는 식(7)과 같은 원리에 의하여 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$K_2 \Delta U_2 = R_2 - \int B^T \sigma_1 dv_2 \quad (10)$$

식(10)의 K_2 는 두번째 단계 굴착 후에도 남아있는 요소들에 대응되는 전체 강성행렬이고, 우변의 적분도 남아있는 요소들에 대해서만 적분을 수행하게 된다. 식(10)은 응력과 변위의 관계를 이용하여 다음식과 같이 변형될 수 있다.

$$\begin{aligned} K_2 \Delta U_2 &= R_2 - \int B^T (\sigma_0 + \Delta \sigma_1) dv_2 \\ &= R_2 - \int B^T \sigma_0 dv_2 - \int B^T DB dv_2 \Delta U_1 \\ &= R_2 - \int B^T \sigma_0 dv_2 - K_2 \Delta U_1 \end{aligned} \quad (11)$$

이와 같은 과정을 반복하면 n 번째 굴착에 의해 발생한 증분변위 ΔU_n 은 다음식과 같이 표현된다.

$$K_n \Delta U_n = R_n - \int B^T \sigma_0 dv_n - K_n \Delta U_{n-1} \cdots - K_n \Delta U_1 \quad (12)$$

$$K_n \left(\sum_{i=1}^n \Delta U_i \right) = R_n - \int B^T \sigma_0 dv_n \quad (13)$$

한편 n 개 굴착영역이 순차적 굴착방법이 아닌 1단계 동시굴착에 의해 굴착된다고 가정하면 이때 발생한 변위 U 는 식(6)의 원리에 의해 다음식으로 계산될 수 있다.

$$K_n U = R_n - \int B^T \sigma_0 dv_n \quad (14)$$

식(13)과 식(14)을 비교하면 다음의 결과를 얻는다.

$$U = \sum_{i=1}^n \Delta U_i \quad (15)$$

이 식으로부터 n 개의 영역을 동시에 굴착할 때 발생하는 변위는 n 개의 영역이 순차적으로 굴착되면서 발생한 증분변위의 합과 같음을 알 수 있다. 즉, 탄성암반내

에 터널을 굴착할 경우, 최종굴착 변위는 굴착단계가 많고 적음에 관계없이 일정하다는 Ishihara(1970)의 연구와 동일한 결과를 얻을 수 있다.

3. 프로그램의 구성

(6)식을 이용한 요소의 제거 및 생성을 프로그램화하는 것은 기존의 비선형 해석 프로그램에 요소의 생성 및 제거에 의한 강성행렬의 변화, 외력벡터 및 등가절점력을 이용한 하중벡터의 변화를 고려하는 기능을 추가함으로써 수행할 수 있다. 구성된 프로그램에서 n 단계 해석이 수행되는 과정을 Fig. 2에 흐름도로 나타내었다.

프로그램 작성시 적용한 요소의 생성 및 제거의 원리는 다음과 같다. 먼저 해석하려는 모델의 전체 요소를 원하는 만큼 생성되거나 제거되는 요소군과 단계적 해석 후에도 남아있는 요소군으로 분리하여 요소망을 작성하고 해석의 시작단계에서 모든 요소의 강성행렬과 하중벡터를 계산하여 보조 기억장치에 저장한다. 초기 단계 해석을 수행한 후 계산된 응력으로부터 각 요소에 작용하는 등가절점력을 계산하여 역시 보조기억장치에 저장하고, 이 등가절점력은 이후 단계 해석 때마다 그 해석단계에 해당하는 응력에 대응하는 등가절점력으로 대체되어 다음단계의 굴착에 의한 불평형 절점력을 계산하는 데에 이용된다. 해석은 각 요소군들이 현단계 해석에 포함되는지를 판단하여 수행된다. 해석 단계마다 모델의 자유도 번호를 재부여하고 이를 바탕으로 총 자유도 갯수를 계산하여 이 단계의 전체 강성행렬의 밴드폭을 결정한다. 해당 요소군이 생성되기 전까지 이 요소군의 강성행렬은 전체행렬 구성시 제외된다. 따라서 요소군의 생성 및 굴착에 따라 각 해석단계마다 전체 강성행렬의 크기가 달라진다. 해석이 수행되면서 현 단계에서 활성화되지 못하는 요소군들의 절점 중 활성화된 요소군과 경계를 공유하지 못하는 절점 즉 고립된 절점의 자유도를 보통의 유한요소 해석에서처럼 구속하고 활성화된 이후에는 구속을 풀어 준다. 즉 고립된 절점은 자유도 번호 부여시 제외된다. 현 단계에서 활성화되어 있는 요소군만을 대상으로 현 단계에 작용하고 있는 외력과 직전 단계에 계산한 등가절점력의 차이를 계산함으로써 굴착에 의한 불평형력을 계산하여 전체 하중벡터를 구성한다.

요소군의 생성은 제거의 경우와 정확히 반대의 원리이나 요소군은 무응력(stress free)상태로 시작하여 활

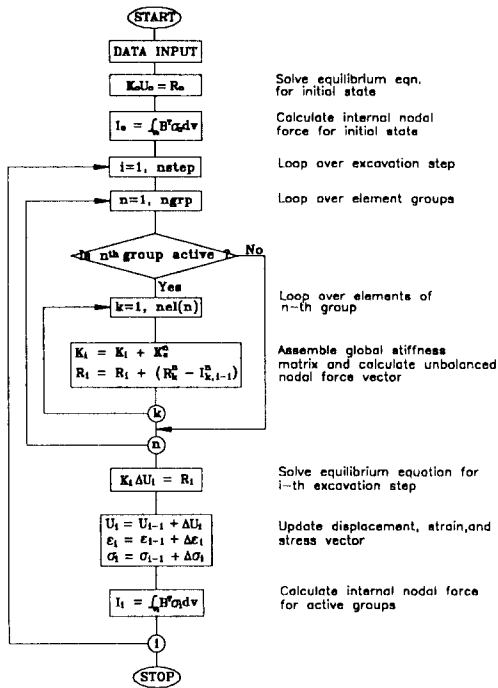


Fig. 2. Flow chart for simulation algorithm of excavation sequence.

성화된 단계부터의 변형에 의해 응력이 계산된다.

4. 프로그램의 검증

4.1 요소의 제거가능 검증

3절에서 설명한 이론이 실제의 유한요소 프로그램에 어떻게 반영되는지를 보이기 위하여 먼저 Fig. 3과 같은 모델을 선정하여 탄성해석을 수행하였다. 유한요소망은 총 6개의 4절점요소로 구성되며 이를 두개의 요소군으로 분류하였다. 즉, 상부열 중앙의 굴착되어질 1개 요소와 나머지 요소들로 요소군을 구분하였다. 해석은 두개 요소군이 모두 존재하는 초기단계 해석과 이어서 상부 중앙의 1개 요소가 제거되는 총 2단계 해석을 수행하였다. 경계조건으로 모델 하부면의 수평 및 수직변위를 구속하였다. 사용된 물성은 Fig. 3에 나타낸 바와 같다. 모델에는 자중만이 외력으로 작용하며, 해석의 간편성을 위하여 단위중량을 20 kPa/m 으로 가정하여 한개의 요소에 작용하는 외력이 400 kN 이 되도록 하였다. 따라서 한 요소만을 생각하면 4개의 절점에 각각 100 kN 의 외력이 작용하게 된다.

굴착전 초기해석 단계에서의 평형상태는 Fig. 4(a)에

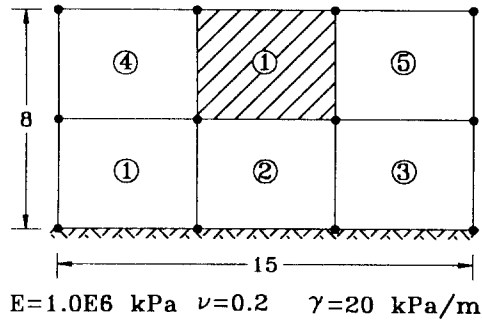
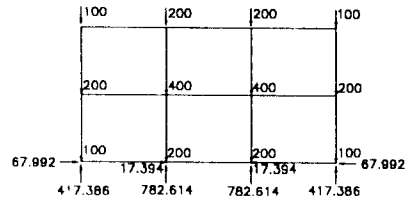
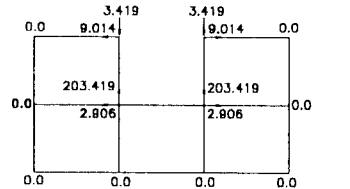


Fig. 3. Finite element mesh for simulation of element removal.



(a) Force equilibrium at step 1



(b) Unbalanced force due to excavation

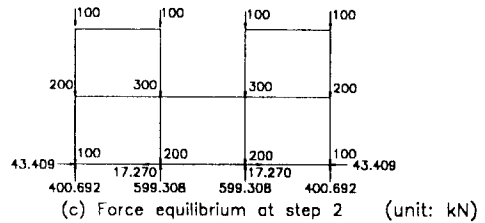


Fig. 4. Numerical process related to the element removal.

나타낸 바와 같다. Fig. 4(a)은 모델의 하부면을 구속하므로써 발생된 반력을 함께 보여주고 있다. 이때 모델에 작용하고 있는 외력과 요소내의 응력으로부터 계산된 등가절점력은 정확히 일치한다. 다음 단계해석으로 상부 중앙의 1개 요소가 제거되면 굴착경계면에서 (b)에 나타낸 것과 크기는 같고 방향은 반대인 불평형력이 발생한다. 따라서 이 단계에서는 (b)그림에 나타낸 하중 조건 (R_i-I₀)을 이용하여 해석을 수행하며 그 결과를 상부 중앙요소를 제외한 (a)의 결과와 합하면 (c)와 같은

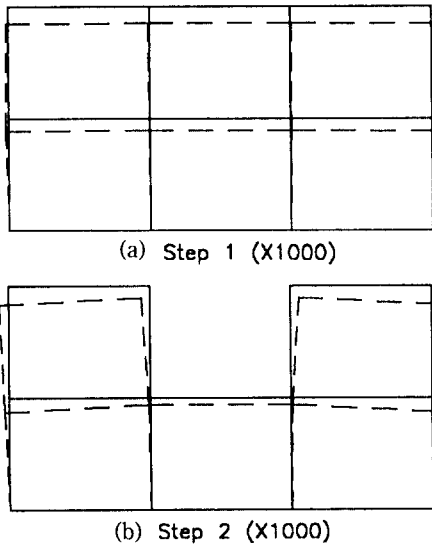


Fig. 5 Deformed mesh at each analysis step.

힘의 평형관계를 얻는다. Fig. 4(c)는 굴착후에도 남아 있는 외력과 내부응력으로부터 계산된 등가절점력이 정확히 일치하고 있는 상태이며, 이는 Coyette & Guisset(1986)가 해석한 결과와도 일치한다. Fig. 5는 굴착이 이루어지 전과 후의 변형 모습을 1000배 확대하여 나타낸 것이다.

또다른 검증모델로서 Fig. 6과 같은 무한 평면내에 원형공동이 존재하는 경우를 선택하였다. 이 경우에 대한 탄성해는 해석적인 방법으로 구할 수 있으며 평면변형률 조건에서 반경이 a 인 원형공동의 굴착에 의한 반경방향 변위 U_r 및 접선방향 변위 U_t 는 다음과 같이 주어진다.

$$U_r = \frac{1-\nu^2}{E} \left[\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \frac{a^2}{r} + \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(-\frac{a^4}{r^3} + \frac{4a^2}{r} \right) \cos 2\theta \right] - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left[\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \left(-\frac{a^2}{r} \right) - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(-\frac{a^4}{r^3} \right) \cos 2\theta \right] \quad (16)$$

$$U_t = \frac{1-\nu^2}{E} \left[-\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(\frac{2a^2}{r} + \frac{a^4}{r^3} \right) \sin 2\theta \right] - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right) \left(-\frac{2a^2}{r} + \frac{a^4}{r^3} \right) \sin 2\theta \right] \quad (17)$$

이 연구에서는 $\sigma_y = -10 \text{ MPa}$, $E=30 \text{ GPa}$, $\nu=0.3$ 인 경우에 대하여 공동 벽면에서의 반경방향 변위 및 접선방향 변위를 (16), (17)식을 이용하여 구하고, 그 결과

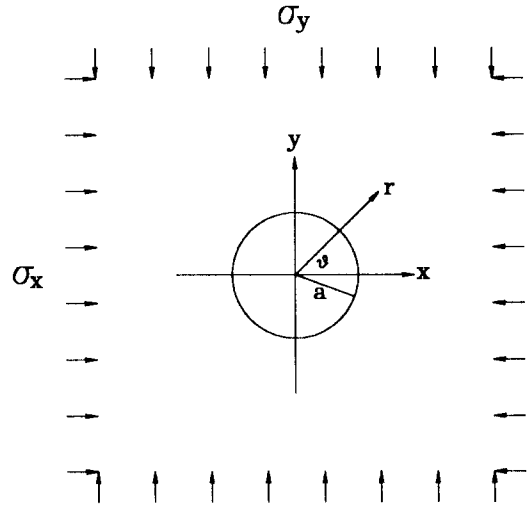


Fig. 6. Circular hole in the infinite plate.

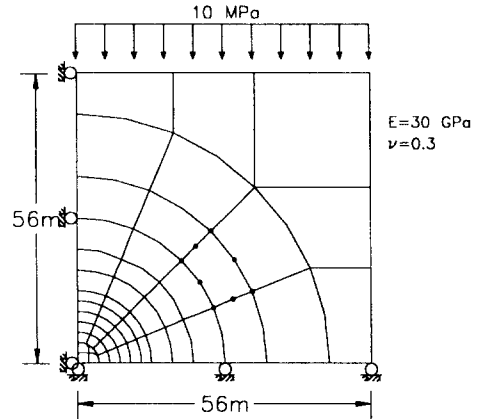


Fig. 7. Finite element mesh used for excavation analysis of circular hole.

를 구성한 유한요소 프로그램의 굴착기능을 이용하여 구한 값과 비교하였다. 유한요소 해석은 반경 4 m의 원형터널을 대상으로 하였으며 Fig. 7에 요소망을 나타내었다. 모델의 대칭성을 이용하여 전체 영역의 1/4만을 해석대상으로 하였다. 모델은 총 49개의 8절점요소로 구성되어 있으며 좌측 하부의 4개의 요소가 굴착되어지는 해석을 실시하였다. 그 결과를 Fig. 8에 나타내었다. 간단한 유한요소망을 이용하였지만 그림에서 보여 주듯이 이론치와 거의 일치하는 결과를 나타내었다. 그림에서 보여주는 약간의 오차는 분할 요소갯수가 많지 않고 모델경계가 터널 중심으로 부터 충분히 멀리 있기 때문에 나타나는 것으로 판단된다.

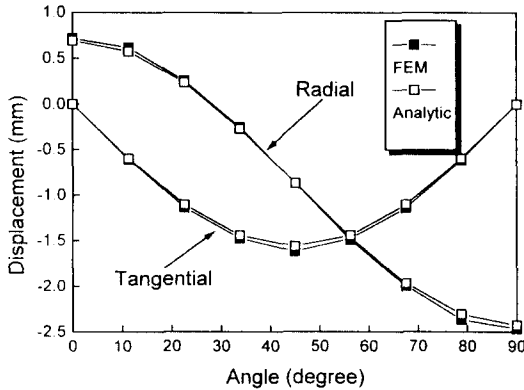


Fig. 8. Radial and tangential displacements along the boundary of the tunnel.

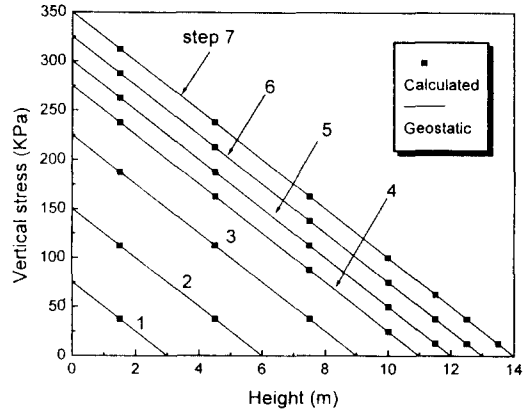


Fig. 10. Comparison of the calculated vertical stresses to the geostatic stresses.

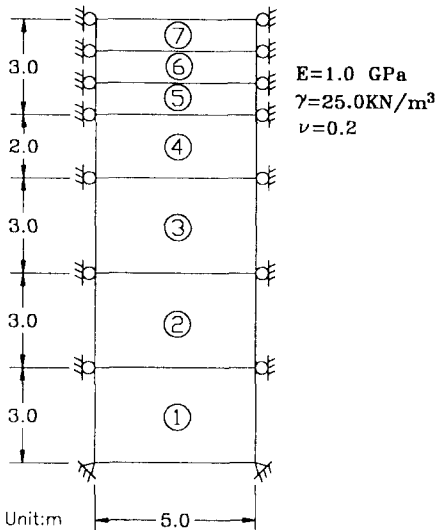


Fig. 9. One dimensional column used for simulation of element activation.

4.2 요소의 생성기능 검증

요소의 생성 기능을 검증하기 위하여 Fig. 9와 같은 7개의 4절점 요소로 구성된 일차원 모델을 선정하였다. 외력으로는 자중만이 작용하도록 하였다. 모델의 모습과 경계조건 그리고 물성은 그림에 나타낸 바와 같다. 1단계 해석에서는 1번 요소만이 존재하며 2단계에서는 1번과 2번 요소가 존재한다. 이와 같은 방법으로 마지막 7단계에서는 7개의 요소가 모두 존재하는 해석이 수행된다. 7단계 해석결과로 나타난 요소 중심에서의 수직응력을 단위중량과 높이를 곱하여 얻어진 이론적인 값과 비교하여 Fig. 10에 나타내었다. 그림에서 실선은 이론적으로 계산되어지는 수직응력을 표시하며 검은

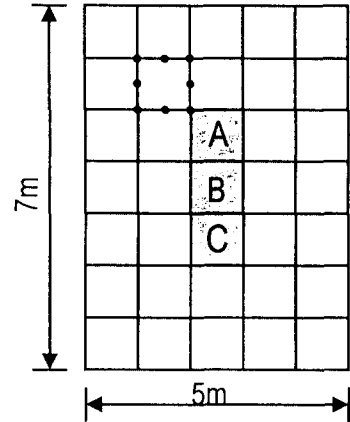


Fig. 11. Finite element mesh for sequential excavation.

사각형으로 표시된 것은 그 단계 해석에서 얻어진 요소 중심에서의 수직응력이다. 그림에서 보듯이 해석결과는 이론적인 결과와 정확히 일치하고 있음을 볼 수 있다.

4.3 최종 굴착변위 불변에 대한 검증

식(15)로 증명한 바와 같이 굴착단계 수에 관계없이 최종굴착변위는 일정하다는 것을 검증하기 위하여 Fig. 11과 같은 가로 5 m, 세로 7 m의 간단한 유한요소망을 이용하였다. 모델은 총 35개의 8절점요소로 구성되며 모델의 경계부에서는 수평 및 수직변위 모두 구속하였다. 해석에 이용된 입력자료로 탄성계수(E)는 3000 MPa, 포아송비 (nu)는 0.25를 가정하였으며 굴착이 이루어지기 전 모델에는 다음과 같은 초기응력이 균

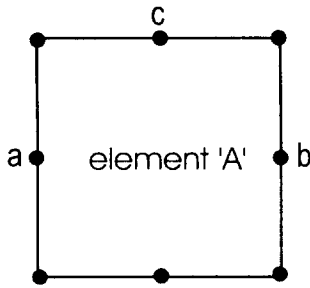


Fig. 12. Three nodes of element A.

Table 1. Incremental displacements obtained in three-step and single step analysis

excavation	node	Δu (m)	Δv (m)
1	a	0.278657E-2	-0.716051E-3
	b	-0.280746E-2	0.841315E-3
	c	0.759988E-3	-0.975565E-3
2	a	0.151745E-2	-0.535311E-3
	b	-0.841787E-3	0.512196E-3
	c	0.169306E-3	0.114675E-3
3	a	0.196914E-3	-0.651364E-4
	b	-0.936512E-4	0.197914E-3
	c	0.475691E-4	-0.253108E-4
single step	a	0.450094E-2	-0.131650E-2
	b	-0.374289E-2	0.155142E-2
	c	0.976863E-3	-0.886201E-3

Δu : horizontal component, Δv : vertical component

일하게 작용하고 있는 것으로 가정하였다.

$$\sigma_{x0} = -10\text{MPa}, \quad \sigma_{y0} = -5\text{MPa}, \quad \tau_{xy0} = 2\text{MPa}$$

A, B, C요소가 차례로 굴착되는 세 단계 굴착해석과 A, B, C요소가 동시에 굴착되는 단단계 해석을 실시하여 그 결과를 비교하였다. Fig. 12에 표시한 것과 같이 A요소 지점의 절점 a, b, c에서 발생한 각 해석단계의 증분변위의 합이 단단계 해석의 결과와 일치함을 보였다. 세 단계 굴착해석에서 얻어진 각 굴착단계에서의 증분변위는 Table 1과 같다. 세 단계 해석에서 얻어진 증분변위의 합은 단단계 해석 결과와 정확히 일치하였다.

5. 결 론

이 연구에서는 유한요소의 제거와 생성에 따라 모델 내 절점에서 발생하는 불평형력을 계산하고 이를 가상 외력으로하여 다음단계 해석을 수행함으로써 모델의 기하학적 형상변화에 기인한 탄성 및 비선형 거동의 해

석이 가능한 유한요소 해석프로그램을 개발하였다.

완성한 프로그램의 유한요소 생성 및 제거 기능을 검증하기 위하여 탄성모델을 대상으로 세 가지 형태의 검증 즉, 요소생성기능 검증, 요소제거기능 검증, 최종굴착변위 일정에 관한 검증을 실시하였고, 그 결과는 이론적 결과와 정확히 일치하였다. 이 연구에서 완성한 프로그램은 비선형 해석에 일반적으로 이용되는 형태의 증분 평형방정식에 기초하였기 때문에 탄성암반의 거동 뿐만아니라 탄소성 및 점탄소성과 같은 비선형 거동을 보이는 암반의 굴착 및 보강 해석용으로 손쉽게 변형시킬 수 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

1. Clough, G. W. and Woodward, R. J., 1967, Analysis of embankment stresses and deformations. J. Soil Mech. and Found. Div. Vol.93, pp.529-549.
2. Duncan, J. M. and Clough, W., 1971, Finite element analyses of Port Allen Lock. J. Soil Mech. and Found. Div. Vol.97, pp.1053-1068.
3. Chandrasekaran, V. S. and King, G. J. W., 1974, Simulation of excavation using finite elements. J. Geotech. Eng. Div., Vol.100, pp.1086-1089
4. Ishihara, K., 1970, Relations between process of cutting and uniqueness of solutions. Soils Found. Vol.10, pp.50-65
5. Christian, J. T. and Wong, I. H., 1973, Errors in simulating excavation in elastic media by finite elements. Soils Found. Vol.13, pp.1-10
6. Van Dillen, D., Fellner, R. W. and Dendrou, B., 1979, A two-dimensional finite element technique for modelling rock/structure interaction of a lined underground opening. 20th US symp. on Rock Mech., pp.251-258
7. Desai, C. S and Sargand, S., 1984, Hybrid FE procedure for soil-structure interaction. J. Geotech. Eng. Vol.110, pp.473-486
8. Ghaboussi, J., Hansmire, W. H. and Packer, H. W., 1983, Finite element simulation of tunneling over subways. J. Geotech. Eng. Vol.109, pp.318-334
9. Ghaboussi, J. and Pecknold, D. A., 1984, Incremental finite element analysis of geometrically altered structures, Int. J. for Num. Meth. in Eng., Vol.20, pp. 2051-2064.
10. Coyette, J. P. and Guisset, P., 1986, Elasto-Plastic analysis of underground excavation process by the finite element method. Proc. of Int. Symp. on LRC Vol.2, pp.1221-1234 Helsinki,

- Finland.
11. Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., 1989 The finite element method (4th Ed.) Vol.1 Basic formulation and linear problems, McGraw-Hill.