

## 절리암반의 역학적 특성 분석을 위한 역해석 모델 개발

조태진<sup>1)</sup>

### Development of back-analysis model for determining the mechanical properties of jointed rock

Taechin Cho

**Abstract** Back analysis model, capable of calculating the mechanical properties and the in-situ stresses of jointed rock mass, was developed based on the inverse method using a continuum theory. Constitutive equation for the behavior of jointed rock contains two unknown parameters, elastic modulus of intact rock and stiffness of joint, hence algorithm which determines both parameters simultaneously cannot be established. To avoid algebraic difficulties elastic modulus of intact rock was assumed to be known, since the representative value of which would be quite easily determined. Then, the ratio ( $\beta$ ) of joint stiffness to elastic modulus of intact rock was assigned and back analysis for the behavior of jointed rock was carried-out. The value  $\beta$  was repeatedly modified until the elastic modulus from back analysis became very comparable to the predetermined value. The joint stiffness could be calculated by multiplying the ratio  $\beta$  to the final result of elastic modulus. Accuracy and reliability of back analysis procedure was successfully testified using a sample model simulating the underground opening in the jointed rock mass. Applicability of back analysis model for the underground excavation in practice was also verified by analyzing the mechanical properties of jointed rock in which underground oil storage cavern were under construction.

## 1. 서 론

암반구조물의 형태가 다양화되고 새로운 공법이 발달함에 따라 암반거동의 정확한 예측에 대한 필요성이 증가하였다. 이에따라 수치해석모델도 다양한 암반거동 특성을 반영할 수 있도록 개발되었으며, 암반구조물의 설계와 안전도 분석에 큰 공헌을 하였다. 그러나 모델링에 의한 암반거동 예측에는 실험적으로 측정하기 매우 어려운 입력자료들을 요구하는 경우가 매우 많기 때문에 비록 고도로 정교한 모델을 이용한 분석결과라도 실제 활용에 대한 신뢰성의 어려움이 제기되고 있다 (Bieniawski, 1984). 이와같은 문제점을 극복하고 실제 거동계측을 통한 현장암반의 특성계수 및 응력수준을 산정하기 위하여 역해석 기법이 제기되었다. 역해석 방

법에 대한 원리들이 Kavanagh(1973), Cividini *et al.* (1981) 등에 의해 연구되었으며, 역순법에 의거해 현장 암반의 탄성계수 및 응력분포를 수치해석적으로 분석할 수 있는 역해석 모델이 Sakurai(1983)에 의해 개발되었다. 역해석 기법은 암반의 소성거동(Ichikawa *et al.*, 1988) 및 점탄성거동(Wang *et al.*, 1988)으로 까지 영역이 확대되었다. 역해석 기법의 발달에 따라 활용대상 분야도 다양해져서 지하암반굴착(Sakurai and Takeuchi, 1983; Hasui *et al.*, 1986) 및 암반사면(Sakurai *et al.*, 1986; Hantz *et al.*, 1986)과 같은 구조물의 거동예측 뿐만 아니라 암반의 전단강도 (Romberg and Katzenbach, 1986), 현장재하시험

\* 1996년 1월 13일 접수

1) 정희원, 부산수산대학교 응용지질학과 교수

(Gioda *et al.*, 1988) 등에도 활용되고 있다.

지하 암반구조물의 안정적 설계 및 효율적 시공을 위해서는 공동설계 및 거동예측에 필요한 지질공학적 자료의 획득이 가장 중요하다. 현재 절리 등의 불연속면을 포함한 현장암반의 역학적 특성계수 및 응력상태에 대한 조사기법들이 다양하게 개발되어 신뢰성있는 분석결과를 제공하고 있다. 그러나 현장암반의 암석학적 특성과 구조적 양상 및 전체 거동에 큰 영향을 끼치는 불연속면의 속성이 지역적으로 매우 변화되기 때문에 제반 실험자료에 기초한 암반구조물의 거동은 예측하기 매우 어려운 실정이다. 이상과 같은 문제점을 극복하여 현장암반 특성에 적합한 지하구조물 및 지보체계 설계를 효율적으로 수행하기 위해서는 불연속면을 포함한 현장암반의 역학적 특성과 응력상태를 동시에 수치해석적으로 분석할 수 있는 역해석 모델의 개발이 절실하게 요구된다. 본 연구에서는 지하 암반구조물의 거동 예측에 필수적인 현장암반의 역학적 특성 및 응력상태를 규명하여 지하굴착에 대한 설계 및 지보체계 수립에 효율적으로 활용할 수 있는 역해석 기법을 제시하였다.

## 2. 이론적 고찰

역해석(back analysis)은 계측결과를 이용하여 현장암반의 역학적 특성 및 응력수준 등을 산정하는 기법이다. 기존에 정립된 역해석 기법들은 직접법 또는 역순법에 의거하여 전체암반의 물성분석에 초점을 두고 개발되었으며, 현장암반의 지질구조적 특성이 암반구조물의 거동에 미치는 영향 등에 대해서는 세부적인 고찰이 수행되지 못하였다. 본 연구에서는 현장암반에 발달된 불연속면, 특히 절리군의 방향성 및 역학적 특성 등이 고려될 수 있는 역해석 모델을 유한요소법을 이용하여 다음과 같이 개발하였다. 일차적으로 역순법에 의거하여 Sakurai(1993)가 개발한 역해석 이론을 기초로 한 역해석 기본모델을 개발하였다. 이차적으로 Gerrard and Pande(1985) 및 Cho *et al.*(1991)에 의해 수립된 절리암반의 연속체적 거동에 대한 수치해석 기법을 역해석 기본모델에 도입하여 불연속면의 공간적 속성과 역학적 특성이 고려될 수 있는 역해석 모델을 완성하였다.

Sakurai(1993)는 2차원 터널단면에 작용하는 현장 응력 3개 요소 ( $\sigma_{x0}$ ,  $\sigma_{y0}$ ,  $\tau_{xy0}$ )를 개별적으로 고찰하여 역

해석 분석을 수행할 수 있는 이론적 방법을 개발하였다. 원지반 응력  $\{\sigma_0\} = \{\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \tau_{xy0}\}^T$ 를 가정할 때 굴착 표면에 작용하는 등가절점력  $\{P_0\}$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\{P_0\} = \int_V [B]^T \{\sigma_0\} dv \quad (1)$$

여기서,

$[B]$ : 변형률 - 변위 행렬

$v$ : 굴착 부피

현장암반이 등방성의 선형 탄성거동을 나타낸다고 가정할 때 유한요소 절점에서의 변위  $\{u\}$ 는 암반의 강성행렬  $[K]$ 에 의하여 절점력과 다음의 관계를 갖는다.

$$\{P\} = [K] \{u\} = E_R [K^*] \{u\} \quad (2)$$

여기서,

$\{P\}$ : 절점력

$E_R$ : 암반탄성계수

$$[K] = \int_V [B]^T [E] [B] dv$$

$[E]$ : 암반변형행렬

암반의 탄성계수  $E_R$ 과 원지반 응력  $\{\sigma_0\}$ 가 해석영역에서 일정하다고 가정하면 관계식 (2)를 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$[K^*] \{u\} = \frac{1}{E_R} \{P\} = \frac{\sigma_{x0}}{E_R} \{P_1\} + \frac{\sigma_{y0}}{E_R} \{P_2\} + \frac{\tau_{xy0}}{E_R} \{P_3\} \quad (3)$$

여기서  $\{P_1\}$ ,  $\{P_2\}$ ,  $\{P_3\}$ 는 관계식 (1)에 의거한 절점력 산정과정에서 원지반 응력성분  $\sigma_{x0}$ ,  $\sigma_{y0}$ , 또는  $\tau_{xy0}$ 만을 각각 고려하여 계산된 벡터이다. 관계식 (3)에서  $\sigma_{x0}$ 만을 고려하여 ( $\sigma_{y0} = \tau_{xy0} = 0$ 으로 가정)  $\sigma_{x0}/E_R = 1$ 에 상응한 변위벡터  $\{u_x\}$ 를 아래의 관계식 (4)에서 구할 수 있다.

$$[K^*] \{u_x\} = \{P_1\} \quad (4)$$

동일한 방법으로  $\sigma_{y0}$  및  $\tau_{xy0}$ 만이 고려된 변위벡터  $\{u_y\}$ 와  $\{u_{xy}\}$ 를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$[K^*] \{u_y\} = \{P_2\} \quad (5)$$

$$[K^*] \{u_{xy}\} = \{P_3\} \quad (6)$$

원지반 응력 3개 성분의 영향이 복합된 변위벡터  $\{u\}$ 는 관계식 (4)-(6) 각각의 결과에 응력/탄성계수 비율을 곱하여 합산된 결과로 산정된다.

$$\begin{aligned} \{u\} &= \frac{\sigma_{x0}}{E_R} \{u_x\} + \frac{\sigma_{y0}}{E_R} \{u_y\} + \frac{\tau_{xy0}}{E_R} \{u_{xy}\} \\ &= \left[ \begin{matrix} \{u_x\} & \{u_y\} & \{u_{xy}\} \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} \sigma_{x0}/E_R \\ \sigma_{y0}/E_R \\ \tau_{xy0}/E_R \end{matrix} \right\} \\ &= [A] \{\bar{\sigma}_0\} \end{aligned} \quad (7)$$

관계식 (7)에 기술된  $\{u\}$ 는 해석영역 절점에서의 변위 벡터이며 터널 굴착현장에서 계측이 수행된 절점과 미 계측된 절점에서의 변위벡터  $\{u_1\}$  및  $\{u_2\}$ 로 분리할 수 있다. 또한  $\{u_x\}$ ,  $\{u_y\}$  및  $\{u_{xy}\}$  벡터도 계측수행성분에 해당된 부분만 선정하여  $[A_1]$ 으로 표시하면 계측변위  $\{u_1\}$ 에 대하여 다음의 관계식을 도출할 수 있다.

$$[A_1] \{\bar{\sigma}_0\} = \{u_1\} \quad (8)$$

관계식 (8)에 의거하여  $\{\bar{\sigma}_0\}$ 를 계산할 경우  $\{u_1\}$ 에 최소한 3개 이상의 계측변위가 포함되어야 하며 아래의 행렬식으로 풀이된다.

$$\{\bar{\sigma}_0\} = \left\{ \begin{matrix} \sigma_{x0}/E_R \\ \sigma_{y0}/E_R \\ \tau_{xy0}/E_R \end{matrix} \right\} = ([A_1]^T [A_1])^{-1} [A_1]^T \{u_1\} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_{xy} \end{pmatrix} \quad (9)$$

관계식 (9)의 2번째 항에는 4개의 미지변수가 존재하며, 최종 결과인 4번째 항에는 3개의 결과치만 도출된다. 미지변수의 수효를 감소시키기 위하여 원지반 수직응력  $\sigma_{y0}$ 를 상재하중에 대응하는 값으로, 또는 기타 적절한 방법으로 산정될 수 있는 수치로 대응시킨다.  $\sigma_{y0}/E_R = a_y$ 에서  $\sigma_{y0}$ 가 결정 되면 역해석 과정에서 산출된  $a_y$ 를 이용하여 탄성계수  $E_R = \sigma_{y0}/a_y$ 를 산정한다. 이후에 원지반 응력성분  $\sigma_{x0} = a_x \cdot E_R$ 과  $\tau_{xy0} = a_{xy} \cdot E_R$ 을 계산한다.

관계식 (2)-(9)에 기술된 역해석 이론은 일반적인 암반을 대상으로 개발되었으며, 절리와 같은 불연속면의 거동을 고려하기 위하여는 다음과 같은 사항들이 추가적으로 포함되어야 한다. 먼저 관계식 (2)에 기술된 강성행렬  $[K]$ 를 암반자체 및 불연속면의 강성도에 대한 행렬로 전환시켜야 한다. 절리암반의 연속체적 거동에 의거한 강성도를 계산하기 위하여 요구되는 전체암반의 변형 행렬  $[D]$ 를 Cho *et al.*(1991)이 제시한 다음의 관계식으로 표현할 수 있다.

$$[D] = ([E]^{-1} + \sum_i [C_i])^{-1} \quad (10)$$

여기서

$[E]$  : 암반의 변형 행렬

$[C_i]$  : i번째 절리군의 컴프라이언스 행렬

일반적인 암반거동에 대한 관계식 (2)의 강성행렬  $[K]$  구성에는 암반의 변형행렬  $[E]$ 만 이용되나, 절리암반거동을 기술하기 위하여는 절리면에서의 거동에 대한  $[C_i]$ 가 추가적으로 요구된다.  $[C_i]$ 는 i번째 절리군의 방향성, 간격( $S_i$ ), 법선 및 전단강성도( $k_{ni}$ ,  $k_{si}$ )를 이용하여 구성된다. 이와같이 서로 상이한 미지의 계수들을 조합하고 관계식 (10)에서와 같이 역행렬을 계산하여 전체 암반의 변형행렬  $[D]$ 를 산정하기 위하여 아래와 같은 사항들을 우선적으로 고려하였다. 먼저 원암이 역학적으로 등방성 거동을 나타낸다고 가정하면 암반변형행렬  $[E]$ 를 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$[E] = E_R [R] \quad (11)$$

여기서  $[R]$ 은 포아송 비( $\nu$ )만을 사용하여 구성되며, 변형률 조건에 따라 일반적인 역해석 수행과정에서와 마찬가지로 특정값을 가정할 수 있다. 따라서 관계식 (11)에서의 유일한 미지계수는 암반탄성계수  $E_R$ 이다.

Elliott *et al.*(1985)은 화강암에 발달된 자연절리를 이용하여 법선 강성도를 측정하였으며, Mäki(1985)는 사암, 규암 등 6개 암종의 전단 강성도를 조사하였다. 법선 강성도의 경우 절리 상하면의 물림(mating) 상태 및 이에 따른 법선변위 허용범위에 따라 크게 좌우되며, 마찬가지로 법선응력 및 절리간극(aperture)의 크기가 전단 강성도에 큰 영향을 끼치는 것으로 고찰되었다. 특히 동일 암종에서 강성도를 산정하는 방법에 따라 최대 10배 이상의 변화를 나타내었다. 전단 강성도의 경우 응력-변위 곡선의 초기 부분에서 산정할수록 높게 나타나며, 시료의 크기 및 변위 측정방법에 의해서도 매우 변화되어 최대 190 GPa/m를 상회하는 측정치가 도출되기도 하였다(Mäki, 1985). 이와같은 최대값은 Detournay(1980)가 화강암의 인공절리를 이용하여 측정된 법선 강성도 68.4 GPa/m를 훨씬 상회하고 있다. 다양한 암종에 대한 절리 실험결과들이 개별적으로 조사되어 Kulhawy(1975)에 수록된 전단 강성도와 Bandis *et al.*(1983)에 수록된 법선 강성도는 암종에 따라서 상당한 차이를 나타내기도 하지만, Yoshinaka

and Yamabe(1986)가 응회암을 이용하여 측정된 결과에 의거하면 전단 강성도가 법선 강성도보다 약간 작게 나타나고 있다. 일반적으로 절리면의 법선 강성도는 실험 방법상 법선응력을 증가시키면서 측정되어 전단강도보다 높은 값을 나타내지만, 역해석의 대상지역인 굴착부 주위의 암반에서는 굴착에 의한 응력해방 및 주변 암반의 이완 작용에 따른 법선응력의 감소가 예상되어 실제 거동에 작용되는 법선 강성도는 저하될 것으로 사료된다. 또한 Mäki(1985)의 지적대로 전단 강성도는 산정 방법에 따라 10배 이상 증가될 수 있기 때문에 역해석 과정에서 전단 강성도와 법선 강성도가 동일한 것으로 가정될 수 있을 것으로 사료되며, 이 경우에 절리군의 컴플라이언스 행렬은 다음의 식으로 표현된다.

$$\sum_i [C_i] = \sum_i \frac{1}{S_i k_{si}} [J_i] \quad (12)$$

절리거동에 대한 관계식 (12)에서  $[J_i]$ 는 현장관측이 가능한  $i$ 번째 절리군의 방향성에 관계되는 행렬이다 (Cho *et al.*, 1991 참조). 또한 절리간격( $S_i$ )도 현장조사를 통하여 측정될 수 있어서 절리거동 해석의 경우에도 유일한 미지계수는 전단 강성도  $k_{si}$ 이다. 한편, 역해석 대상지역에  $n$ 개의 절리군이 존재하는 경우 각 절리군에서의 전단강성도  $k_{si}$ 를 개별적으로 분석하기는 해석 기법상 매우 곤란하다. 본 연구에서는 해석 대상지역의 동일 암종내에서 절리강성도는 절리군에 관계없이 일정하다( $k_s$ )는 전제하에 역해석 이론을 전개하였다. 이에 따라 관계식 (10)에서의 컴플라이언스를 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\sum_i [C_i] = \frac{1}{k_s} \sum_i \frac{1}{S_i} [J_i] \quad (13)$$

관계식 (11)과 (13)을 이용하여 전체암반의 변형행렬  $[D]$ 를 산정할 때 2개의 미지계수  $E_R$ 과  $k_s$ 가 독립적으로 존재하는 한 관계식 (10)에서의 역행렬 계산이 불가능하여  $[D]$  산정에 문제점이 발생된다. 이 문제점을 해결하기 위하여  $E_R$ 과 단위절리 간격이 곱하여진  $k_s$ 간의 관계를 설정하면( $k_s \cdot 1 \text{ m} = \beta \cdot E_R$ ) 관계식 (10)의 계산을 다음 방법으로 수행할 수 있다.

$$[D] = E_R([R]^{-1} + \frac{1}{\beta} \sum_i [C_i])^{-1} \quad (14)$$

관계식 (14)에 의거하여 산정된 변형행렬  $[D]$ 를 이용한

연속체 절리암반의 역해석 과정은 관계식 (3)-(9)에 의거한 일반적인 암반의 경우와 동일하게 수행되며, 최종 단계에서  $k_s = \beta E_R$ 에 의거하여 절리면의 강성도가 산정된다.

### 3. 역해석 모델

굴착에 의해 유발된 지하공동의 거동을 수치해석적으로 분석하기 위하여는 굴착 이전에 존재하던 암반에 의해 지지되던 응력을 정확하게 산정하여야 한다. 지하공동의 기하학적 특성과 현장응력의 방향성을 고려하여 공동 표면에 대한 유한요소망에서의 등가 절점력을 산출할 수 있는 유한요소모델 EXCLOAD를 일차적으로 개발하였다. EXCLOAD에서는 굴착 영역에 대한 유한요소망을 구성하여 지하공동 표면에서의 등가 절점력을 관계식 (1)에 의거하여 계산한다. 현장응력 상태가 조사된 경우에는 실제 절점력을 산정하여 수치해석 분석에 활용할 수 있으며, 역해석의 경우에는 현장응력 성분에 대한 명목상의 절점력을 산정할 수 있도록 하였다. 특히, 굴착영역에 대한 유한요소망에서의 절점과 역해석에 이용될 유한요소망에서의 절점위치를 일치시켜 EXCLOAD 결과를 직접 역해석에 활용시킬 수 있도록 고안하였다.

일반 암반에 대한 역해석 모델 BAR을 관계식 (2)-(9)에 기술된 알고리즘에 기초하여 개발하였다. BAR은 절리암반 거동에 대한 역해석 모델의 기본모델로 개발되었으며, 일반적인 암반에 굴착된 지하공동의 거동에 대한 역해석을 수행할 수 있다. BAR의 정확성을 검증하기 위하여 Fig. 1에 도시된 예제적 모형을 설정하였다. 일차적으로 암반의 탄성계수와 현장응력을 Fig. 1에 수록된 바와 같이 가정하고 기존에 개발된 유한요소 모델을 이용하여 요소 절점에서의 변위를 산정하였다. 굴착 경계부 절점에서 산정된 변위들을 BAR의 입력자료로 활용하여 역해석에 의한 탄성계수와 현장응력을 산정하였다. Fig. 1에 도시된 A, B, C 3개 절점에서 산정된 변위값을 이용하여 역해석으로 추정된 탄성계수와 현장응력은 초기의 유한요소해석에서 가정된 수치들과 정확하게 일치하였다. 한편, 관계식 (8)에서  $\{\sigma_0\}$  행렬이 3개항으로 구성되어  $\{u_i\}$ 에 최소 3개의 계측변위가 설정되면 이론적으로 역해석이 가능하나, 현장응력과 굴착면의 방향성에 따라서 관계식 (9)에서의

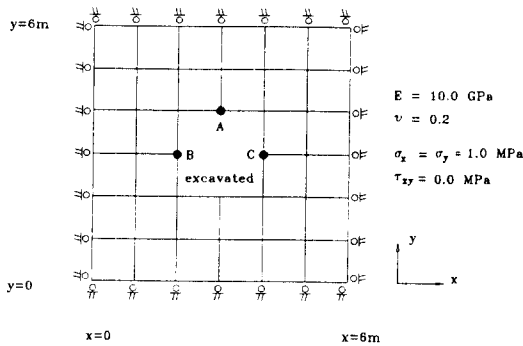


Fig. 1. Simplified Model of Underground Excavation.

Table 1. Results of back analysis for the case of different Poisson's ratios

$\nu$	E (GPa)	$\sigma_x$ (MPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$\tau_{xy}$ (MPa)
0.15	9.913	1.0	1.0	0.0
0.16	9.938	1.0	1.0	0.0
0.17	9.960	1.0	1.0	0.0
0.18	9.978	1.0	1.0	0.0
0.19	9.991	1.0	1.0	0.0
0.20	10.000	1.0	1.0	0.0
0.21	10.004	1.0	1.0	0.0
0.22	10.003	1.0	1.0	0.0
0.23	9.996	1.0	1.0	0.0
0.24	9.983	1.0	1.0	0.0
0.25	9.964	1.0	1.0	0.0
0.26	9.937	1.0	1.0	0.0
0.27	9.902	1.0	1.0	0.0
0.28	9.859	1.0	1.0	0.0
0.29	9.806	1.0	1.0	0.0
0.30	9.743	1.0	1.0	0.0

[A]<sub>i</sub>]<sup>T</sup>[A]<sub>i</sub> 행렬이 singular가 될 수 있는 수치해석상의 문제점이 도출되기도 한다. 그러나, 계측변위 측정지점을 변화시키거나 측정지점 수효를 증가시켜 위와같은 경우만 초래되지 않을 때에는 계측지점 수효에 관계없이 정확한 역해석이 수행되었다.

암반 거동에 대한 역해석을 수행할 경우 포아송 비 ( $\nu$ )는 일반적으로 0.2로 가정되며, 별도의 실험에 의해 측정되지 않을 경우 대표적인 값으로 인정되고 있다. 본 연구에서는 포아송 비 가정( $\nu=0.2$ )의 타당성을 고찰하기 위하여 Fig. 1 모형을 이용한 다음과 같은 분석을 수행하였다. 먼저 Fig. 1에 수록된 현장응력 및 탄성계수를 기준 입력자료로 사용하여 유한요소모형을 이용하여 굴착면 절점에서의 변위를 계산하였다. 이때 포아송 비는 현장암반에서 나타날 수 있는 범위 0.15~0.30에

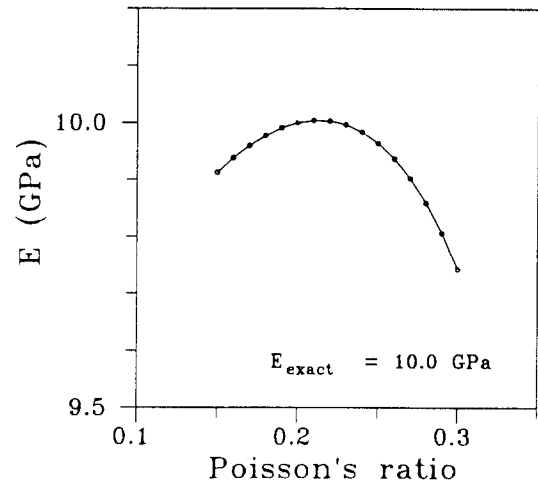


Fig. 2. Variation of modulus of elasticity for different Poisson's ratios

서 0.01씩 변화시켰다. Fig. 1에 도시된 3개 절점 A, B, C에서 계산된 6개 변위를 입력자료로 활용하여 BAR를 이용한( $\nu=0.2$ 로 가정) 역해석을 수행하였다. 역해석으로 추정된 탄성계수는 모델암반의 포아송 비 변화에 따라 약간의 차이가 나타났으나(Table 1, Fig. 2 참조), 현장응력의 경우에는 초기에 가정된 응력치들과 일치된 결과들이 산정되었다. Fig. 2에 도시된 탄성계수 변화를 고찰할 때 역해석에서 가정된 포아송 비가 모델암반의 포아송 비에 일치할수록 탄성계수값이 최대치에 접근하며 정확도가 증가하고 있다. 즉, 실제암반과 역해석에서 가정된 포아송 비의 차이가 클 때는 실제 탄성계수 E 보다 작은 값이 산정된다. 한편  $0.19 \leq \nu_{\text{exact}} \leq 0.23$ 에서 역해석으로 추정된 E의 오차가 0.1% 이내이며(Table 1 참조),  $0.15 \leq \nu_{\text{exact}} \leq 0.27$ 에서의 오차도 1% 이하로 상당히 정확한 탄성계수값을 도출하고 있다. 결과적으로 역해석 수행과정에서의  $\nu=0.2$  가정은 타당성이 매우 높다고 사료된다.

암반거동에 대한 역해석 모델 BAR에 기초하여 절리 거동 특성을 고려할 수 있는 역해석 모델 BAJ를 개발하였다. 절리를 포함한 전체암반의 거동을 연속체적 개념에서 고찰하였으며, 관계식 (10)에 기술된 변형행렬을 산정하여 절리암반의 역학적 거동 특성을 분석하였다. 먼저, BAJ의 정확도를 검증하기 위하여 Fig. 1에 도시된 암반굴착 모형에 1개 절리군을 내재시켜 절리암반 모형을 설정하였다. 절리군의 간격은  $S=1.0$  m, 전

단강성도  $k_s=1000$  GPa/m, 경사각 $\theta=0.0^\circ$ 로 가정하였다. EXCLOAD를 사용하여 절리압반 모형의 중앙부 굴착에 의한 등가 절점력을 산정한 후, 기존에 개발된 연속체적 절리압반 모델(Cho *et al.*, 1991)을 사용하여 절점 변위를 계산하였다. 유한요소망의 절점 A, B, C (Fig. 1 참조)에서 산정된 변위를 역해석 모델 BAJ의 입력자료로 이용하여 압반 탄성계수( $E_R$ ), 절리 전단강성도( $k_s$ ) 및 현장응력을 산정하였다. 이 경우 BAJ의 정확도가 검증될 수 있도록  $E_R$ 과  $k_s$ 관계를 결정하는  $\beta=100$ 을 역해석에 사용하였다. 수평절리군( $\theta=0.0^\circ$ )을 내재시켰을 때 BAJ를 이용한 역해석 결과는 절리모형에서 변위산정을 위해 가정된 절리압반의 특성계수 및 현장응력과 정확히 일치하였다. 절리모형에 내재된 절리군을 회전시켜 경사각을  $30.0^\circ$ 로 가정하였을 때에도 압반 탄성계수와 전단강성도가 정확하게 산정되었다. 현장응력의 경우에는 법선응력  $\sigma_x$ 와  $\sigma_y$ 는 모형 설정치인 1.0 MPa과 일치하였으나(Fig. 1 참조), 전단응력은  $\tau_{xy}=0.335 \times 10^{-3}$  MPa로 법선응력에 비해 미세한 응력이 존재하는 것으로 역해석되었다. 이와같은 수치해석상의 오차는 절리압반 모델에서 산정된 절점 변위를 BAJ에 입력하는 과정에서 발생된 round-off 오차에 기인된 것으로 사료되며, 전단응력의 크기가 법선응력  $\sigma_x=\sigma_y=1.0$  MPa에 비해 매우 미약하여(0.1% 이하) 역해석 모델 BAJ의 정확도는 검증되었다고 사료된다.

절리압반 거동에 대한 역해석 모델 BAJ는 관계식 (14)에 기술된 절리압반의 연속체적 변형행렬 [D] 산정에 이론적 근거를 두고 있다. 분석대상 절리압반의 [D]를 산정하여 역해석을 수행하기 위해서는 원암의 탄성계수와 절리 강성도 크기 비율인  $\beta$ 가 역해석 수행전에 결정되어야 하며, 아이러니컬하게도  $E_R$  및  $k_s$ 는 역해석에 의해서 산정되어야 하는 결과들이다. 이와같은 모순점을 극복하고 BAJ를 이용하여 정확한  $E_R$  및  $k_s$ 를 산정하기 위한 알고리즘을 정립하기 위하여  $\beta$ 에 대한 다음과 같은 고찰을 수행하였다. 관계식 (14)에서 역해석 대상 절리압반의 변형행렬 [D]가 고유한 크기를 갖는다고 가정하면 압반 자체의 탄성계수  $E_R$ 은  $k_s$ , 즉  $\beta$  값에 따라 가변적으로 변화한다.  $\beta$ 가 매우 작게 가정될 경우  $E_R$ 은 크게 산정되며, 절리의 전단 강성도를 매우 크게 가정할 경우에는  $E_R$ 이 감소되어 산정된다. 한편, 관계식 (14)에 근거할 때  $\beta$ 가 일정 한도 이상 증가될 경우 변형행렬 [D] 산정에 미치는 영향이 감소되기 때문에  $E_R$ 은 일정 크기로 수렴될 것으로 예상된다. 이상과 같

은 고찰은 Fig. 1에 도시된 절리압반 모형에 대한 다음과 같은 역해석을 수행하여 확인될 수 있다. 압반에 발달된 절리의 경사를  $30^\circ$ 로 가정하였으며, 절리의 전단강성도가 원암 탄성계수의 0.01, 1.0 및 100배인 경우 각각에 대하여 역해석 수행시 가정된  $\beta$  값에 따라 산정된  $E_R$ 을 Table 2에 수록하였다. 각 경우에서  $\beta$ 가 크게 가정될수록 역해석에서 산정되는  $E_R$ 은 감소하여 궁극적으로 수렴되나, 감소 양상 및 최종 수렴값은 경우별로 차이를 나타낸다. 특히, 절리 전단강성이 매우 미약하여  $k_s=0.01E_R(\beta_{\text{exact}}=0.01)$ 인 경우 가정된  $\beta$ 가  $\beta_{\text{exact}}$ 보다 매우 작아지면 수치해석 과정이 불안정하게 되어 수렴응력이 인장력을 나타내며 산정된  $E_R$ 도 일반적인 변화양상과 상이하게 감소되어진다.  $\beta$ 가  $\beta_{\text{exact}}$ 보다 크게 가정될 경우  $E_R$ 은 감소하여 실제값 10.0 GPa 보다 매우 저하된 수렴치를 나타낸다.  $\beta_{\text{exact}}=1.0$ 인 경우에는  $\beta$ 를 과도하게 가정하여도 역해석상 수렴되는  $E_R$ 값은 6.24 GPa로 실제값에 상당히 근접되며,  $\beta_{\text{exact}}=100$ 일 때에는 위에서 이론적으로 예측한 바와 같이 실제값과

Table 2. Variation of  $E_R$  with respect to  $\beta$

$\beta$	$E_R$ (GPa)	$\sigma_h$ (MPa)
$\beta_{\text{exact}}=0.01$		
0.00001	0.839	1.509
0.0001	7.892	1.321
0.001	35.175	0.163
0.01	10.197	1.052
0.1	1.369	0.885
1.	0.307	0.559
10.	0.190	0.450
100.	0.178	0.436
1000.	0.177	0.435
$\beta_{\text{exact}}=1.0$		
0.001	258.6	2.529
0.01	145.4	2.341
0.1	34.74	1.645
1.	10.12	1.021
10.	6.657	0.833
100.	6.278	0.809
1000.	6.240	0.807
$\beta_{\text{exact}}=100.0$		
0.1	48.623	1.890
1.	15.623	1.235
10.	10.562	1.027
100.	10.000	1.000
1000.	9.943	0.997
10000.	9.937	0.997
100000.	9.937	0.997

거의 동일한 수렴치를 보여준다. 이상과 같은 결과에 의거할 때 절리 강성도가 최소한 암반의 탄성 계수 이상일 경우에는  $\beta$ 를 증가시켜 수렴되는  $E_R$ 을 원암의 탄성계수로 간주할 수도 있다. 그러나, 현장암반 및 절리의 역학적 특성계수에 대한 직접적인 측정이 수행되지 않았을 경우  $\beta_{\text{exact}}$ 를 확신할 수 없기 때문에  $E_R$  수렴치에 해당되는  $\beta$ 의 범위가 매우 넓으며, 따라서  $k_n = \beta E_R$  관계에 의해 산정되는 절리 강성도가  $\beta$  선정에 과도하게 좌우된다. 또한 현장암반의 절리 강성도가 매우 낮을 경우에는 역해석에서 수렴된  $E_R$ 이 실제 탄성계수에 비해 매우 감소되어 산정되기 때문에 정확한  $E_R$  추정치에 매우 곤란하다.

절리 강성도는 절리면이 내재된 모암의 역학적 특성뿐만 아니라 절리표면의 상태 및 응력조건 등에 따라가변적으로 변화한다. Ouyang and Elsworth(1993)는 원암과 현장암반의 탄성계수 비율(변형률 감소율,  $R_m$ )에 대한 다음과 같은 관계식을 제시하였다.

$$R_m = E_m/E = \frac{1+B/S}{1+E/S k_n} \quad (15)$$

여기서,

$E_m$ : 현장암반의 탄성계수

$E$ : 원암의 탄성계수

$B$ : 절리 간극

$S$ : 절리 간격

$k_n$ : 절리 법선 강성도

현장암반에 균열이 매우 발달되어 있고 틈새가 상당한 정도로 벌어져 있는 극단적인 경우 이외에는  $B/S$ 비율이 단위 크기보다 매우 작게 예상되기 때문에( $B/S \ll 1$ ) 관계식 (15)에서  $B/S$ 항을 제거하여 다음의 관계식을 도출할 수 있다.

$$k_n = \frac{R_m E}{S(1-R_m)} \quad (16)$$

일반적으로 현장암반의 탄성 변형률은 원암에 비해 약 1/5정도인 것으로 알려져 있으나, 거제도 화강암체의 변형률 감소율을 암반분류법 및 탄성과 속도 측정에 의거해 분석한 결과 지하심도 30 m-400 m에서  $0.1 \leq R_m \leq 0.9$ 의 광범위한 변화폭을 나타내고 있다(조와 김, 1995). 절리 간격이  $0.1 \text{ m} \leq S \leq 1.0 \text{ m}$  사이에서 변화된다고 가정하면 변형률 감소율  $0.1 \leq R_m \leq 0.9$ 를 만족시키기 위한  $k_n/E$  비율은 대략  $0.1 \leq k_n/E \leq 30$ 으로 계산된다.

Bandis *et al.*(1983)은 slate, dolerite, limestone, siltstone, sandstone의 탄성계수 및 절리 강성도를 측정하였다. 전단 실험시 암종별 시료의 풍화도, JRC, 상하 절리면의 접촉 정도(예: interlocked, mismatched)를 고려하여 하중 주기에 따른 강성도 변화를 측정하였다. 법선응력이 높고 절리면의 JRC가 클수록 측정된 법선 강성도의 변화폭이 증가하였으며, 주기적인 하중이 반복됨에 따라 미세 절리구조가 파괴되어 절리면내에 개폐될 수 있는 간격(maximum closure,  $V_m$ )이 감소되어 법선 강성도가 증가하였다. 5개 암종에서 일반적으로 법선 강성도와 탄성계수와의 비율( $k_n/E$ )은 신선한 암반의 경우 초기 하중주기에는 0.5를, 이후에는  $k_n$  증가에 따라 2-3정도인 것으로 조사되었다. 암반이 매우 풍화된 경우에는 초기 하중일 때 1/8정도까지도 감소되나 이후에는 0.7~1.2사이의 비율을 나타내었다. Elliott *et al.*(1985)은 화강암에 발달된 자연절리를 이용하여 법선 강성도를 측정하였으며, Detournay(1980) 등이 화강섬록암 및 화강암의 인공절리에서 측정된 강성도 자료를 제시하였다. 이들 암종의 경우에도 응력 증가에 따라 법선 강성도가 증가하였으며, Kulhawy(1975) 논문에서 수록된 동일 암종의 탄성계수와 비교할 때 대체적으로  $k_n/E=1.0$ 정도를 나타내고 있다. 이상의 결과들을 종합적으로 고찰할 때 역해석 과정에서 절리암반의 실제적 거동은 특수한 경우를 제외하고는  $0.1 \leq \beta (=k_n/E) \leq 10$ 사이에서 분석 가능할 것으로 고찰된다.

현장암반의 실제적  $k_n/E_R$  비율로 추정된  $0.1 \leq \beta_{\text{exact}} \leq 10.0$ 에서  $\beta$ 에 따른  $E_R$ 의 변화 양상을 고찰하기 위하여 Fig. 1에 도시된 절리암반 모형을 사용하여 다음과 같은 역해석을 수행하였다. 암반에 2개 절리군을 내재시켰다. 절리 경사는  $0^\circ$  및  $30^\circ$ 로 가정하였고, 절리간격은 각각 1 m로 설정하였다. 또한 현장응력은  $\sigma_x=0.5 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_y=1.0 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{xy}=0.0 \text{ MPa}$ 로 가정하였다. 역해석 과정에서  $\beta$ 를 0.001~1000.0 범위에서 변화시켜 산정된  $E_R$  및  $k_n (= \beta E_R)$ 을 Fig. 3에 도시하였다. 절리암반의 실제  $k_n/E_R$  비율에 관계없이 역해석에서 산정된  $E_R$ 과  $k_n$ 은  $\beta$ 에 따라 상반된 변화를 나타낸다.  $\beta$ 가 과도하게 설정된 경우  $E_R$ 은  $\beta_{\text{exact}}$ 에 따른 특성치로 수렴되며, 이때  $k_n (= \beta \cdot E_R)$ 은 무한대 방향으로 발산하게 된다.  $\beta$ 가 매우 작게 가정된 경우에는  $E_R$ 이 발산하며, 반대로  $k_n$ 은 수렴하는 양상을 보여준다. 한편 절리암반의 실제 거동특성으로 추정된  $0.1 \leq \beta \leq 10.0$ 구간에서는  $E_R$  또는  $k_n$ 가 특정값으로 수렴되지 않고  $\beta$ 에 따라 변화되고

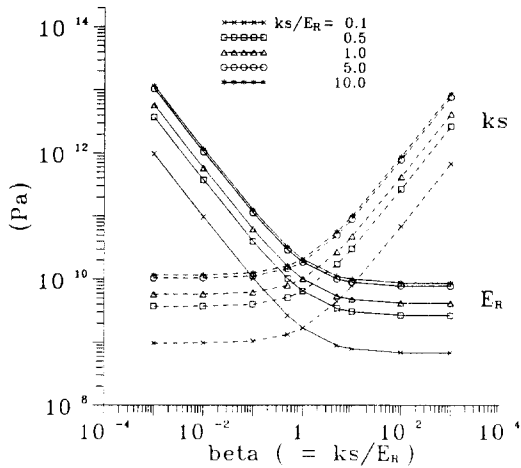


Fig. 3. Variations of  $E_R$  and  $k_s$  with respect to  $\beta$ .

있다. 결과적으로 절리암반의  $\beta$ 를 가정하여 암반의 탄성계수  $E_R$  및 전단강성도  $k_s$ 를 추정하는 방법론은 Fig. 3에 나타난 바와 같이  $0.1 \leq \beta \leq 10.0$  구간에서의  $E_R$  또는  $k_s$  변화폭이 제한되어 있기는 하나 역해석에서의 정확도를 만족시키기에는 매우 큰 오차를 발생시키는 한계성에 의해 적절한 방법으로서의 채택 가능성이 매우 희박하다. 따라서 역해석 수행 이전에 현장암반의 탄성계수 또는 절리 강성도가 조사되어야 정확한 분석이 가능하다. 일반적으로 동일 암종의 탄성계수  $E_R$ 은 절리 강성도에 비해 지역적인 변화 정도가 심하지 않고 계수 측정도 비교적 용이하게 수행될 수 있다. 이와같은 사항들을 고려하여 절리암반의 역해석 과정을 다음과 같이 설정할 수 있다. 일차적으로 암종이 확인된 현장암반의 탄성계수  $E_R$ 을 직접실험에 의하거나 기존에 측정된 자료를 조사하여 결정한다. 포아송 비도 조사 가능한 경우 실측결과를 이용한다. 역해석 수행과정에서 산정된 탄성계수( $E$ )가 조사된  $E_R$ 에 접근하도록  $\beta$ 를 변화시켜 반복 산정한다. 역해석에서 산정된  $E$ 와  $E_R$ 의 차이가 허용오차 이내라고 판단되면 역해석을 종료하고, 이때 사용된  $\beta$ 를 이용하여  $k_s = \beta \cdot E$ 를 계산한다. 이와같은 해석방법은 Fig. 3에 도시된 바와 같이  $0.1 \leq \beta \leq 10.0$  구간에서의  $E_R$ 이 가시적인 변화를 나타내기 때문에 실제값에 상당히 접근된  $E$  및  $k_s$  추정이 가능하다.

위에서 정립된 역해석에 의한 절리암반의 특성계수 산출방법은 반복계산에 의거하여 추정하는 과정을 요구하여 결과 자체의 신뢰성이 약간 저하되기는 하지만, 절리암반을 일반적인 암반으로 취급하여 역해석을 수

Table 3. Results of back analysis using BAR for the jointed rock mass behavior

$\beta_{\text{exact}}$	$E_R$ (GPa)	$\sigma_x$ (MPa)	$\tau_{xy}$ (MPa)
0.01	0.0724	0.452	-0.189
0.1	0.6774	0.454	-0.176
0.5	2.6389	0.462	-0.137
1.0	4.1483	0.469	-0.107
5.0	7.7423	0.488	-0.388
10.0	8.7153	0.493	-0.216
100.0	9.8527	0.499	-0.240

행하여 분석하는 것 보다는 훨씬 정확한 해석이 가능하다. 이와같은 사실을 입증하기 위하여 Fig. 1에 도시된 절리암반 모형을 이용하여 다음과 같은 분석을 시행하였다. 암반에는 경사각  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ 이며 절리간격 1 m인 2개 절리군이 존재하며, 현장응력은  $\sigma_x = 0.5$  MPa,  $\sigma_y = 1.0$  MPa,  $\tau_{xy} = 0.0$  MPa가 작용하는 것으로 가정하였다.  $k_s/E_R$  비율을 0.01~100 사이에서 7 단계로 변화시킨 물성자료를 이용하여 절리암반의 연속체적 거동에 의거하여 굴착면에서의 변위를 산정하였다. 굴착부 천정 및 벽면의 절점 24, 25, 31에서의 변위 자료를 일반암반에 대한 역해석 모델 BAR의 입력 자료로 이용하여 탄성계수  $E_R$ 을 산정하였다(Table 3). 절리암반 모형에서 고려된 제반조건들이 현장암반의 경우와 동일하지는 않겠지만, 예제적으로 수행된 분석결과에 의거할 때 절리암반거동을 일반암반에 대한 역해석 모델로 분석하면 매우 큰 오차를 발생시킬 수 있다. Table 3에 수록된  $E_R$  결과들을 실제값 10.0 GPa와 비교할 때  $\beta \geq 10$  이상일 경우에만 근사적인 결과가 도출되는 것으로 나타난다. 특히  $\beta \leq 0.1$  이하인 경우에는 실제보다 현저하게 작은  $E_R$ 이 산출되며,  $\beta = 0.1$ 인 경우의 오차도 60% 정도로 매우 크다. 결과적으로 현장암반의 절리거동 특성이 국지적으로 변화될 때 BAR을 이용한 전체암반의  $E_R$  산정은 역해석 자료 측정지역에 따라 달라지게 되어 대표적인 해석결과를 도출하기 힘들며, 역해석 결과에 대한 분석도 난이해 질 수 있다. 이러한 문제점들을 극복하기 위해서는 비록 해석방법에 약간의 오차를 발생시킬 수 있기는 하지만 위에서 정립된 절리암반에 대한 역해석 분석방법이 도입되어야 한다.

#### 4. 지하공동 거동분석

본 연구에서 개발된 절리암반 거동에 대한 역해석 모



Table 4. Mechanical properties of rock mass for underground oil storage cavern

	parameter	value
rock	$\gamma$	26.9 kN/m <sup>3</sup>
	$E_{lab}$	66.3 GPa
	$E_{field}$	34.7 GPa
	$\nu$	0.23
Joint	$k_n$	3.23 GPa/m

모델 BAJ의 신뢰성과 현장 활용성을 입증하기 위하여 원유 지하비축용 터널거동에 대한 역해석을 실시하였다. 비축기지 설치대상 암반은 화강섬록암이며, 비축터널은 갠러리와 3단의 벤취부분으로 구성되어 있다. 역해석 입력자료는 갠러리 굴착시 계측된 지중변위를 이용하였으며, 계측지점 주위암반에서의 절리 방향성은 현장관찰자료를 토대로 하였다. 역해석으로 분석될 절리암반의 특성계수들의 정확도를 판단하기 위하여 계측지점 암반의 역학적 특성을 측정하여 기준치로 설정하였다. 현장시추코어를 이용하여 실내실험에 의해 측정된 절리암반의 특성계수(한국석유개발공사, 1990)들을 Table 4에 수록하였다. 갠러리가 굴착된 상태에서의 역해석을 수행하기 위한 절리암반 모형을 Fig. 4에 도시하였다. 갠러리 중앙부에서의 지형고도는 해발 125 m이며, 천정부는 -30 m이다. 역해석에 사용된 수직응력은 갠러리 중심을 기준으로 갠러리 높이 및 지형고도를 고려하여 산정하였으며, A-A', B-B', C-C' 3개 구간(Fig. 4 참조)에서 측정된 지중변위를 기본 역해석자료로 활용하였다. 지중변위 계측은 2개 정점사이에서 발생된 상대변위를 측정하게 되며, 상대변위를 이용하여 역해석을 수행하기 위하여 허종석(1995)에서 제시된 이론식을 본 연구에서 도입하여 사용하였다.

지중변위 측정지점 A', C'는 벽면내부 3m에 위치하며, B'는 천정내부 2m에 위치하는 측정점이다. 현장계측 결과 3개 구간에서 수렴상태에 도달했을 때의 상대변위 A-A'=0.14 mm, B-B'=0.59 mm, C-C'=0.18 mm를 역해석 입력자료로 사용하였다. 절리암반에 설치된 지하원유비축 터널의 갠러리 거동에 의거하여 BAJ 모델을 이용한 역해석 결과를 Fig. 5에 도시하였다.  $k_n = \beta \cdot E_R$  관계에서의  $\beta$ 를 변화시키면서 역해석에 의해 산정되는  $E_R$ 이 기준값으로 설정된 화강섬록암의 탄성계수 66.3 GPa (Table 4 참조)와 일치되는 지점을 추적하였다.  $\beta$ 를 0.05~0.10 사이에서 0.01씩 증가시켜 역해석을 수행한 결과  $\beta=0.08$  일때  $E_R=66.0$  GPa가 산정되었

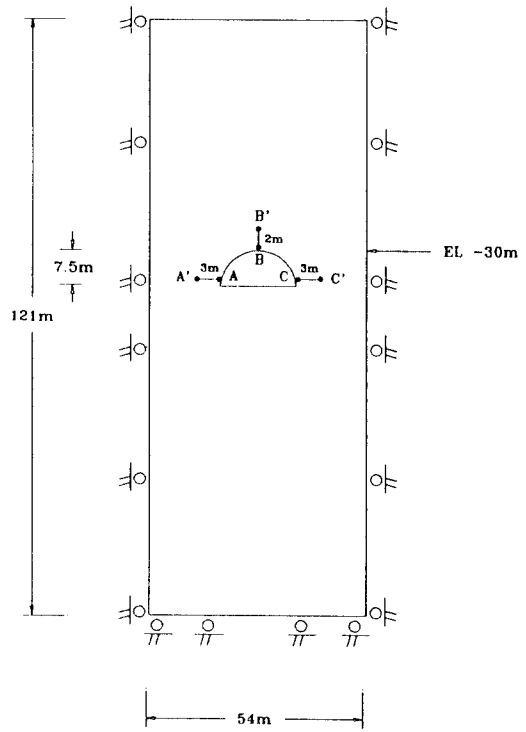


Fig. 4. Schematic diagram for underground oil storage-gallery excavation.

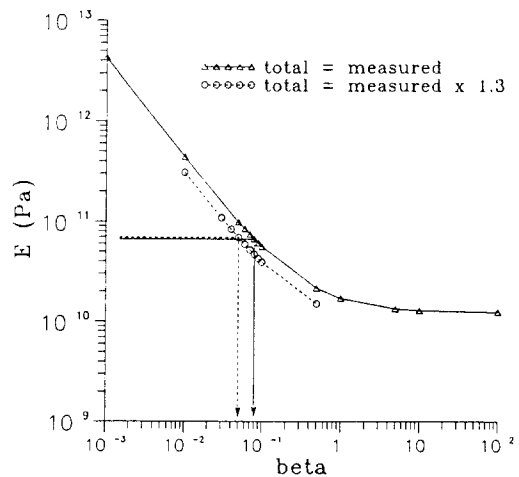


Fig. 5. E vs beta for the gallery behavior of oil storage cavern.

다. 따라서  $k_n = \beta \cdot E_R = 5.33$  GPa/m로 계산되며, 실내실험에 의해 측정된 절리면의 전단강성도(Table 4 참조)에 상당히 접근된 수치를 나타내고 있다. 한편, 현장계

측은 계측기 설치 이전에 발생된 변위를 측정할 수 없어서 계측변위는 실제 발생된 변위보다 작게 나타난다. 따라서 계측기 설치 이전에 발생된 변위가 총 변위량의 30% 정도로 가상하여 지중변위를 재산정하였다. 지중 변위가 30% 정도 증가하였을 때 BAJ를 이용하여 산정된 암반 탄성계수를 Fig. 5에 도시하였다.  $\beta=0.05$ 일 때  $E=68.9$  GPa가 산정되었으며, 따라서  $k_v=3.45$  GPa/m가 계산되어 졌다. 이 수치는 Table 4에 수록된 진단강성도 측정치 3.23 GPa/m에 거의 일치하는 정확한 결과이다. 결과적으로 계측된 지중변위의 총량을 정확히 분석할 수 있는 방법이 현단계에서는 명확히 정립되지 않아서  $k_v$  추정이 가변적일 수 있으나, 산정된 결과들이 실제 측정치에 근사한 값을 나타내고 있어 역해석 모델 BAJ의 정확성과 계수추정 방법의 신뢰성을 입증하고 있다.

## 5. 결 론

절리암반의 연속체적 거동개념에 의거하여 현장암반, 특히 절리면의 역해석 특성을 분석할 수 있는 방법론을 개발하였으며, 유한요소법에 의거하여 역해석 모델을 구성하였다. 절리암반 거동에 대한 역해석 모델의 정확성은 예제적 모형을 이용하여 수치해석적으로 입증하였다. 원암 및 절리군의 역학적 특성계수들을 동시에 산출 할 수 있는 알고리즘은 현단계에서 정립되지 못하였으나, 상대적으로 용이하게 측정될 수 있는 원암 탄성계수의 대표값을 설정하여 절리 진단강성도를 추정하는 방법론을 제시하였다. 현장 활용성을 고찰하기 위하여 지하 원유비축기지 공동의 갤러리 거동 계측결과를 이용한 역해석을 수행하여 암반 절리의 역학적 특성계수를 산정하였다. 현장시추코어를 이용하여 측정된 원암의 탄성계수를 사용하여 절리면의 진단강성도를 매우 정확하게 산정할 수 있었다. 이 경우 계측된 지중변위 자료를 이용하여 총 변위량을 신뢰성 있게 산출할수 있을 때 역해석 결과의 정확도 증가도 기대될 수 있었다.

## 사 사

이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

## 참고문헌

1. 조태진, 김혁진. 1995. 거제지역 화강암체의 지질공학적 특성. 대한지질공학회지. 5(2): 139-153.
2. 한국석유개발공사. 1990. U-2 추가비축기지조사설계 용역 기본조사보고서.
3. 허종석. 1995. 연암에 굴착되는 터널에서 계측 변위의 역해석에 관한 연구. 서울대학교 공학석사 학위논문
4. Bandis, S. C., Lumsden, A. C., and Barton, N. R. 1983. Fundamentals of Rock Joint Deformation. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 20(6): 249-268.
5. Bieniawski, Z. T. 1984. Rock Mechanics Design in Mining and Tunneling. A. A. Balkema.
6. Cho, T. F., Plesha, M. E., and Haimson, B. C. 1991. Continuum modelling of jointed porous rock. Int. J. Num. Anal. Methods Geomech. 15: 333-353.
7. Cividini, A., Jurina, L., and Gioda, G. 1981. Some aspects of 'Characterization' problems in Geomechanics. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 18, 487-503.
8. Detournay, E. 1980. Hydraulic conductivity of closed rock fractures on experimental and analytical study. Symp. Underground Rock Engng. 13th Canadian Rock Mech. Symp., Toronto, 168-173.
9. Elliot, G. M., Brown, E. T., Boodt, P. I., and Hudson, J. A. 1985. Hydromechanical behavior of joints in the Carnmenellis granite, S. W. England. Proc. Int. Symp. Fundamentals Rock Joints, Bj rkiden, 249-258.
10. Gerrard, C. M. and Pande, G. N. 1985. Numerical modelling of reinforced jointed rock masses. I. Theory. Comput. Geotech. 1: 293-318.
11. Gioda, G., Pandolfi, A., and Cividini, A. 1988. A comparative evaluation of some back analysis algorithms and their application to in situ load tests. 2nd Int. Symp. Field Measurements in Geomech., Kobe, 1131-1144.
12. Hantz, D., Arcamone, J., and Laversanne, J. 1986. Open pit slopes back-analysis in complex rock formations. Proc. Int. Symp. Engng Complex Rock Formation, Beijing, 777-784.

13. Hasui A., Yamashita, R., and Yoichi, H. 1986. Prediction of the behavior of a cavern side wall due to excavation by using the back analysis method. Proc. 18th Symp. Rock Mech., Japan, 306-310.
14. Ichikawa, Y., Kyoya, T., and Kawamoto, T. 1988. Determination of elasto-plastic parameters by an inverse analysis method as a boundary control problems. 2nd Int. Symp. Field Measurement on Geomech., Kobe, 1097-1104.
15. Kavanagh, K. T. 1973. Experimental versus analysis: computational techniques for the description of static material response. Int. J. Num. Meth. Engng. 5: 503-515.
16. Kulhawy, F. H. 1975. Stress deformation properties of rock and rock discontinuities. Engineering Geology, 9: 327-350.
17. Mäki, K. 1985. Shear strength and stiffness of weakness planes created by controlled fracturing of intact specimens. Proc. Int. Symp. Fundamentals Rock Joints, Bj rkliden, 133-142.
18. Ouyang, Z. and Elsworth, D. 1993. Evaluation of groundwater flow into mined panels. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 30(2): 71-79.
19. Romberg, W. and Katzenbach, R. 1986. Back-analysis of the shear strength of a folded rock. Proc. Int. Symp. Engng in Complex Rock Formation. Beijing, 798-801.
20. Sakurai, S. and Takeuchi, K. 1983. Back analysis of measured displacements of tunnels. Rock Mech. and Rock Engineering 16, 173-180.
21. Sakurai, S. 1983. Displacement measurements associated with the design of underground openings. Int. Symp. Field Measurements in Geomechanics, Kobe, 1163-1178.
22. Sakurai, S., Deeswasmongkol, N., and Shinji, M. 1986. Back analysis for determining material characteristics in cut slopes. Proc. INT. Symp. Eng. in Complex Rock Formation, Beijing, 770-776.
23. Sakurai, S. 1993. Back Analysis in Rock Engineering. In Comprehensive Rock Engineering. Ed. J. A. Hudson, Pergamon Press.
24. Wang, S., Yang, Z., and Ling, X. 1988. The back analysis method from displacements for viscoelastic rock mass. Int. Symp. Field Measurements in Geomechanics, Kobe, 1059-1068.
25. Yoshinaka, R. and Yamabe, T. 1986. 3. Joint Stiffness and the Deformation Behaviour of Discontinuous Rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 23(1), 19-28.