터널과 지하공간, 한국암반공학회
Vol. 6, 1996, pp. 234~238

TUNNEL & UNDERGROUND Vol. 6, 1996, pp. 234-238
J. of Korean Society for Rock Mech.

경험적 파괴조건식의 해석과 새로운 수식의 제안

박 철 환[1)]

Analysis of Empirical Failure Criteria and Suggestion of New Equation for Intact Rocks

Chulwhan Park

ABSTRACT Three empirical criteria of rock failure are analyzed in order to understand the meaning of coefficients. Transformation of equations is discussed to apply in the numerical analysis. New failure criterion for intact rocks is proposed in this study, which can be used directly in programming. New equation has the form of parabolic curve (α=0.5~1.0), and is based on Mohr's shear failure using data from triaxial tests. Its validity will be discussed in the next report.

1. 서 론

삼축압축상태에서 실험적으로 얻어지는 암석의 파괴강도 즉 최대주응력 (σ_1)의 크기는 봉압으로 주어지는 최소주응력(σ_3)에 비례하지만, 그 비례관계가 선형적이지 못하며, 암석마다 경향이 다르다. 많은 파괴조건이 이론적으로나 경험적으로 전개되어 왔지만 다양한 암석종류에 잘 맞는 이론은 아직도 없다.

Mohr는 전단파괴이론을 가정하여 파괴면에 작용하는 법선응력이 증가하면 파괴를 일으키는 전단응력도 증가하고, 그 관계는 실험적으로 규명되어져야 한다고 하였다. Navier에 의해 수정된 Coulomb이론에서는 파괴전단응력의 증가가 직선적이다. 그리고 Murrell 등에 의한 수정 Griffith이론은 이들 관계를 포물선식으로 표현하고 있다.[1,2)]

이러한 이론들은 σ-τ 좌표계에서 전단파괴를 기초로 하는데 반하여, 앞으로 소개되는 경험적 파괴경계조건식은 주응력으로 표시되어 있다.

오래 전 von Karman은 취성물질의 삼축압축시험에서 이들의 관계가 식 (1)과 같이 직선적으로 비례한다고 주장하였고, 1953년 미광무국은 10여종의 암석에 대하여 계수 k의 크기를 5~20으로 보고한 바 있다.[1)]

$$\frac{\sigma_1}{Sc} = 1 + k * \frac{\sigma_3}{Sc} \tag{1}$$

Bieniawski는 신선한 암석에서의 파괴조건을 식 (2)와 같이 제안하였다. 여기서 α의 크기는 모든 암종에서 0.75이며, B의 크기는 암석에 따라 3~5의 값을 갖는다.[3)]

$$\frac{\sigma_1}{Sc} = 1 + B(\frac{\sigma_3}{Sc})^{\alpha} \tag{2}$$

Hoek-Brown에 의하여 1980년 제안된 파괴조건은 다음 식 (3)과 같으며, α의 크기는 0.5, m의 크기는 암석에 따라 5~30 또는 그 이상의 값을 갖는다. 전자들의 제안식이 신선한 암석에 대한 파괴조건식인데 반하여, 여기서는 상수 s를 사용하여 현지암반에도 적용가능한 식으로 표현하고 있어 암반내 공동이나 터널의 설계에 많이 활용되고 있다.[4,5)]

$$\frac{\sigma_1}{Sc} = \frac{\sigma_3}{Sc} + (s + m\frac{\sigma_3}{Sc})^{\alpha} \tag{3}$$

1) 정회원, 한국자원연구소 자원개발연구부

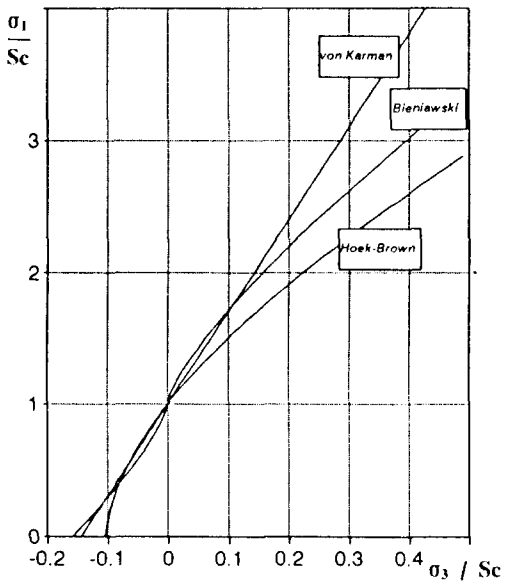

Fig. 1. Comparison of the 3 different failure criteria in sandstone.

그러나 이상의 식들은 σ_1-σ_3 좌표계에 표현하고 있어 설계에서 요구되는 전단강도(S_0) 및 내부마찰각(ϕ)을 직접 얻을 수 없다. 이러한 값은 σ-τ 좌표로 전환하여 유도되어야 하는데 많은 노력이 필요하다. 이러한 좌표 전환은 국내에서도 시도된 바 있으나 전단시험을 수행하여야만 접근 가능하다.[6]

본 연구에서는 삼축압축강도시험에서 이들 세식이 갖는 수식적 의미를 고찰하고, σ-τ 좌표계로 전환을 시도하였다. 또한 제안된 식들을 한개의 수식으로 표현가능한가를 제안하고자한다.

본 연구에서는 신선한 암석의 실험실 시험조건만 다루기로 하여, 식 (3)에서 계수 s의 크기는 1로 주어진다. 문헌을 통하여 제안된 수식들에서 언급한 암종에서 동일한 시료는 아니지만 사암에 대하여 각 값이 보고되었다. 따라서 세식을 비교하는데는 사암의 자료를 활용하며, 저자의 실험에 의한 해석은 추후 발표될 예정이다.

그림 1은 사암(k=7.0, B=4.0, m=9.6) 에 대하여 σ_3의 크기에 따른 σ_1의 변화를 세식으로부터 유도하여 동시에 도시한 것이다.

2. 파괴조건에서의 인장강도

앞에서 언급한 세 파괴조건식에서 직접인장시험조건

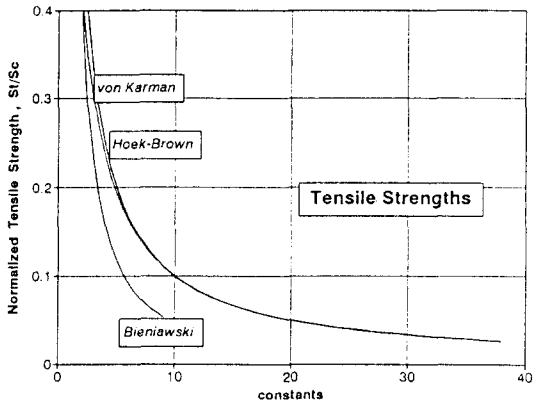

Fig. 2. Normalized tensile strengths in the 3 criteria.

(σ_3=-St, σ_1=0)으로부터 인장강도를 유도할 수 있는데 다음 식 (4) 및 (5), (6)과 같다.

$$St = Sc/k \tag{4}$$

$$St = Sc/(B)^{4/3} \tag{5}$$

$$St = Sc/2 * ((m^2+4)^{1/2} - m) \tag{6}$$

이들 식에서 각 정수의 크기에 따른 인장강도의 크기를 단축압축강도의 비로 표현하여 도시하면 그림 2와 같다. 그림에서 알 수 있듯이 첫째와 셋째 식에서 정수의 크기가 5 이상일 때 거의 같은 값을 보이고 있다. 실제 자료에서 B의 크기는 작은데 비하여, k와 m의 크기가 거의 6 이상이므로 이들 두식은 같은 식으로 볼 수 있다.

한편 간접인장시험의 대표적인 Brazilian test에서의 압축 및 인장강도의 관계는 σ_3=-St와 σ_1=3St의 조건으로 구할 수 있다. 이들의 관계는 Bieniawski의 조건에서는 식 (7)과 같고, Hoek-Brown의 조건에서는 식 (8)과 같이 표현된다.

$$0 = \left(\frac{Sc - 3\,St}{B.\,Sc}\right)^4 - \left(\frac{St}{Sc}\right)^3 \tag{7}$$

$$St = Sc/32 * ((m^2+64)^{1/2} - m) \tag{8}$$

Bieniawski의 파괴조건에서 식 (5)와 (7)을 이용하여 여러 암석의 인장강도를 얻을 수 있는데 크기는 표 1과 같다. 여기에서 알 수 있듯이 직접인장강도의 크기는 간접인장강도보다 크게 나타나며, B의 크기가 3일 때 약 2배이며, 취성도가 큰 경우 약 1.4배이다.

Hoek-Brown의 파괴조건식에서 특이한 것은 m의 값으로 이는 I_B=Sc/St로 정의되는 취성도의 크기와 거

Table 1. Normalized tensile strengths of rocks in Bieniawski's criterion

B	St/Sc for Direct Tension	St/Sc for Brazilian Test	Rock Types
3.0	0.231	0.124	siltstone, mudstone
4.0	0.157	0.099	sandstone
4.5	0.135	0.089	quartzite
5.0	0.117	0.081	norite

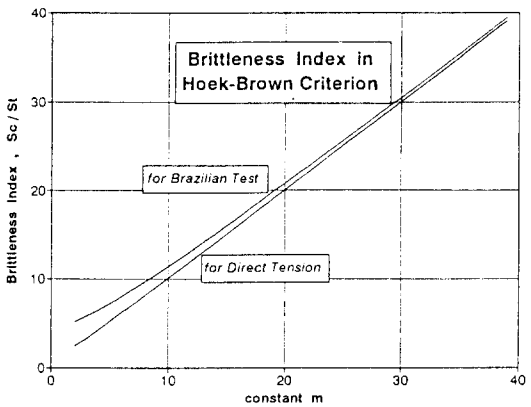

Fig. 3. The relations of brittleness index I_B and constant m.

의 같다. 그림 3은 이들 값의 관계를 잘 설명하고 있다. 식 (5)에서 m=10이면 I_B=10.2이며, m이 6보다 크면 2.7% 이내의 오차로 m=I_B이다. 이는 k로 표현된 식 (4)에서는 수식적으로 k=I_B이다.

이상의 식들로부터 인장강도를 유추하였는데 Bieniawski의 조건식에서는 인장강도가 큰 값으로 유도되었다. 계수 k와 m이 다같이 취성도의 의미를 갖고 있지만 k가 약 20까지 규명된 데 반하여, m은 화강암에서 32.7까지 얻어지고 있어 Hoek-Brown에 의한 인장강도는 보다 작은 값을 보인다.

3. 파괴조건의 좌표전환

터널 등의 지하공간을 설계하는 단계에서 안정성을 해석하는데 여러 종류의 수치해석 프로그램이 활용되고 있는데 이때 암반의 주요 자료는 인장 및 압축강도 외 순수전단강도와 내부마찰각이다. 앞의 두 자료는 확보하기가 어렵지는 않으나 후자의 경우는 그렇지 못하다. 이는 암석시료에 대한 전단강도시험을 통하여 얻을 수 있는데 시험이 까다롭고 비용이 많이 소요된다.

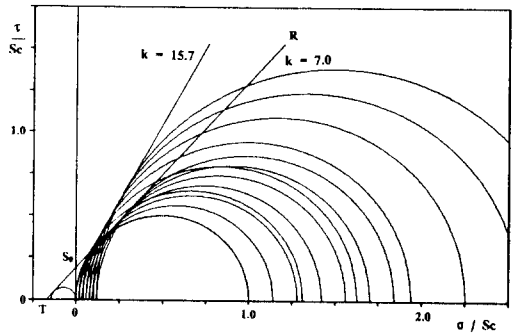

Fig. 4. Mohr's circles and envelopes in von Karman's criterion.

따라서 삼축압축강도시험을 통하여 얻어진 자료로부터 σ-τ 좌표계에 도시한 다음 이 값들을 유도하고 있다. 그러나 삼축시험도 시험비용과 제한된 시료량 때문에 많은 시험을 실시하지 않는 것이 현실이다. 이런 실정에서 앞에서 언급한 수식들을 이용하는 것이 매우 바람직하나 과연 어떠한 조건식이 가장 적합하느냐는 것은 미지수이다.

그러므로 이들 수식에서 얻어지는 삼축시험의 자료를 σ-τ 좌표계로 변환하여 Mohr의 응력원과 함께 해석하는 것이 의미있는 일이다. 제안된 세개의 경험식을 해석하는데 봉압은 단축압축강도의 0.02배부터 0.24배까지의 크기를 사용하였고 파괴강도는 각 수식으로부터 얻어지는 값이다.

3.1. von Karman의 파괴조건에서

이 파괴조건으로 얻어지는 파괴경계선은 매우 간단하다. 두번의 편미분을 통하여 이식에서 얻어지는 σ-τ 좌표계에서의 파괴조건식은 직선으로 표현된다. 어떤 암종에서 삼축시험을 통하여 얻어진 k값으로부터 얻고자 하는 두개의 물리량은 다음과 같다.

$$\tan(\phi) = 0.5 * (k-1)/\sqrt{k} \quad (9)$$

$$S_0 = 0.5 * Sc * (1-\sin\phi)/\cos\phi \quad (10)$$

그림 4는 k=7.0인 사암과 k=15.7인 편암에서 얻어지는 삼축시험결과 값을 Mohr의 응력원으로 표시한 그림이다. 여기에서 응력원들이 이루는 직선의 파괴경계식은 식 (9)와 (10)으로부터 다음과 같으며, 식 (5)에서 얻은 인장강도로 도시되는 응력원에도 접한다.

$$\tau = S_0 + \sigma * \tan \phi \qquad (11)$$

이는 Coulomb-Navier의 파괴조건과 일치하는 식으로 취성이 강한 물질에서는 잘 적용되는 조건으로 알려져 있다. 사암의 경우 직선의 파괴경계선은 R-S_0-T로 도시되며, 식 (10)에서도 알 수 있듯이 σ값에 따라 내부마찰각도 변하지 않는다. 다만 S_0-T 부분, 즉 인장응력에서는 경계조건이 유효한지 불분명하며, 특히 인장강도 부근에서는 Mohr의 파괴이론에 전혀 맞지 않는다.

3.2 Bieniawski의 파괴조건에서

이 파괴조건에서는 지수 α 때문에 수식으로 유도할 수 없다. 상수 B가 4.0인 사암에서 수식 (2)에서 얻어지는 주응력 크기로 Mohr의 응력원을 도시하면 그림 5와 같다. 이들 응력원들이 이루는 파괴경계선은 앞과 같이 직선적이지 못하다.

현장에서 단축압축강도와 한개의 삼축시험자료가 얻어졌을 때 Coulomb- Navier의 파괴조건에 의하여 직선식으로 해석한다면 그 결과는 3.1절에서 얻은 결과와 같게 된다. 그러나 삼축시험에서 봉압의 크기에 의하여 그 결과는 달라진다.

예를 들어 봉압의 크기가 0.04Sc일 때 파괴되는 최대주응력의 크기는 1.36Sc이며, 단축압축강도에 의한 응력원과의 공통접선으로 얻어지는 tan ϕ=1.33이다. 다시 0.24Sc의 큰 봉압에서 얻어지는 자료로부터 유도되는 직선의 기울기는 0.986으로 앞의 경우와 서로 30% 이상의 오차를 보인다. 두가지 예의 경우 순수전단강도의 크기도 25%이상의 오차를 갖는다.

또한 이러한 자료로 수정된 Griffith이론에 따라 포물선식으로 해석하더라도 봉압의 차이에 의한 결과의 변화는 마찬가지다. 다시 부언하면 내부마찰각 등의 파괴조건은 σ값에 따라 달라져 응용프로그램에 직접 활용될 수 없는 문제를 안고 있다. 실험을 통하여 얻어지는 자료는 이러한 경향을 갖고 있어[5,7,8] 실제 해석에 어려움을 겪는 것이 현실이다. 이상으로 설명한 오류는 다음에 소개될 Hoek-Brown의 파괴조건에서도 동일하게 설명된다.

그림 5에 R-S_i-T로 이루어진 파괴경계는 여러 응력원을 접하는 최적의 곡선으로, τ는 σ의 함수로 표시될 수 있으며, 직선으로 도시되는 σ의 1차식이나, 포물선이 되는 σ의 0.5차식이 아니다. 저자는 많은 시험연구를 통하여 지수의 크기가 0.5~1.0이 되는 곡선으로 수

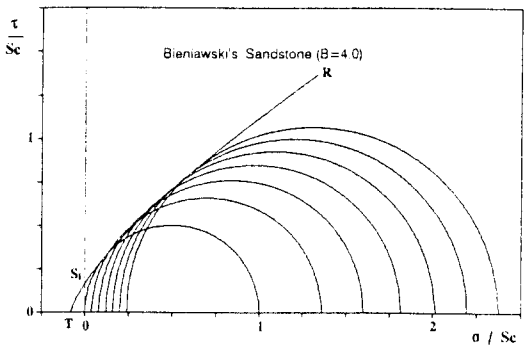

Fig. 5. Mohr's circles of sandstone in Bieniawski's cri-

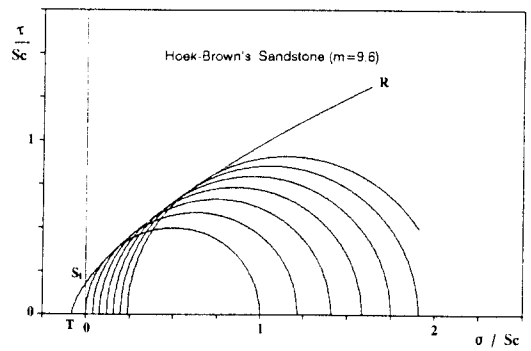

Fig. 6. Mohr's circles of sandstone in Hoek-Brown's criterion.

식화하여 좋은 결과를 얻을 수 있었다.[8,9] 이의 수식화는 직접 수행한 시험자료와 문헌 및 수식의 자료를 분석하여 다음 연구발표에 보고될 예정이다.

3.3 Hoek-Brown의 파괴조건에서

이 파괴조건은 Bieniawski의 조건보다 복잡한 형태의 식으로 표현되고 있어 수식으로 유도할 수 없다. 상수 m이 9.6인 사암에서 수식 (3)으로 얻어지는 주응력 크기로 Mohr의 응력원을 도시하면 그림 6과 같으며, 이들이 이루는 파괴경계선 또한 직선적이지 않다.

이 조건은 계수 s를 사용하여 신선한 암석의 해석 뿐만 아니라 현지암반에도 적용할 수 있어 앞의 두 조건보다 많이 활용되고 있다. 그러나 삼축시험의 자료를 Hoek-Brown의 조건으로만 해석하기에는 그 한계가 있다. 이를 언급하면,

첫째, 미광무국에서 수행한 사암에서의 삼축시험자료는 3.1절에서와 같은데 이 조건으로 해석하면 각각의 주응력으로부터 m의 크기는 13.4~20.6으로 변화폭이

크다. 3.2절에서 언급한 Bieniawski의 삼축자료도 변화폭은 작지만 18.4~14.8로서 다양하여 편차가 크다.

둘째, 다양한 m을 평균하여 사용한다 하더라도 전단파괴를 일으키는 경계의 (σ, τ) 값을 식 (3)으로 직접 얻을 수 없다.

4. 파괴조건식의 제안 및 결과검토

문헌을 통하여 잘 알려진 경험적 파괴조건식을 분석하여 얻어지는 인장강도의 크기는 이론에 따라 크게 달라진다. 이런 현상은 σ-τ 좌표계에서 해석된 파괴경계선도 σ값이 인장응력일 때 파괴를 일으키는 τ의 크기가 불분명한 것과 잘 일치한다. 인장강도 해석에 의하여 von Karman의 제안식에서 계수 k는 취성도 I_B와 같은 것이며, Hoek-Brown이 언급된 계수 m은 I_B와 거의 같다. 따라서 계수 k와 m은 같은 의미를 지니고 있음을 결론지을 수 있다.

이들 파괴조건은 주응력의 함수들로 구성되어 있는데 공학적 활용을 위하여 σ-τ 좌표계에서 표현되어야 한다. 이는 Mohr의 파괴이론, τ=f(σ)과도 잘 일치하는 것이다. 삼축압축강도시험으로 얻어진 자료들이 식 (1)과 같다면 이런 좌표전환은 큰 어려움이 따르지 않으며 조건식도 매우 간단히 표현된다.

그러나 많은 자료들이 식 (2) 또는 식 (3)과 같은 경향을 띠고 있어 좌표전환은 쉽지 않다. 그러므로 많은 자료를 통하여 제안된 이들 경계조건식들을 σ-τ 좌표계에서 포괄적으로 수용할 수 있는 수식이 요구된다. 이에 본 연구에서는 Mohr의 전단파괴론에 의거하여 다음과 같은 포괄적 수식을 제안한다.

$$\tau = B * (\sigma - T)^{\alpha} \qquad (12)$$

이식은 세개의 계수를 사용하고 있는데, 특정한 암석시료에서 파괴경계식을 유도하려면 단축압축강도와 인장강도 외에 최소한 1개의 삼축자료가 요구된다. 여기서 지수 α는 0.5~1.0의 크기를 가지며 범위를 벗어난 자료는 실험적 오류로 판단된다.

각 계수의 크기가 결정되면 특정 σ값에서 파괴경계의 τ값이 얻어지고, 미분식에서 내부마찰각을 얻을 수 있다. 또한 요소분할로 해석하는 응용프로그램에 본 수식을 입력자료로 활용한다면 각 요소의 파괴를 규정지을 수 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

1. Obert L. and W. I. Duvall, 1967; Rock mechanics and the design of structures in rock, Chap. 10
2. Murrell S. A. F., 1963; A criterion for brittle rock and concrete, Proc. 5th Symposium on Rock Mechanics.
3. Bieniawski Z. T., 1984; Rock mechanics design in mining and tunneling, Chap. 5 & 8.
4. Hoek E. and Brown E. T., 1980; Underground excavation in rock, Chap. 6.
5. Vutukuri V.S. and Katsuyama K.,1994; Introduction to rock mechanics, Chap. 3.
6. 양형식,1993; 파괴조건식의 변환과 적용연구, 터널과 지하공간, 제3권 제2호.
7. 박철환 외, 1994; 대구지하철 제2호선 구간 기반암의 역학적 특성 및 해석연구보고서, 한국자원연구소.
8. 박철환 외, 1995; 대전도시철도 제1호선 기본설계 연구보고서, 한국자원연구소.
9. 박연준 외, 1995; 에너지 절약형 지하 냉장 및 냉동저장 설계기술개발연구, 통상산업부.