

〈論 文〉

전달행렬법에 의한 다공질 흡음재의 음향특성 연구

A Study on the Acoustic Properties of Porous Material
by Using Acoustic Transfer Matrix

박 철 희* · 주 재 만** · 염 창 훈**

Chul-Hui Pak, Jae-Man Joo and Chang-Hun Yom

(1996년 6월 22일 접수 ; 1996년 9월 9일 심사완료)

Key Words : Porous Sound Absorbing Material(다공질 흡음재), Acoustic Transfer Matrix(음향전달행렬), Surface Impedance(표면 임피던스), Absorption Coefficient(흡음률), Transmission Loss(투과손실)

ABSTRACT

In this paper, Allard's modelling method which employs the method of acoustic transfer matrix(ATM) is applied to yield more precise results in the analysis of porous sound absorbing material. The method of ATM, based on Biot's theory, is known to play an important role in the estimation of the sound absorption when a sound projects onto the material. In the case of a single layered porous sound absorbing material, the surface impedance and the absorption coefficient by using the method of ATM are estimated. With the variation of the material properties, sound absorption characteristics are analyzed. Transmission Loss in a combination of the porous sound absorbing material with a thin plate is predicted.

1. 서 론

최근의 승용차 설계시 심각하게 대두되고 있는 것 중의 하나가 소음문제이다. 엔진에서 발생하는 소음이나 외부소음이 차실 내의 운전자에게 불쾌감을 초래하지 않도록 하기 위한 방법들 중의 하나로서 소음저감을 목적으로 한 다공질 흡음재(porous sound absorbing material)가 널리 이용되고 있다. 다공질 흡음재에서 발생하는 흡음현상의 해석은 흡음재 세공내의 공기(유체부분)와 흡음재 뼈대(고체부분)의 운동이 어떻게 연계되는가를 잘 이해하고, 흡음재의 물성치 변화와 음(sound)의 전파과정을 잘 파악함으로써 가능한 것이다.

Biot 이론⁽¹⁾에 의하면 다공질 흡음재 내부를 진행

하는 파동(wave)에는 속도가 서로 다른 2개의 P파(compressional wave)와 하나의 S파(shear wave)가 있음을 알 수 있다. 즉 흡음재 뼈대와 흡음재 세공내의 공기 사이에 상호작용이 없으면 흡음재 세공내의 공기 중에는 하나의 P파만이 진행할 것이고, 흡음재 뼈대에는 다른 P파와 S파가 진행할 것이다. 그러나 실제로는 흡음재 뼈대와 흡음재 세공내의 공기 사이에 상호작용에 의해서 3개의 파동이 흡음재 뼈대와 흡음재 세공내의 공기 중에 진행한다. 다공질 흡음재 내부로 입사되는 3개 파동의 진폭과 다공질 흡음재 내부에서 반사되어지는 3개 파동의 진폭을 알면 다공질 흡음재의 음향거동을 알 수 있다. Allard 이론⁽²⁾에 의하면 이들 6개의 진폭 대신에 6개의 다른 독립변수들(흡음재 앞면과 뒷면에서의 음의 속도와 압력)을 이용하여 전달행렬(acoustic transfer matrix)기법을 이용하면 다공질 흡음재의 음향거동을 알 수 있다.

본 연구에서는 다공질 흡음재 중 발포수지재료

*정회원, 인하대학교 공과대학 기계공학과

**인하대학교 대학원 기계공학과

(foamed material)에 음(sound)이 입사할 때 발생하는 흡음현상을 보다 정확히 예측하기 위해서 다공질 흡음재에 대한 Biot 이론에 근거한 Allard의 모델링 기법^(2,3)을 이용하여 해석 프로그램을 개발하였고, 이를 이용하여 다공질 흡음재가 단층(single layer)일 때 이 재료의 표면 임피던스(surface impedance)와 흡음률(absorption coefficient)을 예측하고, 물성치(parameters)변화에 따른 다공질 흡음재의 흡음특성을 분석하였으며, 이 재료가 자동차 제작시 사용되는 압연강판(rolled steel plate)과 고무(rubber)에 부착되었을 때의 투과손실(transmission loss)을 예측하였다. 본 연구의 연구결과는 자동차 제작시 사용되는 다공질 흡음재는 물론 산업용기계나 건축용 등 여러 분야에서 사용되어지는 다공질 흡음재의 흡음특성 분석에 응용될 수 있으리라 기대된다.

2. 다공질 흡음재의 운동방정식

Biot 이론을 이용하여 다공질 흡음재를 모델링하고, 이로부터 응력-변형률 관계식, 위치에너지, 운동에너지, 감쇠에너지, 외력을 구하고 이를 Lagrange 방정식에 적용하여 운동방정식을 유도하였다. 모델링에 이용된 다공질 흡음재는 발포수지재료(foamed material)이다. 다공질 흡음재 세공내의 공기는 압축성 유체이며, 다공질 흡음재 뼈대와 마찰을 일으키면서 상대적으로 유동한다. 재료의 성질은 등방성이고 대칭성이며, 다공질 흡음재 내 공기를 포함하고 있는 세공의 크기는 단위 크기의 다공질 흡음재 입방체보다 작다고 하고, 단위크기의 다공질 흡음재 입방체를 계로 가정하였다.

다공질 흡음재의 응력-변형률 관계식⁽¹⁾은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= [(P-2N)e + Q\epsilon] \delta_{ij} + 2Ne_{ij} \\ s &= (-\beta P_f) = Qe + R\epsilon \quad i, j = x, y, z \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)의 P_f 는 다공질 흡음재 내 공기의 압력, β 는 공극률, P , Q , R ⁽²⁾은 Biot의 탄성 상수들, N 은 다공질 흡음재의 전단탄성계수이며, δ_{ij} 는 크로네컬 델타, τ_{ij} 와 e_{ij} 는 다공질 흡음재 뼈대의 응력과 변형률 성분, s 와 ϵ 는 다공질 흡음재 내 공기에 작용하는 응력과 변형률 성분이다.

$$e = \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \epsilon = \nabla \cdot \mathbf{U} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{u} 와 \mathbf{U} 는 다공질 흡음재 뼈대와 다공질 흡음재 내 공기의 변위이다.

계의 위치에너지와 운동에너지를 구할 때, 계의 모든 감쇠력을 무시하여 계를 보존계(conservative system)로 가정하였다. 다공질 흡음재 계의 단위 체적당 위치에너지는 식 (3)과 같다.

$$W = \frac{1}{2} [\sigma_{xx} \epsilon_{xx} + \sigma_{yy} \epsilon_{yy} + \sigma_{zz} \epsilon_{zz} + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz}] \quad (3)$$

다공질 흡음재 계의 단위 체적당 운동에너지는 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \left[\rho_{11} \left(\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} \right)^2 \right) \right. \\ &\quad + 2\rho_{12} \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \frac{\partial U_x}{\partial t} + \frac{\partial u_y}{\partial t} \frac{\partial U_y}{\partial t} + \frac{\partial u_z}{\partial t} \frac{\partial U_z}{\partial t} \right) \\ &\quad \left. + \rho_{22} \left(\left(\frac{\partial U_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_y}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial U_z}{\partial t} \right)^2 \right) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \rho_1 + \rho_a \\ \rho_{12} &= -\rho_a \\ \rho_{22} &= \beta \rho_f + \rho_a \\ \rho_a &= \beta \rho_f (k_s - 1) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 ρ_1 은 다공질 흡음재 뼈대의 밀도, ρ_f 는 다공질 흡음재 내 공기의 밀도, ρ_a 는 Biot 이론에 의한 관성연성항(inertial coupling term)이며, k_s 는 토투오 시티(tortuosity)이다.

감쇠는 다공질 흡음재 뼈대와 흡음재 내 공기의 상대적인 운동에 의해 발생한다. 따라서, 다공질 흡음재 뼈대와 흡음재 내 공기 사이에 상대적인 운동이 있을 때 계의 감쇠에너지는 식 (6)과 같다.

$$D = \frac{1}{2} b [(\dot{u}_x - \dot{U}_x)^2 + (\dot{u}_y - \dot{U}_y)^2 + (\dot{u}_z - \dot{U}_z)^2] \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} b &= -\frac{\sigma \beta^2}{4} \mu \sqrt{-j} \frac{J_1(\mu \sqrt{-j})}{J_0(\mu \sqrt{-j})} \\ &\quad \times \left(1 - \frac{2J_1(\mu \sqrt{-j})}{\mu \sqrt{-j} J_0(\mu \sqrt{-j})} \right)^{-1} \end{aligned}$$

여기서 b ⁽²⁾은 Biot 이론에 의한 점성연성항(viscous coupling term)이며, μ 는 흡음재 뼈대와 흡음재 내 공기와의 변위비, σ 는 유동저항, J_0 , J_1 은 Bessel 함수이다.

x 방향만 고려했을 경우, 단위체적당 다공질 흡음재 뼈대에 작용하는 외력 q_x 는 식 (7)과 같고

$$q_x = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (7)$$

단위체적당 다공질 흡음재 내 공기의 작용하는 외력 Q_x 는 식 (8)과 같다.

$$Q_x = \frac{\partial s}{\partial x} \quad (8)$$

앞에서 구한 식 (1), (3), (4), (6)~(8)을 Lagrange 방정식에 대입하여 다공질 흡음재의 운동 방정식⁽¹⁾을 유도하면 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} N \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla[(P-N)e + Q\varepsilon] \\ = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \mathbf{u} + \rho_{12} \mathbf{U}) + b \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u} - \mathbf{U}) \\ \nabla[Qe + R\varepsilon] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} \mathbf{u} + \rho_{22} \mathbf{U}) - b \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u} - \mathbf{U}) \end{aligned} \quad (9)$$

3. 음향전달행렬

3.1 변위 벡터

Fig. 1에서와 같이 공기 중에서 평면파(plane wave)가 음을 투과시키지 않고 반사시키는 단단한 벽에 부착되어 있는 다공질 흡음재 표면에 입사각 θ 로 입사하는 경우를 보자. A점은 다공질 흡음재에 아주 근접한 공기 중에 위치한 점이고, B점은 공기에 아주 근접한 흡음재 내에 위치한 점이며, C점은 벽과 아주 근접한 다공질 흡음재 내에 위치한 점이

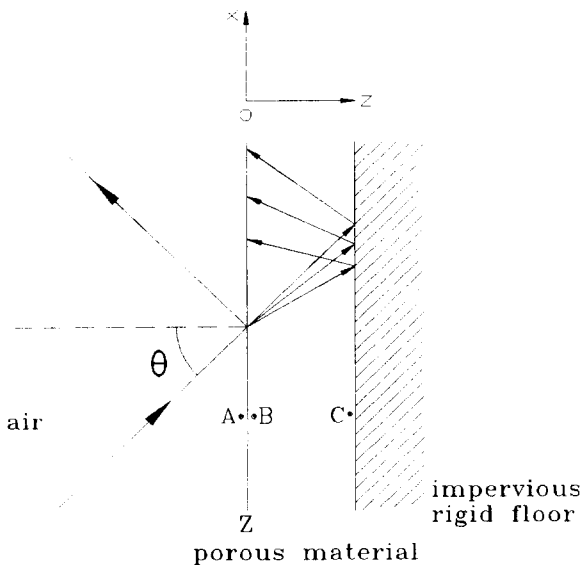


Fig. 1 A layer of porous sound absorbing material set on an impervious rigid floor

다. 공기 중에서 θ 의 각도로 입사하는 평면파(음파)는 다공질 흡음재 내에 2개의 P파와 하나의 S파를 발생시킨다. 입사하는 평면파는 y 축과 수직으로 입사하고 x - y 평면은 무한하다고 하자. 공기 중에서 입사하는 평면파의 변위 포텐셜로부터 다공질 흡음재 내부를 진행하는 파동의 변위 포텐셜로 전환하기 위해 Fig. 1에서와 같이 경계면(Z)에서 공기 중에서 입사하는 평면파와 다공질 흡음재 내로 굴절되는 파동의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$k \sin \theta = k_i \sin \phi_i \quad (10)$$

$$k_i \sin \phi_i = k_i S_{ii} = \gamma \quad i=1, 2, 3 \quad (11)$$

$$S_{i3} = (1 - S_{ii}^2)^{1/2} = \cos \phi_i \quad (12)$$

$$k_i S_{i3} = a_i \quad (13)$$

여기서 k 는 공기의 파수(wave number), k_i 는 다공질 흡음재 내부를 진행하는 파동의 파수이고, ϕ_i 는 굴절각이다. Fig. 1에서 다공질 흡음재 내 양의 z 방향과 음의 z 방향으로 진행하는 파동의 변위 포텐셜은 식 (14), (15)와 같다.

$$\phi_i = A_i e^{j(\omega t - \gamma x - a_i z)} \quad i=1, 2, 3 \quad (14)$$

$$\phi'_i = A'_i e^{j(\omega t - \gamma x + a_i z)} \quad i=1, 2, 3 \quad (15)$$

입사하는 파동과 반사되는 파동을 합하여 나타내면 식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi_i = e^{j\omega t} \cdot e^{-j\gamma x} \{ (A_i + A'_i) \cos a_i z \\ - j(A_i - A'_i) \sin a_i z \} \quad i=1, 2, 3 \end{aligned} \quad (16)$$

다공질 흡음재의 변위벡터 표현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = \nabla \Phi + \nabla \times \mathbf{H} \\ \mathbf{U} = \nabla \Psi + \nabla \times \mathbf{G} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 \\ H &= \Phi_3 \\ \Psi &= \mu_1 \Phi_1 + \mu_2 \Phi_2 \\ G &= \mu_3 H \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 μ_1, μ_2, μ_3 는 각 파동에 대한 다공질 흡음재 뼈대와 다공질 흡음재 내 공기와의 변위비이다.

3.2 파수와 변위비

다공질 흡음재의 운동방정식에 변위 포텐셜을 대입하여 파동방정식을 구하고, 음파가 $e^{j\omega t}$ 인 조화 운동을 할 때, 파동방정식은 공간에 대한 헬름홀츠 방정식으로 변환될 수 있다는 이론을 이용하여 다공질 흡음재 내를 진행하는 파동의 파수와 변위비를 구하

면 다음식과 같다.

$$\begin{aligned}
 k_1^2 &= \frac{\omega^2}{2(PR-Q^2)} [P\bar{\rho}_{22} + R\bar{\rho}_{11} - 2Q\bar{\rho}_{12} - \sqrt{\Delta}] \\
 k_2^2 &= \frac{\omega^2}{2(PR-Q^2)} [P\bar{\rho}_{22} + R\bar{\rho}_{11} - 2Q\bar{\rho}_{12} + \sqrt{\Delta}] \\
 k_3^2 &= \frac{\omega^2}{N} \frac{(\bar{\rho}_{11}\bar{\rho}_{22} - \bar{\rho}_{12}^2)}{\bar{\rho}_{22}}
 \end{aligned} \tag{19}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \Delta &= (P\bar{\rho}_{22} + R\bar{\rho}_{11} - 2Q\bar{\rho}_{12})^2 \\
 &\quad - 4(PR - Q^2)(\bar{\rho}_{11}\bar{\rho}_{22} - \bar{\rho}_{12}^2) \\
 \mu_1 &= \frac{Pk_1^2 - \omega^2\bar{\rho}_{11}}{(\omega^2\bar{\rho}_{12} - Qk_1^2)} \\
 \mu_2 &= \frac{Pk_2^2 - \omega^2\bar{\rho}_{11}}{(\omega^2\bar{\rho}_{12} - Qk_2^2)} \\
 \mu_3 &= -\frac{\bar{\rho}_{12}}{\bar{\rho}_{22}}
 \end{aligned} \tag{20}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \bar{\rho}_{11} &= \rho_{11} + \frac{j\beta}{\omega} \\
 \bar{\rho}_{12} &= \rho_{12} + \frac{j\beta}{\omega} \\
 \bar{\rho}_{22} &= \rho_{22} - \frac{j\beta}{\omega}
 \end{aligned} \tag{21}$$

k_1, k_2 는 다공질 흡음재 내를 진행하는 첫번째와 두번째 P파의 파수, k_3 는 S파의 파수이며, P, Q, R 은 Biot의 탄성상수들, ω 는 각 주파수이다.

3.3 음향전달행렬(Acoustic Transfer Matrix)

다공질 흡음재 내부로 입사되는 3개 파동의 진폭과 다공질 흡음재 내부에서 반사되어지는 3개 파동의 진폭을 알면 다공질 흡음재의 음향 거동을 알 수 있다. Allard의 이론⁽²⁻⁴⁾에 의하면 6개의 진폭대신에 6개의 다른 독립변수들을 이용하여 다공질 흡음재의 음향거동을 나타낼 수 있다. 선택된 6개의 독립변수들은 $V_x^s, V_z^s, V_x^f, \tau_{zz}^s, \tau_{xz}^s, \tau'_{zz}$ 이며, 각각은 다공질 흡음재 뼈대의 x 방향 속도, 다공질 흡음재 뼈대의 z 방향 속도, 다공질 흡음재 내 공기의 z 방향 속도, 다공질 흡음재 뼈대와 다공질 흡음재 내 공기의 압력성분들이다. 즉, 다공질 흡음재 앞면과 뒷면에서의 속도와 압력 관계를 행렬식으로 표현한 것이다. 속도와 압력성분은 앞서 구한 다공질 흡음재의 응력-변형률 관계식과 변위벡터를 이용하여 구한다. Fig. 1에서와 같이 입사되는 평면파는 y 축과 수직으로 입사하고, x - y 평면은 무한하다고 하자. 속도 성분을 나타내면 식 (22)와 같다.

$$\begin{aligned}
 V_x^s &= \left(\frac{\partial(\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial x} - \frac{\partial\Phi_3}{\partial z} \right) j\omega \\
 V_z^s &= \left(\frac{\partial(\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial z} + \frac{\partial\Phi_3}{\partial x} \right) j\omega \\
 V_x^f &= \left(\frac{\partial(\mu_1\Phi_1 + \mu_2\Phi_2)}{\partial z} + \frac{\partial(\mu_3\Phi_3)}{\partial x} \right) j\omega
 \end{aligned} \tag{22}$$

압력성분을 나타내면 식 (23)과 같다.

$$\begin{aligned}
 \tau_{zz}^s &= (P + Q\mu_1) \left(\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial z^2} \right) \\
 &\quad + (P + Q\mu_2) \left(\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi_2}{\partial z^2} \right) \\
 &\quad - 2N \left(\frac{\partial^2(\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\Phi_3}{\partial x\partial z} \right) \\
 \tau_{xz}^s &= 2N \frac{\partial^2(\Phi_1 + \Phi_2)}{\partial x\partial z} + N \left(\frac{\partial^2\Phi_3}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\Phi_3}{\partial z^2} \right) \\
 \tau'_{zz} &= (Q + R\mu_1) \left(\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi_1}{\partial z^2} \right) \\
 &\quad + (Q + R\mu_2) \left(\frac{\partial^2\Phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi_2}{\partial z^2} \right)
 \end{aligned} \tag{23}$$

속도와 압력성분을 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{V}_B = (V_x^s, V_z^s, V_x^f, \tau_{zz}^s, \tau_{xz}^s, \tau'_{zz})^T \tag{24}$$

$$\vec{V}_B = [\Gamma(B)] \vec{A} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{A} &= [(A_1 + A'_1), (A_1 - A'_1), (A_2 + A'_2), \\
 &\quad (A_2 - A'_2), (A_3 + A'_3), (A_3 - A'_3)]^T \\
 &\quad \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{-j\gamma x}
 \end{aligned} \tag{26}$$

$[\Gamma(B)]$ 행렬의 요소들⁽²⁾은 식 (22), (23)에 의해 얻어진다. 식 (25)는 다공질 흡음재 앞면(B점)에서의 속도와 압력을 행렬식으로 나타낸 것이다. 식 (25)에서와 같은 방법을 적용하여 다공질 흡음재 뒷면(C점)에서의 속도와 압력을 행렬식으로 나타내면 식 (27)과 같다.

$$\vec{V}_C = [\Gamma(C)] \vec{A} \tag{27}$$

식 (25), (27)로부터 음향전달행렬 $[T]$ 를 구하면 식 (29)와 같다.

$$\vec{V}_B = [T] \vec{V}_C \tag{28}$$

$$[T] = [\Gamma(B)][\Gamma(C)]^{-1} \tag{29}$$

즉 식 (28)에서와 같이 다공질 흡음재 앞면(B점)과 뒷면(C점)에서의 속도와 압력관계는 (6×6)의 음향 전달행렬 $[T]$ ⁽²⁾에 의해 나타내어진다.

4. 표면 임피던스와 흡음률

Fig. 1에서와 같이 다공질 흡음재가 음을 투과시키지 않고 반사시키는 단단한 벽에 부착되어 있고 공

Table 1 Parameters of a porous sound absorbing material

Thickness $z(\text{cm})$	Tortuosity k_s	Density of the frame $\rho_1(\text{kg/m}^3)$	Flow resistivity $\sigma(\text{N}\cdot\text{s/m}^4)$	Porosity β	Shear modulus $N(\text{N/m}^2)$	Poisson coefficient ν	Form factor C
3.43	1.1	33	5000	0.98	50000 +5000j	0.3	1.2

기 중에서 음이 θ 의 각도로 입사할 때 표면 임피던스와 흡음률을 구하고자 하였다.

Fig. 1의 경계면 (Z)에서의 경계조건⁽²⁾을 적용하여 Table 1의 물성치를 갖는 다공질 흡음재⁽⁵⁾(프랑스 BROCHIER사 제품)의 표면 임피던스 Z ⁽²⁾와 식 (30)의 흡음률 α 는 Fig. 2, 3과 같으며 그 결과는 예측치와 실험치를 비교하여 구한 Allard의 결과^(2,5)와 동일함을 알 수 있었다.

$$\alpha = 1 - \left| \frac{Z - \rho_0 c_0 / \cos \theta}{Z + \rho_0 c_0 / \cos \theta} \right|^2 \quad (30)$$

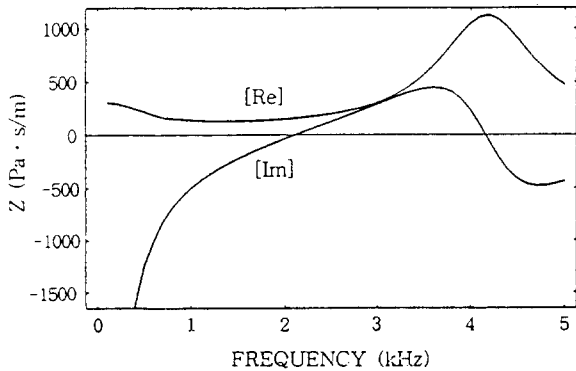


Fig. 2 The surface impedance Z at normal incidence($\theta = 0^\circ$)

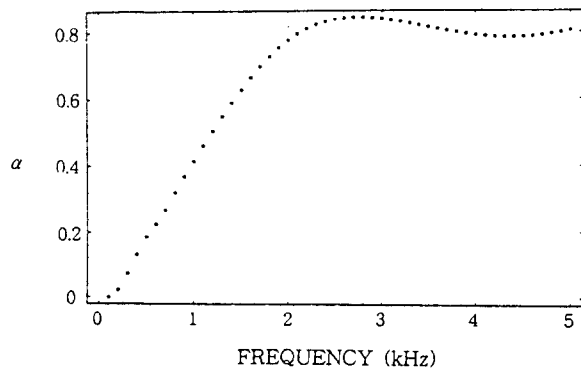


Fig. 3 The absorption coefficient α of a porous sound material($\theta = 0^\circ$)

여기서 Z 는 표면 임피던스, ρ_0 는 공기의 밀도이고, c_0 는 공기에서의 음속이며, θ 는 입사각이다.

따라서 실험을 행하지 않고도 주파수 변화에 따른 다공질 흡음재의 표면 임피던스와 흡음률을 예측할 수 있다.

5. 물성치 변화에 따른 흡음특성

Fig. 1과 같이 다공질 흡음재가 단단한 벽에 부착되어 있고 공기 중에서 음이 θ 의 각도로 입사할 때, Table 1의 물성치를 갖는 다공질 흡음재(프랑스 BROCHIER사 제품)의 각 물성치 변화에 따른 흡음특성 변화양상을 고찰하였다.

5.1 입사각 θ 의 변화

다공질 흡음재에 입사하는 음의 입사각을 다음과 같이 ① $\theta = 0^\circ$, ② $\theta = 30^\circ$, ③ $\theta = 45^\circ$, ④ $\theta = 60^\circ$ 변화시켰을 때의 다공질 흡음재의 흡음특성이 Fig. 4에 나타나 있다. Fig. 4의 결과에서 보는 바와 같이 입사각에 따라 흡음재의 흡음률이 달라짐을 알 수 있다.

5.2 두께 변화

다공질 흡음재의 두께를 ① 1.715, ② 2.29, ③ 3.43, ④ 6.86 cm로 변화시켰을 때의 다공질 흡음재의 흡음특성이 Fig. 5에 나타나 있다. Fig. 5의 결과에서 보는 바와 같이 흡음재의 두께가 두꺼워질수록 저음(low frequency)의 흡수가 잘됨을 알 수 있으며, 흡음재의 두께가 입사음 파장의 1/4에 해당하는 주파수에서 흡음률이 가장 좋음을 알 수 있다.

5.3 유동저항(Flow Resistivity) 변화

관심 주파수를 ① 500, ② 1500, ③ 2500, ④ 3500 Hz로 했을 때의 유동저항 $\sigma(\text{N}\cdot\text{s/m}^4)$ 의 변화⁽²⁻⁶⁾에 따른 다공질 흡음재의 흡음특성은 Fig. 6과 같다. Fig. 6의 결과에서 보는 바와 같이 관심 주파수에 따

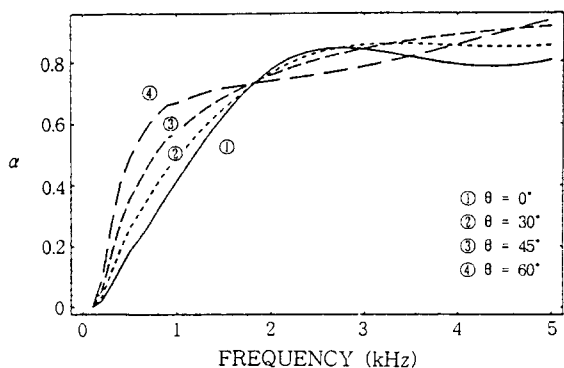


Fig. 4 The absorption coefficient α of a porous sound absorbing material on the variation of incident angle

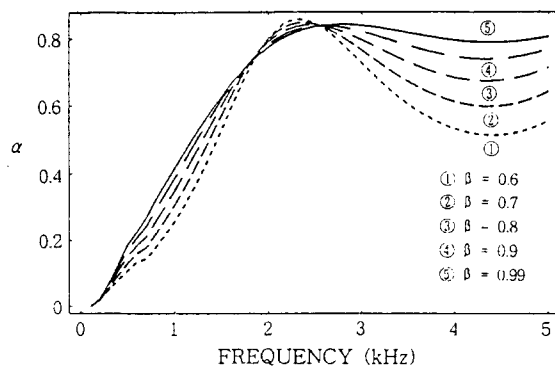


Fig. 7 The absorption coefficient α of a porous sound absorbing material on the variation of porosity

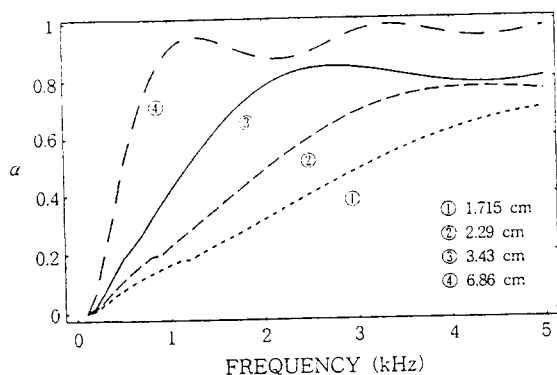


Fig. 5 The absorption coefficient α of a porous sound absorbing material on the variation of thickness

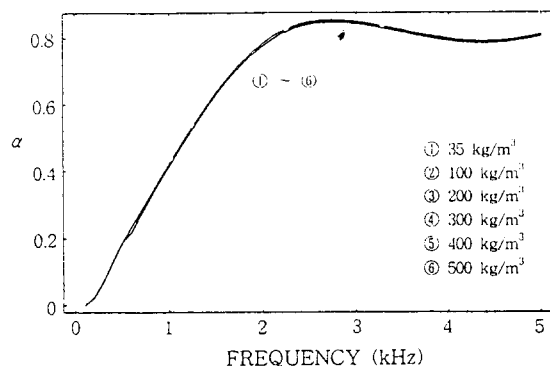


Fig. 8 The absorption coefficient α of a porous sound absorbing material on the variation of frame density

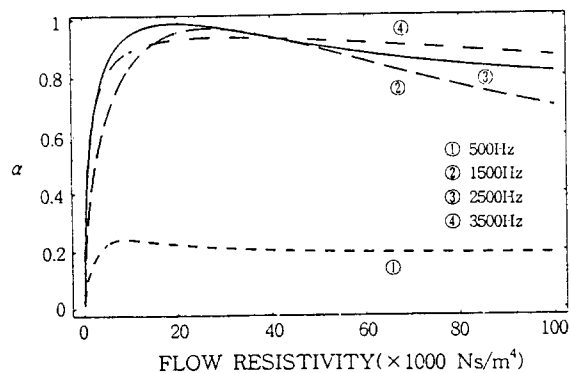


Fig. 6 The absorption coefficient α of a porous sound absorbing material on the variation of flow resistivity

라 흡음률을 최대로 하는 유동저항값이 다름을 알 수 있다. 흡음재에 의한 소음제어시 관심 주파수 대역에 따라 적절한 유동저항값을 갖는 흡음재를 선정하는 것이 고려되어야 한다.

5.4 공극률(Porosity) 변화

다공질 흡음재의 공극률 β 가 ① 0.6, ② 0.7, ③ 0.8, ④ 0.9, ⑤ 0.99일 때 각각의 흡음특성은 Fig. 7과 같다. Fig. 7의 결과에서 보는 바와 같이 공극률이 커질수록 흡음특성이 좋아지며, 특히 공극률이 커짐에 따라 저음 역과 흡음재의 두께를 입사음 파장의 1/4로 하는 주파수 이상의 대역에서 흡음률이 좋아짐을 알 수 있다. 일반적인 흡음재를 이용한 소음제어는 고주파수 대역에서 이루어지므로 관심 대역의 흡음률을 좋게 하기 위하여 공극률을 크게 하는 것이 유리함을 알 수 있다.

5.5 밀도(Frame Density) 변화

다공질 흡음재 뼈대의 밀도 ρ_1 이 ① 35, ② 100, ③ 200, ④ 300, ⑤ 500 kg/m³일 때 각 흡음재의 흡음 특성은 Fig. 8과 같다. Fig. 8의 결과에서 보는 바와 같이 밀도변화에 따른 흡음률의 변화가 거의 없음을 알 수 있다. 그러나 실제 다공질 흡음재를 제조하는

과정에서 밀도를 변화시켰을 때 흡음재의 흡음률이 변화하는 것으로 알려져 있는데 이는 흡음재 제조과정에서 밀도를 변화시켰을 때 흡음재의 다른 물성치들이 함께 변화하기 때문이다. 본 연구에서는 다른 모든 물성치를 고정시키고 흡음재 뼈대의 밀도만을 변화시켰을 때의 결과를 본 것이다.

6. 투과손실

Allard의 음향전달행렬을 이용하여 Fig. 9에서와 같이 얇은 평판(압연강판)과 고무에 부착되어 있는 다공질 흡음재에 θ 의 각도로 음(평면파)이 입사할 때 음의 투과손실을 예측하고자 하였다. 입사되는 평면파는 y 축과 수직으로 입사하고, x - y 평면은 무한하다고 가정하자.

6.1 평판의 운동방정식

Fig. 9의 평판의 두께는 입사되는 음의 파장보다 작으며, 평판은 음이 투과될 때 굴곡변형⁽⁷⁾(flexural deformation)을 한다고 한다. 평판의 운동방정식은 다음과 같다.

$$D \frac{\partial^4 u_z(D)}{\partial x^4} + \rho h \frac{\partial^2 u_z(D)}{\partial t^2} = \tau_{zz}^f(E) - \tau_{zz}^s(C) - \tau_{zz}^f(C) + \frac{h}{2} \left(\frac{\partial \tau_{xz}^s(C)}{\partial x} \right) \quad (31)$$

여기서,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (32)$$

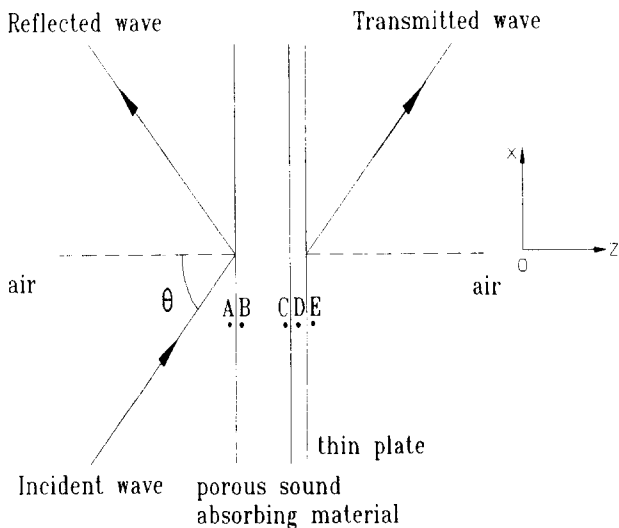


Fig. 9 A porous sound absorbing material bonded on to a thin plate

식 (31)에서 ρ 는 평판의 밀도, h 는 평판의 두께, 식 (32)의 D 는 평판의 굽힘강성, ν 는 평판의 포와송수이다. $u_z(D)$ 는 평판의 z 방향 변위, $\tau_{zz}^f(E)$ 는 E점에서의 공기의 z 방향 응력, $\tau_{zz}^s(C)$ 는 C점에서의 흡음재 내 공기의 z 방향 응력, $\tau_{zz}^f(C)$, $\tau_{xz}^s(C)$ 는 C점에서 흡음재 뼈대의 z 방향 응력이다.

6.2 투과음의 압력진폭

Fig. 9에서 공기중의 다공질 흡음재 앞면에서의 음압 P_i 는 식 (33)과 같다.

$$P_i = (e^{-jk \cos \theta z} + R e^{jk \cos \theta z}) \cdot e^{j(\omega t - k \sin \theta x)} \quad (33)$$

식 (33)의 R 은 다공질 흡음재의 반사계수이다. 공기 중의 다공질 흡음재 앞면에서의 음(sound)의 z 방향 속도 V_{iz} 는 식 (34)와 같다.

$$V_{iz} = \frac{\cos \theta}{\rho_0 c_0} [e^{-jk \cos \theta z} - R e^{jk \cos \theta z}] \cdot e^{j(\omega t - k \sin \theta x)} \quad (34)$$

평판의 오른쪽에서의 투과된 음압 P_t 는 식 (35)와 같다.

$$P_t = W e^{j(\omega t - k \cos \theta z - k \sin \theta x)} \quad (35)$$

식 (35)의 W 는 투과음의 압력진폭이다.

평판의 오른쪽에서 투과음의 z 방향 속도 V_{tz} 는 식 (36)과 같다.

$$V_{tz} = \frac{P_t}{\rho_0 c_0} \cos \theta \quad (36)$$

식 (37)의 다공질 흡음재의 음향전달행렬 $[T]$ 와 식 (31)의 평판의 운동방정식 그리고 경계조건을 이용하여 투과음의 압력진폭을 구한다.

$$\vec{V}_B = [T] \vec{V}_C \quad (37)$$

다공질 흡음재 앞면(B점)과 뒷면(C점)의 경계조건은 다음과 같다.

$$\beta V_z^f(B) + (1-\beta) V_z^s(B) = V_z \quad (38)$$

$$= (1-R) \frac{\cos \theta}{\rho_0 c_0} \quad (38)$$

$$\tau_{zz}^s(B) = -(1-\beta) P_i = -(1-\beta)(1+R) \quad (39)$$

$$\tau_{zz}^f(B) = -\beta P_i = -\beta(1+R) \quad (40)$$

$$\tau_{xz}^s(B) = 0 \quad (41)$$

$$V_z(D) = V_z^f(E) = V_z^s(C) = V_z^f(C) \quad (42)$$

식 (42)의 $V_z(D)$ 는 평판의 z 방향 속도이고, $V_z^f(E)$ 는 E점에서 공기의 z 방향 속도이며, $V_z^s(C)$, $V_z^f(C)$ 는 C점에서 흡음재 뼈대와 흡음재 내 공기의 z 방향 속도이다. 투과음의 압력진폭 W 는 식 (43)과

같다.

$$W = \begin{vmatrix} E_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ E_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ E_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ 0 & B_4 & C_4 & 0 \\ A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \\ A_4 & B_4 & C_4 & 0 \end{vmatrix} \quad (43)$$

식 (43)의 $A_1 \sim E_3$ 는 부록에 나와 있다.

6.3 투과손실

식 (43)의 투과음의 압력진폭 W 를 이용하여 투과손실 $TL^{(8,9)}$ 을 구하면 식 (44)와 같다.

$$TL = -10 \log_{10} \left[2 \int_0^{\pi} |W(\theta)|^2 \sin\theta \cos\theta d\theta \right] \quad (44)$$

Table 1의 물성치를 갖는 다공질 흡음재를 Table 2의 물성치를 갖는 자동차 제작시 사용되는 압연강판에 부착하였을 때의 음의 투과손실을 예측한 것이 Fig. 10에 나타나 있으며, 압연강판의 두께를 ① 1.5, ② 1.6, ③ 1.8, ④ 2.0 mm로 변화시켰을 때의 투과손실을 예측한 것이 Fig. 11에 나타나 있다. 또한 Table 3의 물성치를 갖는 발포되지 않은 고무(압연강판에서와 같은 방법으로 모델링하였으며, 손실계수를 고려함.)에 다공질 흡음재를 부착하였을 때의 음의 투과손실을 예측한 것이 Fig. 12에 나타나 있다. Fig. 10의 결과에서 보는 바와 같이 주파수 변화에 따른 평판과 연계된 다공질 흡음재의 투과손실을 예측할 수 있다. 그리고 Fig. 11에서는 평판의 두께가 두꺼워질수록 일치효과(coincidence effect)를 일으키는 주파수가 저주파 대역으로 옮겨감을 알 수 있고, 또한 1 kHz 부근 영역까지는 강성지배영역, 1 kHz부터 6~8 kHz 대역까지의 영역은 질량법칙 지배영역, 그 이후 영역은 임계주파수 지배영역임을

Table 2 Parameters of a rolled steel plate

Thickness $h(\text{mm})$	Young's modulus $E(\text{Pa})$	Density $\rho(\text{kg/m}^3)$	Poisson coefficient ν
0.8	2.068×10^{11}	7820	0.29

Table 3 Parameters of a rubber

Thickness $h(\text{mm})$	Young's modulus $E(\text{Pa})$	Density $\rho(\text{kg/m}^3)$	Poisson coefficient ν
5.0	$0.25 \times 10^{10}(1+0.2j)$	1080	0.4

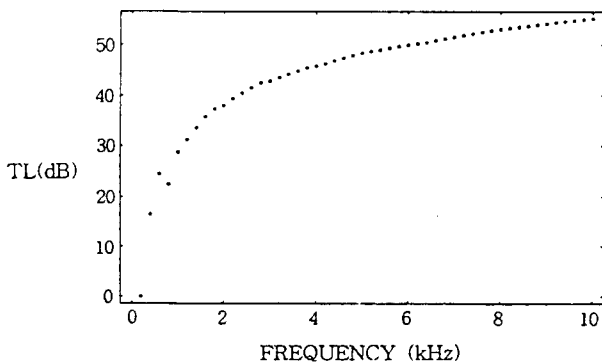


Fig. 10 The transmission loss for a porous sound absorbing material bonded on to a thin plate, in diffuse field

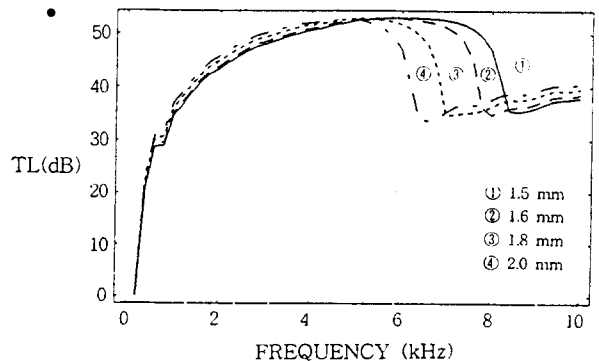


Fig. 11 The transmission loss for a porous sound absorbing material on the variation of the thickness of a plate

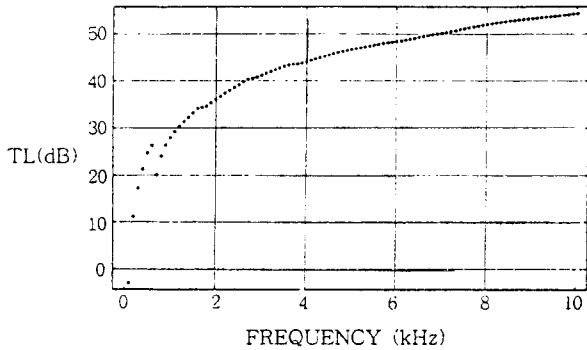


Fig. 12 The transmission loss for a porous sound absorbing material bonded on to a rubber, in diffuse field

알 수 있다. Fig. 12에서는 주파수 변화에 따른 고무와 연계된 다공질 흡음재의 투과손실을 예측할 수 있다.

7. 결 론

(1) 다공질 흡음재에 관한 Allard 이론을 이용한 해석 프로그램을 사용하여 다공질 흡음재의 표면 임피던스와 흡음률 그리고 물성치 변화에 따른 흡음특성 및 평판과 연계된 다공질 흡음재의 투과손실을 예측할 수 있음을 보여주었다.

(2) 본 연구에 사용된 해석이론을 사용하면 실험실 크기의 제약으로 실험으로는 예측하기 곤란한 저주파 영역에 대한 흡음특성을 분석할 수 있다.

(3) 다공질 흡음재의 음향특성을 보다 심도있게 분석하기 위해서는 다공질 흡음재의 물성치에 대한 연구와 물성치 상호간의 연관관계에 대한 향후 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

(1) Biot, M. A., 1956, "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid," Journal of the Acoustic Society of America, Vol. 28, No. 2, pp. 168~178.
 (2) Allard, J. F. and Depollier, C. and Rebillard, P., 1989, "Inhomogeneous Biot Waves in Layered Media," Journal of Applied Physics, Vol. 66, No. 6, pp. 2278~2284.
 (3) Allard, J. F. and Champoux, Y. and Depollier, C., 1987, "Modelization of Layered Sound Absorb-

ing Materials with Transfer Matrices," Journal of the Acoustic Society of America, Vol. 82, No. 5, pp. 1792~1796.
 (4) Allard, J. F. and Bourdier, R. and Depollier, C., 1986, "Biot Waves in Layered Media," Journal of Applied Physics, Vol. 60, No. 6, pp. 1926~1929.
 (5) Rebillard, P. and Allard, J. F., Depollier, C. and Guignouard, P., 1992, "The Effect of a Porous Facing on the Impedance and the Absorption Coefficient of a Layer of Porous Material," Journal of Sound and Vibration, Vol. 156, No. 3, pp. 541~555.
 (6) Beranek, L. L., 1988, Noise and Vibration Control, The Institute of Noise Control Engineering.
 (7) Fahy, F., 1985, Sound and Structural Vibration, Academic Press Inc..
 (8) Lauriks, W. and Mees, P. and Allard, J. F., 1992, "The Acoustic Transmission Through Layered Systems," Journal of Sound and Vibration, Vol. 155, No. 1, pp. 125~132.
 (9) Pierce, A. D., 1981, Acoustics, McGraw-Hill Book Company.
 (10) Dowling, A. P. and Efwocs Williams, J. E., 1983, Sound and Sources of Sound, Ellis Horwood Limited.

부 록

본문의 식 (43)에 사용된 상수들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 A_1 = & -[(1-\beta)T_{21} + \beta T_{31}] \frac{h}{2} jk \frac{\sin\theta \cos\theta}{\rho_o c_o} \\
 & + [(1-\beta)(T_{22} + T_{23}) \\
 & + \beta(T_{32} + T_{33})] \frac{\cos\theta}{\rho_o c_o} \\
 & - M[(1-\beta)T_{26} + \beta T_{36}] \frac{\cos\theta}{\rho_o c_o} \\
 A_2 = & -T_{41} \frac{h}{2} jk \frac{\sin\theta \cos\theta}{\rho_o c_o} + \frac{\cos\theta}{\rho_o c_o} (T_{42} + T_{43}) \\
 & - M T_{46} \frac{\cos\theta}{\rho_o c_o} \\
 A_3 = & -T_{61} \frac{h}{2} jk \frac{\sin\theta \cos\theta}{\rho_o c_o} + \frac{\cos\theta}{\rho_o c_o} (T_{62} + T_{63}) \\
 & - M T_{66} \frac{\cos\theta}{\rho_o c_o} \\
 A_4 = & -T_{51} \frac{h}{2} jk \frac{\sin\theta \cos\theta}{\rho_o c_o} + \frac{\cos\theta}{\rho_o c_o} (T_{52} + T_{53})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -MT_{56} \frac{\cos \theta}{\rho_o C_o} \\
 B_1 &= (1-\beta)(T_{24} - T_{26}) + \beta(T_{34} - T_{36}) \\
 B_2 &= T_{44} - T_{46} \\
 B_3 &= T_{64} - T_{66} \\
 B_4 &= T_{54} - T_{56} \\
 C_1 &= (1-\beta)(T_{25} - NT_{26}) + \beta(T_{35} - NT_{36}) \\
 C_2 &= T_{45} - NT_{46} \\
 C_3 &= T_{65} - NT_{66} \\
 C_4 &= T_{55} - NT_{56} \\
 D_1 &= \frac{\cos \theta}{\rho_o C_o}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_2 &= (1-\beta) \\
 D_3 &= \beta \\
 E_1 &= \frac{\cos \theta}{\rho_o C_o} \\
 E_2 &= -(1-\beta) \\
 E_3 &= -\beta
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 M &= \left[D \frac{(k \sin \theta)^4}{j\omega} + \rho h j\omega + \frac{\rho_o C_o}{\cos \theta} \right] \\
 N &= \frac{h}{2} k j \sin \theta
 \end{aligned}$$