

실험모달데이터를 사용한 구분모드합성법의 개선

Improved Component Mode Synthesis Method Using Experimental Obtained Modal Data

장 경 진* · 지 태 한* · 박 영 필**

Kyung-Jin Chang, Tae-Han Jee and Young-Pil Pakr

〈1995년 12월 11일 접수 ; 1996년 1월 30일 심사완료〉

Key Words :Component Mode Synthesis Method(구분모드합성법), Mass Loading(질량부가법), Mass Normalization(질량정규화방법), Smoothing and Expansion Technique(평활화 및 자유도확장법)

ABSTRACT

This paper presents a systematic study of the experiemental application of a free-interfaced component mode synthesis method. In the free-interfaced component mode synthesis method, an error due to truncated higher modes and neglected ineria loadings on a component from the connected component is inherent. Also, it is difficult to directly use experimental modal data in a modal synthesis method which links experimental model to finite-element model because of many inconsistencies between experimentally obtained and analytically obtained modal vectors and missing degrees-of-freedom (DOFs) such as rotational DOFs. In order to solve these problems, three methods, the first one based on attaching auxiliary weights to the connection points, the second one utilizing the normalization of experimental modal vector, and the third one generating smoothed and expanded experimental mode shapes, are studied in this paper. Finally, the study is illustrated for a flat-plate structure by using simulated and measured experimental data.

1. 서 론

부분구조합성법의 일종인 구분모드합성법은 분계의 모드해석시 결합부의 구속조건에 따라서 구속모드법⁽¹⁾과 불구속모드법⁽²⁾으로 나눌 수 있다. 구속모드법은 결합부를 구속시켜 계산하는 방법이므로 실험에는 적용하기 곤란하고 결합조건이 변하면 구속모드를 다시 계산해야하는 등의 단점이 있으나, 유한요소해석으로만 구하는 경우에는 불구속모드법에 비해 정밀도와 계산시간에서 우수하다. 불구속모드법은 실험에의 적용이 가능하고, 분계끼리의 결합상

태가 변해도 사용할 수 있는 등의 장점이 있으나, 분계의 고유모드를 고차까지 사용하지 않으면 오차를 유발하며, 결합부 불구속에 의한 오차가 상당히 포함되어 있다.

또한, 구분모드합성법에 실험데이터를 사용하는 문제에 있어서는 실험모델과 유한요소모델을 연계시키기 위하여 실험데이터의 잡음 제거, 회전자유도정보 추정 등 많은 문제들이 뒤따르게 된다. 따라서, 지금까지의 모드합성법에서는 잉여강성의 고려 등을 통해 고차모드생략에 의한 오차를 개선하고^(3,4), 분계합성시에 결합부에서 질량효과를 고려하여 결합부의 근사된 가정을 보상하는 등^(5,6), 구분모드합성법(특히 불구속모드법)의 정밀도를 높이고, 아울러 실험모드해석도 효과적으로 적용하기 위한 연구^(7,8)가 진행되어 왔다.

*연세대학교 대학원 기계공학과

**정회원, 연세대학교 공과대학 기계공학과

본 연구에서는 실험 및 유한요소모델 상관분석 (Test-Analysis Model Correlation)을 위해 개발된 기법들을 더욱 개선하여, 구분모드합성법에 체계적으로 적용시키는 연구를 수행하였다. 먼저 불구속모드법에서의 고차모드생략 및 결합부 근사가정에 의한 오차를 개선하고, 아울러 실험을 적용하기 위해 질량부가법⁽⁹⁾을 제시한 후, 이를 평판에 적용하여 유한요소해석 및 모달실험을 통해 불구속모드합성법을 수행하였다. 질량부가법은 구조물을 분할한 후, 한 분계를 모드 해석할 때 다른 분계의 영향을 결합부에 부차된 부가질량의 형태로 고려하는 방법이다. 또한, 구분모드합성법에 사용되는 실험모달벡터를 개선시키고, 아울러 실험모드해석에서 측정이 곤란한 회전자유도를 근사추정하는 방법으로서, 유한요소테이터와 실험테이터를 함께 사용하는 질량정규화법⁽¹⁰⁾과 평활화 및 자유도확장법⁽¹¹⁾을 제시하고, 이를 역시 평판의 모드합성에 적용하여, 시뮬레이션된 실험테이터를 통해 구분모드합성법에 의한 해석을 수행하였다.

2. 구분모드합성법의 개선방안

2.1 질량부가법 (Mass Loading)

이 방법은 결합부에 부가질량을 넣어서 모드해석한 후 해석적으로 제거하는 방법으로서, 구분모드합성법의 적용시에 저차모드만 사용하는데 따른 고차모드의 생략오차(truncation error)를 줄이기 위하여 개발되었다⁽⁹⁾. 특히, 분계끼리의 연성이 강할 경우에 결합영역을 자유로 놓고 해석하는 불구속모드법은 큰 오차를 유발하게 되는 데, 본 질량부가법은 이와 같이 불구속모드법에서 생기는 오차도 보정해 준다.

먼저 2개의 분계로 이루어진 구조물에서, 각 분계의 결합부에 임의의 질량을 부가한 후 다음과 같이 운동방정식을 구성한다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\} \quad (1)$$

그 후, 각 분계에 대하여 모드해석을 수행하고 모달행렬을 구한다.

$$\{x\} = [\phi] \{\eta\} \quad (2)$$

여기서, $\{x\}$ 는 물리좌표이고 $[\phi]$ 는 모달행렬이며, $\{\eta\}$ 는 모달좌표이다. 이어서, 얻어진 모달좌표를 사용하여 운동방정식을 비연성화한다.

$$[m]\{\ddot{\eta}\} + [k]\{\eta\} = \{0\} \quad (3)$$

여기서,

$$[m] = [\phi]^T [M] [\phi] \quad (4)$$

$$[k] = [\phi]^T [K] [\phi] \quad (5)$$

한편, 질량을 부가하기 이전의 각 분계의 질량 및 강성행렬을 앞서 구한 모달행렬을 이용하여 정규화함으로써, 각 분계의 결합부에서 상대쪽 분계의 질량효과가 포함되도록 만든다.

$$[\tilde{M}]\{\dot{\xi}\} + [\tilde{K}]\{\xi\} = \{0\} \quad (6)$$

$$\text{여기서, } [\tilde{M}] = [\phi]^T [M_0] [\phi] \quad (7)$$

$$[\tilde{K}] = [\phi]^T [K_0] [\phi]$$

여기서, $[M_0]$, $[K_0]$ 는 부가질량이 없을 때의 질량 및 강성행렬이고, $[\tilde{M}]$ 및 $[\tilde{K}]$ 는 부가질량을 사용하여 정규화한 질량 및 강성행렬이다.

위 식에서는 부가질량이 없을 때의 분계의 질량 및 강성행렬을 구해야 하므로 실험모드해석을 적용하기가 곤란하기 때문에 실험을 적용할 경우는 다음 식을 사용한다.

$$[\tilde{M}] = [\phi]^T [M] [\phi] = [I] \quad (8)$$

$$[\tilde{K}] = [\phi]^T [K] [\phi] = [\Omega^2]$$

여기서, $[I]$ 는 단위행렬로서 정규화된 질량행렬에 해당하고, $[\Omega^2]$ 은 분계의 고유치 대각행렬이다. 그 후, 분계 1 및 분계 2를 합성하기 위해 다음과 같이 전계의 운동방정식을 작성한다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{M}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{M}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{K}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{K}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (9)$$

여기서, $[\tilde{M}]$ 과 $[\tilde{K}]$ 의 아래첨자 1 및 2는 분계 1 및 분계 2를 표시한다.

한편, 이 식은 결합부가 비연성인 식이므로, 양 분계의 결합부에서 변위가 같다고 하는 연속조건을 사용하여 다음과 같이 모달좌표로 표현한다.

$$[-\phi_{c1} \quad \phi_{c2}] \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (10)$$

여기서, $[\phi_{c1}]$, $[\phi_{c2}]$ 는 양 분계의 모달행렬인 $[\phi_1]$, $[\phi_2]$ 에서 결합부좌표에 해당하는 모달행렬이다. 한편, 위 식에서 역행렬계산이 가능하도록 $[\phi_{c1}]$ 을 랭크가 모드차수와 같은 비특이부분과 나머지부분인 특이부분으로 분할하여 각각을 $[\phi_{c1n}]$, $[\phi_{c1s}]$ 라고 표시한다. 이 때, $[\phi_{c1n}]$ 은 결합부의 자유도를 행으로, 선택된 모드를 열로 갖는 행렬로서, 결합부의 자유도개수는 선택된 모드개수보다 크며, 그 랭크는 선택된 모드개수와 같아야 한다.

$$[-\phi_{c1n} - \phi_{c1s} \ \phi_{c2}] \begin{Bmatrix} \xi_{1n} \\ \xi_{1s} \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (11)$$

위 식을 이용하여, 분계 1의 결합부의 모달좌표를 분계 2의 결합부의 모달좌표로 표현한다.

$$\{\xi_{1n}\} = [-\phi_{c1n}]^{-1} [\phi_{c1s} - \phi_{c2}] \begin{Bmatrix} \xi_{1s} \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \xi_{1s} \\ \xi_2 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

여기서, $[\phi_{c1n}]^{-1}$ 는 $([\phi_{c1n}]^T [\phi_{c1n}])^{-1} [\phi_{c1n}]^T$ 로서, $[\phi_{c1n}]$ 의 의역행렬이고, $[R]$ 은 분계 2의 모달좌표를 분계 1의 모달좌표로 변환시켜주는 변환행렬이다. 한편, 식 (12)의 결합부를 연성화하기 위해 다음과 같이 모달좌표의 변환행렬 $[T]$ 를 작성한다.

$$\begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_{1n} \\ \xi_{1s} \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [R] \\ I \ 0 \\ 0 \ I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_{1s} \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \xi_{1s} \\ \xi_2 \end{Bmatrix} = [T] \{\hat{\xi}\} \quad (13)$$

식 (13)을 식 (9)에 대입하고, 각 항의 앞에 $[T]^T$ 를 곱하면, 결합부가 연성화된 전체의 운동방정식을 작성할 수 있다.

$$[\hat{M}]\{\hat{\xi}\} + [\hat{K}]\{\hat{\xi}\} = \{0\} \quad (14)$$

여기서,

$$[\hat{M}] = [T]^T \begin{bmatrix} \hat{M}_1 & 0 \\ 0 & \hat{M}_2 \end{bmatrix} [T] \\ [\hat{K}] = [T]^T \begin{bmatrix} \hat{K}_1 & 0 \\ 0 & \hat{K}_2 \end{bmatrix} [T] \quad (15)$$

식 (14)를 고유치해석하여, 모달행렬 $[\hat{\phi}]$ 를 구하고, 이로부터 물리좌표에 해당하는 모달행렬 $[\hat{\phi}]$ 를 계산하는 방법은 다음과 같다.

$$[\hat{\phi}] = \begin{bmatrix} [\phi_1] & 0 \\ 0 & [\phi_2] \end{bmatrix} [T] [\hat{\phi}] \quad (16)$$

식 (15)로부터, 각 분계에서는 결합부만의 모달벡터 및 고유치정보만 있으면 되므로, 본 방법이 모달실험을 적용하기에 편리한 방법임을 알 수 있다.

2.2 질량정규화법(Mass Normalization)

실험에서 구한 모달벡터는 잡음이 섞여 있으므로, 양 분계의 모드합성시에 서로 다른 크기의 모달벡터를 스케일링하지 않고 그대로 사용하면, 양 모달벡터의 가중치와 잡음으로 인해 오차가 커지게 된다. 질량정규화방법은 유한요소해석결과를 사용하여 실

험모달벡터를 단위모달질량해렬에 대하여 스케일링을 하고, 모드합성법, 동적구조변경, 모델개선등에 적용하는 방법이다⁽¹⁰⁾.

먼저, 주어진 대상계를 실험모드해석하여, 실험모달행렬 $[W_a]$ 를 구한다. 여기서, 아래첨자 a 는 측정된 모달벡터의 자유도성분을 나타낸다. 한편, 유한요소해석도 수행하여 모달행렬 $[U_a]$ 를 구하고, 그 의역행렬 $[U_a]^{-1}$ 을 다음과 같이 계산한다.

$$[U_a]^+ = ([U_a]^T [U_a])^{-1} [U_a]^T \quad (a \geq m) \quad (17)$$

$$[U_a]^+ = [U_a]^T ([U_a][U_a]^T)^{-1} \quad (a < m) \quad (18)$$

위 식의 괄호안의 a 는 모달벡터의 측정자유도 개수를, 그리고, m 은 사용된 모드개수를 표시한다. 다음엔, 유한요소모델의 등가축소질량행렬 $[M_{er}]$ 을 다음과 같이 계산한다.

$$[M_{er}] = ([U_a]^+)^T [U_a]^+ \quad (19)$$

그리고, $[M_{er}]$ 을 실험에서 구한 모달행렬 $[W_a]$ 의 모달 공간위에 투영시킨 후, 모드투영질량행렬(modal projection mass matrix) $[M_p]$ 을 다음과 같이 계산한다.

$$[M_p] = [W_a]^T [M_{er}] [W_a] \quad (20)$$

일반적으로 실험모달행렬 $[W_a]$ 과 등가축소질량행렬 $[M_{er}]$ 사이에는 직교성이 성립하지 않으므로 $[M_p]$ 는 비대각행렬이지만, 근사적으로 $[M_p]$ 의 대각성분으로 이루어진 대각행렬 「 M_a 」로부터 대각스케일행렬인 「 S_a 」를 계산한다.

$$「S_a」 = 「M_a」^{-1/2} \quad (21)$$

「 S_a 」의 i 번째 성분을 s_i 라 할 때, ϕ_i 를 다음과 같이 계산한다.

$$\{\phi_i\} = s_i \{W_{ai}\} \quad (22)$$

2.3 평활화 및 자유도확장법(Smoothing and Expansion)

평활화법은 유한요소해석으로 구한 모달벡터를 사용해서 실험해석에서 구한 모달벡터의 잡음성분을 제거하고, 모달모델을 평활화하는 방법이다. 또한, 자유도 확장방법은 유한요소해석으로 구한 모달벡터를 사용해서 실험에서 구한 모달벡터에 유한요소모델의 연속성을 부과하고, 실험에서 누락된 병진자유도 및 회전자유도를 계산하는 방법이다. 이들 방법은 실험 및 유한요소법의 상관해석 및 모델개선을 위해서 개발된 방법이다⁽¹¹⁾.

비감쇠계의 운동방정식은 식 (1)과 같고, 물리좌표와 모달좌표와의 관계인 식 (2)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{x_n\} = [U_n]\{\xi\} \quad (23)$$

여기서, 아래첨자 n 은 물리좌표를 의미하며, 행렬 $[U_n]$ 은 유한요소해석으로 구한 n (자유도개수)행 m (모드개수)열의 모달행렬이다. 물리좌표의 자유도를 측정자유도 a 및 비측정자유도 d 로 분할하여, 물리좌표 및 모달행렬을 다음과 같이 표현한다. 이때, 비측정자유도는 측정에서 누락된 병진 및 회전자유도가 해당된다.

$$\{x_n\} = \begin{Bmatrix} x_a \\ x_d \end{Bmatrix}, [U_n] = \begin{bmatrix} U_a \\ U_d \end{bmatrix} \quad (24)$$

식 (23), (24)로부터 모달행렬 $[U_a]$ 의 의역행렬 $[U_a]^+$ 을 식 (17)과 같이 계산하고, 모달좌표를 물리좌표의 측정자유도성분으로 표현한다.

$$\{\xi\} = [U_a]^+\{x_a\} \quad (25)$$

식 (23)에 식 (25)를 대입하여, 변환행렬 $[T]$ 를 계산한다.

$$\{x_n\} = [U_n][U_a]^+\{x_a\} = [T]\{x_a\} \quad (26)$$

한편, 실험모드해석을 통해 구한 모달행렬을 $[W_a]$ 라 하고, 이것을 곡선적합하기 위해 변환행렬 $[T]$ 를 사용한다. 이로부터 개선된 모달행렬 $[\hat{U}]$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$[\hat{U}] = [T][W_a] \quad (27)$$

여기서, 실험에서 측정된 자유도성분을 갖는 개선된 모달행렬 $[\hat{U}_a]$ 및 미측정 자유도성분을 갖는 개선된 모달행렬 $[\hat{U}_d]$ 은 다시 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[\hat{U}_a] = [U_a][U_a]^+[W_a] \quad (28)$$

$$[\hat{U}_d] = [U_d][U_a]^+[W_a] \quad (29)$$

일반적으로 실험에서 측정된 자유도개수 a 는 사용한 모드개수 m 보다 커서 $[U_a][U_a]^+$ 는 단위행렬이 되지 않으므로, 식 (28)에서처럼 측정된 실험모달벡터 $[W_a]$ 는 $[\hat{U}_a]$ 로 평활화되어 진다. 아울러, 실험에서 측정되지 않았던 자유도의 모달행렬 $[\hat{U}_d]$ 도 실험에서 구한 모달행렬로부터 유한요소 모달행렬을 이용하여 식 (29)처럼 계산할 수 있다.

3. 평판 구조물에의 적용

이제까지 설명한 실험모드합성의 개선된 기법을

유한요소법 및 모달실험을 이용한 구분모드합성법을 통하여 단순 평판 구조물에 적용해 보았다. 먼저 질량부가법은 양단고정 평판 구조물에 적용하였고, 불구속 모드합성법으로 해석을 하였다. 이 때 분계의 해석은 유한요소해석만 사용한 경우와 유한요소해석 및 실험모드해석을 연계한 경우의 두가지를 수행하였으며, 실험모드해석의 수행시 결합부에 질량을 부가하고, 회전자유도의 보간을 위해 결합부 및 결합부근처의 실험데이터를 추가로 측정하였다. 다음으로 질량정규화법, 평활화 및 자유도확장법은 한단고정 평판 구조물에 적용하였으며, 먼저 시뮬레이션 실험데이터를 본 방법으로 개선시켜서 그 결과를 비교하고, 이를 이용하여 불구속 모드합성법으로 해석을 하여 모드합성결과의 개선을 확인하였다.

3.1 질량부가법

Fig. 1과 같은 양단고정 판구조물에 대해서 2.1절에서 유도한 질량부가법을 이용하여 보았다. 판두께는 2mm이며 전계를 세로방향으로 5등분, 가로방향으로 15등분을 하여 ANSYS로 해석하였다.

각 분계의 유한요소모델로부터 질량 M_1, M_2 및 회전관성 모멘트 I_1, I_2 를 계산하고, 이웃 분계의 M, I 로부터 분계의 결합부에 추가할 질량 $\Delta M, \Delta I$ 를 결정하였다. 결합부 6점에 추가할 합계부가질량비 $\Delta M/M$ 를 0.01, 0.02, 0.05로 하였고, $\Delta I/I$ 는 $10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$ 의 값으로 하였다. 질량을 부가한 후에 각 분계의 변화된 고유진동수를 유한요소해석으로 구하여 Table 1에 나타내었다.

Table 1의 결과와 2.1절의 방법을 이용하여 유한요소해석만으로 구분모드합성법을 적용한 결과를 Table 2에 나타내었다. 여기서 각 분계의 모드는 5개씩을 선택하였으며, 결합부행렬의 비특이 부분도 5개의 모드를 택하였다.

이상의 결과에서 결합부에서 부가질량을 주고 구

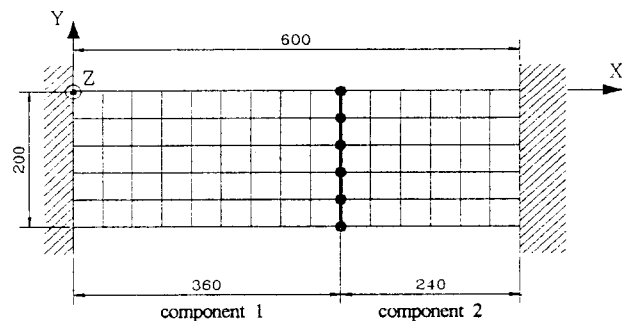


Fig. 1 Fixed-fixed flat plate structure

Table 1 Natural frequency of each component after mass loading (Hz)

Mode	Before mass loading		1% mass loading		2% mass loading		5% mass loading	
	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 1	Comp. 2	Comp. 1	Comp. 2
1	12.95	28.53	12.70	27.35	12.62	26.99	12.17	25.08
2	53.65	86.68	52.74	83.10	52.44	81.98	50.74	75.91
3	81.80	181.3	80.29	174.5	79.82	172.6	77.36	163.5
4	177.2	303.4	173.3	288.2	172.1	283.9	165.4	264.0
5	230.2	326.6	226.4	312.2	225.2	307.0	219.5	278.0
6	306.7	518.6	300.1	498.1	297.8	492.5	283.6	468.4

Table 2 Modal synthesis results after mass loading (Hz)

Mode no.	Whole FEM	Component mode synthesis			
		No-mass loading	1% mass loading	2% mass loading	5% mass loading
1	30.56	32.43	31.81	31.59	30.49
2	68.14	72.14	70.41	69.88	66.97
3	84.69	93.67	89.94	86.74	85.01
4	147.7	156.3	152.5	151.5	147.6
5	167.1	180.5	175.7	172.8	170.4
6	246.2	311.8	341.4	325.1	301.0

Table 4 Experimentally obtained modal synthesis results after mass loading (Hz)

Mode no.	Whole FEM	Component mode synthesis			
		FEM + FEM		Exp. + FEM	
		No-mass loading	5% mass loading	No-mass loading	5% mass loading
1	30.56	32.43	30.49	33.56	31.94
2	68.14	72.14	66.97	84.36	76.89
3	84.69	93.67	85.01	118.6	88.62
4	147.7	156.3	147.6	168.7	148.9
5	167.1	180.5	170.4	188.7	178.5
6	246.2	311.8	301.0	297.4	298.2

Table 3 Experimentally obtained natural frequency of component 1 (Hz)

Mode no.	before mass loading	5% mass loading
1	12.42	12.00
2	54.27	52.75
3	82.30	79.36
4	171.6	165.3
5	229.5	222.1
6	286.1	276.9

분모드합성법을 적용하는 것이 부가질량이 없는 경우보다 오차를 줄일 수 있음을 알 수 있었다. 위의 Table 2에서 구분모드합성법을 사용한 모델의 6차모드에서의 결과가 좋지 않았던 것은 분계의 모드채용시 5차모드만을 채용하였기 때문에 5차이내의 저차모드만을 비교하는 것이 의미가 있기 때문이다. 또, Table 2에는 나타나지 않았지만 부가되는 질량이 분

계질량의 10%에 가까운 값을 갖게 되는 경우에는 분계의 모드채용시 모드순서가 바뀌어 엉뚱한 해석 결과를 얻게되는 것을 확인하였다.

Table 2의 결과를 보면 부가질량이 5%일 경우가 가장 좋은 결과를 보이므로, 실험을 통하여 이를 확인하여 보았다. Fig. 1의 판구조물에서 분계 1에 질량을 부가하고 실험하여 얻은 고유진동수를 Table 3에 나타내었다. Table 1과 3의 결과를 이용하여 분계 1은 실험을 하고, 분계 2는 유한요소해석을 한 뒤, 양 분계를 구분모드합성법을 적용하여 합성하였으며, 선택한 모드개수는 Table 2의 시뮬레이션의 경우와 같다. 실험에서는 병진자유도만이 측정 가능하므로, 모드합성을 위해 회전자유도의 정보는 라그랑지 보간법으로 구한다⁽¹²⁾. 또한, 질량부가법에서 실험을 적용하기 위한 식인 식 (8)을 이용함으로써, 질량부가후의 모달벡터 및 고유치정보를 사용하여 구분모드합성법을 수행했다. 이 결과를 전계를 유한요소해석한 결과와 Table 4에서 비교하였다. Table

4의 결과를 살펴보면 질량부가후 전 모드에 걸쳐서 개선된 결과를 나타내었고, 유한요소법만 사용한 경우가 오차가 적은 것을 알 수 있는데 이는 실험에 포함된 잡음 등의 오차 때문이라 생각된다. 또, Fig. 2에 유한요소해석에서 구한 고유모드와 모드합성한 후의 고유모드사이의 MAC(Modal Assurance Criterion) 값을 나타내었는데, 실험에서는 결합부만 측정하기 때문에 Fig. 2는 결합부의 MAC값을 나타낸다. 결과에서 알 수 있듯이 결합부에 질량을 부가함으로써 고차 모드 누락오차가 줄어드는 것을 확인하였다.

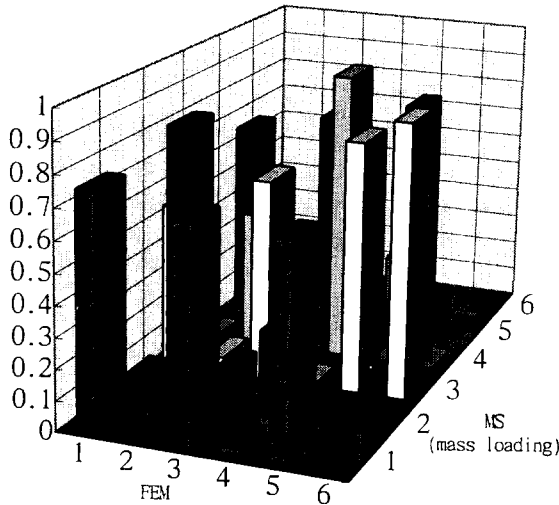


Fig. 2 MAC comparison between whole FEM and modal synthesis(5% mass loading)

3.2 질량정규화법, 평활화 및 확장에 의한 구분모드합성법

Fig. 1의 구조물을 분계 2를 자유로한 Fig. 3과 같은 구조물에 대해서 질량정규화법과 평활화 및 자유도확장법을 이용하여 시뮬레이션하여 보았다.

여기서 ●는 결합점과 측정점, ○는 측정점을 나타낸다. Fig. 3의 분계 1을 유한요소 해석하여 모달벡터를 구한 후, 평활화의 효과를 보기 위해 모달벡터의 z방향 병진자유도성분에 오차의 크기 E%인 잡음(random noise)을 더하고, 질량정규화의 효과를 보기 위해 그 모달벡터의 크기를 D%만큼 늘려서 실험모달벡터를 구성하였다. 이 실험모달벡터에 질량정규화법, 평활화 및 자유도확장법을 적용하여 개선시킨 모달벡터를 구하여 이를 잡음이 없는 모달벡터, 실험모달벡터등과 비교하였다.

Fig. 4는 E가 1%, D가 50%인 경우의 1차와 4차 모달벡터의 병진자유도성분을, Fig. 5는 회전자유도

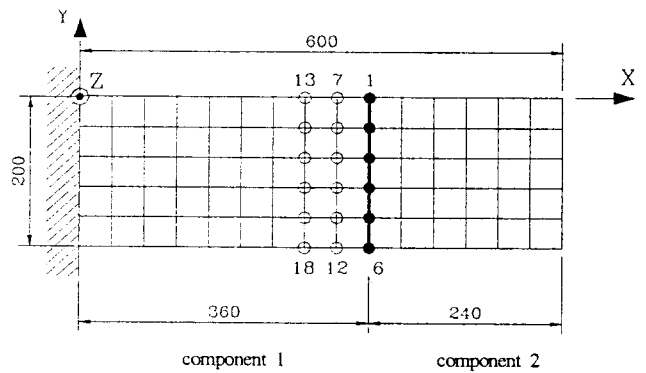
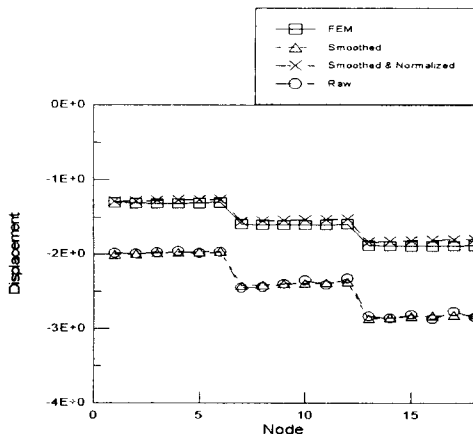
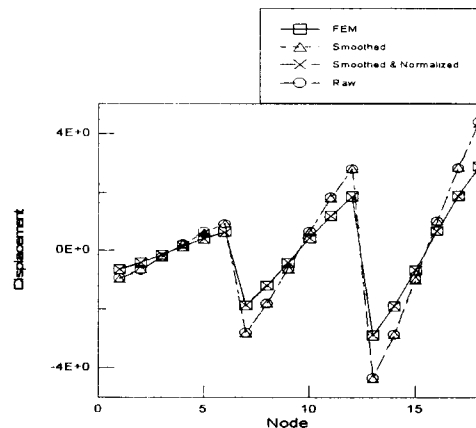


Fig. 3 Fixed-free flat plate structure



(a) 1st mode



(b) 4th mode

Fig. 4 Translational DOF of modal vectors (z-dir., E = 1%, D = 50%)

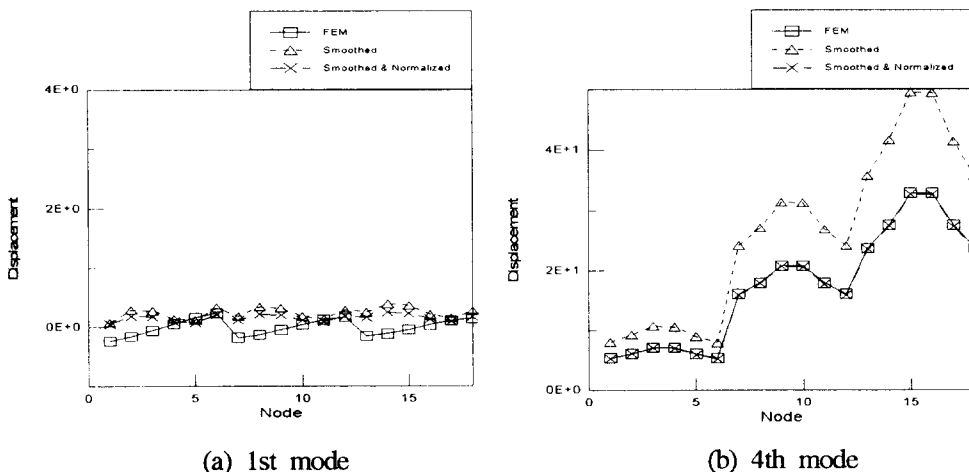


Fig. 5 Rotational DOF of modal vectors(x -dir., $E=1\%$, $D=50\%$)

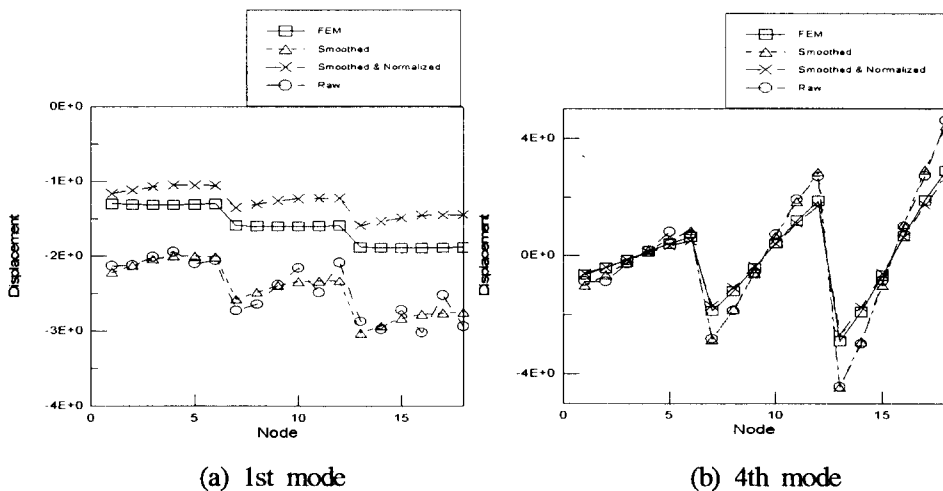


Fig. 6 Translational DOF of modal vectors(z -dir., $E=5\%$, $D=50\%$)

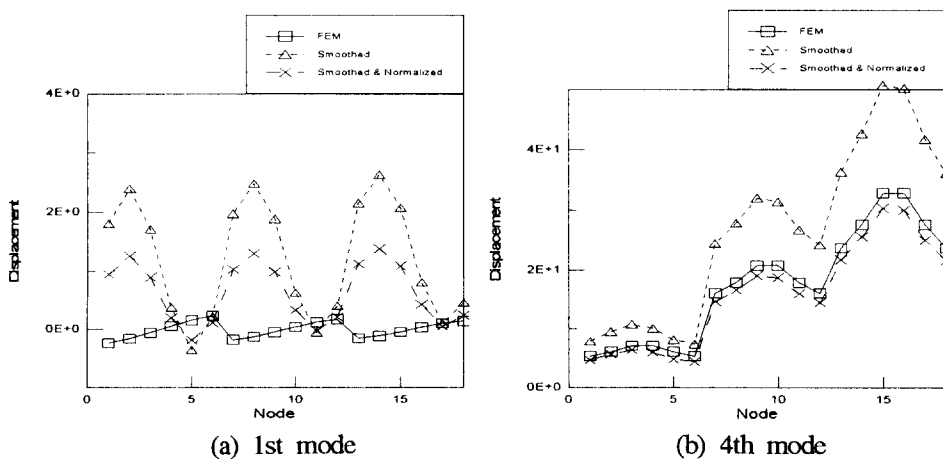


Fig. 7 Rotational DOF of modal vectors(x -dir., $E=5\%$, $D=50\%$)

성분을 나타낸 것이다. 그림에서 □은 유한요소해석으로 구한 잡음없는 모달벡터이고, ○는 잡음섞인 모달벡터, △는 평활화 및 확장법을 사용한 모달벡터, ×는 앞의 경우에 질량정규화까지 추가한 모달벡터를 나타낸다. 또 Fig. 6은 E가 5%, D가 50%인 경우의 1차와 4차모달벡터의 병진자유도성분을, Fig. 7은 회전자유도성분을 나타낸 것이다. 그리고, D가 20%인 경우에 대하여 잡음을 1%, 3%, 5% 섞은 모달벡터를 사용하여 모드합성한 결과를 Table 5에 나타내었고, D가 50%인 경우를 Table 6에 나타내었다. 여기서 case 1은 잡음없는 데이터, case 2는 자유도확장법을 사용한 데이터, case 3은 평활화 및 자유도확장법을 사용한 데이터, case 4는 case 3에 질량정규화법까지 더한 데이터를 사용하여 모드합성한 결과이다.

Table 5 및 6을 보면, case 2보다는 case 3이, case 3 보다는 case 4의 결과가 더욱 개선되어 잡음없는 case 1의 결과에 근접하는 것을 확인하였다.

다만, D=50%이고, 잡음이 많이 섞이는 경우에 case 4가 case 3보다 다소 정확도가 떨어졌는데, 이로부터 잡음이 너무 많이 섞여서 모달벡터의 오차가 커지면, 질량정규화의 효과는 감소하는 것을 알 수 있었다. 또, E=3%, D=50%의 모드를 Fig. 8에서 MAC값으로 비교하였다. 전계를 유한요소해석해서 구한 모드와 자유도확장법을 적용한 뒤 구분모드합성법(case 2)으로 구한 모드의 비교를 (a)에, 전계를 유한요소해석한 것과 평활화 및 자유도확장법을 적용하여 구한 모드(case 3)의 비교를 (b)에, 전계를 유한요소해석한 것과 질량정규화, 평활화 및 자유도확장법을 모두 적용하여 구한 모드(case 4)의 비교를 (c)에 나타내었다.

결과를 살펴보면 평활화를 적용한 (b)의 경우가 (a)보다 대각항이 두드러지면서 모드분리가 향상되는 것을 보여주고, 질량정규화까지 적용한 (c)의 경우는 고차모드를 중심으로 좋아지는 것을 알 수 있다. 그러나 부가질량의 영향으로 세 번째 모드의 상

Table 5 Modal synthesis results by each method-D=20% (Hz)

Mode no.	Whole FEM	Component mode synthesis									
		Case 1	Case 2			Case 3			Case 4		
			1% noise	3% noise	5% noise	1% noise	3% noise	5% noise	1% noise	3% noise	5% noise
1	4.5	4.6	4.4	6.9	8.9	3.8	4.1	4.4	4.4	4.7	5.1
2	28.2	28.5	25.5	25.7	26.0	25.4	25.3	25.2	26.4	24.5	29.9
3	28.4	30.9	29.8	31.0	34.8	29.3	28.0	27.2	28.7	31.2	35.1
4	79.9	82.6	84.5	86.7	89.5	84.4	86.0	87.6	84.7	86.4	84.4
5	88.6	94.9	97.6	99.3	101	97.4	98.1	99.0	94.8	92.3	89.4
6	157	165	166	166	170	165	165	165	165	165	164

Table 6 Modal synthesis results by each method-D=50% (Hz)

Mode no.	Whole FEM	Component mode synthesis									
		Case 1	Case 2			Case 3			Case 4		
			1% noise	3% noise	5% noise	1% noise	3% noise	5% noise	1% noise	3% noise	5% noise
1	4.5	4.6	5.1	8.0	8.9	3.2	3.2	3.3	4.8	5.2	5.7
2	28.2	28.5	22.4	25.4	30.0	21.9	21.8	21.8	19.1	31.8	34.3
3	28.4	30.9	32.5	50.1	64.8	29.5	30.3	31.2	32.4	34.8	37.0
4	79.9	82.6	85.2	86.4	90.9	84.9	83.9	82.8	81.9	80.7	80.7
5	88.6	94.9	100	104	113	100	99.5	99.1	93.6	88.3	83.0
6	157	165	167	167	168	167	167	167	165	161	159

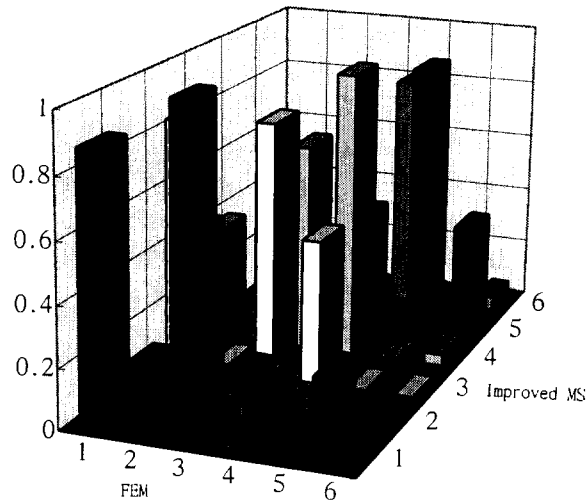
관도가 떨어지는 경향을 나타내었다.

4. 결 론

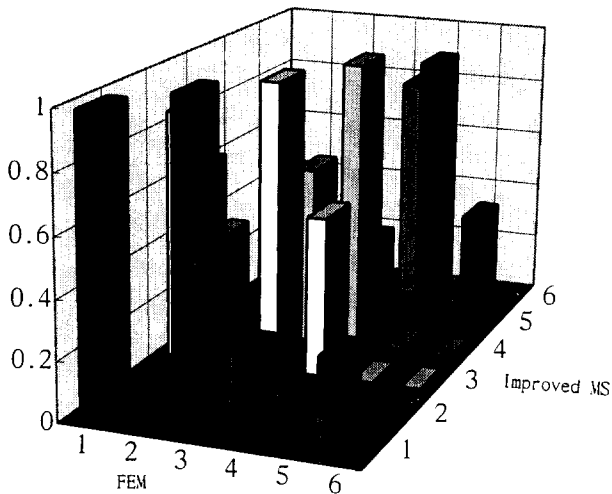
구분모드합성법중의 불구속모드법에 본 부가질량법을 사용함으로써, 고차모드생략오차 및 결합부에서 상대분계의 질량효과 무시에 따른 오차 등을 개선하였고, 실험을 통하여 이를 검증하였다. 또한, 구분모드합성법에 실험모달벡터를 사용할 경우에 문제가 되는 회전자유도 계산문제, 실험오차의 혼입, 유한요소 모드모델과 실험모달모델의 불일치 등을 질량정규화법, 평활화 및 자유도 확장법으로 해결하고, 구분모드합성결과의 개선을 시뮬레이션된 실험모달벡터로 검증하였다.

참고 문헌

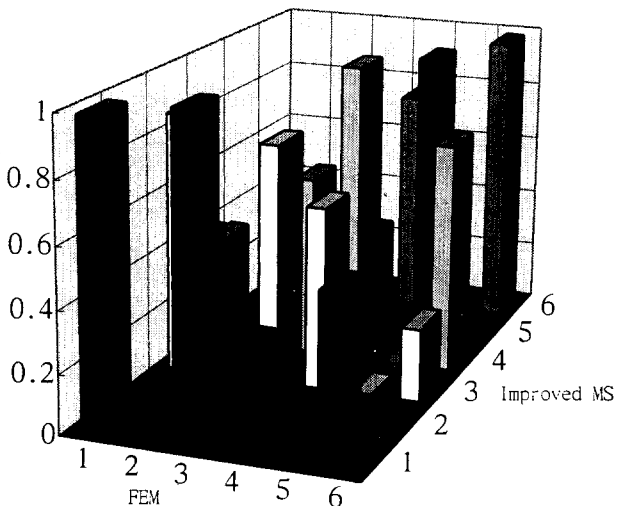
- (1) W.C. Hurty, 1965, "Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes," AIAA Journal, Vol. 3, pp. 678~685.
- (2) R.L. Goldman, 1969, "Vibration Analysis by Dynamic Partitioning," AIAA Journal, Vol. 7, No. 6, pp. 1152~1154.
- (3) 大態政明, 長松昭男, 1984, "部分構造合成法による振動解析 (第4報 有限要素法による剩餘コンプライアンス行列の計算)," 日本機械學會論文集, C50-457, p. 1563.
- (4) L.E. Suarez, E.E. Matheu, 1992, "A Modal Synthesis Technique Based on the Force Derivative Method," Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 114, pp. 209~216.
- (5) 長松昭男, 大態政明, 1980, "區分モード合成法による振動解析 (第1報 固有振動數と固有モード, その1)," 日本機械學會論文集, C46-412, pp. 1463~1470.
- (6) M.J. Smith, S.G. Hutton, 1994, "A Comparison of Fixed-Interface and Free-Interface Component Mode Synthesis Methods for Finite Element Models," Proceedings of the 12th IMAC, pp. 390~396.
- (7) M. Hermanski, H. Ostholt and Fachhochschule Bielefeld, Jul. 1987, "Linking Finite Elements with Experimental Modal Analysis," Int. Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, pp. 144~147.



(a) MAC comparison between whole FEM and case 2



(b) MAC comparison between whole FEM and case 3



(c) MAC comparison between whole FEM and case 4

Fig. 8 MAC comparison between whole FEM and improved modal synthesis

- (8) F. Llorca, A. Gerard and D. Brenot, 1994, "Improving Interface Conditions in Modal Synthesis Methods (Application to a Bolted Assembly of Rectangular Plates)," Proceedings of the 12th IMAC, pp. 411~417.
- (9) Shinya Sekimoto, 1985, "A Study on Truncation Error in Substructure Testing," Proceedings of the 3rd IMAC, pp. 1220~1226.
- (10) J.C. O'Callahan, Inn-Wei Lieu, 1986, "An Efficient Method of Determining Rotational Degrees of Freedom from Analytical and Experimental Modal Data," Proceedings of the 4th IMAC, pp. 50~58.
- (11) M. Imergun, D.J. Ewins, 1993, "An Investigation into Mode Shape Expansion Techniques," Proceedings of the 11th IMAC, pp. 168~175.
- (12) 장경진, 지태한, 박영필, 1995, "모드합성법을 사용한 차체모델의 모달해석," 한국소음진동공학회 춘계학술대회논문집, pp. 34~39.