

〈論 文〉

보강 박스 구조물의 진동 및 응력 해석

The Vibration and Stress Analysis of Stiffened Box Structures

이 영 신* · 한 재 도** · 한 유 희*** · 서 정***

Young-Shin Lee, Jae-Do Han, You-Hie Han, Jung Suh

〈1995년 10월 11일 접수 ; 1996년 2월 10일 심사완료〉

ABSTRACT

The stress and vibration analysis of stiffened box structure is investigated by experiment and FEM analysis. The effects of stiffener number and box section shape on the structure response are presented. The 1st natural frequency of stiffened folded box structure with 5 stiffeners is 300 Hz. It is higher than that of stiffened rectangular box structure with 5 stiffeners, which is 251 Hz. Maximum deflection of folded box structure with thickness of 1 mm is lower than that of rectangular box structure with thickness of 1 or 2 mm. The natural frequencies of box structures are increased with the number of stiffener, while the deflections are decreased with the number of box structures. When we compare between fundamental frequency (251 Hz) of stiffened(with 5 stiffeners) and one(137.64 Hz) of unstiffened rectangular box structure under clamped-clamped boundary condition, the ratio of frequency increase is 82%. The stiffened structures of 2 mm thickness can reduced to 120% of maximum deflection of 1 mm thickness rectangular box structures.

1. 서 론

박스 구조물은 건축, 토목, 자동차, 항공, 해양 구조물, 공작 기계등 다양한 산업 분야에서 널리 적용되고 있다. 박스 구조물은 정적 하중에 대한 안정성과 강성, 진동특성에 대한 안전성 그리고 차량 충돌시의 에너지 흡수등을 위하여 많이 적용되고 있다. 이러한 특성 때문에 박스 구조물의 기계적인 거동에 많은 관심이 집중되고 있으며, 특히 경량 구조물에 대한 관심의 증가로 인하여 박스 구조물의 기계적인 거동에 상당한 관심이 집중되어 있다. 그러나 박스구조물의 기계적인 거동은 선형적인 문제에 대해서조차 상당히 복잡하며, 더구나 보강된 박스 구조물의 거동은 더욱 복잡하여 유한 요소법과 같은 수치기법을 이용하는 것이 편리하다.

Handa⁽¹⁾는 유한 요소법을 이용하여 균질, 비균질의 정사각 단면 또는 사각박스 구조물의 진동해석을 수행하였으며, Irie 등⁽²⁾은 Ritz법을 이용하여 경사진 사각 각주셀의 진동 특성을 연구하였다. Yamada 등⁽³⁾은 Goldenvizer-Novozilov의 셀 방정식을 이용하여 다양한 원주 형상 즉, 3각형, 4각형, 5각형 단면의 셀에 대한 진동 거동을 연구하였으며, Lee⁽⁴⁾는 Rayleigh-Ritz법을 이용하여 통풍, 열, 공기 조화 시스템등에서 자주 볼 수 있는 다각형의 덕트(duct)에 대한 고유진동수와 모드(mode)를 연구하였다. Wilson 등⁽⁵⁾은 유한 요소 기법을 이용하여 박스 보의 진동과 Timoshenko와 Euler 이론 해석과의 비교 연구를 수행하였다.

Hooker 등⁽⁶⁾은 유한 요소법을 이용하여 박스 구조물의 진동 해석을 수행하였다. Koko 등⁽¹⁰⁾은 슈퍼 요소(super element)를 이용하여 공기 분사 하중을 받는 보강 판의 비선형 응답을 연구했으며, Jiang⁽¹¹⁾은 슈퍼 요소(super element)를 이용하여 축 방향으로 보강된 박스 구조물의 비선형 정적, 동적 해석을 수행하였다. Widjaja⁽¹²⁾ 등은 보강 적층 구조물에 대

*정회원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과

**대우중공업(주) 우주항공연구소

***한국기계연구원 레이저 연구그룹

해 연구하였다.

그러나 보강된 박스 구조물에 대한 진동 해석은 그 해석적 방법의 복잡성 때문에 거의 이루어지지 않았으며, 따라서 이에 따른 관련 해석 이론도 개발되어 있지 않다. 따라서 이러한 구조물에 대한 해석 시 유한 요소법을 적용하는 것이 일반적이다.

본 연구에서 고려된 박스 구조물은 단면 형상이 서로 다른 즉, 사각형 단면 박스 구조물과 요철형 단면 박스 구조물이며, 각각의 단면에 대하여 보강되지 않은 박스 구조물과 보강된 박스 구조물이 고려되었고, 보강재 및 박스의 두께 변화를 고려하였다. 보강재는 각 단면 형상과 동일한 크기를 갖는 판으로 되어 있다. 박스 구조물의 각각의 판은 직각으로 연결되고, 보강재는 박스 구조물의 각각의 판과 직각으로 연결된 판 문제이다. 이러한 구조물의 거동을 정확히 표현하기 위해서 서로 인접한 두 판 사이에는 한판의 내평면 변위와 다른판의 횡변위가 일치한다는 가정이 필요하다. 따라서 내평면 변위와 횡방향에 대한 적절한 변수들이 요구된다. 이러한 판 조합 박스 구조물의 해석에 적절한 유한 요소는 각 절점에서 3개의 전체 변위와 3개의 전체 회전 등 6자유도를 가지는 유한 요소가 많은 잇점을 가진다⁽⁶⁾.

본 연구에서는 보강되지 않은 사각 박스 구조물, 보강된 사각 박스 구조물, 그리고 보강된 요철형 박스 구조물에 대하여 양단 고정 (clamped-clamped) 과 일단 고정 타단 자유 (clamped-free) 의 경계조건에 대한 진동해석을 유한요소 상용 프로그램인 ANSYS⁽¹³⁾

를 이용하여 수행하였으며, 진동 실험 장치 FFT를 이용하여 이를 검증하여 각 경우에 대한 응력해석을 유한 요소법을 이용하여 수행하였다. 또한 각각의 경우에 보강재의 개수 및 단면 형상 변화, 그리고 두께 변화가 진동과 응력에 미치는 민감도를 연구하였다.

2. 실험

2.1 시편

본 연구에서는 등방성 재료인 강(STM44)으로 구성된 보강되지 않은 사각 박스 구조물(unstiffened rectangular box structure)과 보강된 사각 박스 구조물(stiffened rectangular box structure) 그리고 보강된 요철형(凹) 단면의 박스 구조물(stiffened folded box structure)에 대하여 자유 진동 거동이 연구되었다.

실험에 적용된 경계조건은 각각의 시편에 대하여 Fig. 1에 보여지는 바와 같은 지그(jig)를 이용하여 양단 고정 및 일단 고정 타단 자유의 경계조건을 부여하여 실험을 수행하였다.

Fig. 2는 보강되지 않은 사각 박스 구조물 시편($a=200\text{ mm}$, $b=100\text{ mm}$, $l=900\text{ mm}$, $t_1=1\text{ mm}$)을 나타내며, Fig. 3은 5개의 보강재가 보강된 사각 보강 박스 구조물 시편($a=200\text{ mm}$, $b=100\text{ mm}$, $p=150\text{ mm}$, $l=900\text{ mm}$, $t_1=1\text{ mm}$) 및 보강재(stiffener)의 단면 형상($t_2=1\text{ mm}$)을 나타낸다. Fig. 4

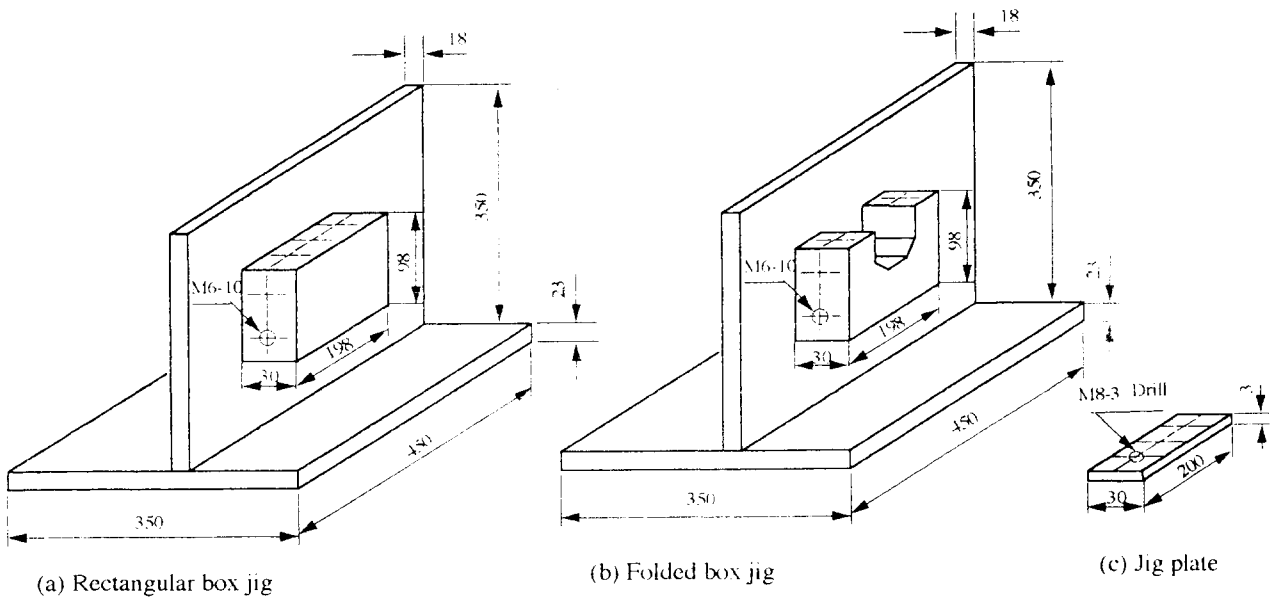


Fig. 1 Jig form used for experiment

는 보강재가 보강된 요철형 보강 박스 구조물($a=200\text{ mm}$, $b=100\text{ mm}$, $p=150\text{ mm}$, $l=900\text{ mm}$, $t1=1\text{ mm}$) 및 보강재의 단면 형상($t2=1\text{ mm}$)을 나타낸다.

박스 구조물이 모두 축대칭이기 때문에 보강되지 않은 사각 박스 구조물은 동일한 크기로 두개의 철판을 절단한 다음 똑같은 형상을 갖는 두개의 채널(channel)로 절곡 한후에 두 채널을 용접하여 제작하였다. 보강재가 적용된 경우, 즉 보강된 사각 박스 구조물은 두개의 강판을 'ㄷ형' 채널 형태로 구부

린 다음 각각의 'ㄷ형' 채널에 Fig. 3(b)에 보여진 것과 같은 5개의 보강재를 동일한 위치에 격막형으로 보강한 다음 두개의 채널을 용접하여 제작하였으며, 또한 보강된 요철형 박스 구조물도 앞의 경우와 마찬가지로 두개의 강판을 'ㄷ형'으로 구부린 다음 Fig. 4(b)와 같은 5개의 보강재를 각각의 채널에 동일한 위치에 보강한 다음 두 채널을 용접하여 제작하였다.

본 연구의 시편 제작에 사용된 강판의 두께는 모두 1mm이며, 보강재는 하중을 줄이기 위해 Fig. 3(b)와 Fig. 4(b)에 보여지는 것처럼 보강판을 따내어 질량을 감소시켰으며, 보강재의 하단에는 박스 구조물의 공간을 효과적으로 이용하기 위한, 즉 축(shaft), 전선(cable) 등을 내장할 수 있도록 하기 위한 원형 구멍(hole)을 두었다. 실험에 적용된 시편의 치수는 Table 1에 제시되었다.

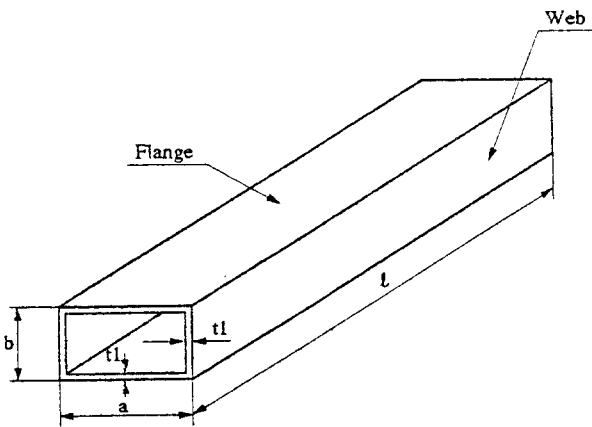
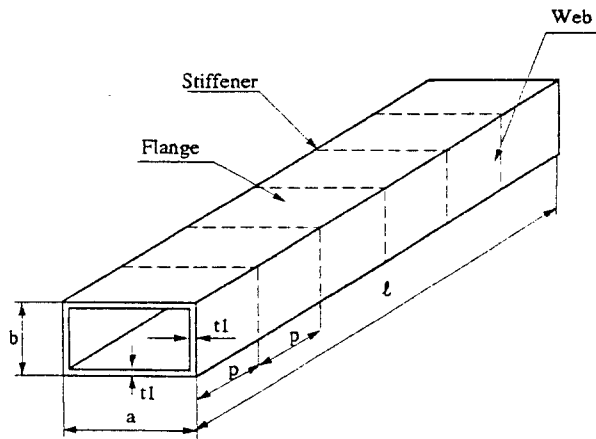
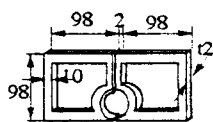


Fig. 2 Layout of unstiffened rectangular box structure

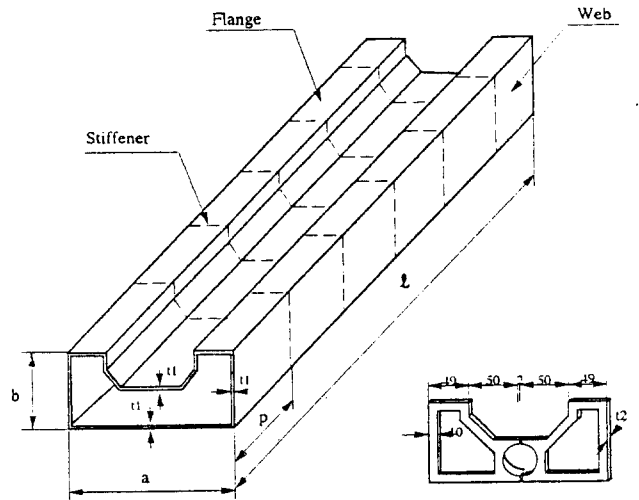


(a) Stiffened rectangular cross sectional box structure



(b) Stiffener

Fig. 3 Layout of stiffened rectangular box structure with 5 stiffeners



(a) Folded cross sectional box structure

(b) Stiffener

Fig. 4 Layout of stiffened folded box structure with 5 stiffeners

Table 1 Dimension of box structures

Part	Dimension (mm)	
	Experimental	FEM
a (width)	200	200 200
b (height)	100	100 200
l (length)	900	900 900
$t1$ (thickness of box)	1	1 2
$t2$ (thickness of stiffener)	1	1 2

2.2 실험장치

(1) 지그(jig)

실험을 수행하기 위해 Fig. 1과 같은 지그를 제작하였다. 지그 제작과정은 450×350×23의 철판을 가공한 다음 450×350×18의 철판을 가공하여 두 철판에 나사 탭(tab)을 만들어 M 12 볼트(bolt)로 두 철판을 'ㄱ'형으로 고정하여 두개의 베이스(base)를 제작한 후에, 박스 구조물의 단면과 동일한 지그 블록을 두께 30 mm 철판으로 가공하였다. 블록의 상하 좌우면에서 시편을 고정하기 위하여 M 6의 나사탭을 가공하였다. 베이스와 블록은 볼트를 이용하여 고정하였다. 또한 시편과 블록의 접촉을 확실하게 하기 위해 Fig. 1(c)와 같은 3 mm 철판에 블록과 동일한 위치에 구멍을 가공하여 시편과 블록의 접촉면에 균일한 압착력이 가해지도록 설계하였다. 지그는 밑판의 중량이 28 kg이고 수직판의 중량이 22.1 kg이며, 블록의 중량이 4.7 kg이다. 따라서 지그 한개의 총 중량은 55.1 kg으로 보강되지 않은 사각 박스 구조물의 중량은 4.2 kg이며, 보강된 사각 박스 구조물의 중량은 4.5 kg이고, 보강된 요철형 단면 박스 구조물의 중량인 5.0 kg에 비하여 상당히 고중량체이므로 지그가 이러한 박스 구조물의 진동 특성에 아무런 영향을 미치지 않도록 설계, 제작하였다.

(2) 진동실험장치

Fig. 5는 진동 실험 장치의 블록선도이며, Fig. 6은 실험을 수행하기 위해 준비가 완료된 장치의 설치상태(set-up)를 나타낸 사진이다.

실험에 사용된 진동 실험 장치로는 주파수 분석기 ONO-SOKKI CP-920 MINI FFT ANALYSIS SYSTEM을 사용하였다. 이 주파수 분석기는 두개의 채널(dual channel)을 가지며, 주파수 범위(frequency range)는 1 Hz~100 kHz이며, A 채널과 B채널의 전압 범위(voltage range)는 1 mV~50 V이다.

입력 신호를 주기 위해서 PCB086B03 SN 1893 충격 해머(impact hammer)를 사용하여 구조물에 가진을 주었으며, 이를 통해서 입력된 신호를 증폭하기 위해서 이득(gain)이 40 dB인 ONO-SOKKI PS-002B3 파워씨플라이(power supply)를 사용하였다. 한편 박스 구조물의 응답 신호를 측정하기 위해 PCB 303 A03 SN 10287 가속도계(accelerometer)를 사용하였으며, 가속도계에서 출력되는 응답신호를 증폭하기 위해서 이득이 100 dB인 Model 408 D 06 power unit를 사용하였다. 또한 시편에 가속도계를 부착하기 위해서 왁스를 사용하였으며, 실험 결과를 출력하기 위해서 ONO-SOKKI CX-337 칼라 플로터

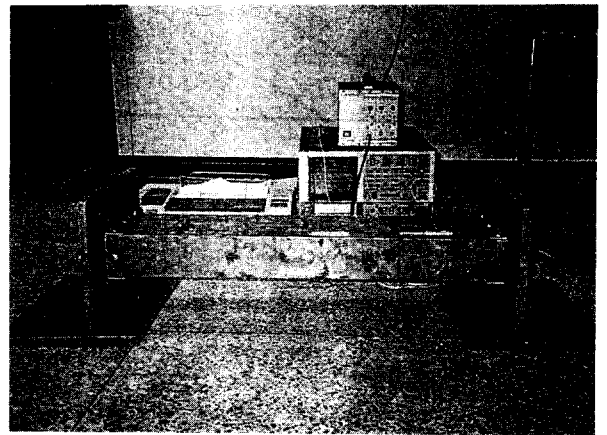
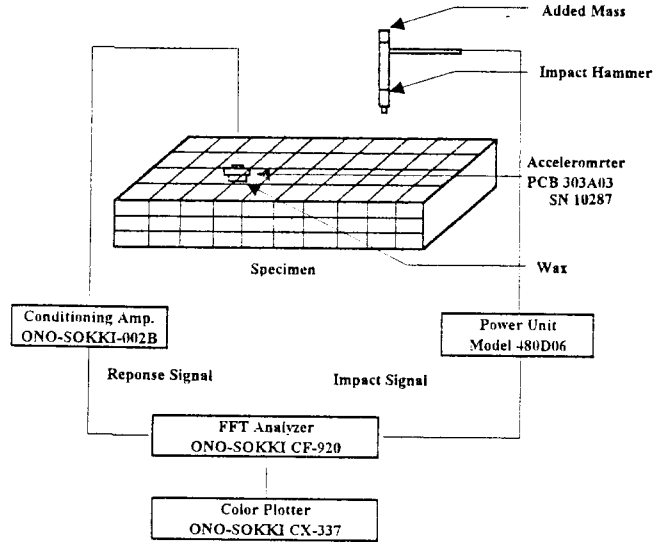


Fig. 6 Equipment for measuring frequencies and mode shapes

(color plotter)를 사용하였다.

(3) 실험방법

실험을 통하여 박스 구조물의 고유 진동수를 결정하기 위해서는 각각의 구조물에 대해서 전달함수(transfer function)를 결정하여야 한다. 실험으로 박스 구조물의 고유 진동수를 측정하기 위해서 FFT 주파수 분석기를 사용하였다. 실험방법은 충격해머를 통해 충격 가진이 입력신호로 들어가고 또한 구조물의 가속도는 가속도계를 통해 입력신호로 들어가면, 주파수 분석기의 전달함수가 피크(peak)응답이 일어나는 곳에서 고유진동수를 결정한다. 실험시에 유한 요소법으로 해석된 모드와 비교하기 위해 유한요소 해석에서의 모델과 동일하게 절점(node)를

형성하여 실험 데이터를 측정했으며, 데이터 측정시에 가진점을 정확히 가진하지 못하는 경우의 오차를 줄이기 위해 각 가진점에 대해서 4회씩 가진하여 평균치를 구하여 각 절점의 변위를 구하였다.

본 실험에서는 주로 박스 구조물의 윗판(flange)의 굽힘 모드를 중심으로 하여 모드 수를 결정하였다. 즉 윗판에 가속도계를 와스를 이용하여 부착한 후 윗판에 형성된 각 절점을 가진하여 구조물의 모드 및 진동수를 구함으로써 이를 연결하여 모드를 구할 수 있다. 따라서 유한요소를 많이 분할 할수록 유연한 모드를 결정할 수 있다. 본 실험에서는 4각 단면인 경우 윗판을 90개의 유한요소로 분할하여 실험을 수행하였으며, 요철형 단면 박스 구조물의 경우에는 요철형으로 구부러진 상부판의 진동 모드 보다 하부판의 진동 모드가 지배적이기 때문에 하부판을 90개의 유한요소로 분할하여 실험을 수행하였다. 각 절점에 충격 해머를 이용하여 충격을 가진하여 전달함수가 구해지면 각 전달함수의 허수부분(imaginary part)에서 공진점에 대응하는 진폭을 FFT 분석기를 이용하여 구할 수 있으며, 이때 구해진 진폭은 각 절점에서의 상대적인 변위를 나타낸다. 각 절점에서의 상대적인 변위를 연결하여 모드를 결정하였다.

모드는 구해진 전달함수에서 공진점의 수 만큼 구해지는데 본 연구에서는 위의 과정을 반복하여 각각의 구조물에 대하여 5차 모드까지만을 구하였다. 이렇게하여 구해진 데이터를 이용하여 각 모드 형상을 구한 다음 유한요소법으로 구한 진동 모드 형상과 비교하여 고유 진동수 및 진동 모드를 결정하였으며, 또한 사용 요소의 적합성을 검증하였다.

3. 유한요소해석

3.1 진동 해석 이론

박스 구조물의 자유진동은 빔이나 판의 자유 진동 모드와 달리 셀과 같이 복잡한 거동을 한다. 더구나 보강된 박스 구조물의 자유 진동 거동은 선형적인 문제에 대해서조차 매우 복잡하며, 따라서 이론적으로 모든 구조적인 문제를 다룰 수 있는 유한 요소법과 같은 수치기법을 이용하는 것이 일반적이다.

유한 요소법을 적용하여 강성 행렬 $[K_B]$ 와 변위벡터 $\{\delta\}$ 으로써 변형률 에너지를 행렬식으로 표현하면,

$$U = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K_B] \{\delta\} \quad (1)$$

구조물의 질량에 의한 운동 에너지를 질량 행렬 $[K_M]$ 과 변위 벡터 $\{\delta\}$ 로 나타내면,

$$T = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K_M] \{\delta\} \quad (2)$$

따라서 포텐셜 에너지는

$$\begin{aligned} H &= U + T \\ &= \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K_B + K_M] \{\delta\} \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)의 $[K_M]$ 을 단위 질량으로 일반화시켜 표현하면

$$[K_M] = \lambda [K_m] \quad (4)$$

이 되고 따라서 식 (4)를 식 (3)에 대입하여 포텐셜 에너지 식을 다시 쓰면

$$H = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K_B + \lambda K_m] \{\delta\} \quad (5)$$

이다. 여기서 $\lambda = \omega^2$ 이라 하고 포텐셜 에너지 최소화 법칙을 적용하면

$$[K_B + \omega^2 K_m] \{\delta\} = 0 \quad (6)$$

이 된다.

식 (6)이 유용한 해를 갖기 위해서는

$$|K_B + \omega^2 K_m| = 0 \quad (7)$$

이 되어야 한다. 이때 ω 는 고유 진동수이며, ω 값은 점진적으로 여러개의 값을 갖게 된다. 본 연구에서는 유한요소 상용 코드인 ANSYS 프로그램을 사용하여 양단 고정, 일단 고정 타단 자유 경계 조건에 대해 각각의 박스 구조물의 고유 진동을 해석하였으며, 유한 요소 해석에 사용된 요소는 Fig. 7에서 보

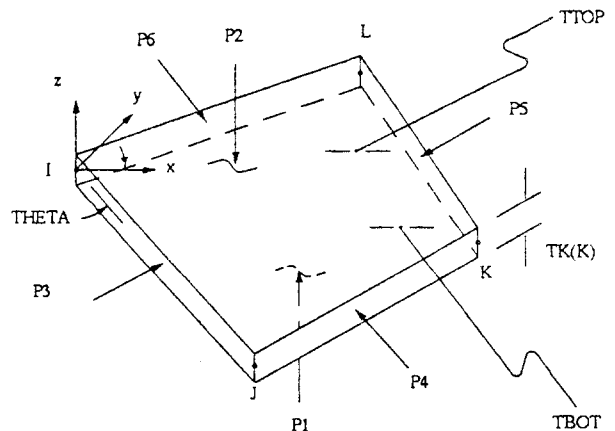


Fig. 7 Element type configuration

Table 2 Material properties of box structures

Classification	Properties
Material	Steel (STM44)
Young's modulus (E)	200 GPa
Density (ρ)	7800 Kg/m ³
Poissons ratio (ν)	0.3

여지는 것과 같은 각 절점당 3개의 변위와 3개의 회전을 가지는 4절점 셀요소를 적용하였다. 또한 유한요소 해석에 사용된 물성치는 Table 2와 같으며, 모델의 치수는 시편의 실제 크기와 동일하게 하였으며, 유한요소법을 적용하여 두께 및 보강방법을 변화시키면서 진동해석을 수행하였다.

3.2 응력 해석 이론

실험적 진동 해석 및 유한 요소 해석에서 신뢰성이 검증된 유한요소를 이용하여 박스 구조물에 대한 응력 해석을 수행하였다. 유한 요소법을 적용하여 응력-변형률 관계식을 나타내면

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (8)$$

이고, 여기에서

- { σ } : 응력 벡터 (stress vector)
- [D] : 강성 행렬 (elasticity matrix)
- { ϵ } : 변형률 벡터 (strain vector)

식 (8)을 다시 쓰면

$$\{\epsilon\} = [D]^{-1}\{\sigma\} \quad (9)$$

여기서 등방성 (isotropic) 재료에 대한 강성 행렬 [D]는

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \quad (10)$$

이며, 따라서 식 (10)을 식 (9)에 대입하면 응력-변형률 관계식은 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\epsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{G} \quad (11)$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{\sigma_{yz}}{G}$$

$$\epsilon_{xz} = \frac{\sigma_{xz}}{G}$$

그러므로 등방성 재료에 대한 응력 요소는 식 (8), 식 (10), 식 (11)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_x = \frac{E}{h}(1+\nu)[(1-\nu)\epsilon_x + \nu(\epsilon_y + \epsilon_z)]$$

$$\sigma_y = \frac{E}{h}(1+\nu)[(1-\nu)\epsilon_y + \nu(\epsilon_x + \epsilon_z)]$$

$$\sigma_z = \frac{E}{h}(1+\nu)[(1-\nu)\epsilon_z + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y)] \quad (12)$$

$$\sigma_{xy} = G\epsilon_{xy}$$

$$\sigma_{yz} = G\epsilon_{yz}$$

$$\sigma_{xz} = G\epsilon_{xz}$$

여기서 $h=1-3\nu^2-2\nu^3$ 이고, 주응력 $\sigma(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ 은 다음의 식으로 계산된다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y - \sigma & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} = 0 \quad (13)$$

응력 강도 (stress intensity) σ_1 는

$$\sigma_1 = \text{Max}(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) \quad (14)$$

이며, von Mises 등가 응력은

$$\sigma_e = \left\{ \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \right\}^{1/2} \quad (15)$$

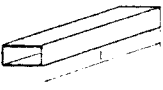
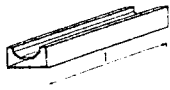
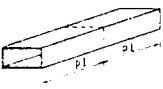
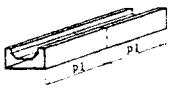
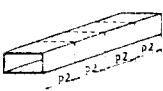
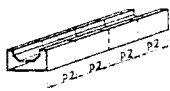
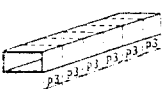
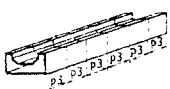
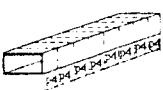
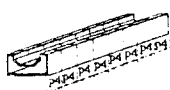
이다. 이때 각 모델에 대하여 양단 고정 경계 조건을 부여하였으며, 박스의 중앙 상단에서 박스의 폭 방향으로 선 하중 (line force) 500 N이 작용하는 것으로 가정하여, 유한 요소 상용 코드인 ANSYS 프로그램을 사용하여 등가 응력 해석을 수행하였다.

3.3 모델링 및 유한 요소 해석

(1) 사각 박스 구조물

사각 박스 구조물에 대한 유한 요소 모델은 우선 구조 진동 실험이 수행된 경우 즉, 박스 두께 (t1)와 보강재 두께 (t2)가 모두 1 mm일때의 보강 되지 않은 사각 박스 구조물, 5개의 보강재가 보강된 사각 박스 구조물을 모델링하였으며, 동일한 구조물에 대

Table 3 Position of stiffeners

No. of stiffener	Cross section	
	Rectangular	Folded
0		
1		
3		
5		
7		
Dimension (mm)	l=900, p1=450, p2=225, p3=150, p4=112.5	

하여 보강재의 갯수를 중앙면에 대하여 Table 3과 같이 등간격으로 배치하여 1개, 3개, 5개, 7개의 보강재가 격막형으로 보강된 경우를 모델링하였다. 또한 박스 두께 (t_1)와 보강재 두께 (t_2)가 모두 2 mm 인 경우에 대해서 위의 경우와 동일하게 모델링하였다. 보강방법은 박스의 중앙에 보강재 1개를 격막형으로 보강하였고, 그 다음으로 1개의 보강재를 박스의 중앙에 위치시키고 2개의 보강재를 박스 중앙을 중심으로 양쪽에 등간격으로 1개씩 보강하여 3개의 보강재를 보강하여 모델링하였으며, 동일한 방법으로 5개 7개의 보강재가 적용된 경우를 모델링하였다.

Fig. 8은 사각 박스 구조물의 유한 요소 모델이며, Fig. 9는 사각 박스 구조물에 적용된 보강재의 유한 요소 모델이다. 이때 적용된 유한 요소는 두께가 구조물의 크기에 비해 아주 얇기 때문에 각 절점 (node)당 6 자유도를 갖는 4절점 (node) 셀요소를 적용했다(Fig. 7).

(2) 요철형(凹) 박스 구조물

요철형 박스 구조물에 대한 유한 요소 모델은 사각 박스 구조물과 동일하게 실험이 수행된 경우, 즉 박스 두께 (t_1)와 보강재 두께 (t_2)가 모두 1 mm이

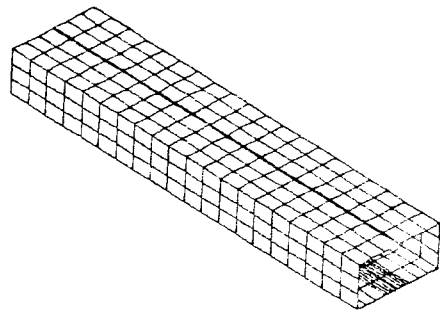


Fig. 8 FEM modeling for rectangular box structure

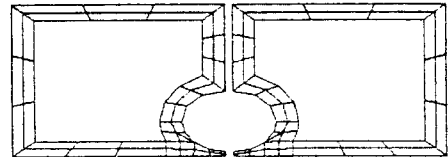


Fig. 9 FEM modeling for stiffener of rectangular box structure

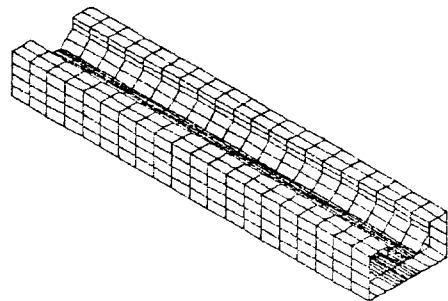


Fig. 10 FEM modeling for folded box structure

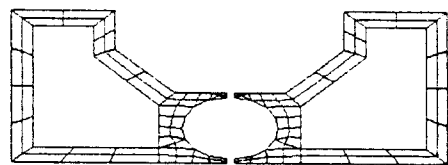


Fig. 11 FEM modeling for stiffener of rectangular box structure

고, 5개의 보강재가 보강된 경우 외에 보강되지 않은 요철형 박스 구조를 모델링하였다. 또한 보강 방법은 Table 3과 같이 사각 박스 구조물의 경우와 동일하게 하였으며, 두께 역시 사각 박스의 두께와 동일하게 적용하여 모델링하였다.

Fig. 10은 요철형 박스 구조물의 유한요소 모델이며, Fig. 11은 요철형 박스 구조물에 적용된 보강재의 유한 요소 모델이다. 이때 적용한 유한 요소는 두께가 구조물의 크기에 비해 아주 작기 때문에 각

절점(node)당 6자유도를 갖는 4절점(node)셀요소를 적용하여 모델링하였다(Fig. 7).

4. 결과 및 고찰

4.1 구조 진동 해석

본 연구는 Table 1과 같은 크기를 갖고, Table 2에서 보여지는 바와 같은 물성을 갖는 강으로 제작된 Fig. 2, Fig. 3 그리고 Fig. 4에서 보여지는 것과 같은 형상을 가진 박스 구조물에 대하여 고유진동수 및 모드 형상이 연구되었다. 실험에 사용된 박스 구조물과 보강재는 모두 두께가 1mm인 철판으로 제작하였다.

실험과 유한 요소법에 적용된 경계조건은 양단 고정(clamped-clamped), 일단고정-타단자유(clamped-free) 등 두가지 경우를 고려하였다. 각각의 시편에 적용한 경계 조건에 대하여 실험과 유한 요소법으로 구해진 고유진동수를 그래프로 나타내었다. 실험치와 유한요소의 해를 비교하기 위해서 제시된 유한요소 해는 사각 박스 구조물의 경우는 윗판(flange)의 굽힘 모드 즉, 윗판의 축방향 반파수(m)를 중심으로 제시하였으며, 요철 단면 박스 구조물의 경우는 아래판의 굽힘모드를 중심으로 제시하였다.

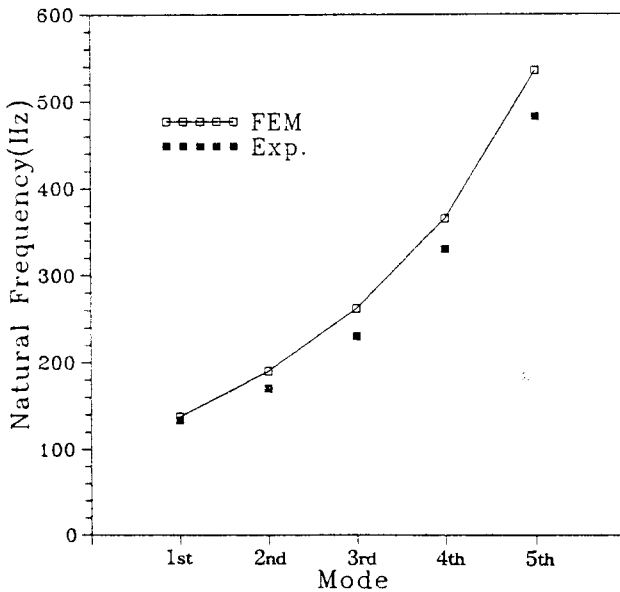


Fig. 12 Natural frequency for bending mode of flange of unstiffened rectangular box structure under clamped clamped boundary condition($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

Fig. 12~23은 본 연구에서 고려된 경계조건 및 보강재의 적용 유무에 따른 실험과 유한 요소 해석 결과 및 모드 형상을 제시하며, 또한 Table 4~Table 9은 각 경계조건에 대하여 사각과 요철형 박스 구조물에 보강재가 0개, 1개, 3개, 5개, 7개를 적용한

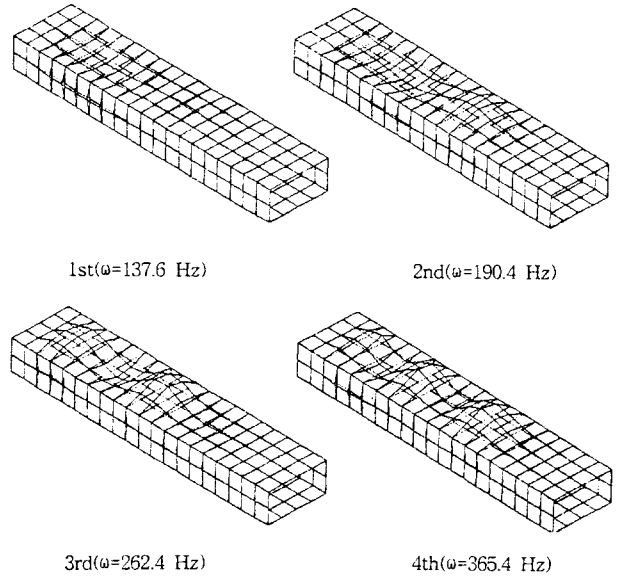


Fig. 13 Vibration of mode shapes for unstiffened rectangular box structure under clamped-clamped boundary condition($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

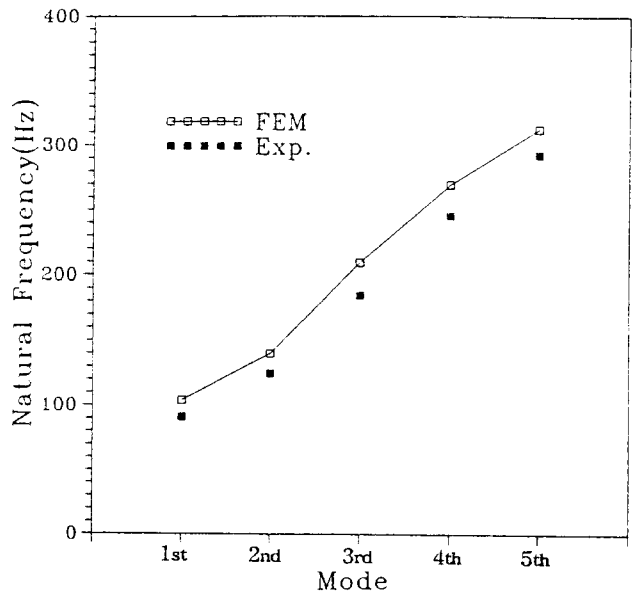


Fig. 14 Natural frequency for bending mode of flange of unstiffened rectangular box structure under clamped free boundary condition($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

경우에 대하여 1차~5차까지의 유한 요소 진동 해석 결과를 제시하였다.

(1) 사각 박스 구조물

Fig. 12은 양단 고정 경계 조건이 부여된 보강되지

않은 사각 박스 구조물의 고유 진동수에 대한 실험과 유한 요소 해석을 비교한 도표이다. 실험으로 해석된 모드 진동수는 뒷판의 굽힘 모드를 중심으로 진동해석이 수행되었기 때문에 유한 요소 결과도 역

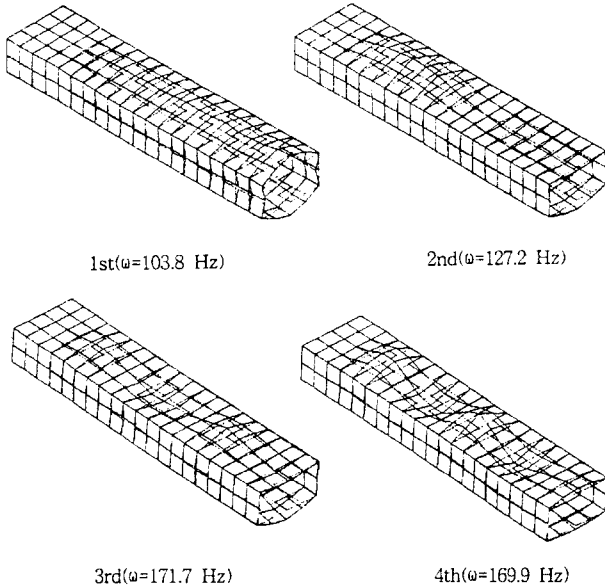


Fig. 15 Vibration of mode shapes for unstiffened rectangular box structure under clamped-free boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

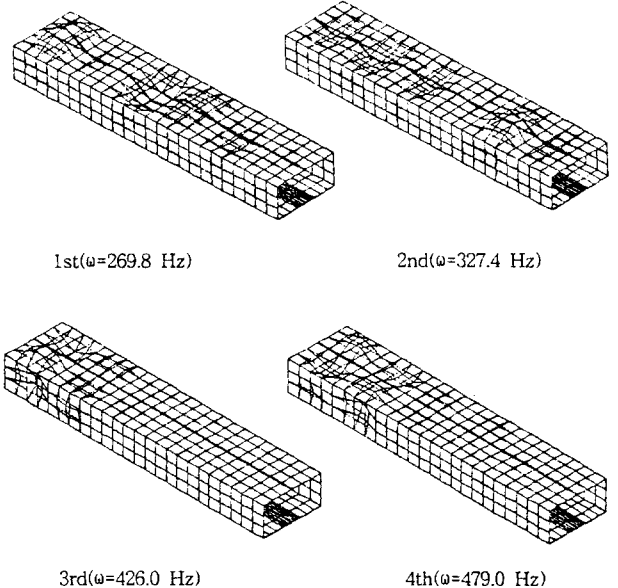


Fig. 17 Vibration of mode shapes for stiffened rectangular box structure with 5 stiffeners under clamped-clamped boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

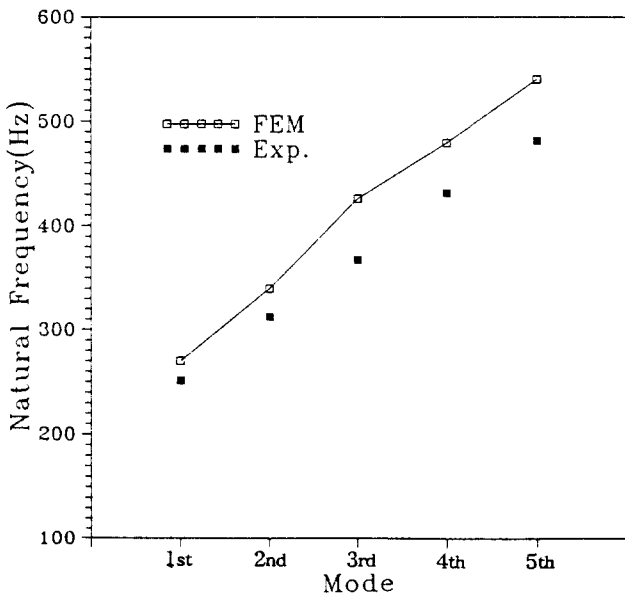


Fig. 16 Natural frequency for bending mode of flange of stiffened rectangular box structure with 5 stiffeners under clamped-clamped boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

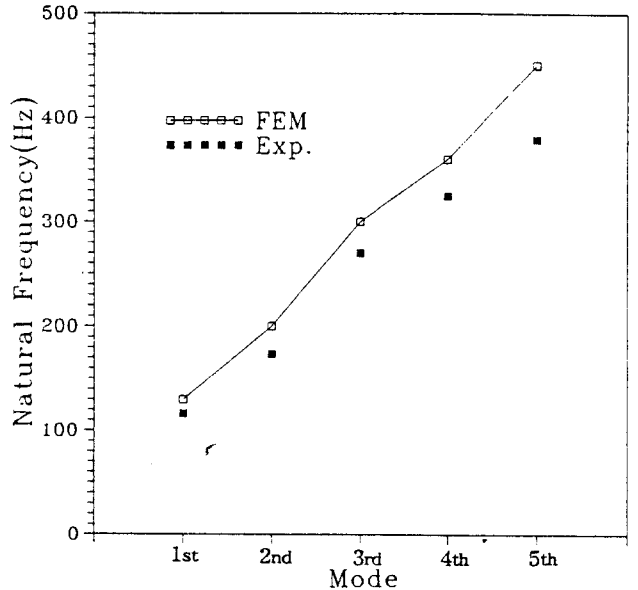


Fig. 18 Natural frequency for bending mode of flange of stiffened rectangular box structure with 5 stiffeners under clamped-free boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

시 천체 모드 가운데에서 실험과 동일한 윗판 모드를 가지는 결과만을 제시하였다. 즉, 제시된 진동수는 윗판 모드 형상이 축 방향 반파수(m)가 증가함에 따른 고유 진동수이다. 따라서 Fig. 12는 양단 고정 경계 조건하의 보강되지 않은 사각 박스 구조물의 윗판의 굽힘모드에 대한 유한 요소 결과와 실험치를 나타낸 도표이다.

이 경우에 고유 진동수는 이상적인 조건으로 해석된 유한 요소의 결과보다 실험치가 다소 낮게 나타난다. 실험치와 유한요소 해석 결과 사이의 오차는 작았으나, 고차모드로 갈수록 증가하는 경향은 있으나, 비교적 잘 일치하였다.

Fig. 13은 보강되지 않은 사각 박스 구조물의 1차~4차 진동 모드 형상을 보여준다. 그림에서 볼 수 있듯이 윗판의 축방향 반파수(m)는 모드 수의 증가와 함께 증가하는 것을 알 수 있다. Fig. 14는 일단 고정-타단자유인 외팔형(cantilever) 경계조건하의 보강되지 않은 사각 박스 구조물의 윗판의 굽힘모드에 대한 유한요소해와 실험치를 그래프로 나타낸 것이다. 이 경우에도 역시 앞의 경우와 유사한 경향을 갖으며, Fig. 15는 이때의 진동 모드 현상을 보여준다. Fig. 16은 양단 고정 경계조건에 대해서 5개의 보강재가 보강된 사각 박스 구조물의 실험 및 유한요소 해석 결과이다. 고유 진동수는 앞의 경우와 같은 방법으로 구하여 제시하였으며, Fig. 17은 이때의 모드 형상을 나타낸다. 이 경우의 모드 형상은 고차모드로 갈수록 보강재와 보강재 사이에서 축방향의 반파수가 증가되는 것이 특징이며, 고차 모드에서는 불규칙한 진동 모드를 나타낸다.

Fig. 18은 일단 고정 타단 자유 경계조건이 적용된 경우의 5개의 보강재가 보강된 사각 박스 구조물의 1차~5차 고유 진동수를 나타낸 도표이며, Fig. 19는 이 때의 진동 모드 형상을 보여준다. 이 경우도 앞의 3가지 경우와 마찬가지로 실험치가 유한 요소 해석치에 비하여 다소 낮게 나타난다. 보강된 경우의 고유 진동수의 오차가 보강되지 않은 경우에 비하여 보다 크게 나타났다. 이러한 오차의 가장 큰 원인은 구속 조건의 확실성 여부와, 시편 제작시 용접에 의한 특성 변화등에 기인한 것으로 판단된다.

Fig. 20은 양단 고정 경계조건에 대하여 5개의 보강재가 보강된 경우와 보강되지 않은 경우의 사각 박스 구조물의 유한 요소 해석 결과이다.

그림에서 보는 바와 같이 5개의 보강재가 보강되었을 때 양단고정 경계조건에서 사각 박스 구조물의 실험적 1차 고유 진동수가 251 Hz로 보강이 되지않

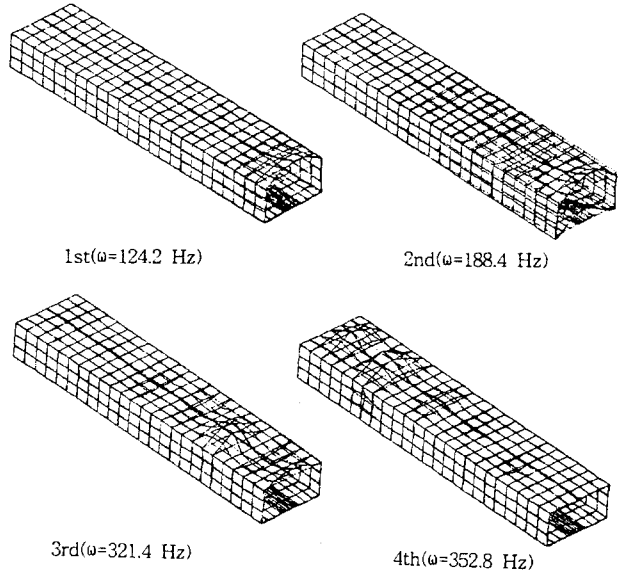


Fig. 19 Vibration of mode shapes for stiffened rectangular box structure with 5 stiffeners under clamped-free boundary condition ($l_1 = l_2 = 1\text{mm}$)

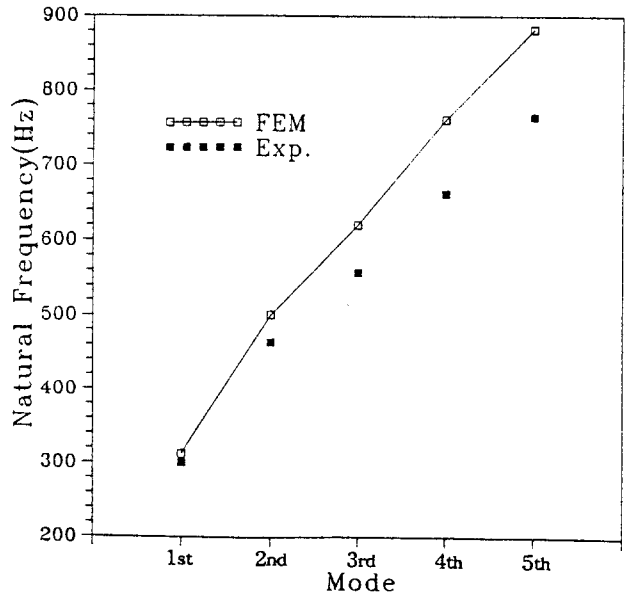


Fig. 20 Natural frequency for stiffened folded box structure with 5 stiffeners under clamped-clamped boundary condition ($l_1 = l_2 = 1\text{mm}$)

은 사각 박스 구조물의 1차 고유 진동수 137.64 Hz에 비해 82%의 진동수가 향상되었고 이때의 보강되지 않은 경우의 중량 4.2kg에 비해 보강재가 적용된 경우 4.5kg으로 중량은 약 8% 증가하였다.

Fig. 21은 각각 일단고정-타단자유 경계조건하의

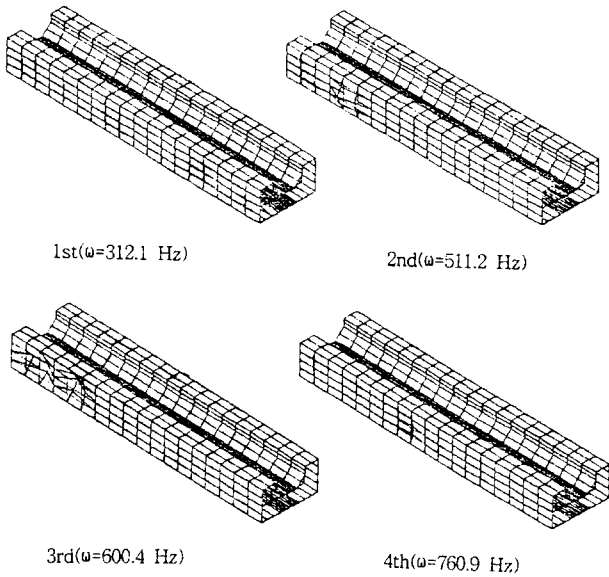


Fig. 21 Vibration of mode shapes for stiffened folded box structure with 5 stiffeners under clamped-clamped boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

Table 4 Natural frequencies for rectangular box structures with number of stiffener under clamped-clamped boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$) [Hz]

No. of stiffener	Mode				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
0	137.64	177.72	190.35	210.71	228.29
1	106.77	126.70	132.29	160.94	189.55
3	152.87	167.52	178.76	228.26	242.49
5	234.85	257.31	269.83	311.51	321.71
7	330.56	362.04	453.51	478.41	517.54

Table 5 Natural frequencies for rectangular box structures with number of stiffener under clamped-free boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$) [Hz]

No. of stiffener	Mode				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
0	98.79	103.79	111.60	120.17	127.19
1	101.46	107.22	111.78	127.14	141.71
3	106.62	114.52	154.56	169.19	178.26
5	120.72	124.18	188.41	244.80	252.27
7	130.24	142.0	195.73	239.76	347.12

Table 6 Natural frequencies for rectangular box structures with number of stiffener under clamped-clamped boundary condition ($t_1 = t_2 = 2\text{mm}$) [Hz]

No. of stiffener	Mode				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
0	278.44	347.97	378.06	411.53	464.53
1	213.51	251.30	263.55	321.28	378.01
3	309.34	333.36	390.16	451.68	588.48
5	457.92	491.91	522.08	558.45	588.26
7	603.16	664.18	758.39	798.45	956.63

사각 박스 구조물에 대하여 보강재가 적용되지 않은 경우와 보강재가 적용된 경우의 유한 요소 해석 결과이다. 이때 1차 고유 진동수는 보강되지 않은 경우 103.79 Hz에 비해 보강된 경우 1차 고유 진동수는 124.19Hz로 약 20%의 1차 고유 진동수의 상승 효과를 얻을 수 있었다.

Table 4와 Table 5는 각각 양단 고정 및 일단 고정 타단 자유의 경계조건에 대하여 박스 두께 (t_1)와 보강재의 두께 (t_2)가 1mm인 사각 박스 구조에 보강재가 적용되지 않은 경우로부터 보강재가 1개, 3개, 5개, 그리고 7개 적용된 경우에 대한 1차~5차까지의 유한 요소 해석 결과를 나타낸다.

Table 6는 양단 고정 경계조건에 대하여 박스 두께 (t_1)와 보강재의 두께 (t_2)가 2mm인 사각 박스 구조에 보강재가 적용되지 않은 경우로부터 보강재가 1개, 3개, 5개, 그리고 7개 적용된 경우에 대한 1차~5차까지의 유한 요소 해석 결과를 나타낸다. Table 4과 Table 6에서 보는 것 처럼 박스 두께와 보강재의 두께가 2배로 증가한 경우 중량이 비록 2배 증가하였다 할지라도 구조물의 강성 증가로 인하여 고유 진동수가 크게 향상되는 것을 알 수 있었다.

(2) 요철형 박스 구조물

요철형 박스 구조물의 경우에 모드 형상은 요철 모양으로 구부러진 윗판의 강성이 크므로 고차 모드에서도 윗판의 변위의 변화가 거의 없으며, 밑판 (flange)의 굽힘모드가 전체 진동 모드를 주도하고 있으므로 밑판모드를 중심으로 실험을 수행했고, 이에 대한 유한 요소 해석 결과를 제시했다.

Fig. 22는 양단 고정 경계조건이 부여된 5개의 보강재가 보강된 요철형 박스 구조물의 진동해석에 대

한 유한요소 해석결과와 실험결과를 나타낸 도표이다. 도표에서 볼 수 있듯이 이 경우의 1차 고유 진동수는 300 Hz로 보강재가 5개 적용된 사각 박스 구조물의 1차 고유 진동수 251 Hz에 비해 높은 진동수를 갖는다.

이 경우도 다른 경우와 마찬가지로 고차 모드로

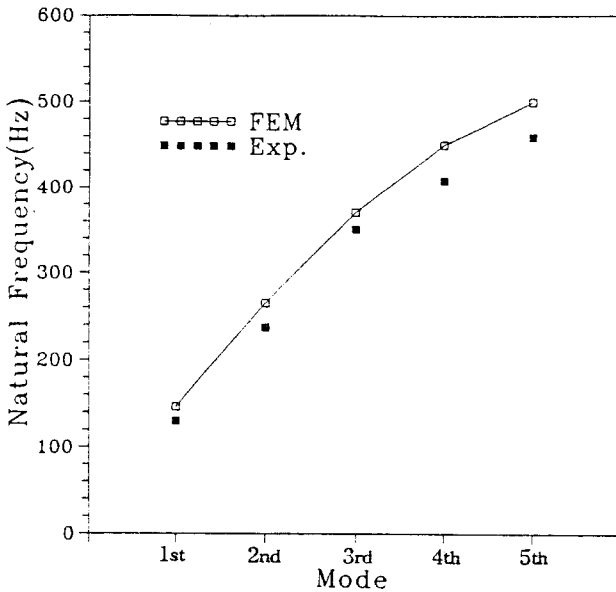


Fig. 22 Natural frequency for stiffened folded box structure with 5 stiffeners under clamped-free boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

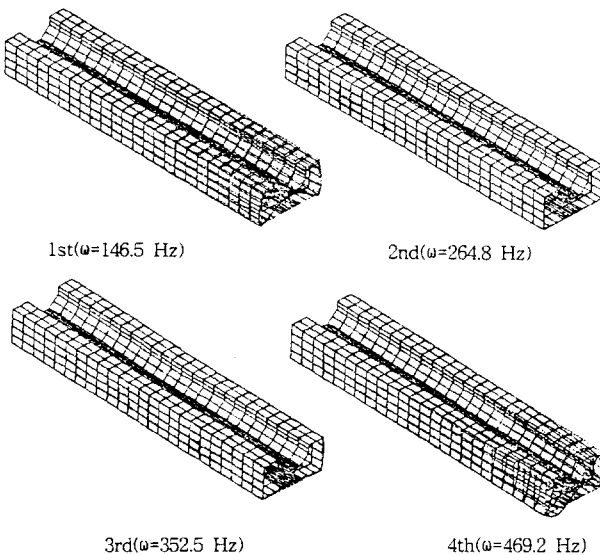


Fig. 23 Vibration of mode shapes for stiffened folded box structure with 5 stiffeners under clamped-free boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$)

갈수록 오차가 크게 증가하여 5차 모드의 경우에는 거의 100 Hz 이상 차이가 나며, 약 14%의 오차가 발생하였다.

Fig. 23은 양단고정 경계조건하의 요철형 보강 박스 구조물의 진동 모드 형상을 나타낸다. 그림에서 보여지는 것처럼 고차 모드에서도 윗판의 형상 변화가 거의 없으며, 이 경우에 아래판의 굽힘 진동 모드가 전체적인 진동 모드를 주도하고 있다.

Table 7, Table 8은 각각 양단 고정 및 일단 고정 타단 자유의 경계조건에 대하여 박스 두께 (t_1)와 보강재의 두께 (t_2)가 1 mm인 요철형 박스 구조에 보강재가 적용되지 않은 경우로부터 보강재가 1개, 3개, 5개, 그리고 7개 적용된 경우에 대한 1차~5차까지의 유한 요소 해석 결과를 나타낸다.

Table 9는 양단 고정 경계조건에 대하여 박스 두께 (t_1)와 보강재의 두께 (t_2)가 2 mm인 요철형 박스 구조에 보강재가 적용되지 않은 경우로부터 보강재가 1개, 3개, 5개, 그리고 7개 적용된 경우에 대한

Table 7 Natural frequencies for folded box structures with number of stiffener under clamped-clamped boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$) [Hz]

No. of stiffener	Mode				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
0	102	115.21	134.53	162.79	202.22
1	117.78	157.88	163.75	239.52	263.63
3	164.04	180.15	215.91	340.67	347.92
5	258.5	292.22	312.13	344.2	393.68
7	348.63	412.14	482.42	504.75	546.67

Table 8 Natural frequencies for folded box structures with number of stiffener under clamped-free boundary condition ($t_1 = t_2 = 1\text{mm}$) [Hz]

No. of stiffener	Mode				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
0	88.58	106.53	119.62	130.45	137.0
1	95.34	117.53	133.30	159.78	160.84
3	105.43	146.91	165.85	185.35	237.0
5	109.83	146.55	249.20	264.83	296.72
7	119.98	178.95	249.13	354.04	420.50

1차~5차까지의 유한 요소 해석 결과를 나타낸다. Table 7과 Table 9에서 보여지는 것처럼 박스 두께와 보강재의 두께가 2배로 증가한 경우 중량이 비록 3배 증가하였다 할지라도 구조물의 강성 증가로 인하여 고유 진동수가 크게 향상되는 것을 알 수 있다.

Fig. 24는 양단 고정 경계 조건이 부여된 경우 사각 및 요철형 박스 구조물의 박스 두께 및 보강재의 두께가 1 mm와 2 mm인 경우의 보강재 개수에 따른 1차 고유 진동수를 나타내는 그래프이다. 그래프에

Table 9 Natural frequencies for folded box structures with number of stiffeners under clamped-clamped boundary condition ($t_1=t_2=2\text{mm}$) [Hz]

Mode \ No. of stiffener	1st	2nd	3rd	4th	5th
0	198.7	233.6	254.32	297.5	356.2
1	232.5	271.3	234.72	432.66	507.35
3	327.51	354.91	396.68	446.0	703.20
5	481.56	533.77	590.12	597.43	649.51
7	703.70	799.90	825.49	991.09	1018.9

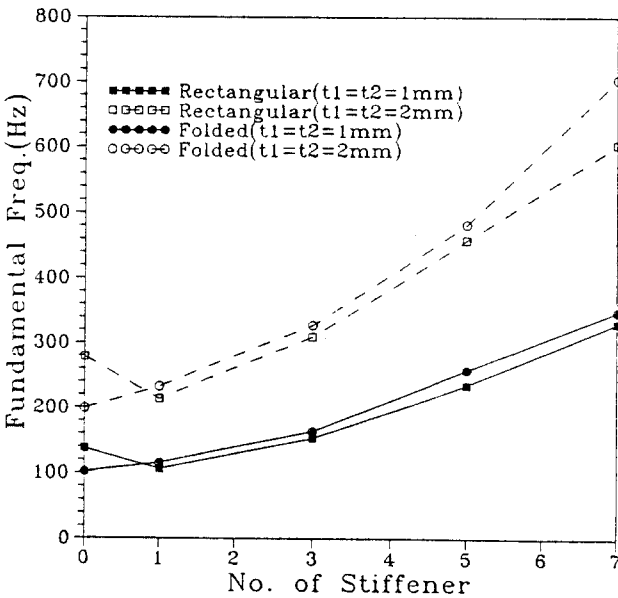


Fig. 24 Fundamental frequency for various box structures with number of stiffener under clamped-clamped boundary condition ($t_1=t_2=1\text{mm}$ and $t_1=t_2=2\text{mm}$)

서 보는 것처럼 각 경우에 사각 박스 구조물의 고유 진동수가 요철형 박스 구조물의 1차 고유 진동수가 높은 경향을 가진다.

4.2 구조 응력 해석

본 연구에서는 진동 실험이 수행된 시편의 형상과 동일한 치수(dimension)를 갖는 사각 및 요철형 박스 구조물과 박스 두께와 보강재 두께를 2 mm로 증가시킨 경우에 대하여 구조 진동 실험과 유한 요소 해석으로 신뢰성이 검증된 요소를 적용하여 보강재가 없는 것으로부터 보강재가 1개, 3개, 5개, 7개 적용된 박스 구조물의 응력 해석을 수행하였다.

응력 해석에 적용된 경계조건은 각 경우의 박스 구조물에 대하여 양단 고정 경계 조정을 부여하였으며, 하중 조건은 Table 10에 보여진 것과 같이 박스의 자중 및 보강재의 자중을 고려하였으며, 박스 구조물의 윗판의 중앙에서 박스의 폭 방향으로 선하중

Table 10 Loading condition for box structures

Loading term	Rectangular box	Folded box
Line Load	500 (N)	500 (N)
Box	41.16 (N)	46.55 (N)
Stiffener	0.6 (N/EA)	0.52 (N/EA)

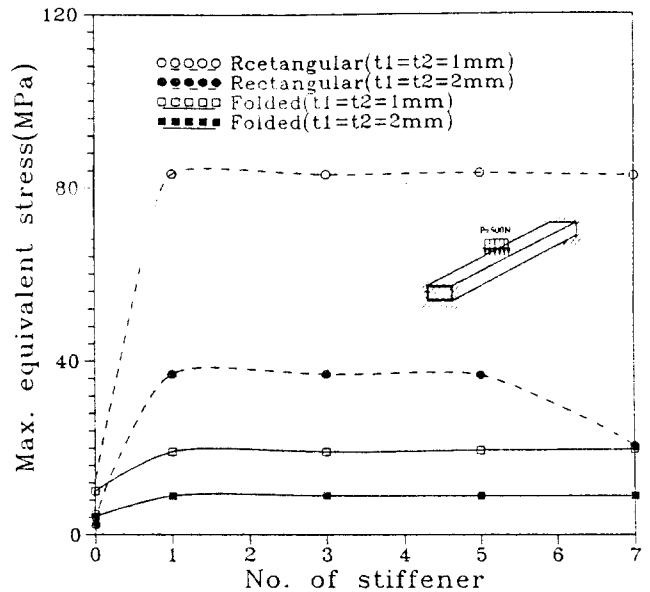


Fig. 25 Maximum equivalent stress for various box structures with number of stiffened under clamped-clamped boundary condition ($t_1=t_2=1\text{mm}$ and $t_1=t_2=2\text{mm}$)

500(N)이 작용하는 것으로 가정하여 해석을 수행하였다.

(1) 사각 박스 구조물

박스 두께 및 보강재 두께가 1mm인 사각 박스 구조물의 경우에 Fig. 25에서 보여지는 것처럼 최대 등가 응력은 보강재가 없는 경우에 4.76 MPa이며, 보강재가 1개, 3개, 5개 적용된 경우에 약 83 MPa로 거의 동일한 수준을 유지하고 있다. 보강재가 없는 경우의 최대 등가 응력이 보강재가 적용된 경우의 최대 응력보다 오히려 낮은 원인은 구조물의 중앙에서 박스의 폭 방향을 선하중이 작용할때, 보강재가 없는 경우에는 응력이 전체 구조물에 대하여 넓게 분포되기 때문이며, 보강재가 적용된 경우에는 박스 중앙에 위치한 보강재에 응력이 집중되어 나타나기 때문이다.

박스 및 보강재 두께를 2mm로 하였을 경우 최대 등가 응력은 박스 및 보강재 두께가 1mm일때에 비해서 약 125% 이상 낮아졌다.

한편 Fig. 26에서 보여지는 것처럼 박스 두께 및 보강재 두께가 1mm인 경우 보강을 하지 않았을 경우에 비해서 보강재가 1개, 3개, 5개 적용된 경우에 박스의 아래판의 중앙에서의 최대처짐은 크게 줄어들어 약 165 μm 를 유지하다가 보강재가 7개 적용된 경우에 87.67 μm 로 최대처짐이 감소하였다. 또한 박

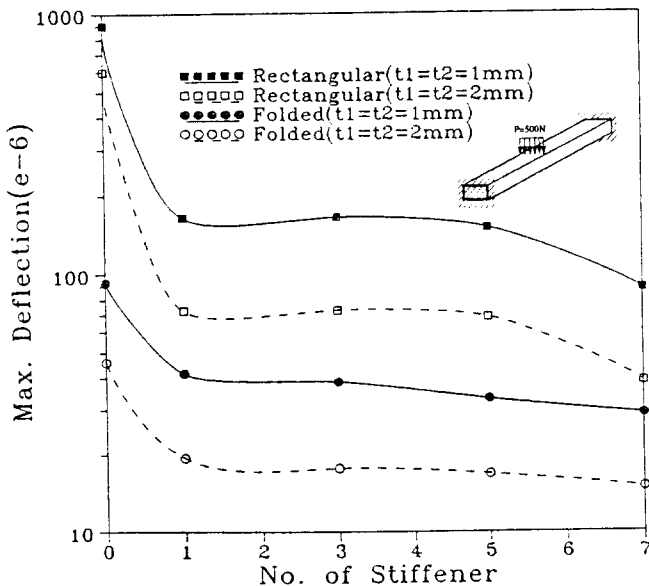


Fig. 26 Maximum deflection for various box structures with number of stiffener under clamped-clamped boundary condition ($t_1=t_2=1\text{mm}$ and $t_1=t_2=2\text{mm}$)

스 두께 및 보강재의 두께가 2mm인 경우의 아래판의 중앙에서의 최대 처짐은 보강재가 적용된 경우에는 72 μm 수준으로 박스 두께 및 보강재의 두께가 1mm인 경우에 비하여 약 120% 감소하였다.

(2) 요철형 박스 구조물

박스 두께 및 보강재 두께가 1mm인 요철형 박스 구조물의 경우에 Fig. 25에서 보여지는 것처럼 최대 등가 응력은 보강재가 없는 경우에 10.1 MPa이며, 보강재가 1개, 3개, 5개, 7개 적용된 경우에 약 19 MPa로 거의 동일한 수준을 유지하고 있다. 보강재가 없는 경우의 최대 등가 응력이 보강재가 적용된 경우의 최대 등가 응력보다 오히려 낮은 원인은 구조물의 중앙에서 위의 사각 박스 구조물과 같이 박스의 폭 방향으로 선하중이 작용할때, 보강재가 없는 경우에는 응력이 전체 구조물에 대하여 넓게 분포되기 때문이며, 보강재가 적용된 경우에는 박스 중앙에 위치한 보강재에 응력이 집중되어 나타나기 때문이다.

박스 및 보강재 두께를 2mm로 하였을 경우 최대 등가 응력은 박스 및 보강재 두께를 1mm로 했을때에 비해서 약 128% 이상 낮아졌다.

한편 Fig. 26에서 보여지는 것처럼 박스 두께 및 보강재 두께가 1mm인 경우 보강을 하지 않았을 경우에 비해서 보강재가 1개, 3개, 5개 적용된 경우에 박스의 아래판의 중앙에서의 최대 변위는 크게 줄어들어 약 38 μm 를 유지하다가 보강재가 7개 적용된 경우에 36.3 μm 의 최대 변위가 감소하였다.

또한 박스 두께 및 보강재의 두께가 2mm인 경우의 아래판의 중앙에서 최대 변위는 보강재가 적용된 경우 18 μm 수준으로 박스 두께 및 보강재의 두께가 1mm인 경우에 비하여 약 105% 감소하였다.

Fig. 26에서 각 경우의 그래프를 비교해 볼때 박스 및 보강재의 두께가 1mm인 요철형의 박스 구조물의 최대 처짐이 박스 및 보강재의 두께가 2mm인 사각 단면의 박스 구조물 최대 처짐에 비해 낮은 경향을 보인다.

5. 결 론

본 연구에서는 두가지 형태의 단면을 갖는 박스 구조물의 진동 실험을 수행하였으며, 실험으로 검증된 유한 요소를 사용하여 박스와 보강재의 두께를 변화시켜 박스 구조물에 대하여 유한요소법을 통하여 진동 및 구조 응력 해석을 수행하였으며 주요 결론은 다음과 같다.

(1) 실험에 의한 고유진동수가 FEM 해석결과에 비해 다소 낮은 경향을 보이는데 이것은 시편 제작 시 용접에 의한 특성 변화 및 경계조건의 불확실성이 그 원인이라 생각된다.

(2) 보강재가 적용된 경우에 보강재와 보강재 사이에서 판진동 모드가 발생되며, 요철형인 경우 윗판의 강성이 크므로 고차 모드에서도 모드 형상의 변화가 거의 없으며 아래판의 진동 모드가 지배적이다.

(3) 5개의 보강재가 보강되었을 때 양단 고정 경계 조건에서 사각 박스 구조물의 실험적 1차 고유진동수가 251 Hz로서 보강이 되지 않은 사각 박스 구조물의 1차 고유진동수 137.64Hz에 비해 82%의 진동수가 향상되었고 이때의 보강으로 인한 중량 증가는 8%이었다.

(4) 두께를 2mm로 하였을 때 사각 및 요철형의 박스 구조물은 중량이 두배로 증가하나 강성도 크게 증가하여 고유진동수도 크게 향상되었다.

(5) 5개의 보강재가 보강된 요철형 박스 구조물의 1차 고유 진동수는 300Hz로 5개의 보강재가 보강된 사각 박스 구조물의 1차 고유진동수는 251Hz에 비해 높은 진동수를 가진다.

(6) 사각 박스 구조물의 경우 보강재 및 박스 두께를 2mm 일 때 아래판의 최대 처짐은 보강재가 1개, 3개, 5개 그리고 7개 적용된 경우에 72 μ m 수준으로 보강재 및 박스 두께가 1mm일 때의 최대 처짐 162 μ m에 비해 약 120% 감소되었다.

(7) 박스 및 보강재의 두께가 1mm인 요철형의 박스 구조물의 최대 처짐이 박스 및 보강재의 두께가 2mm인 사각 단면의 박스 구조물 최대 처짐에 비해 낮은 경향을 보인다.

참 고 문 헌

- (1) K.N. Handa, 1972, "Analysis of Inplane Vibration of Box Type Structures by a Finite Element Method", Journal of Sound and Vibration, Vol.21, No. 1, pp. 107~114.
- (2) T. Irie, G.Yamada and Y. Kobayashi, 1985, "Free Vibration of Oblique Rectangular Prismatic Shell", Journal of Sound and Vibration, Vol. 4, No. 102, pp. 501~513.
- (3) G. Yamada, T. Irie and Y. Tagawa, 1984, "Free Vibration of Non-circular Cylindrical Shells with Variable Circumferential Profile", Journal of Sound and Vibration, Vol. 95, No. 1, pp. 117~126.
- (4) H.P. Lee, 1993, "Natural Frequencies and Modes of Cylindrical Polygonal Ducts", Journal of Sound and Vibration, Vol. 164, No. 1, pp. 182~187.
- (5) A.W. Lee, D.L. Thomas and R.R. Wilson, 1976, "Analysis of the Vibration of Box Beam", Journal of Sound and Vibration, Vol. 45, No. 5, pp. 559~568.
- (6) R.J. Hooker and D.J.O' Brien, 1974, "Natural Frequencies of Box Type Structures by a Finite Element Method", Trans. of ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 41, pp. 363~365.
- (7) J.W. Bull, 1990, "Finite Element Application to Thin-Walled Structures", Elsevier Science Publishing Co.
- (8) J.Y.R. Liew, N.E. Shanmugam, and S. -L. Lee, 1990, "Optimum Design of Thin-Plated Steel Box Columns", Engineering Optimization, Vol. 16, No. 4, pp. 291~313.
- (9) V. Kristek, 1979, "Theory of Box Girders", John Wiley and Sons
- (10) T.S. Koko and M.D. Olson, 1992, "Nonlinear Transient Response of Stiffened Plate to Air Blast Loading by a Super Element Approach", Journal of Sound and Vibration, Vol. 158, No. 1, pp. 149~167.
- (11) J. Jiang and M.D. Olson, 1993, "Application of a Super Element Model for Non-Linear Analysis of Stiffened Box Structures", International Journal for Numerical Method in Engineering, Vol. 36, pp. 2219~2243.
- (12) D. Widjaja, and H.S. Herrmann, 1993, "Entwurf und Berechnung von Leichtbaustrukturen mit hybriden, räumlichen Netzwerken", DLR.
- (13) G.J. Desalvo, 1989, "ANSYS User's Manual Vol. I, II", Swanson Analysis System, Inc.