

〈論 文〉

# 압전 작동기를 이용한 매우 유연한 로봇 팔의 진동 제어

Vibration Control of a Very Flexible Robot Arm via Piezoactuators

신호철\* · 최승복\*\*

H.C. Shin and S.B. Choi

〈1996년 2월 6일 접수 ; 1996년 3월 27일 심사완료〉

Key Words : Vibration Control(진동 제어), Flexible Manipulator(유연 머니퓰레이터), Sliding Mode Control(슬라이딩모드 제어), Piezoactuator(압전작동기), Amplitude Controller(진폭 제어기).

## ABSTRACT

A new control strategy to actively control the vibration of a very flexible single-link manipulator is proposed and experimentally realized. The control scheme consists of two actuators; a motor mounted at the beam hub and a piezoceramic bonded to the surface of the flexible link. The control torque of the motor to produce a desired angular motion is firstly determined by employing a sliding mode control theory on the equivalent rigid dynamics. The torque is then applied to the flexible manipulator in order to activate the commanded motion. During the motion, undesirable oscillation is actively suppressed by applying a feedback control voltage to the piezoceramic actuator. Consequently, the desired tip position is favorably accomplished without vibration. Measured control responses are presented in order to demonstrate the efficiency of the proposed control methodology.

## 기호설명

$b$	: 링크(또는 압전 필름, 압전 세라믹)의 너비
$C$	: 압전 필름 감지기의 정전 용량
$c_s$	: 슬라이딩 서피스 기울기
$d_{31}$	: 압전 세라믹의 압전 변형률 상수
$d_n$	: 압전 필름 감지기 바닥면에서 중립축 까지의 거리
$E_a, E_c, E_f$	: 알루미늄, 압전 세라믹 및 압전 필름의 탄성계수
$EI$	: 압전 재료 접착 구간에서 링크의 유효 굽힘강성
$E_a I_a$	: 알루미늄 링크의 유효 굽힘강성
$g_{31}$	: 압전 필름의 압전 응력상수
$I_H, I_t$	: 허브 및 총 관성 모멘트

$K, K_I$	: 진폭 제어기의 제어 이득
$K_{31}$	: 압전 필름의 전기기계 결합 상수
$k$	: 슬라이딩 모드 제어기의 불연속 이득
$k_p$	: 비례 제어기의 이득
$L, l_1$	: 링크 및 압전 세라믹(또는 압전 필름)의 길이
$M$	: 굽힘 모멘트
$m_t$	: 선단질량
$T, T_m$	: 허브에 걸리는 부하 토크 및 모터 발생 토크
$T_k$	: 운동 에너지
$t_a, t_c, t_f$	: 알루미늄, 압전 세라믹 및 압전 필름의 두께
$V$	: 제어전압
$V_f$	: 압전 필름 감지기의 출력 전압
$V_a$	: 비보존력
$V_s$	: 위치 에너지
$w$	: 탄성 변형

\*인하대학교 대학원 기계공학과

\*\*정회원, 인하대학교 기계공학과

$y$	: 전체 변위
$\varepsilon_c$	: 공급전압에 의해 압전 세라믹에 유발되는 변형률
$\theta, \theta_m$	: 허브 및 모터의 각 변위
$\theta_d, \theta_{md}$	: 허브 및 모터의 요구 각 변위
$\rho_a, \rho_c, \rho_f$	: 알루미늄, 압전 세라믹 및 압전 필름의 단위 길이 당 질량

## 1. 서 론

현재 사용되고 있는 대부분의 로봇은 기계적 강성으로 인한 구조적 진동을 최소화하기 위하여 큰 부피와 무게를 갖도록 설계되었다. 이를 로봇의 큰 부피와 무게는 로봇의 운전 속도를 느리게 하고, 에너지 소모량을 크게 하며 가반 중량을 작게 만들어 성능 저하를 초래한다. 특히 이러한 로봇의 우주에서의 사용은 거의 의미가 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위한 일환으로 로봇 팔을 경량화하는 연구가 매우 활발하게 진행되고 있다. 그러나 유연 로봇 팔이 빠르게 운동할 때 바람직하지 않은 진동이 발생하기 때문에 이를 억제하기 위한 제어기를 필요로 한다. 유연 로봇 팔의 진동을 제어하기 위하여 최적 제어(optimal control)<sup>(1,2)</sup>, 적응 제어(adaptive control)<sup>(3,4)</sup>, 슬라이딩 모드 제어(sliding mode control : SMC)<sup>(5~7)</sup>, 유한 요소법을 이용한 역동역학기법(inverse dynamics)<sup>(8)</sup> 등 수 많은 제어기법이 연구되었다.

그러나 탄성 로봇 팔의 진동을 억제하기 위해 지금까지 제안된 대부분의 제어기들은 모터에 입력되는 토크를 결정하는데 있어서 강체모드(rigid mode) 및 유한 개의 탄성모드(elastic mode)를 동시에 고려하기 때문에 제어기의 실제 구현에 있어서 하드웨어의 신호잡음(signal noise) 등과 연계되어 컴퓨터에서 계산된 토크의 정확한 입력이 용이하지 않았다. 이러한 측면에서 볼 때, 모터에는 강체로봇 제어에서와 같이 탄성모드가 고려되지 않는 토크의 입력을 제공하는 것이 바람직하다. 따라서, 바람직하지 않은 진동을 모터가 아닌 다른 형태의 작동기(actuator) 사용으로 제어할 수 있다면 기존의 유연 로봇 팔을 위한 제어기가 갖고 있는 단점을 개선할 수 있다. 그리고 기존의 제어기에서 또 하나의 단점은 출력을 측정하기 위한 감지기(sensor)에 있다. 일반적으로 허브 각도와 속도 감지기, 선단위치(tip position)를 측정하는 감지기, 탄성변위를 측정하기 위한 스트레인 게이지를 사용하고 있으며, 이로부터

모달 좌표계에서의 상태변수 특히 속도 상태 변수를 얻기 위하여 여러 형태의 관측기(observer)를 사용하고 있다. 물론 관측기 설계시 충분한 탄성모드의 사용으로 관측기 스플로버(observer spillover) 문제를 해결할 수 있으나 최상의 방법이라고 할 수 없다. 따라서 제어기의 실제 구현 시 관측기가 필요 없는 알고리즘 개발은 당연히 수반되는 연구대상이라고 할 수 있겠다. 본 연구에서는 탄성 로봇 팔의 진동을 제어하기 위한 기존 제어기의 단점을 개선하고자 압전세라믹을 이용하여 지능구조물(intelligent structure)을 구성한 후, 이와 연계된 새로운 형태의 제어 알고리즘을 제안한다.

최근 유연 구조물의 진동 제어를 위해 지능재료를 이용한 연구가 많이 수행되고 있으며, 이론적 해석 및 실험적 고찰을 통하여 매우 우수한 제어효과가 입증되고 있다<sup>(9)</sup>. 이러한 지능재료에는 감지기 및 작동기 기능을 동시에 지니고 있는 압전재료(piezoelectric material), 작동기 기능만 가지고 있는 전기유동유체(electro-rheological fluid) 및 형상기억합금(shape memory alloy) 그리고 감지기 기능을 갖춘 광섬유(optical fiber) 등이 있다.

압전재료는 잘 알려진 바와 같이 압력이 가해지면 전압이 발생되고 반대로 전압이 가해지면 변형을 일으키는 특성을 갖고 있다. 압전재료는 이와 같은 특성과 경량의 잇점이 있어 유연 구조물 진동제어에 감지기와 작동기로 적용된다. 여러 종류의 압전재료 중에서 압전세라믹(piezoceramic)과 압전필름(혹은 polyvinylidene : PVDF)이 잘 알려져 있다. 최근 이를 유연 구조물의 진동제어에 있어 감지기와 작동기로 이용한 연구가 활발히 진행되고 있으며, 그 응용 분야가 점차 많아지고 있다<sup>(10~13)</sup>. 압전필름은 유연성으로 인하여 유연한 보, 평판, 셀(shell) 등의 구조물과 우수한 상호 접착성을 갖고 있다. 따라서, 유연 구조물의 진동특성을 용이하게 감지해 낼 수 있다. 작동기로 사용되는 압전 필름은 입력전압으로 초고전압을 필요로 하는 반면에 압전 세라믹은 요구하는 입력전압이 훨씬 적으면서도 매우 큰 힘을 발생한다. 따라서 본 연구에서는 압전 필름을 유연링크의 진동 특성을 감지하는 감지기로, 압전 세라믹은 유연 링크의 진동을 제어하는 작동기로 사용하였다.

유연 로봇 머니풀레이터의 고속운전 시 선단 위치의 정확한 제어를 수행하기 위해서 본 연구에서 제안된 제어 알고리즘은 두 단계로 나눌 수 있다. 첫 단계는 허브의 각도를 제어하기 위해 필요한 모터의

입력 토크 결정이다. 입력 토크를 결정하기 위하여 제어하고자 하는 유연 링크를 강체로 가정한 시스템을 고려하였다. 이 강체 링크 시스템에 대하여 제어 성능이 우수하고 시스템의 불확실성에 대하여 강건한 제어기법 중에 하나인 슬라이딩모드 제어기법을 적용하였다<sup>(14)</sup>. 이러한 방법으로 결정된 토크는 슬라이딩 모드 조건이 만족하는 한 강체 링크를 갖는 로봇 팔의 요구 선단 운동을 보장한다. 요구 선단 운동을 얻기 위하여 슬라이딩 모드 제어기법으로 얻어진 토크를 유연 링크를 갖는 로봇 머니풀레이터에 적용한다. 그러나 강체링크 운동 방정식을 기초로 하여 결정된 모터 토크의 적용으로 인하여 유연 링크에 원치 않는 진동이 발생하게 된다.

따라서 두번째 단계로 유연 로봇 팔에서 실제로 측정된 선단 위치와 요구 선단 위치와의 오차를 압전 세라믹 작동기를 이용하여 능동적으로 제어하게 된다. 제어 알고리즘 구현에 요구되는 감지기로는 유연 링크의 탄성 변위를 측정 할 수 있는 압전필름 감지기와 허브각도 감지기와 필요하며 관측기의 설계는 필요 없다. 선단 위치 오차 신호를 미분하여 속도성분을 얻고 이를 바탕으로 진폭 제어기(amplitude controller)를 설계하여 입력전압을 결정한다. 이 전압을 압전 작동기에 공급 하므로써 탄성 변위를 제어하여 요구하는 선단위치를 얻는다. 한편, 고유 진동수 및 감쇠비 등의 시스템 변수 변동이 발생하여도 제안된 형태의 제어기로 부터의 되먹임 전압은 변수 변동에 따른 선단위치 오차의 크기와 신호 변화에 따라 그 공급 형태 및 크기가 자동적으로 바뀌게 되어 시스템의 안정성과 강건성을 기대할 수 있다. 제안된 제어알고리즘의 우수한 제어 성능을 입증하기 위하여 유연 로봇 머니풀레이터의 정착 제어와 추적제어 문제를 설정하여 실험을 수행하였다.

## 2. 동적 모델링

본 연구에서 제안된 단일 링크 유연 머니풀레이터를 Fig. 1에 나타내었다. 링크의 양쪽면에 접착된 압전 세라믹과 압전 필름은 각각 작동기 역할과 감지기의 역할을 수행한다. 제안된 유연 로봇 팔의 길이가  $L$ 이고 연속적이며 기하학적으로 일정한 형태를 갖도록 모델링 되었다. 좌표축  $Ox$ 은 고정된 기준 좌표축이며,  $Ox$ 는 허브에서 보의 중립 축에 접선으로 설정된 좌표축이다. 따라서, 좌표축  $Ox$ 를 따라 거리  $x$ 만큼 떨어진 위치에서의 전체 변위는 허브의 각

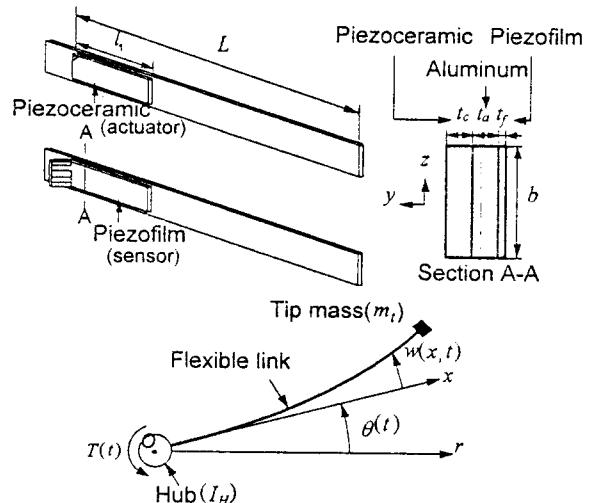


Fig. 1 A single-link flexible manipulator featuring surface-bonded piezofilm sensor and piezoceramic actuator

도  $\theta(t)$ 와 작은 탄성 변위  $w(x, t)$ 의 합으로 결정되며 다음과 같다.

$$y(x, t) = w(x, t) + x \cdot \theta(t) \quad (1)$$

전압  $V(x, t)$ 에 의하여 작동기용 압전 세라믹으로부터 발생되는 굽힘 모멘트는 축 방향에 대한 힘-평형관계로부터 중립 축에 대하여 구할 수 있으며, 그 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M &= -\varepsilon_c E c t_c b \left[ t_f + \frac{t_c}{2} + t_a - d_n \right] \\ &= c \cdot V(x, t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\varepsilon_c$ 는 전압공급 시 압전 세라믹에서 발생하는 변형률이고,  $d_n$ 는 압전 필름 밑면으로부터 중립축까지의 거리로써 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\varepsilon_c = V(x, t) \cdot d_{31} / t_c \quad (3)$$

$$d_n = \frac{t_f^2 E_f + (2t_f + t_a) t_a E_a + (2t_f + 2t_a + t_c) t_c E_c}{2(t_f E_f + t_a E_a + t_c E_c)} \quad (4)$$

한편, 식 (2)에서  $c$ 는 굽힘 모멘트를 전압으로 나눈 것을 의미하며 제안된 링크의 기하학적 및 재료 특성에 의하여 결정된다.

탄성 변위와 각속도가 작다는 가정과 축 방향 탄성변위를 무시하여 Euler-Bernoulli 보 이론을 적용하면 다음과 같은 운동에너지와 위치에너지를 얻을 수 있다.

$$2T_k = I_H \dot{\theta}^2 + \int_0^{l_1} \rho \left[ \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + x \dot{\theta}(t) \right]^2 dx$$

$$+\int_{l_1}^L \rho_a \left[ \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + x \dot{\theta}(t) \right]^2 dx \\ + m_t \left[ \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + x \dot{\theta}(t) \right]^2 \Big|_{x=L} \quad (5)$$

$$2V_s = \int_0^{l_1} \frac{1}{EI} \left[ EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} - c \cdot V(x, t) \right]^2 dx \\ + \int_{l_1}^L E_a I_a \left[ \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right]^2 dx \quad (6)$$

여기서  $\rho$ 와  $EI$ 는 각각 압전재료 접착구간에서 유연 링크의 단위길이 당 유효질량과 유효 굽힘 강성을 나타내며, 다음과 같이 주어진다.

$$\rho = \rho_a + \rho_c + \rho_f \\ EI = E_c \left[ \frac{bt_c^3}{12} + bt_c(t_f + t_a + \frac{t_c}{2} - d_n)^2 \right] \\ + E_a \left[ \frac{bt_a^3}{12} + bt_a(t_f + \frac{t_a}{2} - d_n)^2 \right] \\ + E_f \left[ \frac{bt_f^3}{12} + bt_f(\frac{t_f}{2} - d_n)^2 \right] \quad (7)$$

한편, 비보존적인 외부 토크  $T(t)$ 에 의한 일은 다음과 같이 주어진다.

$$V_a = -T(t) \cdot \theta(t) \quad (8)$$

압전재료 접착 구간과 비 접착 구간에서의 물성치가 다르므로 전체 변위  $y$ 를 각각  $y_{(1)}$ ,  $y_{(2)}$ 라고 표현하면, 다음과 같은 기하학적 경계조건(geometric boundary condition)이 도출된다.

$$y_{(1)}(0, t) = 0 \\ y_{(1)}(l_1, t) = y_{(2)}(l_1, t) \quad (9) \\ y'_{(1)}(l_1, t) = y'_{(2)}(l_1, t)$$

식 (6)에서 전압  $V(x, t)$ 은 압전 세라믹이  $x$ 축에 대하여 기하학적으로 일정한 형태를 갖고 있는 경우에 시간  $t$ 만의 함수인  $V(t)$ 로 간주 할 수 있다. 따라서 제어전압의 공간에 대한 편미분항은 소거된다. 이 세 식 (5)~(9)를 해밀톤의 법칙(Hamilton's principle)에 적용하면 다음과 같은 운동 지배 방정식과 시스템 경계조건을 얻을 수 있다.

$$EIy''_{(1)}(x, t) + \rho \ddot{y}_{(1)}(x, t) = 0, \quad 0 \leq x < l_1 \\ E_a I_a y''_{(2)}(x, t) + \rho_a \ddot{y}_{(2)}(x, t) = 0, \quad l_1 \leq x \leq L \quad (10) \\ [EIy''_{(1)}(0, t) - c \cdot V(t)] + T(t) - I_H \ddot{\theta}(t) = 0 \\ [EIy''_{(1)}(l_1, t) - c \cdot V(t)] = E_a I_a y''_{(2)}(l_1, t) \\ EIy''_{(1)}(l_1, t) = E_a I_a y''_{(2)}(l_1, t) \\ E_a I_a y''_{(2)}(L, t) = 0 \\ E_a I_a y''_{(2)}(L, t) = m_t \ddot{y}_{(2)}(L, t)$$

제어전압인  $V(t)$ 는 경계조건에만 포함되어 있으

며, 따라서 이는 선형 분포 시스템(linear distributed-parameter system)을 기술하고 있다. 압전 세라믹 작동기와 연계된 제어기  $V(t)$ 는 모드생략(modal truncation) 없이 분포형 모델 (10)과 (11)에 근거하여 다음 장에서 설계된다.

### 3. 제어기 설계

본 연구에서 제안된 제어 알고리즘은 허브에 장착된 모터와 유연 링크 표면에 접착된 압전세라믹 작동기로 구성된다. 제어의 첫 단계는 허브의 각도를 제어하기 위해 모터에 입력되는 토크의 결정이다. 제안된 유연 링크와 동일한 질량을 갖는 강체 링크에 대하여 요구 선단 운동을 일으키는 토크를 결정하기 위해서 슬라이딩모드 제어기법을 도입하였다. 이러한 토크는 마치 외부에서 가해지는 외란 토크와 같이 유연 매니퓰레이터에 적용된다. 따라서, 강체 링크에 근거하여 결정된 토크를 유연 로봇 팔에 적용할 때 바람직하지 않은 진동이 발생하게 되며, 이러한 진동은 압전세라믹 작동기를 사용하여 능동적으로 제어함으로써 요구되는 선단운동을 얻게 된다. Fig. 2는 이상의 제어 알고리즘을 설명하는 블록선도(block-diagram)를 나타낸다. 블록선도로부터 모터의 요구 각변위  $\theta_{md}$ 가 슬라이딩모드 제어기에 의해 보장된다면, 다음 단계의 제어는 압전 세라믹 작동기에 진폭 제어기를 적용 함으로써 바람직하지 않은 진동을 능동적으로 억제하는 것임을 알 수 있다. 여기서  $\theta$ (혹은  $\theta_d$ )와  $\theta_{md}$ (혹은  $\theta_{md}$ )의 관계는 감속기의 감속비로 정의된다.

#### 3.1 슬라이딩 모드 제어기

먼저 시스템의 요구 각변위를 보장하는 모터 토

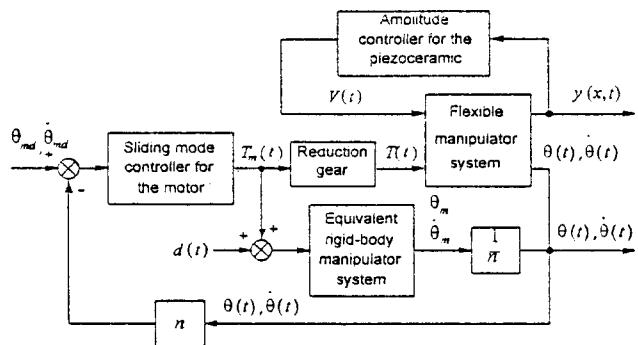


Fig. 2 A block-diagram of the proposed control algorithm

크를 결정하기 위해 슬라이딩 모드 제어기를 설계한다. 감속기를 고려한 유연 링크와 동일한 크기의 질량을 갖는 강체 링크 매니퓰레이터의 운동 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \ddot{\theta}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{f_v}{I_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \dot{\theta}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_t} \end{bmatrix} T_m(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} d(t) \quad (12)$$

여기서  $f_v$ 는 모터와 감속기에 의한 유효 점성감쇠 계수이고,  $d(t)$ 는 미지의 토크 외란이며,  $|d(t)| \leq \varepsilon$ 으로 그 크기가 임의의 작은 양수  $\varepsilon$ 으로 한정되어 있다고 가정한다. 제어기는 임의의 초기조건에 대하여 추적 오차를 점근적으로 영(zero)에 보내야 한다. 따라서 다음과 같이 오차를 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} c_1 &= \theta_{md} - \theta_m \\ c_2 &= \dot{\theta}_{md} - \dot{\theta}_m \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)으로 정의되는 오차 상태 공간에서 슬라이딩 변수와 슬라이딩 서피스를 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$\begin{aligned} s(t) &= c_s c_1(t) + c_2(t), \\ S &= \{(c_1, c_2) \in R^2 \mid s(t) = 0\} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서  $c_s (>0)$ 는 슬라이딩 서피스의 기울기를 나타낸다.

식 (14)로 정의된 슬라이딩 서피스는 오차 상태 공간 상에서 안정한 것을 알 수 있다. 따라서 알맞은 제어기를 사용하여 임의의 오차 공간상에 있는 RP(representation point)를 이 슬라이딩 서피스 위로 보낼 수 있다면 추적오차는 점근적으로 영이 될 것이다. 이것은 다음과 같은 슬라이딩 모드 존재조건을 만족함으로써 성취할 수 있다.

$$s(t) \dot{s}(t) < 0 \quad (15)$$

이 조건을 만족시키기 위해 식 (12)와 식 (14)를 이용하여 등가제어법칙으로부터 다음과 같은 불연속 슬라이딩 제어기를 설계할 수 있다<sup>(14)</sup>.

$$T_m(t) = I_t \{ c_s (\dot{\theta}_{md} - \dot{\theta}_m) + \ddot{\theta}_{md} + k \operatorname{sgn}(s(t)) \} + f_v \dot{\theta}_m, \quad k > \varepsilon \quad (16)$$

여기서  $k$ 는 불연속 제어 이득(gain)이다.

식 (16)에서 알 수 있듯이 탄성력이 없는 시스템에서 슬라이딩 모드 제어기는 미분제어요소만을 포함하게 된다. 잘 알려진 바와 같이 미분제어 요소는 오차 신호 자체에 대하여 동작하는 것이 아니라 오

차 신호의 변화율에 대하여 동작하므로 미분제어야요소만으로는 결코 우수한 위치제어효과를 얻을 수 없으며, 항상 비례제어 요소 혹은 비례-적분 제어요소와 결합하여 사용해야 한다. 따라서, 제어기 (16)에 비례제어기를 추가한 후, 전체 시스템이 안정하도록 알맞는 제어 이득을 설정하는 것이 바람직하다. 이를 위한 슬라이딩 모드 제어기와 안정성 요구 조건을 다음 정리에 요약한다.

정리 1 : 만약 임의의 작은 양수  $\varepsilon_1$ 이 존재하여 제어기 (17)의 불연속 제어이득  $k < \varepsilon + \varepsilon_1$ 이면, 제어기 (17)을 갖는 시스템 (12)는 슬라이딩 모드 존재 조건 (15)를 만족하여 안정성이 보장된다.

$$\begin{aligned} T_m(t) &= I_t \{ c_s (\dot{\theta}_{md} - \dot{\theta}_m) + \ddot{\theta}_{md} + k \operatorname{sgn}(s(t)) \} \\ &\quad + f_v \dot{\theta}_m + k_p (\theta_{md} - \theta_m) \end{aligned} \quad (17)$$

증명 : 우선 외란( $d(t)$ )이 없는 공칭 시스템(nominal system)의 안정성을 보장하도록 비례제어계인과 슬라이딩 서피스의 기울기를 설정해야 한다. 즉, 다음의 오차 방정식이 점근 안정하도록  $k_p$ 와  $c_s$ 를 설정해야한다.

$$\dot{e}_2 = -\frac{1}{I_t} [k_p \ c_s I_t] \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

이는 다음의 성능지수를 최소로 하는  $k_p$ 와  $c_s$ 를 구함으로써 해결된다.

$$\begin{aligned} J &= \int ([e_1 \ e_2] Q [e_1 \ e_2]^T \\ &\quad + (k_p e_1 + I_t c_s e_2) R (k_p e_1 \\ &\quad + I_t c_s e_2)) dt \end{aligned} \quad (19)$$

여기서  $Q$ 는 양의 한정 행렬이며,  $R$ 은 양의 상수이다. 공칭 시스템이 점근 안정하므로 시간  $t \geq 0$ 동안 오차의 크기는 한정되어 있고 ( $\| (k_p/I_t) e_1 \| < \varepsilon_2$ ),  $t \rightarrow \infty$ 에 따라 오차는 점근적으로 영에 수렴한다 ( $\| e_1 \|, \| e_2 \| \rightarrow 0$ ). 따라서, 일정한 시간( $t_1$ )이 지난 후, 즉  $t \geq t_1 > 0$ 에 대하여  $\| (k_p/I_t) e_1 \| < \varepsilon_1 < \varepsilon_2$ 를 만족한다. 결국 제안된 제어기 (17)를 갖는 시스템 (12)는 다음과 같이 슬라이딩 모드 존재조건이 만족되어 시스템의 안정성이 보장된다.

$$\begin{aligned} s(t) \dot{s}(t) &= -k |s(t)| - \frac{k_p}{I_t} c_1 s(t) + d(t) s(t) \\ &< -k |s(t)| + (\varepsilon_1 + \varepsilon) |s(t)| < 0 \end{aligned} \quad (20)$$

실제적인 제어기 구현에 있어서 불연속 제어기 (17)은 하드웨어에 악영향을 미치는 떨림 현상(chattering)을 발생하므로 바람직하지 않다. 이 문

제의 해결을 위하여 정해진 경계 영역 내에서 불연속 제어기를 연속 제어기로 근사화할 수 있다.<sup>(15)</sup> 즉, 식 (17)의 비선형 함수인 부호함수를 포화 함수로 대치한 연속 제어기를 사용할 수 있다.

### 3.2 고정 진폭 제어기

압전세라믹 작동기에 대한 제어기는 Bailey 와 Hubbard<sup>(11)</sup>가 이용한 고정 진폭 제어기(constant amplitude controller : CAC)를 다음과 같이 선택한다.

$$V(t) = -K \cdot \text{sgn}(c \cdot \dot{V}_f(t)) \quad (21)$$

여기서  $K$ 는 제어이득이며,  $\dot{V}_f$ 은 유연 링크 표면에 접착된 분포형 압전 필름 감지기로부터 나오는 출력 신호 전압  $V_f$ 의 시간 미분이다. 압전 필름 감지기로부터의 출력전압은 필름의 모든 부분에서 생성된 전하를 필름 길이에 대하여 적분 함으로써 얻어지며, 제안된 유연 링크에 대하여 생성되는 출력 신호 전압은 다음과 같다.

$$V_f(t) = \frac{K_{31}^2 \cdot b}{C g_{31}} \left[ d_n \cdot \int_0^{l_1} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} dx \right] \quad (22)$$

식 (21)에서 제어이득  $K$ 는 제어 전압의 크기를 나타내며 적용되는 압전 세라믹 작동기와 적용되는 유연 링크의 기계적 및 물리적 성질에 따라 결정되는 일종의 물리적인 값으로 공급 전압 한계 내에서 시스템의 안정성이 보장되도록 선택해야 한다. 이를 다음 정리에 요약한다.

정리 2 : 만약 임의의 작은 양수  $\varepsilon_3$ 이 존재하여 허브의 각 속도와 제어 토크의 곱이  $\varepsilon_3$ 보다 작고, 제어 이득  $K > \varepsilon_3 / \left| c \frac{\partial^2 w(l_1, t)}{\partial t \partial x} \right|$ 다면, 고정진폭 제어기 (21)을 갖는 유연 로봇 시스템 (10), (11)의 안정성은 보장된다.

증명 : 이를 증명하기 위해 우선 모터 토크 적용 시 발생되는 로봇 팔의 운동에너지와 위치에너지로 이루어진 양의 한정 리아푸노프 함수(positive definite Lyapunov functional)를 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} F = & \frac{1}{2} I_H \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \int_0^{l_1} \left[ EI \left( \frac{\partial^2 y_{(1)}(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 \right. \\ & \left. + \rho \left( \frac{\partial y_{(1)}(x, t)}{\partial t} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \int_{l_1}^L \left[ E_a I_a \left( \frac{\partial^2 y_{(2)}(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 \right. \\ & \left. + \rho_a \left( \frac{\partial y_{(2)}(x, t)}{\partial t} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} m_t \left( \frac{\partial y_{(2)}(L, t)}{\partial t} \right)^2 \end{aligned} \quad (23)$$

상기식에 시간에 대한 미분을 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t} = & I_H \dot{\theta} \ddot{\theta} + \int_0^{l_1} \left[ EI \frac{\partial^2 y_{(1)}(x, t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^3 y_{(1)}(x, t)}{\partial x^2 \partial t} \right. \\ & \left. + \rho \frac{\partial y_{(1)}(x, t)}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 y_{(1)}(x, t)}{\partial t^2} \right] dx \\ & + \int_{l_1}^L \left[ E_a I_a \frac{\partial^2 y_{(2)}(x, t)}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^3 y_{(2)}(x, t)}{\partial x^2 \partial t} \right. \\ & \left. + \rho_a \frac{\partial y_{(2)}(x, t)}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 y_{(2)}(x, t)}{\partial t^2} \right] dx \\ & + m_t \frac{\partial y_{(2)}(L, t)}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 y_{(2)}(L, t)}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

식 (10)과 (11)을 식 (24)에 대입하고 부분적분을 취하면 다음과 같이 전개된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t} = & I_H \dot{\theta} \ddot{\theta} + EI \cdot y_{(1)}'' \Big|_0^{l_1} - EI \cdot y''' \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \Big|_0^{l_1} \\ & + \int_0^{l_1} \left[ EI \cdot y_{(1)}^{iv} \cdot \frac{\partial y_{(1)}}{\partial t} + \rho \frac{\partial y_{(1)}}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 y_{(1)}}{\partial t^2} \right] dx \\ & + E_a I_a \cdot y_{(2)}'' \Big|_{l_1}^L - E_a I_a \cdot y_{(2)}''' \cdot \frac{\partial y_{(2)}}{\partial t} \Big|_{l_1}^L \\ & + \int_{l_1}^L \left[ E_a I_a \cdot y_{(2)}^{iv} \cdot \frac{\partial y_{(2)}}{\partial t} + \rho_a \frac{\partial y_{(2)}}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 y_{(2)}}{\partial t^2} \right] dx \\ & + m_t \cdot \dot{y}_{(2)} \cdot \dot{y}_{(2)} \Big|_L \\ = & I_H \dot{\theta} \ddot{\theta} + EI \cdot y_{(1)}'' \Big|_{l_1} - EI \cdot y_{(1)}''' \cdot \frac{\partial y_{(1)}}{\partial t} \Big|_{l_1} \\ & - EI \cdot y_{(1)}'' \cdot \frac{\partial y_{(1)}}{\partial t} \Big|_{l_1} + EI \cdot y_{(1)}''' \cdot \frac{\partial y_{(1)}}{\partial t} \Big|_0 \\ & + E_a I_a \cdot y_{(2)}'' \Big|_L - E_a I_a \cdot y_{(2)}''' \cdot \frac{\partial y_{(2)}}{\partial t} \Big|_L \\ & - E_a I_a \cdot y_{(2)}''' \cdot \frac{\partial y_{(2)}}{\partial t} \Big|_L + E_a I_a \cdot y_{(2)}''' \cdot \frac{\partial y_{(2)}}{\partial t} \Big|_{l_1} \\ & + m_t \cdot \dot{y}_{(2)} \cdot \dot{y}_{(2)} \Big|_L \\ = & I_H \dot{\theta} \ddot{\theta} - EI \cdot y_{(1)}'' \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[ \theta + \frac{\partial w}{\partial x} \right]_0 \\ & + c \cdot V \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[ \theta + \frac{\partial w}{\partial x} \right]_{l_1} \\ = & T(t) \cdot \dot{\theta} + c \cdot V(t) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t \partial x} \Big|_{l_1} \end{aligned} \quad (25)$$

따라서 제어기 (21)을 적용하면 설정한 제어 이득 조건에 의해서 다음과 같이 리아푸노프 함수의 시간에 대한 미분은 음의 한정(negative definite)이 되어 시스템의 안정성이 보장된다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} < \varepsilon_3 - K \left| c \frac{\partial^2 w(l_1, t)}{\partial t \partial x} \right| < 0 \quad (26)$$

정리 2에서 허브의 각속도와 제어 토크의 곱이 작다는 가정은 물리적인 측면에서 로봇의 운동이 등속 또는 감속 상태이거나 매우 느리게 가속되고 있음을 의미한다. 이를 역설적으로 설명하면 다음과 같다. 만일 로봇이 빠르게 가속운동하게 되면 유연 로봇

팔에 매우 큰 진동이 발생된다. 그러나 압전 작동기는 그 제어력의 한계성 때문에 이러한 진동을 완벽히 제어할 수 없게 되어 시스템의 안정성을 보장할 수 없다는 의미이다. 한편, 로봇의 허브가 완전히 멈추었을 때 허브의 각속도는 영이 되고 유연 로봇 팔은 외팔보(cantilever beam)와 같은 형태가 된다. 물론 이때에는 식 (25)에서 두번째 항만이 존재하게 되므로 제어 이득  $K$ 가 임의의 양수 값을 갖게 되면 리아푸노프 안정성이 만족하게 된다.

고정 진폭 제어기(21)은 실제적인 구현에 있어서 부호함수를 포함하는 불연속 제어기이기 때문에 자연시간등 하드웨어의 제한성으로 인하여 떨림현상이 발생한다. 이것을 효과적으로 제거하기 위해 출력 신호 전압의 진폭이 일정한 크기 ( $V_{f1}$ )보다 작아지면 출력 신호 전압의 진폭 크기에 비례하여 공급전압이 감소하도록 다음과 같이 다단 진폭 제어기(multi-step amplitude controller : MAC)를 설계할 수 있다<sup>(16)</sup>.

$$V(t) = \begin{cases} -Ksgn(c \cdot \dot{V}_f(t)), & (V_f)_m > V_{f1} \\ -K_1 \frac{(V_f)_m}{V_{f1}} sgn(c \cdot \dot{V}_f(t)), & (V_f)_m \leq V_{f1} \end{cases} \quad (27)$$

여기서  $(V_f)_m$ 은 출력 신호 전압의 진폭을 나타낸다.

한편, Fig. 2에서 실제 변위  $y(x, t)$ 는 모터에 장착된 엔코더(optical encoder)로부터 관측되는 각변위와 분포형 압전 필름 감지기로부터 관측되는 탄성변위를 합산하여 얻어진다. 따라서, 제안된 제어 알고리즘 실현에 있어서는 상태 관측기를 도입할 필요가 없다. 감지용 압전 필름에서 나오는 출력신호는

식 (22)에서 보는 바와 같이 편미분 방정식 형태로 유도되었으며, 이는 유연 링크의 모든 부위에서 발생하는 각 신호가 합산되어 출력한다는 것을 의미한다.

#### 4. 결과 및 고찰

제안된 제어 알고리즘의 우수한 제어 성능을 입증하기 위하여 Table 1에서 주어진 기하학적 및 물리적 특성을 갖는 유연 로봇 팔을 제작하였으며, Fig. 3에 제어 실험장치 구성을 나타내었다. 모터(FMD-E10)의 각변위는 엔코더로 부터 얻어지며 이 신호가 엔코더 보드(YS-7400)를 통하여 컴퓨터(486PC)로 보내진다. 이때 샘플링 간격과 측정된 각 변위의 증가로부터 속도성분을 계산하고, 위치성분과 속도성분으로 부터 슬라이딩 모드 제어기를 통해 입력 토크를 결정한다. 이렇게 정해진 토크는 D/A변환기(DAS-1800)와 서보 드라이버(FDD-102PD)를 통하여 모터에 입력된다. 모터의 회전은 감속기를 통하여 허브와 유연 로봇 팔을 구동시킨다. 이때 발생하는 유연 로봇 팔의 탄성변형은 링크 한쪽 면에 부착된 압전 필름에 감지되며, 이 신호는 A/D변환기(DAS-1800)를 통하여 컴퓨터로 보내진다. 이 신호를 받아 진폭제어기가 제어전압을 결정하며, 이 제어전압이 D/A변환기와 1000배 직류전압 증폭기(Treck 609A-3)를 통하여 압전세라믹 작동기에 공급됨으로써 바람직하지 않은 진동을 능동적으로 제어한다.

Table 1 Dimensional and mechanical properties of the aluminum link, piezofilm and piezoceramic

	Aluminum link	Piezofilm	Piezoceramic
Young's Modulus	65GPa	2GPa	64GPa
Thickness	0.8mm	0.052mm	0.815mm
Density	2890kg/m <sup>3</sup>	1780kg/m <sup>3</sup>	7700kg/m <sup>3</sup>
Width	25mm	24mm	24mm
Length	0.5m	0.15m	0.15m
Moment of inertia of the hub			$2.064 \times 10^{-4}\text{kg m}^2$
Total moment of inertia			$6.02 \times 10^{-4}\text{kg m}^2$
Capacitance of piezofilm			380 pF/cm <sup>2</sup>
Piezoelectric stress constant of piezofilm			$216 \times 10^{-3}(\text{V}/\text{m}) / (\text{N}/\text{m}^2)$
Breaking voltage of piezoceramic			400V
Piezoelectric strain constant of piezoceramic			$-300 \times 10^{-12}(\text{m}/\text{m}) / (\text{V}/\text{m})$

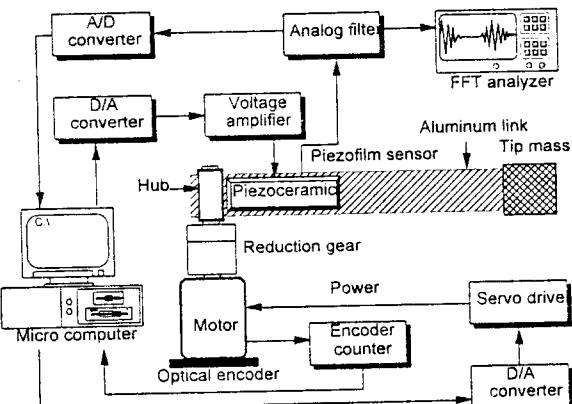
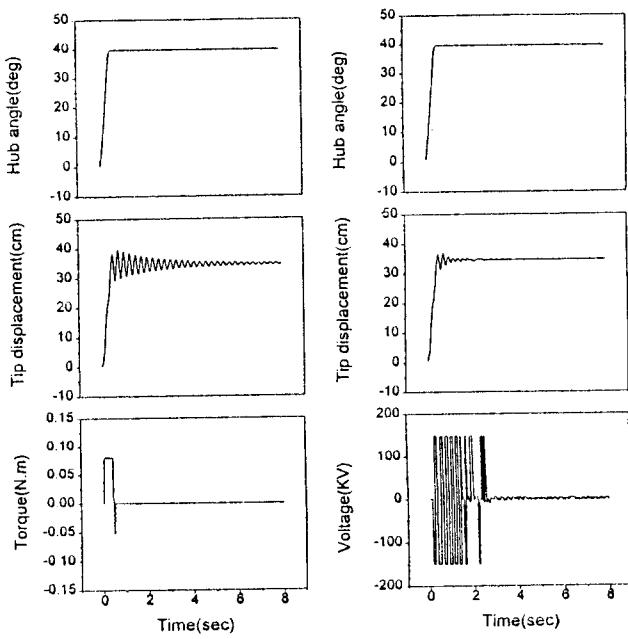


Fig. 3 Schematic diagram of experimental apparatus

Fig. 4(a)는 압전세라믹 작동기에 제어전압을 하지 않고 유연 로봇 팔의 각변위가  $40^{\circ}$  위치(선단 변위 34.9cm에 해당)에 정착하도록 슬라이딩모드 제어기로부터 얻어진 토크를 모터에 입력하였을 때 얻은 시스템의 제어응답을 나타낸다. 허브의 요구 각 위치( $\theta_d=40^{\circ}$ )는 슬라이딩 모드 제어 토크를 적용함으로써 정확히 얻어짐을 알 수 있다. 그러나, 이 제어 토크를 유연 로봇 팔에 적용함으로써 바람직하지 않은 진동이 발생하며, 오직 주 진동모드인 제 1차 유연 모드의 감쇠비에 의해 진동의 크기가 감소하는

것을 확인할 수 있다. 요구 위치까지의 상승 시간(rise time)은 약 0.4초이고, 최대 탄성 변형(maximum elastic deflection)은 약 5cm가 발생한 것을 알 수 있다. Fig. 4(b)는 압전세라믹 작동기에 제어전압을 시스템에 공급했을 때 시스템의 제어응답이다. 제어기 (27)의 제어이득  $K$ 는 150,  $K_t$ 는 10으로 각각 설정하였다. 제안된 하이브리드 제어 알고리즘의 사용으로 진동이 유효하게 제어되어 약 2초 이내에 선단위치가 완전히 정착되는 것을 알 수 있다. 한편 실험에 사용된 압전세라믹 작동기의 최대 작동전압은 400V로써 이 한계 전압 내에서 제어전압이 공급된 것을 알 수 있다.

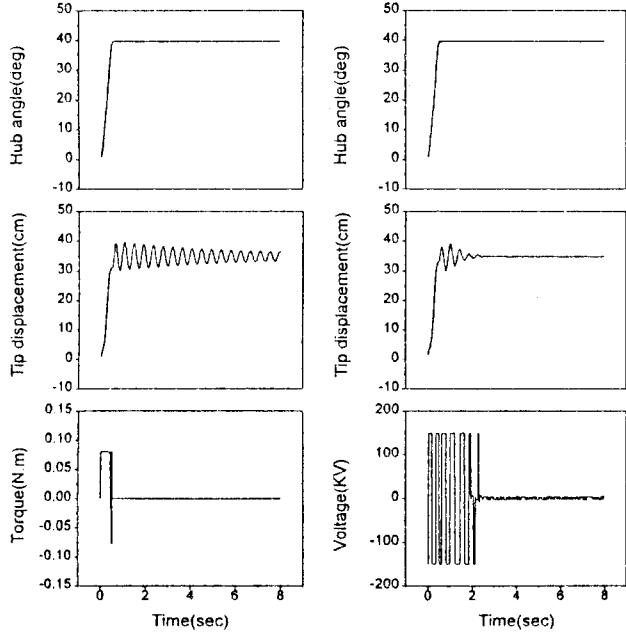
제안된 하이브리드 제어 알고리즘의 강건성을 입증하기 위하여, 유연 로봇 팔 질량의 약 20%(10g)에 해당하는 질량을 로봇 팔 선단에 부착하여 시스템에 변수변동을 추가하였다. 결과적으로 측정된 제어결과 Fig. 5(a)로부터 쉽게 알 수 있듯이 시스템 변수 중에서 첫번째 고유진동수는 41.3% 감소하였으며 감쇠비는 39.7%가 감소하였다. 선단질량 존재 시에도 강건하게 허브가 요구 위치에 잘 정착함을 확인 할 수 있으며, Fig. 5(b)부터 유연 로봇 팔의 진동이 효과적으로 제어되어 원하는 선단 위치에 비교적 빠르게 정착됨을 알 수 있다. 이는 앞서 설명하였듯이 시스템의 변수변동이 존재하여도 제안된



(a) without feedback voltage

(b) with feedback voltage

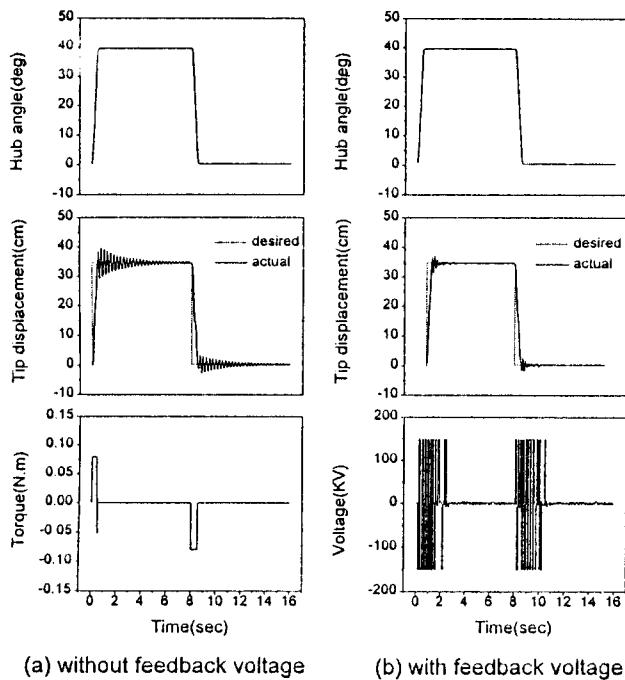
Fig. 4 Measured regulating responses without tip mass



(a) without feedback voltage

(b) with feedback voltage

Fig. 5 Measured regulating responses with tip mass



(a) without feedback voltage      (b) with feedback voltage

Fig. 6 Measured tracking responses

제어알고리즘에 의해 압전세라믹 작동기에 알맞은 전압이 공급되기 때문이다.

제안된 방법의 추적제어 성능을 알아보기 위하여, 요구궤적을 Fig. 6과 같이 설정하여 실험하였다. 요구궤적은 유연 로봇 팔이 8초 간격으로 요구위치  $40^{\circ}$ 와  $0^{\circ}$ 를 왕복하는 단순 반복 작업을 나타낸다. Fig. 7(a)는 모터 제어만 수행하였을 경우의 추적제어 응답을 나타낸다. 허브의 각도는 요구위치를 잘 추적하나 유연 링크는 강체 모드만을 고려한 토크의 입력 때문에 바람직하지 않은 진동이 발생함을 확인할 수 있다. Fig. 7(a)로 부터 모터 제어만을 수행하였을 때는 주어진 작업수행이 불가능함을 알 수 있다. 그러나 제안된 제어 알고리즘을 적용하여 압전 세라믹 작동기에 제어전압을 공급하면 Fig. 7(b)와 같이 우수한 추적제어 응답을 얻을 수 있다. 그림으로부터 유연 로봇 팔의 운동 초기부터 진폭제어기가 능동적으로 진동을 제어하여, 주어진 작업을 성공적으로 수행할 수 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

단일 링크 유연 매니퓰레이터의 선단 위치 제어를 위해 새로운 제어 알고리즘을 제안하였다. 제안된 제어 시스템은 두개의 작동기, 즉 모터와 압전세라

믹으로 구성된다. 모터에 입력되는 제어 토크는 유연 로봇 팔을 강체로 가정한 운동방정식에 대하여 슬라이딩 모드제어 기법을 적용하여 결정하였다. 강체 로봇 팔을 고려한 제어 토크가 공급될 때 발생하는 바람직하지 않은 진동은 압전 세라믹 작동기에 제어전압을 공급하여 제어하였다. 이 제어전압은 리아푸노프 안정성과 연계된 진폭제어기를 통해 결정하였다. 제안된 제어 알고리즘은 유연 로봇 팔의 위치 제어를 위해 모터 토크에만 의존하는 기존의 제어 알고리즘에 비하여 구성 및 설계가 매우 간단하고, 실제 적용이 더욱 용이하다. 실험을 통해 제안된 제어기의 성능이 우수하며 시스템의 불확실성 존재 시에도 제어특성의 강건함을 보였다. 현재 본 연구에서 제안된 제어 알고리즘을 다 관절 유연 링크로봇에 적용하기 위한 확장 연구가 진행 중에 있다.

## 참 고 문 헌

- (1) Hastings, G. G. and Book, W. J., 1985, "Experiments in Optimal Control of a Flexible Arm," Proceedings of American Control Conference, Boston, MA, pp. 728~729.
- (2) Schmitz, E., 1985, "Experiments on the Endpoint Position Control of a Very Flexible One-Link Manipulator," Ph. D Thesis, Dept. of Aeronautics and Astronautics, Stanford University.
- (3) Yuan, B. S. and Book, W. J., 1987, "A Robust Scheme for Direct Adaptive Control of Flexible Arms," Proceedings of the ASME Winter Annual Meeting, Vol. 6, pp. 261~268.
- (4) Clarke, D. W., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S., 1987, "Generalized Predictive Control-Part I : The Basic Algorithm," Automatica, Vol. 23, No. 2, pp. 137~148.
- (5) Yeung, K. S. and Chen, Y. P., 1990, "Sliding Mode Controller Design of a Single-Link Manipulator under Gravity," International Journal of Control, Vol. 52, No. 1, pp. 101~117.
- (6) Qian, W. T. and Ma, C. C. H., 1992, "A New Controller Design Using for Flexible One-Link Manipulator," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 37, No. 1, pp. 132~137.
- (7) Choi, S. B., Cheong, C. C. and Shin, H. C. 1995, "Sliding Mode Control of Vibration in a Single-Link Flexible Arm with Parameter Variations,"

- Journal of Sound and Vibration, Vol 179, No. 5, pp. 737~748.
- (8) Bayo, E., 1987, "A Finite-Element Approach to Control the End-Point Motion of a Single-Link Flexible Robot," Journal of Robotic Systems, Vol. 4, No. 1, pp 63~75.
- (9) Gandhi, M. V. and Thompson, B. S., Smart Materials and Structures, 1992, Chapman & Hall, London.
- (10) Choi, S. B., Cheong, C. C., Thompson, B. S. and Gandhi, M. V., 1994, "Vibration Control of Flexible Linkage Mechanisms Using Piezoelectric Films," Mechanism and Machine Theory, Vol. 29, No. 4, pp. 535~546.
- (11) Bailey, T. and Hubbard, Jr., J. E., 1985, "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 8, No. 5, pp. 605 ~611.
- (12) Akella, P., Chen, X., Hughes, D. and Wen, J. T., 1994, "Modeling and Control of Smart Structures with Bonded Piezoelectric Sensors and Actuators : A Passivity Approach," Proc. Smart Structure and Materials, Orlando, Florida, Vol. 2192, pp. 108~119.
- (13) Khorrami, F., Zeinoun, I. and Tome E., 1993, "Experimental Results on Active Control of Flexible-Link Manipulators with Embedded Piezoceramics," Proc. IEEE Robotics and Automation Conference, Atlanta, GA, pp. 222~227.
- (14) Utkin, V. I., 1977, "Variable Structure Systems with Sliding Modes," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 22, No. 2, pp. 212~222.
- (15) Slotine, J. J. and Sastry, S. S., 1983, "Tracking Control of Non-Linear Systems Using Sliding Surface, with Application to Robot Manipulators," International Journal of Control, Vol. 38, No. 2, pp. 456~492.
- (16) Choi, S. B., Cheong, C. C. and Kim, S. H., 1995, "Control of Flexible Structures by Distributed Piezofilm Actuator and Sensor," Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 6, No. 5, pp. 430~435.