

## 매개변수 추정방법에 따른 강우자료의 분리효과 Separation Effect of Rainfall Data Based on Parameter Estimation Methods

김 경 덕\* · 배 덕 호\*\* · 허 준 행\*\*\* · 조 원 철\*\*\*\*  
Kim, Kyung Duk · Bae, Deg Hyo · Heo, Jun Haeng · Cho, Won Cheol

### Abstract

It is very important to select appropriate distributions for hydrological data in planning and designing hydraulic structures. Also, it is necessary to check whether the selected distribution reproduces the statistical characteristics of the real data. In this study, the parameters of the two- and three-parameter gamma, two- and three-parameter lognormal, Gumbel, two- and three-parameter log-Gumbel, GEV, log-Pearson type III, two- and three-parameter Weibull, four- and five-parameter Wakeby distributions were estimated for the rainfall data of 22 sites in Korea with 7 different durations based on the methods of moments, probability weighted moments, and maximum likelihood. And the validity conditions were checked for the estimated parameters. The separation effect for each distribution was examined through 10,000 simulations using the estimated parameters. As results, the separation effect was the smallest: log-Pearson type III for moment method, log-Pearson type III and GEV for probability weighted moment method, and GEV for maximum likelihood method. However, it is large for the two-parameter distributions.

### 요 지

수공구조물의 계획과 설계에 있어서 수문자료에 대한 적정분포형을 선정하는 것은 매우 중요하며, 선정된 분포함수가 실측자료의 통계학적 특성을 잘 나타내고 있는가를 검토하는 것은 필수적인 과제이다. 본 연구에서는 전국 22개 지점, 7개 지속기간의 강우자료에 대하여 2변수 및 3변수 gamma, 2변수 및 3변수 lognormal, Gumbel, 2변수 및 3변수 log-Gumbel, GEV, log-Pearson type III, 2변수 및 3변수 Weibull, 4변수 및 5변수 Wakeby 분포를 적용하여 모멘트법, 확률가중 모멘트법, 최우도법 등으로 각 분포형의 매개변수를 추정하고, 적합성 조건을 검사하였다. 각 매개변수 추정법에 의하여 추정된 매개변수를 이용하여 10,000번 모

- \* 연세대학교 대학원 토목공학과 박사과정
- \*\* 연세대학교 공과대학 산업기술연구소 선임연구원
- \*\*\* 연세대학교 공과대학 토목공학과 조교수
- \*\*\*\* 연세대학교 공과대학 토목공학과 교수

의 발생하여 분리효과를 검토한 결과 매개변수 적합성을 고려한 경우 모멘트법에서는 log-Pearson type III 분포, 확률가중 모멘트법에서는 log-Pearson type III와 GEV 분포, 최우도 법에서는 GEV 분포가 분리효과를 가장 작게 나타냈으며, 2변수 분포형의 경우 모두 분리효과가 크게 나타났다.

## 1. 서 론

지속기간별 강우자료의 적정 확률분포형을 선정하는 것은 수공구조물의 계획과 설계에 필수적인 요소라 할 수 있다. 그러나, 적정 분포형을 선정하는 것은 그리 간단한 일이 아니며, 특히 우리나라와 같이 관측자료 기간이 짧은 경우에는 더욱 어려운 일이라 할 수 있다. 또한 우리가 어떤 지점에서의 강우자료에 대한 최적 분포형을 선정했다 하더라도 몇년후 또는 몇십년후 보완된 자료를 이용하게 되면 지금 우리가 선정한 분포형과는 다른 확률분포형이 적합하다고 판단될 수도 있는 것이다. 이와 같은 분포형 선정의 어려움을 해소하기 위한 하나의 방법으로, 또는 보다 적합한 분포형을 선정하기 위한 수단으로 강우자료의 분리효과(separation effect)를 검토하는 것은 중요한 과제라 할 수 있다.

확률분포형을 선정하는데 있어서 가정한 확률분포형으로부터 매개변수를 추정할 수 있으며 추정된 매개변수를 이용하여 강우자료를 모의 발생시켜 왜곡도 계수의 평균과 표준편차를 구할 수 있다. 이와 마찬가지로 실측자료를 이용한 왜곡도 계수의 평균과 표준편차도 구할 수 있다. 우리의 기대는 위 두가지 왜곡도 계수의 통계적 특성이 동일하다는 것이나 실제로는 다른 결과를 보이게 된다. 즉 실측자료로부터 구한 값과 실측자료를 확률분포형에 적용하고 모의발생하여 구한 값은 서로 다르며, 일반적으로 실측자료로부터 구한 값이 크게 나타나고 있다. 이와 같은 현상을 분리효과라 한다. 분리효과는 Matalas 등(1975)이 미국의 홍수자료를 분석하는 과정에서 처음으로 언급되었고, 이를 극복하기 위하여 Houghton(1977, 1978a, 1978b)이 Wakeby 분포를 제안하였으며, Rossi 등

(1984)은 TCEV(two component extreme value)분포를 제안하여 이탈리아의 홍수자료에 적용함으로써 분리효과를 검토한 결과 실측자료와 비슷함을 보였다. 위 적용 등은 연홍수최대치에 대한 적용 예로서 강우자료에 대한 분리효과 검토는 거의 없는 실정이며, 국내에서 김양수와 허준행(1993), 김경덕 등(1995)의 연구가 있을 뿐이다. 이상과 같이 분리효과를 검토하므로써 적용한 확률분포형이 실측자료의 분포특성을 잘 나타내는지 알아 볼 수가 있으며, 어떤 지점에서의 강우자료에 대한 보다 적합한 분포형을 선정하는데 도움을 줄 수 있다.

위에 언급한 분리효과는 추정된 매개변수에 의해서도 다르게 나타날 수 있다. 즉 어떤 매개변수 추정방법을 사용하느냐에 따라서도 변할 수 있는 것이다. 따라서 각 매개변수 추정방법간의 특성과 분리효과의 차이를 살펴봄으로써 우리나라의 강우자료에 대한 적절한 매개변수 추정방법을 조사하는 것이 중요하다고 판단된다.

본 연구에서 대상으로 선택한 22개 지점을 동질성을 가진 강수지역으로 구분하여 지역적인 분석을 실시하는 것이 바람직하나, 이재준 등(1981)에 의한 5개 권역과 이원환 등(1993)에 의한 5개 권역에 의하여 각 지점을 권역별로 구분하면 각 권역별 지점수가 작게 되므로 통계적인 분석의 정확도가 낮아지므로 우리나라 전국을 하나의 지역으로 보고 해석하였으며, 매년 최대치 7개 지속기간(30분, 60분, 2시간, 3시간, 6시간, 12시간, 24시간) 강우자료를 선택하였다. 적용 확률분포형으로는 13가지 분포형(2변수 및 3변수 lognormal, 2변수 및 3변수 gamma, log-Pearson type III, GEV, Gumbel, 2변수 및 3변수 log-Gumbel, 2변수 및 3변수 Weibull, 4변수 및 5변수 Wakeby 분포)을 선정하고 각 분포형별로 모멘트법, 확률가중 모

멘트법, 최우도법 등으로 매개변수를 추정하고, 각각의 매개변수 추정방법에 의해 추정된 매개변수를 이용하여 균등난수 모의발생기법으로 10,000번 자료를 발생시켜 지속기간별 실제 강우자료와 선정된 분포 사이의 분리효과를 검토하였다.

## 2. 매개변수 추정방법

본 연구에서는 각 분포형별 매개변수를 추정하기 위하여 기존에 알려져 있는 모멘트법, 확률가중 모멘트법과 최우도법을 사용하였다.

### 2.1 모멘트법 (Method of Moments)

일반적으로 가장 간단하면서 손쉽게 사용할 수 있는 점추정 방법의 하나로서 모집단의 모멘트와 표본자료의 모멘트는 같다고 가정하여 매개변수를 추정하는 방법이다. 즉,

$$E(X^k) = M_k, \quad k=1, 2, 3 \quad (1)$$

여기서  $E(X^k)$ 는 모집단의  $k$ 차 모멘트이고,  $M_k$ 는 표본자료의  $k$ 차 모멘트이다. 선정된 분포형의 특징에 따라 차수를 결정하여 매개변수를 추정한다. Gumbel 분포의 경우에 모멘트법은 충분히 정확하고 실제적으로 불편의 조건이며 적용하기 간편하다 (Lowery와 Nash, 1970). 그러나 매우 왜곡된 분포형의 경우, 모멘트법은 매개변수 추정치가 부정확한 결과를 나타내며 (Fisher, 1941; Vatnsdal, 1946; Thom, 1958; Koberg와 Eggers, 1973), 이를 위하여 log-Pearson type III, gamma-3 분포에 대하여 왜곡도 계수의 수정치를 제안하고 있다 (Bobée와 Robitaille, 1975, 1977; Bobée, 1975; Landwehr 등, 1978). 또한 이상치를 가진 표본자료에 대한 모멘트 추정방법은 만족할 만한 적합방법이 아닌 것으로 알려져 있다 (Jenkinson, 1969; Snyder, 1972; Siegerstetter, 1973).

### 2.2 확률가중 모멘트법 (Method of Probability Weighted Moments)

확률가중 모멘트의 일반식은 식 (2)와 같다

(Greenwood 등, 1979).

$$M_{p,r,s} = E[X^p F^r(x) - (1-F(x))^s] \quad (2)$$

여기서  $p, r, s$ 는 정수이다. 모집단의 확률가중 모멘트는 식 (3), (4)와 같이 두 가지 형태로 나타낼 수 있으며, 이에 대한 표본자료의 불편 확률가중 모멘트는 식 (5), (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_{1,r,0} = E[X F^r(x)] \equiv B_r, \quad p=1, r, s=0 \quad (3)$$

$$M_{1,0,s} = E[X \{1-F(x)\}^s] \equiv B'_s, \quad p=1, r=0, s \quad (4)$$

$$\hat{B}_r = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \frac{(j-1)(j-2)\cdots(j-r)}{(N-1)(N-2)\cdots(N-r)}, \quad r > 1 \quad (5)$$

$$\hat{B}'_s = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \frac{(N-j)!(N-s-1)!}{(N-j-s)!(N-1)!}, \quad s \geq 0 \quad (6)$$

여기서  $x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_N$ ,  $\hat{B}_0 = \hat{B}'_0 = \bar{X}$ 이며,  $\bar{X}$ 는 표본자료의 평균을 나타낸다. 불편 확률가중 모멘트의 사용은 선정된 분포형에 따라 편리한 것을 사용한다. 본 연구에서 적용한 lognormal, gamma, log-Pearson type III, GEV, Gumbel, log-Gumbel 분포는 식 (5)를 이용하고, Weibull과 Wakeby 분포의 경우는 식 (6)을 이용하여 매개변수를 추정하였다. 그러나, 추정량  $B_r$ 과  $B'_s$ 간의 관계는 식 (7)~(10)과 같이 주어지므로, 추정량  $B_r$ 과  $B'_s$ 중 한가지를 알고 있는 경우에도 다른 추정량을 이용하여 확률가중 모멘트법에 의한 매개변수 추정치를 구할 수 있다.

$$B'_0 = B_0 \quad (7)$$

$$B'_1 = B_0 - B_1 \quad (8)$$

$$B'_2 = B_0 - 2B_1 + B_2 \quad (9)$$

$$B'_3 = B_0 - 3B_1 + 3B_2 - B_3 \quad (10)$$

또한 최근에 거론되고 있는 L-모멘트 방법에 의한 모집단의 추정량(Hosking, 1986)은 확률가중 모멘트의 선형조합이며, 확률가중 모멘트법에 의한 매개변수 추정치와 L-모멘트법에 의한 추정치는 동일한 값을 갖는다.

### 2.3 최우도법 (Method of Maximum Likelihood)

자료수가 긴 경우에 가장 정확한 추정치를 가지며 추출된 표본자료가 나올 수 있는 확률이 최대가 되도록 매개변수를 추정하는 방법이다. 일반적으로 우도함수(likelihood function)보다는 유도상의 편리성 때문에 대수 우도함수(log-likelihood function)를 많이 사용하며 다음의 식과 같이 대수 우도함수를 매개변수별로 미분한 뒤 0으로 놓고 매개변수를 추정한다.

$$\frac{\partial \ln L(\theta_i)}{\partial \theta_i} = 0, i=1, 2, \dots, k \quad (11)$$

여기서  $\ln L(\theta_i)$ 는 대수 우도함수이고,  $\theta_i$ 는 선정된 확률분포형의 매개변수이며,  $k$ 는 매개변수의 개수이다. 통계적인 관점에서 볼때, 자료가 충분히 크면 최우도법은 가장 효과적인 방법으로 판단된다(Lowery와 Nash, 1970; Samuelson, 1972; Matalas와 Wallis, 1973). 그러나 최우도법은 분포형에 따라 양해적인(explicit) 해가 존재하지 않는 경우가 많으므로 수치해석 등 근사해법을 이용하여 매개변수를 구해야 하는 경우가 많고, 해를 찾는 과정에서 수렴이 안되는 경우도 있다(Smirnow 등, 1969). 또한 자료의 크기가 작을때 일반적으로 잘 적합되지 않는 것으로 알려져 있다. Matalas와 Wallis(1973)에 의하면 최우도법이 모멘트법에 의한 추정치보다 불편의 되고 변동이 적은 것으로 알려졌다.

## 3. 강우자료의 해석

### 3.1 적용 확률분포형

매개변수 추정방법에 따른 분리효과를 알아보기

위하여 수문학 분야에서 많이 사용하는 2변수 및 3변수 lognormal, 2변수 및 3변수 gamma, log-Pearson type III, GEV, Gumbel, 2변수 및 3변수 log-Gumbel, 2변수 및 3변수 Weibull, 4변수 및 5변수 Wakeby 분포를 선정하였다. 적용한 13가지 확률분포형 가운데 비교적 최근에 적용되고 있는 log-Gumbel, GEV, Wakeby 분포형을 중심으로 기술하면 다음과 같다.

#### 3.1.1 GEV (General Extreme Value) 분포

GEV 분포는 홍수나 가뭄같은 극치자료의 빈도 해석에 폭 넓게 사용되는 분포이다. 이 분포는 형태 매개변수(shape parameter)에 따라서 GEV-1, GEV-2, GEV-3 등 3가지 형태로 분류할 수 있다. GEV 분포의 누가분포함수의 형태는 다음과 같이 주어진다(NERC, 1975).

$$F(x) = \exp\left\{-\left[1-\beta\frac{(x-x_0)}{\alpha}\right]^{1/\beta}\right\} \quad (12)$$

여기서  $\alpha$ 는 규모 매개변수(scale parameter),  $\beta$ 는 형태 매개변수,  $x_0$ 는 위치 매개변수(location parameter)이다.  $\alpha > 0$  이어야 하며,  $\beta$ 가 0보다 크면 GEV-3, 작으면 GEV-2, 같으면 GEV-1 분포가 된다. 여기서 GEV-1 분포는 Gumbel 분포라고도 한다. GEV-1은 확률변수의 범위가 없으며, GEV-2는 하한 경계치를, GEV-3은 상한 경계치를 갖는다.

#### 3.1.2 Log-Gumbel 분포

Log-Gumbel 분포는 수공학 분야에서 많이 사용하는 분포형중 하나로서 Frechet 분포로도 알려져 있다. 이 분포는 GEV 분포의 특수한 경우로서, GEV-2 분포라고도 한다. 확률변수  $X$ 와  $Y$ 를 식 (13)으로 가정할 때,

$$Y = \log(X-x_0) \quad (13)$$

$X$ 가  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $\alpha$ 를 매개변수로 갖는 log-Gumbel 분포가 되며,  $Y$ 는  $y_0$ ,  $\alpha$ 를 매개변수로 갖는 Gumbel

분포가 되고, log-Gumbel 분포의 누가분포함수는 식 (14)와 같다.

$$F(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\frac{\log(x-x_0)-y_0}{\alpha}\right]\right\} \quad (14)$$

여기서  $x > x_0$ 이고  $\alpha > 0$ 인 조건을 만족해야 한다. 식 (14)는 대수영역(log domain)이며 이를 실영역(real domain)으로 바꾸기 위하여  $\alpha=1/\beta$ ,  $y_0=\log(\theta-x_0)$ 로 가정하면 식 (15)와 같은 log-Gumbel 분포가 유도된다(허준행, 1993).

$$F(x) = \exp\left[-\left(\frac{\theta-x_0}{x-x_0}\right)^\beta\right] \quad (15)$$

여기서  $\theta > x_0$ ,  $\beta > 0$ ,  $x_0 < x < \infty$ 의 조건을 만족해야 하며 본 연구에서는 식 (15) 형태의 분포형을 사용한다.

### 3.1.3 Wakeby 분포

우리나라 강우자료에도 적합한 것으로 알려져 있는(김경덕 등, 1995) Wakeby 분포는 식 (16)(Landwehr 등, 1978)과 같은 역함수 형태로 정의된다.

$$x = m + a[1 - (1 - F)^b] - c[1 - (1 - F)^d] \quad (16)$$

여기서 F는 누가분포함수(CDF)로서,  $F = P[X \leq x]$ 로 표시되며 a, b, c, d, m은 Wakeby 분포의 매개변수이다. 위치 매개변수 m 이 0이면 4개의 매개변수를 갖는 Wakeby 분포이며,  $m \neq 0$  이면 5개의 매개변수를 갖는 Wakeby 분포이다. 또한 매개변수 b는 분포의 왼쪽 꼬리부분을 제어하고(극소치 자료), 매개변수 d는 분포의 오른쪽 꼬리부분을 제어한다(극대치 자료). Wakeby 분포에 대한 매개변수 추정방법으로는 Houghton(1978b)이 제안한 불완전 평균추정법(incomplete means estimation)이 있으나 이보다는 Greenwood 등(1979)이 제안한 확률가중 모멘트법이 일반적으로 사용되고 있다(Landwehr 등, 1979a, 1979b). 추정된 값은 매개변수 적합성 조건을 만족해야 하며, 만약 추정된 매개변수가 적합성 조건에 맞지 않는 경우에는, 매개변수 b값을 조정하면서 나머지 매개변수 값을 추정한다. 이 경우에도 각 단계에서 적합성 조건을 만족하는가 확인해야 하며 이를 만족할 때까지 반복한다(김경덕 등, 1995).

### 3.2 매개변수 추정

본 연구에서는 전국 22개 지점의 강우자료를 사용하였으며, 지속기간은 30분, 60분, 2시간, 3시간, 6시간, 12시간, 24시간 등 7개 지속기간을 선택하여 적용하였다. 표 1은 22개 지점과 강우기록 연수를 나타내고 있다.

표 1. 대상 강우지점 및 자료년수

지 점 명	지점번호	기록년수	지 점 명	지점번호	기록년수
속 초	90	24	포 향	138	38
춘 천	101	26	군 산	140	24
강 룡	105	34	대 구	143	76
서 울	108	63	전 주	146	51
인 천	112	40	울 산	152	45
원 주	114	24	광 주	156	53
수 원	119	28	부 산	159	50
서 산	129	24	충 무	162	24
청 주	131	25	목 포	165	69
대 전	133	24	여 수	168	49
추 풍 령	135	37	완 도	170	21

표 2. 매개변수 추정방법에 따른 3변수 gamma 분포의 매개변수 추정치와 적합성 결과 (지속기간 24시간)

지점 번호	지점명	자료 크기	X <sub>MIN</sub>	X <sub>MAX</sub>	모멘트법 (MOM)				확률가중 모멘트법 (PWM)				최우도법 (ML)			
					Location parameter	Scale parameter	Shape parameter	Validity	Location parameter	Scale parameter	Shape parameter	Validity	Location parameter	Scale parameter	Shape parameter	Validity
90	속 초	24	78.0	427.0	87.104	66.893	1.191	N.G.	87.078	69.897	1.140	N.G.	.000	54.365	1.742	O.K.
101	춘 천	22	68.0	289.0	37.815	30.717	3.593	O.K.	69.352	49.325	1.598	N.G.	21.714	39.557	2.255	O.K.
105	강 룡	34	48.0	328.0	-22.835	27.660	6.693	O.K.	45.044	47.546	2.466	O.K.	23.441	37.989	3.613	O.K.
108	서 울	63	61.0	447.0	64.348	57.255	1.488	N.G.	57.386	52.990	1.739	O.K.	22.871	54.966	1.690	O.K.
112	인 천	40	57.0	372.0	53.089	61.850	1.460	O.K.	71.849	83.361	.8581	N.G.	23.720	57.034	1.554	O.K.
114	원 주	20	55.0	395.0	16.617	49.472	2.976	O.K.	56.560	77.753	380	N.G.	23.720	2388.270	.044	N.C.
119	수 원	28	86.0	460.0	72.493	87.589	1.130	O.K.	89.224	118.005	.697	N.G.	23.720	.153	*	N.C.
129	서 산	24	58.0	253.0	-136.725	11.508	23.756	O.K.	-37.408	20.494	8.494	O.K.	6.847	.283	*	N.C.
131	청 주	25	75.0	240.0	44.000	21.708	3.827	O.K.	68.501	35.582	1.646	O.K.	6.847	.154	*	N.C.
133	대 전	23	69.0	334.0	58.418	44.254	1.826	O.K.	62.432	50.691	1.515	O.K.	6.847	.204	*	N.C.
135	추풍령	37	66.0	216.0	9.283	12.865	8.591	O.K.	24.814	15.962	5.951	O.K.	25.578	33.084	1.714	O.K.
138	포 함	38	60.0	316.0	54.196	41.094	1.620	O.K.	56.707	44.225	1.448	O.K.	24.396	.295	*	N.C.
140	군 산	24	61.0	265.0	52.415	35.199	1.989	O.K.	62.247	44.799	1.343	N.G.	24.396	40.777	1.564	O.K.
143	대 구	76	42.0	248.0	-11.350	16.686	7.197	O.K.	3.628	19.984	5.260	O.K.	23.669	31.706	2.325	O.K.
146	전 주	51	46.0	364.0	55.518	53.186	1.434	N.G.	57.763	56.353	1.313	N.G.	24.499	39.756	2.282	O.K.
152	울 산	45	53.0	458.0	78.349	82.159	.898	N.G.	60.181	59.658	1.541	N.G.	19.039	49.613	2.150	O.K.
156	광 주	49	56.0	261.0	26.797	21.713	4.689	O.K.	41.310	26.559	3.287	O.K.	16.621	28.123	2.927	O.K.
159	부 산	50	37.0	439.0	35.251	48.281	2.442	O.K.	44.476	54.974	1.977	N.G.	3.152	41.980	3.063	O.K.
162	충 무	24	71.0	325.0	12.708	33.477	4.259	O.K.	62.800	59.513	1.554	O.K.	3.152	.321	*	N.C.
165	목 포	69	43.0	404.0	77.281	59.588	.803	N.G.	52.373	35.151	2.069	N.G.	-22.461	26.044	3.592	O.K.
168	여 수	49	53.0	331.0	29.682	33.674	3.525	O.K.	55.401	46.099	2.017	N.G.	25.853	37.755	2.789	O.K.
170	완 도	21	68.0	460.0	15.022	57.326	3.060	O.K.	84.865	116.421	.907	N.G.	25.853	60.302	2.271	N.C.

표 3. 매개변수 추정방법에 따른 GEV 분포의 매개변수 추정치와 적합성 결과 (지속기간 24시간)

지점 번호	지점명	자료 크기	X <sub>MIN</sub>	X <sub>MAX</sub>	모멘트법 (MOM)				확률가중 모멘트법 (PWM)				최우도법 (ML)			
					Location parameter	Scale parameter	Shape parameter	Validity	Location parameter	Scale parameter	Shape parameter	Validity	Location parameter	Scale parameter	Shape parameter	Validity
90	속 초	24	78.0	427.0	132.454	49.587	-1.04	O.K.	130.667	43.138	-.210	O.K.	132.524	44.668	-.163	O.K.
101	춘 천	22	68.0	289.0	121.439	46.460	.002	O.K.	118.291	40.536	-.141	O.K.	119.840	40.490	-.113	O.K.
105	강 룡	34	48.0	328.0	130.624	61.011	.062	O.K.	127.346	54.354	-.063	O.K.	128.637	54.575	-.033	O.K.
108	서 울	63	61.0	447.0	117.200	49.206	-.075	O.K.	116.167	46.606	-.124	O.K.	116.210	45.388	-.142	O.K.
112	인 천	40	57.0	372.0	108.627	52.510	-.080	O.K.	106.129	39.374	-.275	O.K.	106.916	40.040	-.265	O.K.
114	원 주	20	55.0	395.0	124.174	66.662	-.018	O.K.	119.857	56.660	-.169	O.K.	121.486	56.159	-.161	O.K.
119	수 원	28	86.0	460.0	127.827	62.697	-.108	O.K.	124.312	44.957	-.327	O.K.	119.343	35.705	-.643	O.K.
129	서 산	24	58.0	253.0	113.242	52.324	.148	O.K.	111.106	51.780	.091	O.K.	112.108	48.197	.088	O.K.
131	청 주	25	75.0	240.0	107.646	34.211	.009	O.K.	105.231	29.970	-.134	O.K.	104.661	27.178	-.228	O.K.
133	대 전	23	69.0	334.0	111.190	43.517	-.064	O.K.	109.248	39.882	-.151	O.K.	108.332	35.785	-.255	O.K.
135	추풍령	37	66.0	216.0	103.365	32.829	.083	O.K.	102.710	32.600	.056	O.K.	102.580	30.620	.022	O.K.
138	포 함	38	60.0	316.0	37.355	37.355	-.070	O.K.	96.165	33.561	-.159	O.K.	94.933	32.319	-.198	O.K.
140	군 산	24	61.0	265.0	36.597	36.597	-.055	O.K.	97.390	31.908	-.175	O.K.	98.083	31.114	-.181	O.K.
143	대 구	76	42.0	248.0	38.269	38.269	.072	O.K.	88.422	37.816	.042	O.K.	88.178	35.931	.011	O.K.
146	전 주	51	46.0	364.0	44.609	44.609	-.080	O.K.	100.618	39.373	-.180	O.K.	100.831	38.401	-.197	O.K.
152	울 산	45	53.0	458.0	50.457	50.457	-.125	O.K.	116.574	47.638	-.147	O.K.	117.031	47.755	-.137	O.K.
156	광 주	49	56.0	261.0	38.633	38.633	.034	O.K.	106.509	37.073	-.019	O.K.	106.662	35.899	-.031	O.K.
159	부 산	50	37.0	439.0	118.505	57.228	-.028	O.K.	116.471	53.355	-.101	O.K.	116.637	51.732	-.118	O.K.
162	충 무	24	71.0	325.0	123.792	56.353	.019	O.K.	119.701	47.853	-.145	O.K.	119.316	44.859	-.206	O.K.
165	목 포	69	43.0	404.0	100.419	33.951	-.133	O.K.	101.175	35.313	-.093	O.K.	101.770	36.332	-.064	O.K.
168	여 수	49	53.0	331.0	119.728	50.260	-.008	O.K.	117.343	45.427	-.097	O.K.	117.956	44.749	-.095	O.K.
170	완 도	21	68.0	460.0	143.937	78.579	-.014	O.K.	136.843	57.957	-.263	O.K.	137.307	56.636	-.299	O.K.

표 4. Wakeby 분포의 매개변수 추정값

지점 번호	지 점 명	자료 크기	매개변수 4개					매개변수 5개				
			m	a	b	c	d	m	a	b	c	d
90	속 초	24	.0000	102.37	36.46	477.70	.1232	38.84	65.57	18.58	400.47	.1409
101	춘 천	22	.0000	86.37	48.07	-2810.75	-.0231	-2.67	89.00	49.90	-2761.66	-.0236
105	강 룡	34	.0000	83.90	34.23	-741.49	-.1222	-28.79	112.01	49.90	-716.32	-.1280
108	서 울	63	.0000	82.10	33.79	-4619.39	-.0153	51.70	42.74	5.59	701.50	.0807
112	인 천	40	.0000	79.75	38.62	294.77	.1822	-162.93	241.69	138.94	316.88	.1732
114	원 주	20	.0000	84.73	19.88	831.87	.0909	-25.94	109.04	29.53	977.06	.0794
119	수 원	28	.0000	83.75	358.43	618.22	.1245	80.78	6.19	3.23	525.85	.1404
129	서 산	24	.0000	60.58	42.27	-267.97	-.4068	46.07	93.51	1.52	622.68	.0519
131	청 주	25	.0000	79.43	79.63	-758.17	-.0685	33.52	46.30	41.55	-813.96	-.0631
133	대 전	23	.0000	77.17	49.83	-2681.42	-.0243	61.33	55.00	1.90	140.29	.2296
135	추 풍 령	37	.0000	75.80	43.35	-224.68	-.2554	57.51	58.63	2.20	81.00	.2135
138	포 함	38	.0000	71.32	39.13	1241.68	.0396	44.10	32.73	8.28	425.64	.1003
140	군 산	24	.0000	77.52	32.34	386.34	.1089	42.13	40.97	8.92	206.67	.1737
143	대 구	76	.0000	55.12	35.67	-236.58	.3037	38.33	42.74	2.87	-764.85	-.0533
146	전 주	51	.0000	68.23	59.88	-11047.86	-.0059	47.27	23.83	11.05	2947.57	.0208
152	울 산	45	.0000	92.72	18.88	379.57	.1444	48.91	80.11	3.05	64.07	.4007
156	광 주	49	.0000	78.74	35.75	-442.42	-.1332	51.01	40.84	5.35	3395.40	.0126
159	부 산	50	.0000	67.09	73.70	-618.43	-.1636	18.60	48.69	50.25	-622.78	-.1619
162	충 무	24	.0000	80.81	46.84	-2111.70	-.0374	-4.27	85.02	49.90	-2080.89	-.0380
165	목 포	69	.0000	80.15	27.20	1155.00	.0397	42.15	47.08	7.06	246.99	.1444
168	여 수	49	.0000	82.44	38.12	-1101.74	-.0658	34.10	50.38	17.76	-1493.41	-.0466
170	완 도	21	.0000	91.23	49.90	899.37	.1010	81.83	-.59	49.90	9197.71	.0117

지속기간 24시간 강우자료에 대한 3변수 gamma 분포에 대하여 모멘트법, 확률가중 모멘트법, 최우도법으로 구한 매개변수 추정값과 매개변수 적합성 결과를 O.K.와 N.G.로 표시하고 수렴이 되지 않아 추정이 안되는 지점은 N.C.로 표 2에 나타내었으며, GEV 분포의 경우는 표 3에, 표 4는 4 변수와 5 변수의 Wakeby 분포의 매개변수 추정치를 나타내었다. Wakeby 분포의 경우 초기 매개변수 추정단계에서 매개변수 적합성을 만족하지 못하는 지점이 있었는데, 매개변수가 4개 일 때보다는 5개 일 때 초기에 적합성 조건을 만족하지 못하는 지점이 많았다. 그러나, b값을 줄여 가면서 매개변수를 추정하고 적합성 조건의 만족 여부를 확인한 결과 Wakeby 분포의 경우 7개 지속기간별 모든 지점에서 적합성 조건을 만족하는 매개변수를 얻었다. 그 밖에 다른 분포형의 경우 2변수 분포형의 매개변수 추정은 문제가 없었으며, 3변수 분포형중 log-Pearson type III, 3변수 log-Gumbel 분포형의 경우 최우도법으로 매개변수를 추정할 때 대부분의 지점에서 수렴이 잘되지 않았다. 또한 3변수 lognormal, 3변수 Weibull, 3변수 gamma 분포형

은 모멘트법이나 확률가중 모멘트법으로 매개변수를 추정할 수 있으나 매개변수 적합성 조건에 위배되는 경우가 일부 지점에서 나타났다.

표 2에서 보는 바와 같이 3변수 gamma 분포의 경우 위치 매개변수는 자료중 최소치보다 작아야 하나 이를 만족하지 못하는 지점이 모멘트법에서는 5개 지점, 확률가중 모멘트법에서는 10개 지점에서 발생했으며, 최우도법에서는 8개 지점에서 수렴이 되지 않았다. 반면에 GEV분포의 경우에는 3가지 추정방법, 모든 지점에서 매개변수의 조건을 만족함을 알 수 있다.

### 3.3 강우자료의 분리효과

본 연구에서는 실제자료의 왜곡도 성질을 가장 잘 설명하는 분포형을 선택하기 위해서 분리효과를 확인하였는데, 적용한 분포형중 분리효과가 가장 작게 나타나는 분포형이 실제자료를 잘 설명하는 분포형이라 할 수 있겠다. 이는 적용 분포형 뿐 아니라 매개변수 추정방법에 따라서도 다르게 나타날 수 있겠는데 다음과 같은 절차를 통하여 분리효과

를 확인하였다.

22개 지점, 7개 지속기간의 강우자료를 대상 분포형에 적용하여 각 추정방법에 따라 매개변수를 추정한 후, 균등난수에 의한 모의실험을 10,000번 실시하여 자료를 발생시켰다. 발생된 자료의 왜곡도 계수의 평균과 표준편차를 계산하고 실제자료의 왜곡도 계수의 평균과 표준편차도 계산하여 분리효과를 확인하였다. 이때 X축은 왜곡도 계수의 평균, Y축은 왜곡도 계수의 표준편차로 하여 각 매개변수 추정별로 도시하였다. 그림 1~6은 매개변수 적합성 조건을 만족시키지 못하는 지점을 제외하고 매개변수 추정방법에 따라 자료를 모의 발생시켜 분리효과를 나타낸 것이다.

그림 1~3에서 보면 알 수 있듯이 모멘트법에서는 log-Pearson type III 분포, 최우도법에서는 GEV 분포, 확률가중 모멘트법에서는 log-Pearson type III 분포와 GEV 분포가 가장 분리효과를 작게 나타내고 있다. 또한 확률가중 모멘트법에 의해 나타낸 그림이 전체적으로 실제자료에 근접하게 나타남을 알 수 있다. 여기서 그림 2에 log-Pearson type III 분포가 빠진 것은 최우도법 적용시 Newton-Raphson법을 이용하여 매개변수를 추정할 때 많은 지점에서 수렴하는 값을 얻지 못해서 모의발생시 제외하였기 때문이며, 그림 3에서만

Wakeby 분포를 나타낸 것은 Wakeby 분포에 대한 모멘트법이나 최우도법이 알려져 있지 않으므로 확률가중 모멘트법만을 적용하였기 때문이다. 그림 4~6에 나타나 있는 2변수 분포형의 경우 3가지 매개변수 추정방법 모두에서 분리효과가 크게 나타남을 알 수 있으며 매개변수 추정방법에 상관없이 비슷한 값을 나타내고 있다. 2변수 log-Gumbel 분포의 경우에는 모멘트법과 최우도법에서 왜곡도 계수의 평균값이 과대 산정된 것을 알 수 있으며, 확률가중 모멘트법 적용시 매개변수 적합성을 만족하지 못하는 지점이 많으므로 그림 6에서 제외시켰다.

매개변수 추정방법별로 살펴보면 확률가중 모멘트법에 의한 분리효과가 전체적으로 실제자료에 근접하게 나타남을 알 수 있으며, GEV 분포의 경우 최우도법에서 가장 실제자료에 가깝게 나타났고 확률가중 모멘트법에서도 모멘트법보다 근접하게 나타났다. log-Pearson type III 분포형도 역시 확률가중 모멘트법을 사용하였을때 모멘트법보다 분리효과가 작게 나타났다. 한편 3변수 Weibull 분포형은 최우도법을 사용하였을때 현저하게 분리효과가 크게 나타났는데, 이는 2.3절에서 언급했던 자료의 크기, 수렴성 등에 의한 것으로 생각된다.

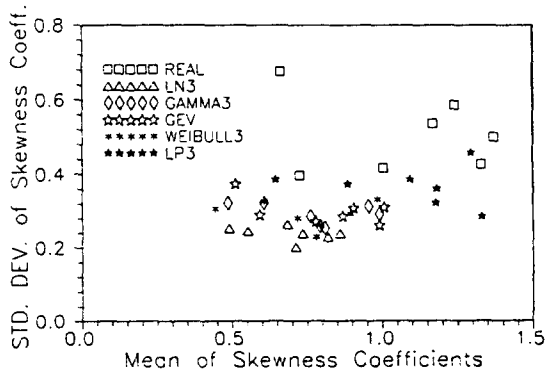


그림 1. 3변수 분포형에 대한 분리효과 (모멘트법)

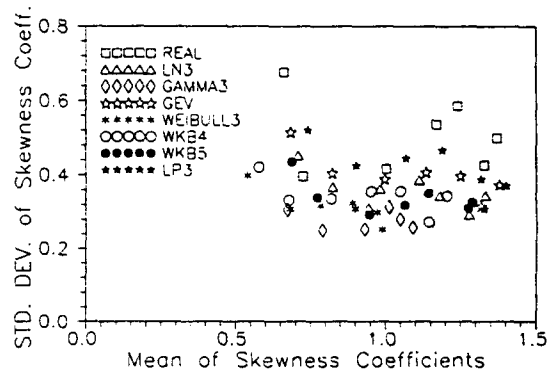


그림 2. 3변수 이상 분포형에 대한 분리효과 (확률가중 모멘트법)



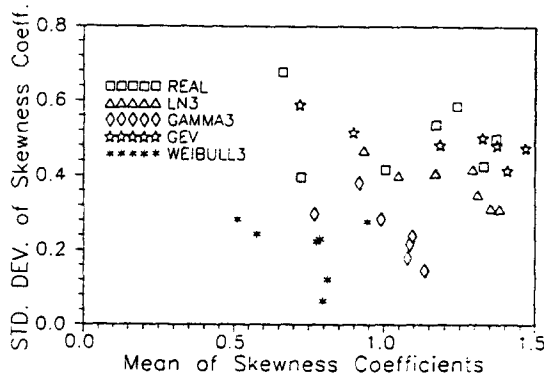


그림 3. 3변수 분포형에 대한 분리효과 (최우도법)

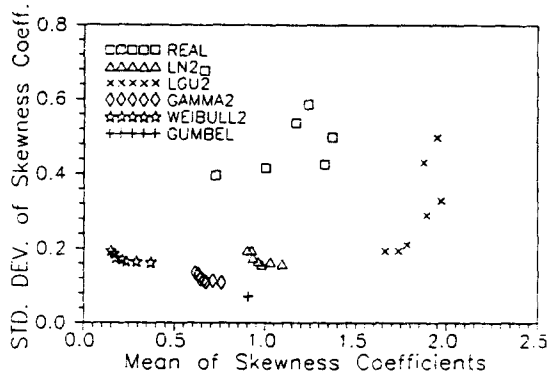


그림 4. 2변수 분포형에 대한 분리효과 (모멘트법)

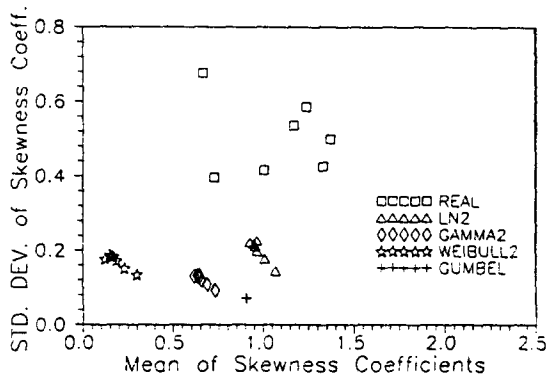


그림 5. 2변수 분포형에 대한 분리효과  
(확률가중 모멘트법)

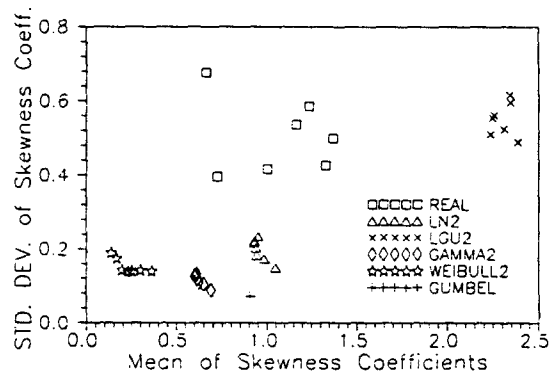


그림 6. 2변수 분포형에 대한 분리효과 (최우도법)

#### 4. 결 론

전국 22개 지점, 7개 지속기간의 강우자료에 대한 분리효과를 검증하기 위하여 Wakeby 분포를 비롯한 13가지 분포형을 적용하여, 모멘트법, 확률가중 모멘트법, 최우도법에 기초하여 매개변수를 추정한 후, 균등난수로 10,000번 모의발생하여 분리효과를 살펴본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 3가지 매개변수 추정방법에 대하여 GEV 분포는 전지점 및 지속기간에 대하여 매개변수 적합

성을 만족하였으며, 확률가중 모멘트법에 의한 매개변수 추정시에는 log-Pearson type III, Wakeby 분포의 경우에 매개변수 적합성을 모두 만족하였다.

(2) 모멘트법의 경우 log-Pearson type III, GEV, 3변수 Weibull 분포순으로 분리효과가 작게 나타났으며, 확률가중 모멘트법에서는 log-Pearson type III, GEV, Wakeby 분포순으로, 그리고 최우도법에서는 GEV, 3변수 lognormal 분포가 분리효과를 작게 나타냈다.

(3) 최우도법을 사용하였을 때는 GEV, 3변수 lognormal 분포형의 경우 확률가중 모멘트법이나

모멘트법보다 분리효과가 작게 나타났으나, 확률가중 모멘트법을 사용한 3변수 이상인 분포형의 경우 전반적으로 분리효과가 작은 것으로 나타났다. (4) 일반적으로 2변수 분포의 경우에는 3가지 매개변수 추정방법 모두에서 분리효과가 크게 나타났다.

이상의 분리효과만을 고려하는 경우 우리나라 22개 지점 지속기간별 강우자료의 확률분포형으로는 일반적으로 log-Pearson type III와 GEV 분포가 가장 적합하고 2변수 분포형은 적합하지 않은 것으로 판명되었으며, 앞으로 분포형 및 매개변수 추정방법에 따른 통계학적 검정을 통하여 강우자료의 적정 분포형이 결정되어야 할 것이다.

### 참 고 문 헌

- 김경덕, 허준행, 조원철 (1995). "Wakeby 분포를 이용한 강우자료의 분리효과에 대한 연구." '95 한국수자원학회 학술발표회 논문집, pp. 303-308.
- 김양수, 허준행 (1993). "강우자료의 분리효과." 한국수문학회지, 제26권, 제4호, pp. 73-83.
- 이원환, 박상덕, 최성열 (1993). "한국 대표확률강우강도식의 유도." 대한토목학회 논문집, 제13권, 제1호, pp. 115-120.
- 이재준, 손광익, 이원환, 이길춘 (1981). "강수빈도 및 강우강도의 시공적 분포분석에 관한 연구." 한국수문학회지, 제14권, 제4호, pp. 52-72.
- 허준행 (1993). "대수-Gumbel 확률분포형의 매개변수 추정과 신뢰한계 유도." 대한토목학회논문집, 제13권, 제4호, pp. 151-161.
- Bobèe, B. (1975). "The log-Pearson type III distribution and its application in hydrology." *Water Resources Research*, Vol. 11, No. 5, pp. 681-689.
- Bobèe, B., and Robitaille, R. (1975). "Correction of bias in the estimation of the coefficient of skewness." *Water Resources Research*, Vol. 11, No. 6, pp. 851-854.
- Bobèe, B., and Robitaille, R. (1977). "The use of the Pearson type III and log-Pearson type III distributions revisited." *Water Resources Research*, Vol. 13, No. 2, pp. 427-443.
- Fisher, M. (1941). *Statistical methods for research workers*. Oliver and Boyd, London.
- Greenwood, J.A., Landwehr, J.M., Matalas, N.C., and Wallis, J.R. (1979). "Probability weighted moments: Definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form." *Water Resources Research*, Vol. 15, No. 5, pp. 1049-1054.
- Hosking, J.R.M. (1986). "The theory of probability weighted moments." *Report*, IBM Research Report RC12210, Yorktown, New York.
- Houghton, J.C. (1977). "Robust estimation of the frequency of extreme events in a flood frequency context," Ph.D. dissertation, Harvard University, Cambridge, Mass.
- Houghton, J.C. (1978a). "Birth of a parent: The Wakeby distribution for modeling flood flows." *Water Resources Research*, Vol. 14, No. 6, pp. 1105-1109.
- Houghton, J.C. (1978b). "The incomplete means estimation procedure applied to flood frequency analysis." *Water Resources Research*, Vol. 14, No. 6, pp. 1111-1115.
- Jenkinson, A.F. (1969). "Statistics of extremes: Estimation of maximum floods." *WMO Tech. Note 98*, pp. 183-228.
- Koberg, D., and Eggers, H. (1973). "Some aspects for the selection of an adequate probability distribution function for flood analysis." *Intermat. Symp. River. Mech. Proc. IAHR*, Vol. 2, pp. 229-239.
- Landwehr, J.M., Matalas, N.C., and Wallis, J.R. (1978). "Some comparisons of flood statistics in real and log space." *Water Resources Research*, Vol. 14, No. 3, pp. 902-920.
- Landwehr, J.M., Matalas, N.C., and Wallis, J.R. (1979a). "Estimation of parameters and quantiles of Wakeby distributions: 1. Known lower bounds." *Water Resources Research*, Vol. 15, No. 6, pp. 1361-1372.
- Landwehr, J.M., Matalas, N.C., and Wallis, J.R. (1979b). "Estimation of parameters and quantiles of Wakeby distributions: 2. Un-

- known lower bounds." *Water Resources Research*, Vol. 15, No. 6, pp. 1373-1379.
- Lowery, M.D., and Nash, J.E. (1970). "A comparison of methods of fitting the double exponential distribution." *Journal of Hydrology*, Vol. 10, No. 3, pp. 259-275.
- Matalas, N.C., Slack, J.R., and Wallis, J.R. (1975). "Regional skew in search of a parent." *Water Resources Research*, Vol. 11, No. 6, pp. 815-826.
- Matalas, N.C., and Wallis, J.R. (1973). "Eureka! It fits a Pearson type III distribution." *Water Resources Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 281-289.
- National Environment Research Council (1975). *Flood studies report: Vol. 1. Hydrological studies*. Whitefriars Press Ltd., London.
- Rossi, F., Fiorentino, M., and Versace, P. (1984). "Two-component extreme value distribution for flood frequency analysis." *Water Resources Research*, Vol. 20, No. 7, pp. 847-856.
- Samuelson, B. (1972). "Statistical interpretation of hydrometeorological extreme values." *Nord. Hydrol.*, Vol. 3, No. 4, pp. 199-213.
- Siegerstetter, L.A. (1973). "Verwendung parameterfreier Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung hydrologischer Prozesse." Inst. für Hydraulik und Gewässerkunde, Tech. Univ. München, Mitt. Nr. 11, p. 104.
- Smirnow, N., Dunin, W., and Barkowski, I.W. (1969). "Mathematische Statistik in der Technik." VEB, Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- Snyder, W.M. (1972). "Fitting of distribution functions by nonlinear least squares." *Water Resources Research*, Vol. 8, No. 6, pp. 1423-1432.
- Thom, H.C.S. (1958). "A note on the gamma distribution." *Mon. Weather Rev.*, Vol. 86, No. 4, p. 117, p. 121.
- Vatnsdal, J.R. (1946). "Minimal variance and its relation to efficient moment-test." *Ann. Math. Statist.*, Vol. 17, pp. 198-207.

〈접수: 1995년 7월 11일〉