

## 월류흐름을 포함한 부정류 계산모형에 관한 연구 A Study on Unsteady Flow Model Including Weir Flow Simulation

田 庚 秀\*  
Jun, Kyung Soo

### Abstract

One-dimensional unsteady flow model including weir flow simulation is studied. Applicabilities of both the single channel model with local treatment of the weir overflow, and the looped-network model are studied using a test problem. It is shown that various types of weir flows including reverse flows are successfully simulated. Flow discontinuity due to the high crest elevation can also be simulated. The reverse free-flowing overflow can be simulated by the single-channel model as well as by the looped-network model.

### 요 지

월류흐름을 포함하는 1차원 부정류 계산모형으로서 월류흐름에 대한 국소적 처리기법을 포함한 단일하도 모형 및 폐합형 수계에 모형을 각각 구성하여, 월류부를 포함한 시험하도 문제에 적용함으로써 모형의 적용성을 조사하였다. 역방향 흐름을 포함한 다양한 형태의 월류흐름이 잘 모의되었으며, 월류구조물의 표고가 높아서 실질적으로 흐름이 존재하지 않는 경우도 성공적으로 모의되었다. 자유월류형 역방향 흐름은 폐합형 모형에 의해서 뿐만 아니라 단일하도 모형에 의해서도 모의될 수 있음이 입증되었다.

### 1. 서 론

하천수계에 대한 홍수류의 계산, 감소하천 구간에 대한 흐름계산 등을 위한 1차원 부정류 해석방법으로서 유한차분법을 사용한 수리학적 계산모형이 널리 사용되고 있다. 이러한 수리학적 모형은

흐름이 연속적으로 변화하는 경우에 대하여 미분방정식인 연속방정식과 운동량방정식, 즉 St. Venant 방정식을 수치적으로 풀으로써 원하는 시간 및 지점에서의 수위와 유속을 계산하게 된다. 1차원 부정류해석 수치기법에 관한 연구는 계속되고 있으나(Garcia-Navarro 등, 1992, 1994; Strelkoff, 1992), 현재에는 Preissmann 기법이

\* 성균관대학교 공과대학 토목공학과 조교수

안정성과 정확성이 우수한 것으로 평가되어 널리 사용되고 있다. 또한 Preissmann 기법에 따른 차분방정식에 Newton-Raphson 방법을 적용하여 구성되는 수위 및 유량 보정치에 관한 선형 연립방정식의 해법으로는 double sweep 알고리즘(Liggett 과 Cunge, 1975)이 매우 정확하고 경제적인 방법으로서 널리 사용되고 있다.

부정류에 대한 수치해석적 접근에 있어서 계산영역내 내부경계의 존재는 계산수리학적 관점에서 신중히 처리해야 할 난제들을 파생시킨다(Holly와 Merkley, 1993). 하천수계에서 흔히 발생하는 내부경계점으로는 지천 유·출입 지점, 취수지점, 댐, 수중보, 저류지 및 국부적인 단면 급축소지점 등을 들 수 있다. 내부경계의 상·하류 간에는 St. Venant 방정식이 만족되지 않기 때문에 이들은 상·하류 간의 수위차와 유량과의 관계를 나타내는 경험공식 및 에너지보존을 나타내는 관계식 등으로 대체되어야 한다. 특히 댐, 수중보 등 월류형의 내부경계는 그 흐름방향이 일정하지 않을 경우, 계산의 방향성을 갖는 double sweep 알고리즘의 단순한 적용을 어렵게 하는 문제들을 초래한다. 따라서 이러한 흐름상태의 변화를 추적함과 동시에 그에 따른 적절한 처리가 요구된다. 감조하천내의 월류구조물에 역방향 흐름이 생길 경우가 이러한 예에 속하는데, 실제로 한강 하류부의 신곡수중보 지점에서는 이러한 역방향 흐름이 관측되고 있다(윤용남과 박무중, 1994).

Preissmann 기법을 사용한 부정류 계산모형을 하천수계에 적용한 여러 연구가 국내에서 있었으나(윤용남과 박무중, 1992; 李鍾泰 등, 1993; 전병호 등, 1993; 崔秉昊와 徐景錫, 1987) 이러한 월류구조물들이 계산구간내에 포함되지 않도록 구간을 나누어 적용하거나, 구조물이 없는 경우에 대하여 모형을 적용한 경우가 대부분이다. 월류형 내부경계를 포함한 연구로는 이상호와 이길성(1992)이 북한강 수계 및 한강 하류부 전구간을 포함하고, 월류유량 공식을 사용하여 북한강 수계의 댐들을 고려한 댐과괴 부정류 모형을 연구한 바 있다. 또한 하천 제방으로의 월류 등을 다룬 연구로서 李鍾泰와 韓健淵(1989)이 있으나, 순방향 월류흐름, 역방향 월류흐름 및 흐름이 발생하지 않는 상태 등

을 연속적으로 모의할 수 있는 계산모형에 관한 연구는 매우 미진한 상태이다. 본 연구에서는 double sweep 알고리즘의 관점에서 역방향 흐름 등을 포함하는 이와 같은 월류형 내부경계의 처리기법에 관하여 논하고자 한다.

## 2. 부정류 계산모형의 지배방정식 및 수치기법

흐름이 연속적으로 변화하는 구간에 대한 1차원 부정류 흐름해석의 지배방정식은 다음식 (1) 및 (2)와 같은 연속방정식 및 운동량방정식으로 구성된다.

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha \frac{Q^2}{A}) + gA \frac{\partial y}{\partial x} + gA \frac{Q|Q|}{K^2} = 0 \quad (2)$$

여기서  $Q=Q(x,t)$  및  $y=y(x,t)$ 는 각각 유량과 수위를 나타내며,  $A$ 와  $K$ 는 흐름단면적과 통수능으로서 각각  $y$ 의 함수이다.  $\alpha$ 는 운동량 보정계수,  $g$ 는 중력가속도이며,  $x$ 와  $t$ 는 각각 공간 및 시간좌표를 나타낸다. 통수능  $K$ 는 Manning의 조도계수 ( $n$ )를 사용하면 다음과 같이 나타내진다.

$$K = \frac{1}{n}AR^{2/3} \quad (3)$$

여기서  $R$ 은 동수반경(hydraulic radius)이다.

상기한 지배방정식에 대한 유한차분법으로서 가장 널리 사용되는 기법은 Preissmann의 4점 음해법으로서(Liggett과 Cunge, 1975; Cunge 등, 1980), 어떤 변수 또는 함수  $f$  및 그 편미분을 다음과 같은 차분형태로 나타낸다.

$$f = \frac{\theta}{2}(f_i^{n+1} + f_{i+1}^{n+1}) + \frac{1-\theta}{2}(f_i^n + f_{i+1}^n) \quad (4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{2\Delta t} + \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_{i+1}^n}{2\Delta t} \quad (5)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \theta \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1}}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta x} \quad (6)$$

여기서  $i$ 와  $n$ 은 각각 공간 및 시간격자를 나타내는 첨자이고,  $\theta$ 는 시간가중치로서 0과 1 사이의 값을 갖는다. 흐름단면적( $A$ )과 통수능( $K$ )은 각각 수심( $y$ )의 함수이므로 지배방정식 (1) 및 (2)에 관한 차분식은 각각 다음식 (7) 및 (8)과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$F_1(y_i^{n+1}, y_{i+1}^{n+1}, Q_i^{n+1}, Q_{i+1}^{n+1}) = 0 \quad (7)$$

$$F_2(y_i^{n+1}, y_{i+1}^{n+1}, Q_i^{n+1}, Q_{i+1}^{n+1}) = 0 \quad (8)$$

이들 차분식의 구체적인 형태는 Liggett과 Cunge (1975)에 상세히 기술되어 있다.

즉, 시간준위  $n$ 에서의 변수값들이 기지의 값들로 주어지면 연속 및 운동량방정식에 관한 차분식들은 결국 시간준위  $(n+1)$ 에서의 각 지점 수위 및 유량값을 미지수로 하는 연립방정식을 이룬다. 운동량방정식에 대한 차분식 (8)은 이들 미지수에 대한 비선형방정식이 되어, 이 연립방정식의 해는 Newton-Raphson 반복계산법에 의하여 구할 수 있다. 시간준위  $(n+1)$ 에서의 Newton-Raphson 반복계산 단계  $m$ 에서 구한 변수값들에 대한  $F_1$ 의 값을  ${}^m F_1$ 이라 하면,  ${}^{m+1} F_1$ 에 대한 Taylor 급수 전개에서 2차항 이하를 무시한 다음과 같은 근사식이 성립된다.

$$\begin{aligned} {}^{m+1} F_1 = & {}^m F_1 + \left. \frac{\partial F_1}{\partial y_i} \right|_m \Delta y_i + \left. \frac{\partial F_1}{\partial y_{i+1}} \right|_m \Delta y_{i+1} \\ & + \left. \frac{\partial F_1}{\partial Q_i} \right|_m \Delta Q_i + \left. \frac{\partial F_1}{\partial Q_{i+1}} \right|_m \Delta Q_{i+1} \quad (9) \end{aligned}$$

여기서  $\Delta y_i$ ,  $\Delta y_{i+1}$ ,  $\Delta Q_i$  및  $\Delta Q_{i+1}$ 은 반복계산 단계  $(m+1)$ 에서의 보정치이다. 위식의  ${}^{m+1} F_1$ 을 영으로 놓으면 식 (7)에 관한 다음과 같은 형태의 선형 보정량방정식을 얻는다.

$$A \Delta y_{i+1} + B \Delta Q_{i+1} = C \Delta y_i + D \Delta Q_i + G \quad (10)$$

마찬가지로 식 (8)에 대한 보정량방정식도 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A' \Delta y_{i+1} + B' \Delta Q_{i+1} = C' \Delta y_i + D' \Delta Q_i + G' \quad (11)$$

여기서  $A, B, C, D, G$  및  $A', B', C', D', G'$ 은 각각 반복단계  $m$ 에서 구한 변수값 및 그 미분값들로부터 주어지는 계수들로서, 구체적인 형태는 Liggett과 Cunge(1975)에 기술되어 있다.

결국 매 구간  $(i, i+1)$ 에 대하여 보정치  $\Delta y_{i+1}$ ,  $\Delta Q_{i+1}$ ,  $\Delta y_i$  및  $\Delta Q_i$ 에 관한 한 쌍의 선형 대수방정식이 식 (10) 및 (11)로서 주어진다. 전체 계산 구간의 수를  $N$ , 즉 계산격자의 수를  $(N+1)$ 이라 하면,  $(2N)$ 개의 보정량방정식이 (10) 및 (11)과 같이 주어지며, 여기에 두개의 경계조건식으로부터 유도되는 보정량방정식들을 추가하면 총  $(2N+2)$ 개의 선형 보정량방정식이 구성되어, 이 연립방정식의 해로서 각각  $(N+1)$ 개의 수위 및 유량보정치들을 구할 수 있다.

하천흐름의 대부분은 常流이며, 이의 해석에 있어서는 上流端 및 下流端에서의 경계조건이 각 한 개씩 주어진다. 이러한 常流 흐름에 대해서는 보정치를 구하기 위한 선형 연립방정식에 대한 계수행렬의 sparsity를 이용한 다음과 같은 double sweep 알고리즘에 의하여 해를 구하게 된다.

우선 지점  $i$ 에서의 수위 및 유량 보정치간의 관계식을 다음의 형태로 나타내고,

$$\Delta Q_i = E_i \Delta y_i + F_i \quad (12)$$

또한, 식 (10) 및 (11)로부터  $\Delta Q_i$ 를 소거하면 다음과 같이 된다.

$$\Delta y_i = L_i \Delta y_{i+1} + M_i \Delta Q_{i+1} + N_i \quad (13)$$

여기서

$$L_i = \frac{AD' - DA'}{CD' - DC'} \quad (14)$$

$$M_i = \frac{BD' - DB'}{CD' - DC'} \quad (15)$$

$$N_i = \frac{DG' - GD'}{CD' - DC'} \quad (16)$$

지점 (i+1)에서의 수위 및 유량 보정치간의 관계를 나타내는  $E_{i+1}$  및  $F_{i+1}$ 은 식 (10), (12) 및 (13)으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$E_{i+1} = \frac{-A + L_i(C + DE_i)}{B - M_i(C + DE_i)} \quad (17)$$

$$F_{i+1} = \frac{G + DF_i + N_i(C + DE_i)}{B - M_i(C + DE_i)} \quad (18)$$

따라서 상류단 경계조건으로부터  $E_1$  및  $F_1$ 이 주어지면 하류단 ( $i=N$ )까지의 매 지점에 대한  $E_i$  및  $F_i$ 의 값을 식 (17) 및 (18)에 의하여 축차적으로 구해나간다(forward sweep). 하류단 경계지점에 대하여  $E_N$  및  $F_N$ 의 값이 구해지면 하류단 지점에 대한 식 (12) 및 하류단 경계조건에 따른 또 하나의 선형 보정량관계식을 연립하여 풀어서  $\Delta y_N$  및  $\Delta Q_N$ 을 구한다. 이들값과 식 (13) 및 (12)로부터 각 지점 수위 및 유량 보정치를 상류방향으로 축차적으로 계산한다(return sweep).

### 3. 월류형 내부경계의 처리기법

계산구간 내부에 월류구조물이 존재하는 경우, 구조물의 상 하류간에는 식 (1) 및 (2)와 같은 형태의 연속방정식 및 운동량방정식이 성립하지 않는다. 이와같은 내부경계를 포함하여 부정류 계산을 수행하기 위해서는 식 (1) 및 (2)를 대체할 두 개의 수리학적 관계식에 대한 차분식, 즉 식 (7) 및 (8)에 상응하는 차분식이 필요한데 이들은 다음과 같이 주어질 수 있다. 월류구조물 양측의 격자점을 각각  $i$  및  $(i+1)$ 이라 하면, 연속방정식에 대응하는 차분식은

$$Q_i^{n+1} = Q_{i+1}^{n+1} \quad (19)$$

로서 나타낼 수 있으며, 운동량방정식에 대응하는 차분식은 월류유량 관계식으로서 흐름의 방향성을 고려한, 다음과 같은 일반적인 형태로 나타낼 수 있다.

$$|Q_i^{n+1}| = f_w(y_u, y_d) \quad (20)$$

여기서  $y_u$  및  $y_d$ 는 각각 월류흐름의 상류 및 하류 측 수위로서, 월류흐름의 방향이 순방향인 경우, 즉 전체 계산구간의 상류측( $i$ )에서 하류측으로 월류하는 경우에는  $y_u = y_i^{n+1}$ ,  $y_d = y_{i+1}^{n+1}$ 이며, 역방향인 경우에는 그 반대이다. 월류함수  $f_w$ 는 수중쇄어형 및 자유월류형 흐름으로 구분하여 각각 다음과 같이 주어진다(Fig. 1 참조).

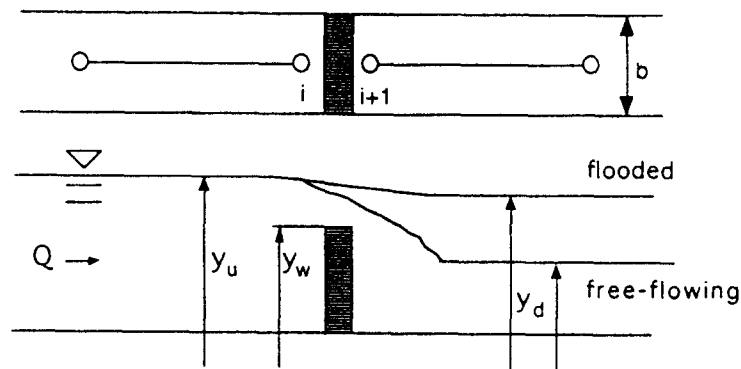


Fig. 1. Definition Sketch of the Weir Overflow

$$f_w(y_u, y_d) = \mu_b \sqrt{2g} \sqrt{y_u - y_d} (y_d - y_w) \quad (21a)$$

$$(y_d - y_w \geq \frac{2}{3}(y_u - y_w))$$

$$f_w(y_u, y_d) = \mu_b \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2g}{3}} (y_u - y_w)^{3/2} \quad (21b)$$

$$(y_d - y_w < \frac{2}{3}(y_u - y_w))$$

여기서  $\mu_u$ 와  $\mu_d$ 는 각각 유량계수이며,  $b$ 는 월류폭,  $y_w$ 는 월류부의 바닥표고이다.

연속방정식 (19)에 대한 Newton-Raphson 보정량방정식은

$${}^m Q_i + \Delta Q_i = {}^m Q_{i+1} + \Delta Q_{i+1} \quad (22)$$

이므로 보정량방정식 (10)의 계수값들은  $A = C = 0$ ,  $B = D = 1$ ,  $G = {}^m Q_i - {}^m Q_{i+1}$ 로 된다. 월류유량 관계식 (20)에 대한 보정량방정식은 다음과 같다.

$$|{}^m Q_i + \Delta Q_i| = {}^m f_w + \frac{\partial f_w}{\partial y_u} \Big|_m \Delta y_u + \frac{\partial f_w}{\partial y_d} \Big|_m \Delta y_d \quad (23)$$

Table 1. Coefficients for Newton-Raphson Iterations

|   | $y_i > y_{i+1}, Q_i = Q_{i+1} > 0$<br>$y_u = y_i, y_d = y_{i+1}$ | $y_i < y_{i+1}, Q_i = Q_{i+1} < 0$<br>$y_u = y_{i+1}, y_d = y_i$ |
|---|--|--|
| A | $\frac{\partial f_w}{\partial y_d} \Big _m$                      | $-\frac{\partial f_w}{\partial y_u} \Big _m$                     |
| B | 0  | 0  |
| C | $-\frac{\partial f_w}{\partial y_u} \Big _m$                     | $\frac{\partial f_w}{\partial y_d} \Big _m$                      |
| D | 1  | 1  |
| G | $-{}^m f_w + {}^m Q_i$   | ${}^m f_w + {}^m Q_i$  |

흐름방향이 계산점  $i$ 에서  $(i+1)$ 로 향할 경우를 양의 유량으로, 그 반대의 경우를 음의 유량으로 규정하고,  $y_u = y_i$ ,  $y_d = y_{i+1}$ 인 경우 및 그 반대의 경우에 대하여 식 (11)의 계수값들을 구하면 Table 1과 같다.

월류함수  $f_w$ 의  $y_u$  및  $y_d$ 에 관한 미분치들은 수중웨어형 흐름의 경우에는 다음식 (24) 및 (25)로부터 (식 (21a) 참조),

$$\frac{\partial f_w}{\partial y_u} = \mu_u \sqrt{2g} \frac{y_d - y_w}{2\sqrt{y_u - y_d}} \quad (24)$$

$$\frac{\partial f_w}{\partial y_d} = \mu_d b \sqrt{2g} \left( \sqrt{y_u - y_d} - \frac{y_d - y_w}{2\sqrt{y_u - y_d}} \right) \quad (25)$$

자유월류형 흐름의 경우에는 다음식 (26) 및 (27)로부터 (식 (21b) 참조),

$$\frac{\partial f_w}{\partial y_u} = \mu_b \sqrt{2g} \sqrt{\frac{1}{3}} \sqrt{y_u - y_w} \quad (26)$$

$$\frac{\partial f_w}{\partial y_d} = 0 \quad (27)$$

각각 계산한다. 월류함수로서 수중웨어형과 자유월류형 중 어느 것을 택할 것인지는 이전 반복계산 단계에서 구한 양측의 수위값  ${}^m y_i$ 과  ${}^m y_{i+1}$ 으로부터 결정되며(식 (21a) 및 (b)의 적용범위 참조), 이에 따라 월류함수 및 그 미분치들을 산정함으로써 보정량 방정식의 계수들을 구하게 된다. 이와같이 계수값들을 부여함으로써 월류구조물을 내부경계로 포함하여 double sweep 알고리즘에 의한 계산을 수행할 수 있다. 그러나, 월류구조물 양측의 수위가 구조물의 높이보다 낮아 월류구조물에 의한 흐름의 불연속이 생기거나, 흐름의 방향이 바뀌는 역방향 흐름이 발생하는 등의 경우에는 계산상의 문제점을 초래하게 된다. 이하에서는 이러한 물리적 현상을 수반한 부정류 해석시 파생되는 문제점 및 그 처리기법에 관하여 논하기로 한다.

### 3.1 월류흐름이 발생하지 않는 경우

월류구조물 양측의 수위가 모두 월류표고보다 낮으면 월류흐름이 존재하지 않는다. 계산도중 이러한 경우, 즉 이전 반복계산 단계에서 구한 양측의 수위값  $y_i$ 와  $y_{i+1}$ 이 모두  $y_w$ 보다 작은 경우가 발생하게 되면 식 (21a) 또는 (b)와 같은 월류유량 공식은 물론 성립하지 않으며, 따라서 월류구조물을 내부경계로 하는 부정류 계산을 더 이상 수행할 수 없게 되는 문제가 초래된다. 이 경우에 대한 처리방법으로서 월류부의 바닥표고( $y_w$ )의 값으로  $y_u$  ( $y_i$ 와  $y_{i+1}$  중 큰 쪽의 값)보다 작되 그 차이는 미소한 가상의 값( $y'_w$ )을 부여하고, 또한 월류폭에 대해서도 실제 월류구조물의 폭보다 매우 작은 가상의 값( $b'$ )을 부여한다. 이렇게 함으로써 다음식과 같은 변형된 자유월류형 월류함수가 적용되고,

$$f_w(y_u, y_d) = \mu b' \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2g}{3}} (y_u - y'_w)^{3/2} \quad (0 < y_u - y'_w \ll 1, b' \ll b) \quad (28)$$

수로에는 매우 작은 가상의 유량이 흐르는 것으로 되어 전체적인 계산의 정확성에 별 영향을 미치지 않으면서 double sweep에 의한 계산이 가능하게 된다.

### 3.2 월류구조물 양측의 수위가 같아지는 경우

식 (24) 및 (25)에서 알 수 있듯이 수중웨어형 흐름에 있어서 월류구조물 양측의 수위,  $y_u$ 와  $y_d$ 가 같아지게 되면 월류함수  $f_w$ 의 미분치들이 발산하게 된다. 이러한 현상은 수중웨어형 흐름에서 흐름의 방향이 바뀌는 순간, 또는 계산의 초기조건으로서 양측의 수위를 동일하게 두고 계산을 시작하는 순간에 발생할 수 있다. 이러한 문제점은 수중웨어형 흐름에 관한 유량관계식 (21a)에 포함된  $\sqrt{y_u - y_d}$ 를 다음과 같이 선형화함으로써,

$$\sqrt{y_u - y_d} \approx \sqrt{\epsilon} \frac{y_u - y_d}{\epsilon} \quad (y_u - y_d < \epsilon \ll 1) \quad (29)$$

즉,  $(y_u - y_d)$ 의 값이  $\epsilon$ 보다 작은(영에 근접하는) 수중웨어형 흐름에 대하여는 식 (21a) 대신 이를

선형화한 다음식 (30)을 유량관계식으로 대체하여 사용하도록 함으로써 해결할 수 있다(Holly 등, 1990).

$$f_w(y_u, y_d) = \mu_s b \sqrt{2g} (y_u - y_w) \frac{y_u - y_d}{\sqrt{\epsilon}} \quad (30)$$

따라서 이때 식 (24) 및 (25)는 다음식 (31) 및 (32)로

$$\frac{\partial f}{\partial y_u} = \mu_s b \sqrt{2g} \frac{y_u - y_d}{\sqrt{\epsilon}} \quad (31)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_d} = \mu_s \sqrt{2g} \left( \frac{y_u - y_d}{\sqrt{\epsilon}} - \frac{y_d - y_w}{\sqrt{\epsilon}} \right) \quad (32)$$

각각 대체된다. 즉, 선형화된 상기식 (30)에 대한 편미분값들은  $y_u = y_d$ 에서도 잘 정의되므로 상술한 바와 같은 수치적 문제점이 발생하지 않게 된다.

### 3.3 자유월류형 역방향 흐름의 경우

자유월류형 흐름으로서 그 방향이 forward sweep과 반대인 경우, 즉 (i+1)에서 i로 향할 경우에는 계수값 C뿐만 아니라 C 또한 영이 되므로 (Table 1 및 식 (27) 참조), 식 (14), (15) 및 (16)으로서 각각 주어지는  $L_i$ ,  $M_i$  및  $N_i$ 의 분모가 영으로 되어 더이상의 계산이 불가능하게 되는 문제가 파생된다. 이러한 문제점에 대한 처방으로서 Table 1의  $C = \partial f_w / \partial y_d$ 를 다음의 식으로서 대체한다.

$$C = -\delta \frac{\partial f_w}{\partial y_d}, \quad 0 < \delta \ll 1 \quad (33)$$

이렇게 함으로써 실질적으로 C의 값은 보정량방정식 (11)의 영이 아닌 다른 계수값들보다 매우 작게 되어 그 영향이 거의 없으면서도 double sweep 알고리즘에 의한 계산을 계속 진행할 수 있도록 하게 된다.

#### 4. 폐합형 수계에 관한 계산기법의 적용

위의 3.3절에서 기술한 자유유티형 역방향 흐름에 대한 처리기법은 문제의 해결을 위한 임시방편적인 편법으로서, 물리적 정당성이나 이론적 근거는 전혀 없다. 자유유티형 역방향 흐름문제의 근본적인 해결은 폐합형 수계(looped network)에 관한 부정류 계산모형을 적용함으로써 가능한데, 본 장에서는 이에 관하여 기술하도록 한다.

어떤 하도구간에 한개의 유티구조물이 존재하는 경우에 대한 모형의 구성은 다음과 같다(Fig. 2 (c) 참조). 우선 전체 하도구간은 세개의 수로(link)로 구성된다. 수로 1은 전체 하도구간의 상류단으로부터 유티구조물 상류측까지, 수로 2는 유티구조물 상류측에서 하류측까지, 수로 3은 유티구조물 하류측으로부터 하도구간의 하류단까지의 범위를 각각 포함한다. 수로 2의 경우에는 양단에 각각 한개씩 모두 두개의 격자점만으로 구성되며, 수로 1의 하류단 격자점과 수로 2의 상류단 격자점 및 수로 2의 하류단 격자점과 수로 3의 상류단 격자점은 각각 일치한다.

각 수로상의 격자점간에 성립하는 지배방정식 및 그에 따른 Newton-Raphson 보정량방정식은 2장 및 3장에서 기술된 바와 동일하다. 수위 및 유량 보정치들에 관한 선형 연립방정식을 풀기 위한 첫 번째 단계는 각 수로에 대한 forward sweep으로서 그 과정은 다음과 같다. 우선 각 수로의 격자점 1과 2간의 보정량방정식들로부터, 즉 식 (10) 및 (11)에서  $i=1$ 로 두고,  $\Delta Q_1$ 을 소거하면 다음과 같이 된다.

$$\Delta Q_2 = E_2 \Delta y_2 + F_2 + H_2 \Delta y_1 \quad (34)$$

여기서

$$E_2 = \frac{DA' - AD'}{BD' - DB'} \quad (35)$$

$$F_2 = \frac{GD' - DG'}{BD' - DB'} \quad (36)$$

$$H_2 = \frac{CD' - DC'}{BD' - DB'} \quad (37)$$

격자점  $i(\geq 2)$ 에서의 수위 및 유량 보정치간의 관계식을 다음의 형태로 나타내면,

$$\Delta Q_i = E_i \Delta y_i + F_i + H_i \Delta y_1 \quad (38)$$

격자점  $(i+1)$ 에서의 수위 및 유량 보정치간 관계식의 계수  $E_{i+1}$ ,  $F_{i+1}$  및  $H_{i+1}$ 은 식 (10), (13) 및 (38)로부터 유도되는데,  $E_{i+1}$  및  $F_{i+1}$ 은 각각 식 (17) 및 (18)과 동일하며,  $H_{i+1}$ 은 다음과 같다.

$$H_{i+1} = \frac{DH_i}{B - M_i(C + DE_i)} \quad (39)$$

따라서, 수로 1 또는 3의 경우에 격자점의 수가  $N$  이라면, 식 (35)-(37)과 같이 주어진  $E_2$ ,  $F_2$  및  $H_2$ 로부터  $i=3, \dots, N$ 에 대한  $E_i$ ,  $F_i$  및  $H_i$ 의 값을 식 (17), (18) 및 (39)에 의하여 축차적으로 구한다.

한편 격자점 1과 2간의 보정량방정식들로부터  $\Delta Q_2$ 를 소거하면 다음과 같이 된다.

$$\Delta Q_1 = E_2' \Delta y_2 + F_2' + H_2' \Delta y_1 \quad (40)$$

여기서

$$E_2' = \frac{AB' - BA'}{DB' - BD'} \quad (41)$$

$$F_2' = \frac{BG' - GB'}{DB' - BD'} \quad (42)$$

$$H_2' = \frac{BC' - CB'}{DB' - BD'} \quad (43)$$

$\Delta Q_1$ 을 다음식의 형태로 나타내면

$$\Delta Q_1 = E_1' \Delta y_1 + F_1' + H_1' \Delta y_1 \quad (44)$$

식 (13), (38) 및 (44)로부터  $\Delta Q_i$ 을 다음과 같

이 나타낼 수 있다.

$$\Delta Q_i = E'_{i+1} \Delta y_{i+1} + F'_{i+1} + H'_{i+1} \Delta y_i \quad (45)$$

여기서

$$E'_{i+1} = E'_i(L_i + M_i E'_{i+1}) \quad (46)$$

$$F'_{i+1} = F'_i + E'_i(N_i + M_i F'_{i+1}) \quad (47)$$

$$H'_{i+1} = H'_i + E'_i M_i H'_{i+1} \quad (48)$$

수로 1 또는 3의 경우에는 식 (41)-(43)과 같이 주어진  $E'_2$ ,  $E'_3$  및  $H'_2$ 에서 시작하여, 식 (46)-(48)에 따른 축차계산에 의하여  $E'_N$ ,  $F'_N$  및  $H'_N$ 을 구한다. 따라서 이들 계수를 사용하여  $\Delta Q_i$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta Q_i = E'_N \Delta y_N + F'_N + H'_N \Delta y_i \quad (49)$$

또한 각 수로의 하류단 격자점 N(수로 2의 경우 N=2)에 대한 유량보정치는 다음과 같으므로(식 (38) 참조)

$$\Delta Q_N = E'_N \Delta y_N + F'_N + H'_N \Delta y_i \quad (50)$$

결국 각 수로 양단의 격자점(1과 N)에서의 유량보정

치는 양단에서의 수위보정치들만으로 표현된다.

월류부에 해당하는, 격자점이 두개뿐인 수로 2의 경우에는 식 (34) 및 (40)으로서 forward sweep이 종료되는데 이때 식 (35)-(37) 및 식 (41)-(43)의 각 계수들이 자유월류형 역방향 흐름의 경우에도, 즉 C의 값이 영인 경우에도 잘 정의됨을 알 수 있다.

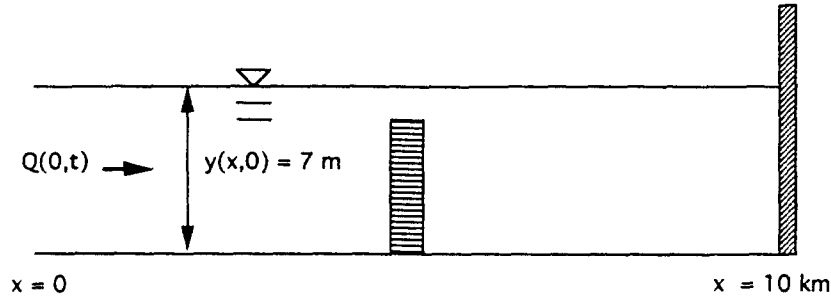
이와같이 각 수로에 대한 forward sweep이 종료되면, 각 수로 양단 격자점에서의 수위 및 유량보정치를 미지수로 하는 총 6개의 선형 관계식이 주어진다. 수로 1의 하류단 격자점과 수로 2의 상류단 격자점 및 수로 2의 하류단 격자점과 수로 3의 상류단 격자점은 각각 일치하므로, 실제 미지의 수위 및 유량보정치는 8개이며, 따라서 2개의 선형 관계식이 추가되어야 하는데 이들은 전체 하도구간의 상류단 및 하류단 경계조건에 따른 선형 보정량관계식, 즉 수로 1의 상류단 및 수로 3의 하류단 격자점에서의 보정량 관계식으로서 주어진다. 따라서 이들 보정량 관계식들을 연립하여 풀어서 각 수로 양단 격자점에서의 수위 및 유량보정치가 계산된다.

이와같이 각 수로 양단의 수위 및 유량보정치,  $\Delta y_i$ ,  $\Delta Q_i$ ,  $\Delta y_N$  및  $\Delta Q_N$ 이 결정되면, 수로 1 및 3에 대한 return sweep으로서 각 격자점  $i = N-1, \dots, 2$ 에 대한 수위 및 유량보정치,  $\Delta y_i$  및  $\Delta Q_i$ 를 식 (13) 및 (38)에 의하여 축차적으로 구한다.

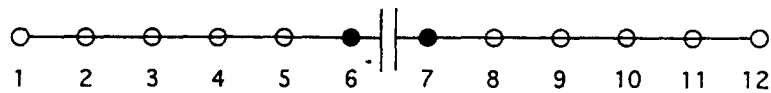
Table 2. Summary of the Test Problem for Unsteady Flow Model Suggested by Holly (Contractor and Schuurmans, 1993)

|                                  |             |   |
|----------------------------------|-------------|---|
| Channel length                   |             | 10 km   |
| Bottom slope                     |             | 0   |
| Bottom width                     |             | 10 m  |
| Side slope (horizontal:vertical) |             | 2:1   |
| Manning's roughness coefficient  |             | 0.04  |
| Numerical parameter              | $\Delta x$  | 1 km  |
|                                  | $\Delta t$  | 0.1 hour  |
| Initial Condition                | Discharge   | 0   |
|                                  | Water depth | 7 m   |
| Boundary condition               | Downstream  | $Q = 0$ (dead end)  |
|                                  | Upstream    | $Q = 200\sin(\pi t/3)$ ( $0 \leq t \leq 6$ hour)<br>$= 0$ ( $t > 6$ hour) |

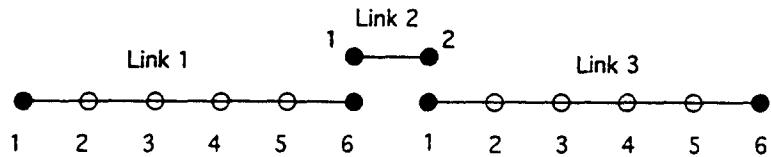




(a) Geometric Layout



(b) Layout of the Single-Channel Model



(c) Layout of the Looped-Network Model

Fig. 2. Schematic Representation of the Test Problem

이로써 1회의 Newton-Raphson 반복계산이 종료된다. 하도구간내에 두개 이상의 월류구조물이 존재하는 경우에도 수로의 수가 증가할 뿐, 방법론은 위의 경우와 동일하다. 이와같이 계산된 각 계산점에서의 수위 및 유량 보정치들을 이전 반복계산 단계(m)에서 구해진 각 계산점에서의 수위 및 유량값에 더함으로써 금번 계산단계(m+1)에서의 값들이 구해지고, 이로부터 다음단계의 계산을 수행한다. 지정된 반복계산 회수만큼 Newton-Raphson 반복계산을 수행한 후에는 현 시간준위(n+1)에 대한 계산을 종료하고 다음 시간준위에 대한 계산을 수행한다.

### 5. 모형의 검증

부정류 해석모형의 정확성을 검사하기 위한 방법의 하나로서 Holly(1990, unpublished)는 Table

2와 같은, 사다리꼴 균일단면 수로에 대한 검증문제를 제안한 바 있다(Contractor와 Schuurmans, 1993).

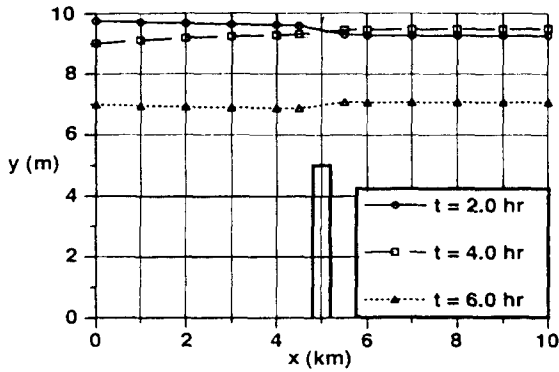
본 연구에서는 이러한 가상 하도의 중간지점에 월류구조물이 위치하도록 하고(Fig. 2(a) 참조), 월류흐름의 국소적 처리를 포함한 단일하도 모형 및 폐합형 수계에 관한 계산모형을 각각 적용하였다. 단일하도 모형의 경우 월류구조물 지점에는 그 상 하류측에 각각 한 개씩 두 개의 격자점이 필요하므로 총 12개의 계산격자가 사용되었으며(Fig. 2(b) 참조), 폐합수계 모형의 수로 1 및 3은 각각 6개의 격자점으로 구성된다(Fig. 2(c) 참조).

Table 2의 상류단 경계조건에서 알 수 있듯이 처음 6 시간 동안 하도에 유입된 총유입량은 영이고 이후에는 유출입량이 없으므로 6 시간후 하도에 남아있는 총수량(water volume)은 초기수량과 같아야 한다. 월류부의 표고값( $y_w$ )을 변화시켜 가

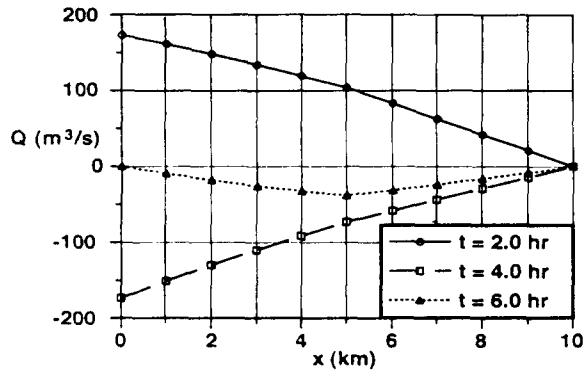
며 각각의 경우에 대하여 12 시간 동안의 계산을 수행하였다. Preissmann 기법의 안정조건 (Liggett과 Cunge, 1975)에 부합되도록 시간간격  $\theta$ 의 값을 0.5 이상으로 하고, Newton-Raphson 반복계산을 1회로 하였을 때 계산결과로부터 구한 하도내 총수량의 이론치와의 오차는  $\theta$ 의 값에 관계없이 1 % 정도였고, 2회 이상으로 할 경우에는 0.00 % 이하로서 오차가 거의 없었다. 수중웨이형 월류흐름 공식의 선형화 범위인  $\epsilon$  (식 (29) 참조)에 대해서는 cm 크기 정도의 값이 적절한 것으로 알려져 있는데(Cunge 등, 1980),

이를 0.1, 0.01 및 0.001 m로 변화시켜가며 계산을 수행하여 비교한 결과,  $\epsilon$ 값에 대한 계산결과의 민감도는 거의 없는 것으로 나타났다. 이후에 제시된 계산결과는 Newton-Raphson 반복계산을 2회,  $\theta = 1.0$ ,  $\epsilon = 0.01$  m로 하여 산정된 것이다.

Fig. 3 및 4는 월류부의 바닥표고( $y_w$ )가 각각 5 및 6 m인 경우에 대하여 외부유량의 하도 유입시( $t = 2$  hour), 유출시( $t = 4$  hour) 및 유출입이 종료되는 순간( $t = 6$  hour)에서의 수위와 유량의 공간분포를 나타내고 있다. 외부유량의 유출입에 따른 순방향 및 역방향의 월류흐름이 잘 모

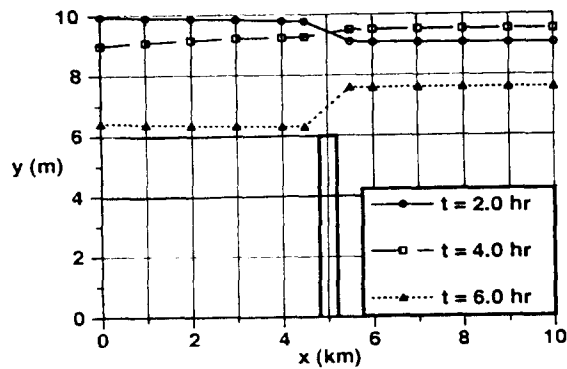


(a) Water Surface Elevation

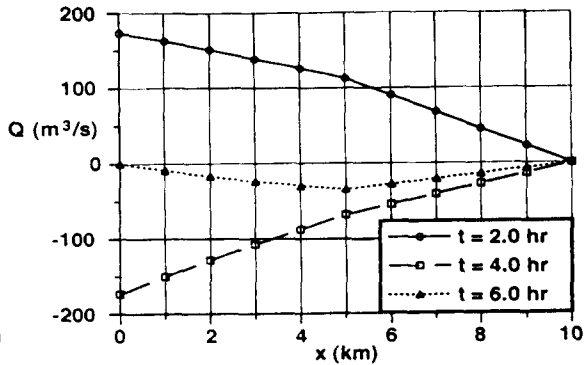


(b) Discharge Distribution

Fig. 3. Spatial Variation of Water Surface Elevation and Discharge ( $y_w = 5$  m)



(a) Water Surface Elevation



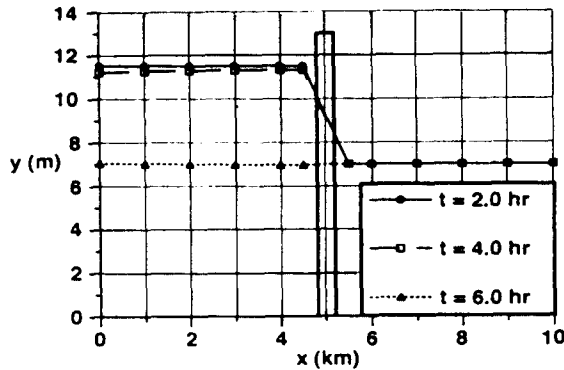
(b) Discharge Distribution

Fig. 4. Spatial Variation of Water Surface Elevation and Discharge ( $y_w = 6$  m)

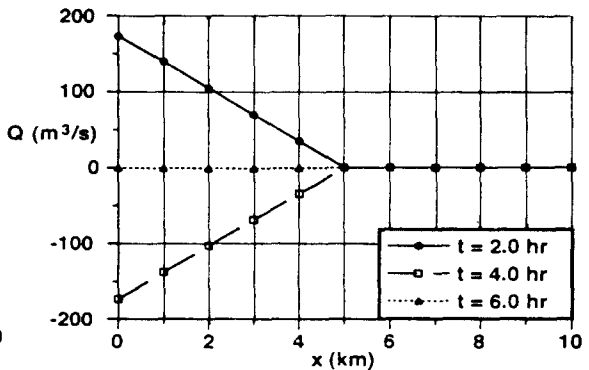
의되고 있으며, Fig. 3과 4를 비교해 보면 월류표고가 높을수록 외부유량의 하도유입이 원활하지 않아 월류구조물 양측간에 큰 수위차를 보이고 있음을 알 수 있다. 이는 유출시에도 마찬가지로 유출이 종료된 시점에서 볼때 월류표고가 6 m인 경우에는 5 m인 경우에 비하여 월류구조물 양측간 수위차가 큼을 알 수 있다. 유출입 종료시의 유량에 있어서도 높이 6 m인 경우의 값들이 다소 작는데 이 역시 흐름이 상대적으로 원활하지 못함을 나타내는 결과라 하겠다. Fig. 5는 월류구조물이 바닥표고 13 m로서 매우 높게 위치하여 월류흐름이

발생하지 않는 경우에 대한 계산결과로서, 이와같이 불연속적인 흐름을 성공적으로 모의할 수 있음을 보여주고 있다.

Fig. 6은 월류표고가 6 m인 경우에 관하여 월류구조물 상류측( $x = 5^-$  km) 및 하류측( $x = 5^+$  km) 수위의, Fig. 7은 월류유량의 시간변화를 각각 나타내고 있다.  $t = 4.9$ 부터  $t = 6.9$  시간까지는 월류부 바닥표고를 기준으로 한 하류측 수위가 상류측 수위의 1.5배보다 크게 되어 자유월류형 역방향 흐름이 발생하고 있다(식 (21b) 참조). Fig. 6 및 7은 자유월류형 역방향 흐름에 대해서



(a) Water Surface Elevation



(b) Discharge Distribution

Fig. 5. Spatial Variation of Water Surface Elevation and Discharge ( $y_w = 13$  m)

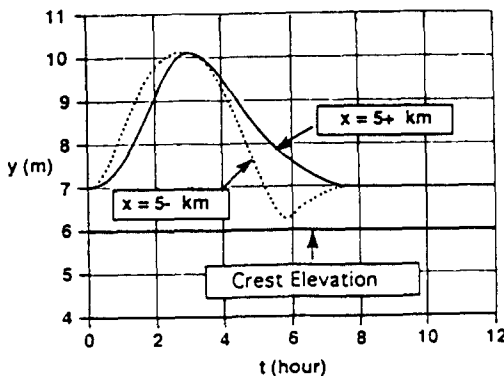


Fig. 6. Time Variation of Water Surface at Each Side of the Weir ( $y_w = 6$  m)

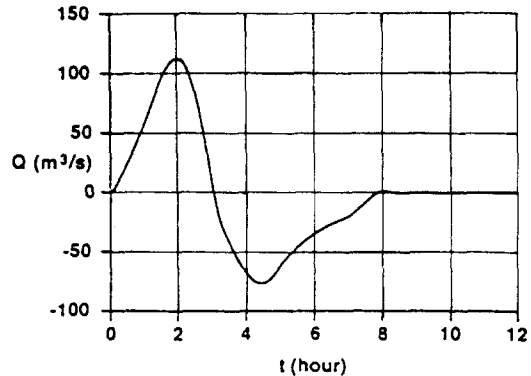


Fig. 7. Time Variation of Discharge over the Weir ( $y_w = 6$  m)

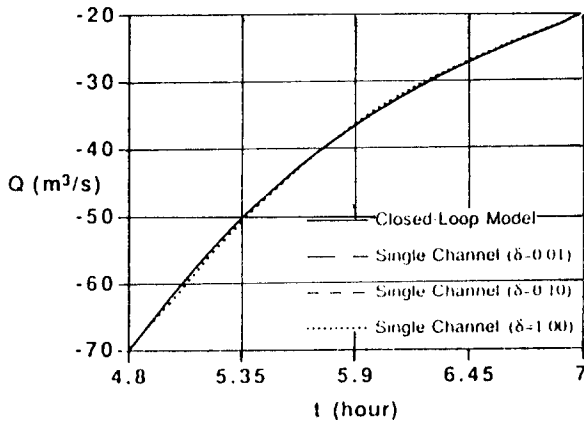


Fig. 8. Comparison of Reverse Free Overflows Simulated by Different Models ( $y_w=6m$ )

도 특별한 처리를 요하지 않는, 즉 흐름의 방향성에 무관한 폐합형 모형에 의하여 계산된 결과이다. Fig. 8은 자유월류형 역방향 흐름의 처리를 위하여 식 (33)과 같은 편법을 포함하는 단일하도 모형에 의하여 계산된 월류유량을 함께 나타낸 것으로서  $\delta$ 를 0.1 이하로 한 경우에는 폐합형 모형에 의한 계산결과와의 차이를 거의 볼 수 없고,  $\delta$ 를 1로 한 경우에도 오차는 최대 1.5% 정도로서 매우 작은 것으로 나타났다. 이는 식 (33)과 같은 처리 방법이 비록 이론적 근거가 없는, 전적으로 수치계산적인 방법이기에는 하나, 이로써 단일하도 모형을 사용하여 모든 경우의 월류흐름 계산을 가능하게 하는 유용한 방법임을 나타내는 결과라 할 수 있다.

## 6. 결 론

월류흐름을 포함하는 1차원 부정류 해석모형으로서, 단일하도 모형 및 폐합형 수계에 관한 계산 기법을 이용한 모형을 각각 수립하였다. 한 쪽 끝이 死水端(dead end)으로 되어 있고 중간에 월류구조물이 위치한 가상의 시험하도에서의 흐름문제에 적용함으로써 모형의 적용성을 조사하였다. 모든 종류의 순방향 및 역방향의 월류흐름이 잘 모의되었으며, 월류구조물 양측의 수위가 모두 월류부의 바닥표고보다 낮아 실질적으로 흐름이 존재하지 않는 경우도 성공적으로 모의되었다. 또한 월류표

고가 변함에 따라 물리적으로 타당한 것으로 기대되는 현상들이 재현되었다. 단일하도 모형을 사용하면서도 모든 종류의 월류흐름을 모의할 수 있음이 입증되었다. 단일하도 모형을 사용할 경우, 역방향 자유월류형 흐름에 대한 처리방법의 이론적 정당성은 빈약하나, 폐합형 모형에 비하여 단순한 모형으로도 모의계산이 가능하다는 것이 장점이라 할 수 있다.

## 참 고 문 헌

- 윤용남, 박무종 (1992). “水理學的 洪水追跡에 의한 壩 放流時 下流水位 및 主要 河川區間別 洪水到達 時間의 豫測.” 韓國水文學會誌, 제25권, 제3호, pp. 115-124.
- 윤용남, 박무종 (1994). “FESWMS-2DH에 의한 한강 하류부의 수리특성 분석.” 大韓土木學會論文集, 제14권, 제4호, pp. 847-857.
- 이상호, 이길성 (1992). “소양강댐 가상 파괴과의 수치모의.” 大韓土木學會論文集, 제12권, 제2호, pp. 109-122.
- 李鍾泰, 韓健淵 (1989). “하천제방의 붕괴로 인한 제내지의 침수예측 모형.” 韓國水文學會誌, 제22권, 제2호, pp. 223-231.
- 李鍾泰, 韓健淵, 徐炳夏 (1993). “한강의 홍수규모에 따른 인도교수위의 조성영향분석.” 韓國水文學會誌, 제26권, 제2호, pp. 67-77.
- 전병호, 신현석, 이재철, 윤용남 (1993). “華川댐 洪水量 및 水位에 미치는 平和댐의 影響 分析.” 韓國水文學會誌, 제26권, 제1호, pp. 93-101.
- 崔秉旻, 徐景錫 (1987). “漢江感潮區間의 洪水推定.” 大韓土木學會論文集, 제7권, 제3호, pp. 133-139.
- Contractor, D.N., and Schuurmans, W. (1993). “Informed use and potential pitfalls of canal models.” *J. Irrig. and Drain. Engrg.*, ASCE, Vol. 119, No. 4, pp. 663-672.
- Cunge, J.A., Holly, F.M., Jr., and Verwey, A. (1980). *Practical aspects of computational river hydraulics*. Pittman.
- Garcia-Navarro, P., Alcrudo, F., and Saviron, J. M. (1992). “1-D open-channel flow simulation using TVD-McCormack scheme.” *J.*

- Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 118, No. 10, pp. 1359-1372.
- Garcia-Navarro, P., Priestley, A., and Alcrudo, F. (1994). "An implicit method for water flow modelling in channels and pipes." *J. Hydr. Res.*, Vol. 32, No. 5, pp. 721-742.
- Holly, F.M., Jr., and Merkley, P.M. (1993). "Unique problems in modeling irrigation canals." *J. Irrig. and Drain. Engrg.*, ASCE, Vol. 119, No. 4, pp. 656-662.
- Holly, F.M., Jr., Yang, J.C., Schwarz, P., Schaefer, J., Hsu, S.H., and Einhellig, R. (1990). "Numerical simulation of unsteady water and sediment movement in multiply connected networks of mobile-bed channels." *IHR Report No. 343*, Iowa Inst. of Hydr. Res., Iowa City, Iowa.
- Liggett, J.A., and Cunge, J.A. (1975). "Numerical methods of solution of the unsteady flow equations." *Unsteady Flow in Open Channels*, K. Mohmmod and V. Yevjevich eds., Water Resour. Publications, Fort Collins, Colo., pp. 89-182.
- Strelkoff, T. (1992). "EQSWP: Extended unsteady-flow double-sweep equation solver." *J. Hydr. Engrg.*, ASCE, Vol. 118, No. 5, pp. 735-742.

〈접수: 1995년 8월 17일〉