

압전재료를 이용한 복합재료 평판 구조물의 음향파워 억제

Suppression of Sound Radiation from Composite Plate Structures
using Piezoelectric Materials

윤 기 원* · 김 승 조*
Ki Won Yoon and Seung Jo Kim

(1996년 7월 11일 접수 ; 1996년 9월 12일 심사완료)

Key Words :Composite Plate(복합재료 평판), FEM(유한요소법), BEM(경계요소법), Piezoelectric Material(압전재료), Suppression of Radiated Sound(방사 음장의 억제)

ABSTRACT

The goal of current research is to suppress the acoustic noise radiated from vibration of composite plate structure. The induced noise can be reduced through the control of the corresponding structural vibration modes by using the piezoelectric materials as actuator. The acoustic fields are to be analyzed through the boundary element method (BEM) based on the Rayleigh intergral equation and structural system through the finite element method(FEM). The suppression of rediated sound is studied by adapting the piezoelectric material as the distributed actuator. Numerical results are presented on the sound radiation from composite plate of arbitrary boundary conditions, the noise reduction adapting the piezoelectric materials as distributed actuator. The results show the effectiveness and possibility of piezoelectric actuator in the control of sound radiation from composite structure.

1. 연구 배경 및 목적

구조물의 진동에 의해 발생하는 음장을 감소시키는 것은 음향학에 있어서 중요한 문제의 하나로서 이와 같은 음장 억제는 일반적으로 구조물의 동적 특성을 바꾸는 수동적 방법을 통하여거나 구조물에 부가적인 진동을 유발시키는 능동적 제어 기법을 통하여 이루어진다. 수동적 기법의 적용은 일반적으로 낮은 진동수에서는 비효율적인 무거운 시스템을 유발시키므로 최근 낮은 진동수에서 구조적으로 발생하는 음장을 감소시키기 위한 능동적 제어 기법에 관한 연구가 활발히 추진되고 있으며, 능동적 제어 기법의 하나로 진동하는 구조물에 직접 제어 입력을 통하여 음장을 감소시키고자 하는 방법이 있다^(1~2).

최근 활발히 연구되고 있는 지능 구조물의 기본

재료인 압전재료는 주 구조물에 부착되어 분포된 감지기와 작동기로써 기능하므로 구조물의 진동 제어 분야에 적절한 소재이다. 주로 이용되는 압전재료로는 PZT(Lead zirconate titanate)와 PVDF(Polyvinylidene fluoride) 등이 있다. 깨지기 쉽고 강성이 큰 PZT에 반해 PVDF는 유연하며 재조비가 적게 들고, 얇은 판 형태로 제작할 수 있어 복잡한 형상의 주 구조물에도 쉽게 부착하여 이용할 수 있는 장점이 있다. 일반적으로 PZT는 같은 전기장이 가해졌을 때 PVDF보다 큰 변형을 일으키므로 작동 기로서 유효한 것으로 알려져 있다. 하지만 가용 전기장의 세기는 PVDF가 훨씬 커서 전기장을 강하게 걸어 주면 보다 큰 변형을 유발할 수 있으며, 감지기로서의 특성이 우수하다⁽³⁾.

본 연구에서는 압전재료를 분포 작동기로 이용하여 복합 재료 평판 구조물의 진동에 의해 발생하는 음장을 감소시키기 위한 연구를 수행할 것이다. 평판 구조물의 모델링은 유한 요소법(Finite Element

*정희원, 서울대학교 항공우주공학과

Method; FEM)을 이용하여, 음장의 해석은 널리 이용되고 있는 경계 요소법(Boundary Element Method; BEM)을 이용하여 두 가지 방법을 결합하여 구조물과 유체가 연성된 시스템을 해석하고 구조물의 진동 특성 및 유체의 음장 특성을 고찰할 것이다. 연성된 FEM-BEM을 이용하여 임의의 형상 및 경계 조건을 가지는 구조물과 특히 복합 재료 구조물과 같은 이방성 구조물에 의한 음장의 해석이 가능하다. 이를 바탕으로 적절한 제어 기법을 적용하여 분포 작동기로 압전재료를 이용하여 구조물의 진동으로부터 유발되는 음장을 억제하고자 한다.

현재까지 구조물의 진동에 의해 발생하는 음장을 억제하기 위한 연구가 많이 이루어져 왔으나, 대부분 단순지지된 등방성 보다 편평에 대한 연구가 주로 이루어져 왔다^(1~4, 13). 본 연구에서는 임의의 경계 조건을 가지는 복합 재료 평판에 의한 음장 해석에 대한 연구와 아울러 이방성 특성을 가지는 압전 풀리머를 이용한 음장 억제 기법에 대한 연구를 수행하고자 한다.

2. 이론

2.1 문제 정의

복합 재료 평판 구조물과 유체로 이루어지는 시스템은 Fig. 1과 같은 복합 재료 평판 구조물이 무한 강체 차폐막(Infinite rigid baffle) 사이에 놓여 있고 평판의 한쪽 면에 유체가 인접하고 있다. 평판의 다른 쪽 면은 진공 상태이다. 구조물에 임의의 하중이 가해져 구조물의 운동과 구조물 주변 유체의 운동을 유발하고 이로 인해 발생하는 음장에 대한 해석과 음장 억제의 해석이 수행될 것이다.

2.2 복합재료 평판의 해석

본 연구에서는 복합재 평판의 경우 그 강성 특성으로 인해 일반적으로 적용되는 1차 전단 변형 평판 이론으로 복합재 평판과 압전 필름으로 이루어진 혼합 구조물을 모델링하였다.

(1) 운동 기하학

평판의 운동을 기술하는 변위는 1차 전단 변형 이론에 따라 다음과 표현된다.

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z, t) &= u(x, y, t) + z\psi_x(x, y, t) \\ u_2(x, y, z, t) &= v(x, y, t) + z\psi_y(x, y, t) \\ u_3(x, y, z, t) &= w(x, y, t) \end{aligned} \quad (1)$$

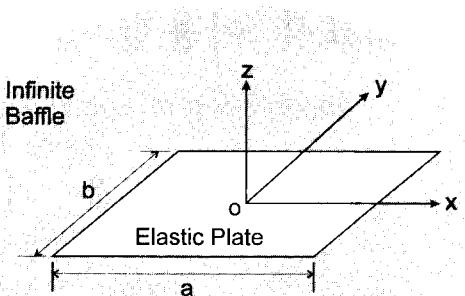


Fig. 1 Configuration of vibrating elastic plate.

여기서 u , v , w 는 각각 평판의 중립면 상에 있는 한 점의 x , y , z 방향으로의 변위 성분이고 ψ_x , ψ_y 는 각각 x , y 축에 대한 회전 성분이다. 이제 변형도 성분을 정의하면

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^o &= \varepsilon_{xx}^o + z\chi_{xx} & \gamma_{xz} &= w_{,x} + \psi_x \\ \varepsilon_{yy}^o &= \varepsilon_{yy}^o + z\chi_{yy} & \gamma_{yz} &= w_{,y} + \psi_y \\ \varepsilon_{xy}^o &= \varepsilon_{xy}^o + z\chi_{xy} \end{aligned} \quad (2)$$

이며 여기서

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^o &= u_{,x} & \chi_{xx} &= \psi_{x,x} \\ \varepsilon_{yy}^o &= v_{,y} & \chi_{yy} &= \psi_{y,y} \\ \varepsilon_{xy}^o &= u_{,y} + v_{,x} & \chi_{xy} &= \psi_{x,y} + \psi_{y,x} \end{aligned} \quad (3)$$

이다.

(2) 구성 방정식

복합 재료 단층(lamina)과 압전 필름 단층을 모두 적층판의 하나의 단층으로 간주하여 평면 응력 상태 하에서의 고전 적층판 이론을 적용함으로써 혼합 구조물을 복합 적층판으로 모델링하였으며 그 구성 방정식을 구성하였다.

복합 재료 평판의 k 번째 단층의 물성은 물질 주축, {1, 2, 3}에 대해 적교 이방성으로 나타나며 이를 좌표 변환을 통해 관성 주축, { x , y , z }, 대해 표현하면 다음과 같다⁽¹⁵⁾.

$$\sigma^k = C^k \varepsilon^k \quad (4)$$

여기서 σ^k 는 응력 벡터, C^k 는 탄성 행렬, ε 는 변형도 벡터로 다음과 같다.

$$\sigma^k = [\sigma_{xx}^k \ \sigma_{yy}^k \ \sigma_{xy}^k \ \tau_{xz}^k \ \tau_{xz}^k]^T$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{yy} \ \varepsilon_{xy} \ \gamma_{xz} \ \gamma_{yz}]^T$$

$$\mathbf{C}^k = \begin{bmatrix} C_{11}^k & C_{12}^k & C_{16}^k & 0 & 0 \\ C_{12}^k & C_{22}^k & C_{26}^k & 0 & 0 \\ C_{16}^k & C_{26}^k & C_{66}^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^k & C_{45}^k \\ 0 & 0 & 0 & C_{45}^k & C_{55}^k \end{bmatrix}$$

또한 압전재료로 구성하는 k 번째 단층의 구성 방정식은 탄성장과 전기장을 연결하는 선형관계식으로 탄성적 특성은 등방성이나 전기적 특성은 이방성으로 다음과 같이 표현된다⁽⁶⁾.

$$\boldsymbol{\sigma}^k = \mathbf{C}^k (\boldsymbol{\epsilon} - \mathbf{d}^k \mathbf{E}^k) \quad (5)$$

여기서 \mathbf{E}^k 는 k 번째 단층의 압전재료에 가해지는 전기장의 세기이며, \mathbf{d}^k 는 압전 변형도/전하 상수 행렬로 다음과 같다.

$$\mathbf{E}^k = \{E_1^k \ E_2^k \ E_3^k\}^T$$

$$\mathbf{d}^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31}^k \\ 0 & 0 & d_{32}^k \\ 0 & 0 & 0 \\ d_{15}^k & 0 & 0 \\ 0 & d_{24}^k & 0 \end{bmatrix}$$

압전 폴리머의 경우 d_{31} , d_{32} 의 값이 큰 차이를 보여 전기적 이방성을 유발한다. 이제 평판의 응력 성분으로부터 평판의 중립면에 대한 일반화된 응력(resultant stress)을 다음과 같이 정의 한다.

$$\{N_{ij}, M_{ij}\} = \int \{1, z\} \sigma_{ij}^k dz \quad i, j = x, y$$

$$\{Q_x, Q_y\} = \int \{\tau_{xz}^k, \tau_{yz}^k\} dz$$

그리고 압전 폴리머에 의한 작동력을 다음과 같이 정의한다.

$$\{N_A, M_A\} = \int \{1, z\} \mathbf{C}^k \mathbf{d}^k \mathbf{E}^k dz$$

복합 재료와 압전 재료를 모두 하나의 단층으로 간주하여 고전 적층 이론을 적용하면 다음의 구성 방정식을 얻는다.

$$\mathbf{N} = \mathbf{A} \boldsymbol{\epsilon}^o + \mathbf{B} \boldsymbol{\kappa} - \mathbf{N}_A \quad (6)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{B} \boldsymbol{\epsilon}^o + \mathbf{D} \boldsymbol{\kappa} - \mathbf{M}_A \quad (7)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{A}_s \boldsymbol{\gamma} \quad (8)$$

여기서 행렬 \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{D} , \mathbf{A}_s 는 탄성 행렬 \mathbf{C}^k 로부터 얻어진다.

$$\{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\} = \int \{1, z, z^2\} C_{ij}^k dz \quad i, j = 1, 2, 6$$

$$\{A_{S_{11}}, A_{S_{12}}, A_{S_{22}}\} = \int \{C_{44}^k, C_{45}^k, C_{55}^k\} dz$$

(3) 변분에 의한 운동 방정식

복합 재료 평판의 운동 방정식은 다음의 식으로 표현되는 Hamilton의 원리를 적용하여 변분을 취함으로써 구하였다.

$$\int (\delta T - \delta V + \delta W_{ext}) dt = 0 \quad (9)$$

여기서 T 는 운동 에너지, V 는 변형도 에너지이고 W_{ext} 는 외력에 의한 일이다.

먼저 운동에너지에는

$$T = \frac{1}{2} \int_S \rho \dot{\mathbf{u}} \cdot \dot{\mathbf{u}} dS \quad (10)$$

이고 구조물의 변형도 에너지는

$$V = \frac{1}{2} \int_S (\boldsymbol{\epsilon}^o \cdot \mathbf{N} + \boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{M} + \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{Q}) dS \quad (11)$$

이다. 그리고 외력에 의한 일은 평판의 상하면에 작용하는 분포 하중 $q_{ext}(x, y, t)$ 과 음장(acoustic field)로 부터 가해지는 음압(acoustic pressure)을 고려하면

$$\delta W_{ext} = \int_S (q_{ext}(x, y, t) \delta w - p(x, y, t) \delta w) dS \quad (12)$$

와 같다.

(4) 유한 요소법의 적용

앞서의 변분을 적용하여 얻은 운동 방정식의 약형으로부터 유한 요소법을 적용하였다. 본 연구에서는 4 절점 사각형 요소를 사용하여 유한 요소법을 적용하였으며 평판 요소의 shear locking 현상을 억제하기 위하여 Bathe 등⁽⁷⁾이 제안한 바 있는 횡전단 변형도 보간법을 적용하여 요소를 개발하였다. 요소의 각 절점에서는 $\{u, v, w, \psi_x, \psi_y\}$ 의 5개의 자유도를 가지며 전형적인 요소 e 내의 임의 점에서의 변위는 형상 함수(shape function)로 보간 한다.

$$\mathbf{u}^e = \begin{bmatrix} u^e \\ v^e \\ w^e \\ \psi_x^e \\ \psi_y^e \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^4 \Psi_k(\xi, \eta) \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \\ w_k \\ \psi_{x_k} \\ \psi_{y_k} \end{bmatrix} = \mathbf{H}^e \mathbf{q}^e$$

여기서 형상 함수 Ψ_k 는

$$\Psi_k(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi_k \xi) (1 + \eta_k \eta)$$

$$k=1, 2, 3, 4 \quad (13)$$

where

$$\begin{aligned} (\xi_1, \eta_1) &= (-1, -1), \quad (\xi_2, \eta_2) = (1, -1), \\ (\xi_3, \eta_3) &= (1, 1), \quad (\xi_4, \eta_4) = (-1, -1) \end{aligned}$$

이면, \mathbf{q}^e 는 요소 내 절점에서의 변위 벡터이다. 그리고 위의 보간식을 이용하면 변형도-변위 관계식을 절점 변위로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^{ee} &= \mathbf{B}_M^e \mathbf{q}^e \\ \mathbf{k}^e &= \mathbf{B}_B^e \mathbf{q}^e \\ \boldsymbol{\gamma}^e &= \mathbf{B}_S^e \mathbf{q}^e \end{aligned}$$

운동 방정식의 약형으로부터 얻어지는 유한 요소 방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\mathbf{M}}\mathbf{q}(x, t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(x, t) = \mathbf{f}_e(x, t) + \mathbf{f}_p(x, t) + \mathbf{f}_a(x, t) \quad (14)$$

여기서 \mathbf{M} 은 질량 행렬이며 \mathbf{K} 는 강성 행렬, \mathbf{q} 는 변위 벡터, \mathbf{f}_e 는 기계적 외력, \mathbf{f}_p 는 압전재료에 의해 발생하는 외력, \mathbf{f}_a 는 음장에 의한 압력의 유효 외력이다.

(5) 시스템의 고유치 해석

시스템의 운동을 조화 운동(time harmonic motion)으로 가정하면

$$\mathbf{q}(x, t) = \mathbf{q}(x) e^{i\omega t}$$

로 놓을 수 있으며 따라서

$$\ddot{\mathbf{q}}(x, t) = -\omega^2 \mathbf{q}(x) e^{i\omega t}$$

이다. 이후의 방정식에서는 시간 항인 $e^{i\omega t}$ 를 생략하고 음성적(implicit)으로 사용하고자 한다. 그러면 위의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\{(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{q}(x) = \mathbf{f}_e(x) + \mathbf{f}_p(x) + \mathbf{f}_a(x) \quad (15)$$

i) 방정식에서 압전 작동기에 의한 힘은 압전재료에 가해지는 전압과 작동기 행렬로 분해할 수 있다.

$$\mathbf{f}_a = \Gamma \mathbf{e}$$

식 (15)로부터 시스템의 자유도를 줄이기 위하여 고유치 해석을 통해 모달 좌표 변환을 수행하였다. 고유치 해석은 자유도가 큰 시스템에서 저차의 모드 해석에 유용한 부공간 반복법(Subspace iteration method)을 사용하였다⁽⁸⁾. ω_n 과 고유 진동 모드 ϕ_n 을 구하고 모달 좌표를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{q} = \Phi \boldsymbol{\eta}$$

여기서 Φ 는 고유 진동 모드로 구성된 모달 행렬이다. 그리고 모달 좌표변환을 통하여 운동 방정식은

$$\{\Lambda + \Xi - \omega^2 \mathbf{I}\} \boldsymbol{\eta} = \Phi^T (\mathbf{f}_e + \mathbf{f}_p + \Gamma \mathbf{e}) \quad (16)$$

이며, 여기서

$$\Lambda = \Phi^T \mathbf{K} \Phi$$

$$\Xi = \text{Diag}\{2\zeta_i \omega_i \omega\}$$

이며 ζ_i 는 모달 감쇠 계수이다.

2.3 음장(Acoustic Field)에 대한 해석

구조물의 진동으로부터 유도되는 음장의 지배 방정식은 조화 진동 가정 하에서 잘 알려진 Helmholtz 방정식으로 표현된다⁽⁹⁾.

$$\nabla^2 p(x) + k^2 p(x) = 0 \quad (17)$$

여기서 k 는 파수(wave number)로 진동수 ω 와 유체의 파속(wave velocity) c 로 $k = \omega/c$ 같이 정의된다.

위의 미분 방정식을 자유 공간에서의 그린 함수(Green Function),

$$G(x, x_s) = \frac{e^{-ik|x-x_s|}}{2\pi|\mathbf{x}-\mathbf{x}_s|} \quad (18)$$

여기서 구조물과 유체 사이의 경계에서 연속 조건을 적용하면

$$q(x_s) = \frac{\partial \rho(x_s)}{\partial n_s} = \rho \ddot{u}_n(x_s) = i\omega \rho v_n(x_s) \quad (19)$$

으로 $v_n(x_s)$ 은 구조물의 운동에 의해 발생하는 수직 방향 속도 성분이다. 위의 적분 방정식에 대해 경계 요소법을 적용하면 다음과 같은 연립 방정식을 얻는다.

$$\mathbf{p} = \mathbf{C} \mathbf{v}_n \quad (20)$$

여기서

$$\mathbf{C} = \sum_{k=1}^{N_e} \left[\int_{S^e(x_s)} \left\{ i\omega \rho \frac{e^{-ik|x-x_s|}}{2\pi|\mathbf{x}-\mathbf{x}_s|} H^e \right\} dS \right]$$

이다. 본 연구에서는 4절점 경계 요소를 이용하였으며, 각 절점에서의 음압, $p(x)$ 과 수직 속도 성분, $v_n(x)$ 를 유한 요소법에서 사용한 식 (14)의 형상 함수를 이용하여 보간하였다.

행렬 \mathbf{C} 의 대각요소를 계산하는 경우 $\mathbf{x} = \mathbf{x}_s$ 으로 특히 적분(Singular integration)을 수행해야 하는데, 본 연구에서는 특이항(singular term)이 발생하

는 절점을 기준으로 사각형 영역을 두 개의 삼각형 영역으로 변환하여 특이항을 제거하는 방법을 이용하였다⁽¹⁰⁾.

3. 음장과 구조물의 연성 해석

이제 앞 절에서 구한 구조물과 음장에 대한 두 개의 지배 방정식을 연립하여 구조물의 반응과 이에 의해 발생하는 음장을 해석한다. 먼저 식 (20)의 수직 속도 성분 벡터는 좌표 변환을 통하여 구조물의 변위 벡터로 표시된다.

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{T}\dot{\mathbf{q}} = i\omega \mathbf{T}\Phi\eta \quad (21)$$

그리고 구조물에 가해지는 음압에 의한 외력 벡터는

$$\mathbf{f}_p = -\mathbf{T}^T \mathbf{S} \mathbf{p}$$

이며 여기서 대각 행렬 \mathbf{S} 는 각 절점의 유효면적을 대각 원소로 가지는 행렬이다.

따라서 식 (20)과 식 (16)은 다음과 같이 변형된다⁽¹¹⁾.

$$\mathbf{p} = i\omega \mathbf{C} \mathbf{T} \Phi \eta \quad (22)$$

$$(\Lambda + \Xi - \omega^2 \mathbf{I}) \eta = \Phi^T (\mathbf{f}_e - \mathbf{T}^T \mathbf{S} \mathbf{p} + \Gamma \mathbf{e}) \quad (23)$$

식 (22)와 (23)을 연립하여 해석하면 외력에 의한 구조물의 반응과 음장의 반응을 얻을 수 있다. 그리고 음장의 반응으로 생기는 소음의 척도로서 일반적으로 사용되는 음향 파워(sound power, Π)와 방사 효율(radiation efficiency, σ)을 정의하면, 음향 파워는 평판 위의 압력과 속도에 대한 표면 적분을 통해 구해지며

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_S Re[p^H(x) v_n(x)] dS \quad (24)$$

방사 효율은 음향 파워를 같은 면적을 가지는 강체 피스톤의 운동에 의한 음향 파워로 나누어 준 값이다⁽¹²⁾.

$$\sigma = \frac{\Pi}{\Pi_o} = \frac{\Pi}{\frac{1}{2} \rho_o c S \langle \bar{v_n^2} \rangle} \quad (25)$$

여기서 S 는 평판의 전체 면적이며, $\langle \bar{v_n^2} \rangle$ 는 면적에 대한 속도 제곱의 평균값이다.

본 연구에서는 음향 파워를 구하기 위하여 각 절점에서의 음압과 속도 값을 이용하여 Gauss 수치 적분법을 적용하였다. 결과적으로 다음과 같은 행렬식으로부터 음향 파워를 계산한다.

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} Re \left[\mathbf{p}^H \left(\sum_{k=1}^{N_e} \int_{S^e} \mathbf{H}^{eT} \mathbf{H}^e dS \right) \mathbf{v}_n \right] \\ &= \frac{1}{2} Re[\mathbf{p}^H \mathbf{R} \mathbf{v}_n] \end{aligned} \quad (26)$$

4. 음향 파워에 기초한 음장 억제

구조적으로 발생하는 음장 억제 문제에 있어서, 음장이 존재하는 전체 영역내의 국부적인 영역에 대한 음장을 억제하는 경우와 전체 영역에 대한 음장 억제가 필요한 경우가 있다. 본 연구에서는 평판의 진동에 의해 발생하는 소음을 전체 영역에 걸쳐서 저감시키기 위하여 음향 파워를 목적함수로 선정하였으며 음향 파워를 최소화하는 압전 작동기의 입력 전압을 계산하였다. 음향 파워는 식 (21), (22)를 식 (25)에 대입하면 다음 식으로 표현된다.

$$\Pi = \omega \eta^H \Phi^T \mathbf{C}_R \mathbf{R} \mathbf{T} \Phi \eta$$

여기서 \mathbf{C}_R 은 행렬 \mathbf{C} 의 각 요소의 실수부로 이루어진 행렬이며, 상첨자는 H 는 행렬의 Hermitian을 의미한다. 구조물의 반응을 나타내는 모달 좌표 η 는 다음과 같이 외력과 압전 재료의 작동력의 영향으로 나누어 생각할 수 있고

$$\eta = (\Lambda + \Xi - \omega^2 \mathbf{I})^{-1} \Phi^T (\mathbf{f}_e + \Gamma \mathbf{e})$$

그러면, 음향 파워는

$$\Pi = (\mathbf{f}_e + \Gamma \mathbf{e})^H A (\mathbf{f}_e + \Gamma \mathbf{e})$$

여기서

$$\begin{aligned} A &= \omega \Phi (\Lambda + \Xi - \omega^2 \mathbf{I})^{-H} \Phi^T \mathbf{T}^T \mathbf{C}_R \mathbf{R} \mathbf{T} \Phi (\Lambda \\ &\quad + \Xi - \omega^2 \mathbf{I})^{-1} \Phi^T \end{aligned}$$

으로 쓸 수 있다. 이 식을 전개하면

$$\Pi = \frac{1}{2} [\mathbf{f}_e^H A \mathbf{f}_e + \mathbf{f}_e^H A \Gamma \mathbf{e} + \mathbf{e}^H \Gamma A \mathbf{f}_e + \mathbf{e}^H \Gamma^H A \Gamma \mathbf{e}]$$

이제 음향 파워를 최소화 시키기 위한 최적 제어 압력을 구하려면⁽¹³⁾

$$\frac{\partial \Pi}{\partial e} = 0$$

로부터 다음과 같은 연립 방정식을 얻는다.

$$\Gamma^T (\mathbf{A} + \mathbf{A}^H) \Gamma \mathbf{e} = -\Gamma^T (\mathbf{A} + \mathbf{A}^H) \mathbf{f}_e$$

이 식을 연립 방정식 해법을 이용하여 풀면 음향 파워를 최소화시키기 위해 압전 작동기에 가해야 할 입력 전압을 구할 수 있다.

5. 수치 해석 예제

본 절에서는 유한 요소법과 경계 요소법을 연계하여 구조물의 진동에 의해 발생하는 음장 해석을 수행하고 압전 작동기를 이용하여 음향 파워 억제를 통한 광영역 소음 억제 해석을 수행한 결과를 살펴보자 한다.

5.1 사각형 평판의 고유 진동 모드에 대한 방사 효율

본 예제는 단순 지지 되어 있는 등방성 사각형 평판의 고유진동 모드에 대한 방사 효율(radiation efficiency)을 해석하는 문제로 근사해가 알려져 있는 검증 예제이다. 사각형 평판의 재질은 알루미늄이며 평판 주위의 유체는 공기로 밀도는 $1.21(\text{kg}/\text{m}^3)$, 파속(wave speed)은 $343(\text{m}/\text{s})$ 이다. 평판의 크기는 $0.3(\text{m}) \times 0.2(\text{m})$ 이며 두께는 $1(\text{mm})$, 밀도는 $2700(\text{kg}/\text{m}^3)$, 탄성 계수는 $70 \times 10^9(\text{N}/\text{m}^2)$, 포아손비는 0.3이다. Fig. 2에 평판의 고유 진동 모드에 대해 각 모드별 방사 효율도 도시하였다. 그림에서 Wallace의 근사식⁽¹⁴⁾으로 계산한 값과 비교하였으며, 본 연구의 해석 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

그림에서 평판의 경계 조건은 평판의 네 변에 대해 그 경계 조건을 의미하는 기호를 순서대로 표시하여 나타내었다. 기호는 S 는 단순 지지, C 는 고정지지, F 는 자유단을 의미하며, 네 변을 나타내는 순서는 $(x=a/2) - (y=-b/2) - (x=a/2) - (y=b/2)$ 이다. 즉, 네 변의 모두 단순 지지되어 있는 경우는 S-S-S-S로 나타낸다.

5.2 단순 지지된 등방성 평판의 진동에 의한 음장 억제 해석

5.1 절에서 다른 등방성 평판에 집중 하중이 작용하여 발생하는 평판의 진동과 음장을 해석하고 압전 재료를 이용한 음장의 억제 해석을 수행하고자 한다. 가해진 집중 하중은 평판의 대부분의 진동 모드가 가진 되도록 ($3a/20, 6b/20$)인 지점에 0.1N 의 수직 하중을 가하였다.

단순 지지되어 있는 평판의 음향 억제를 위하여 전체 구조물의 위 면과 아래 면에 일체의 압전 필름을 부착하여 1개의 작동기로 구성한 경우(A1)와 평판의 영역을 4등분하여 4개의 압전 작동기를 구성한 경우(A4)의 두 가지 작동기를 이용하여 해석을 수

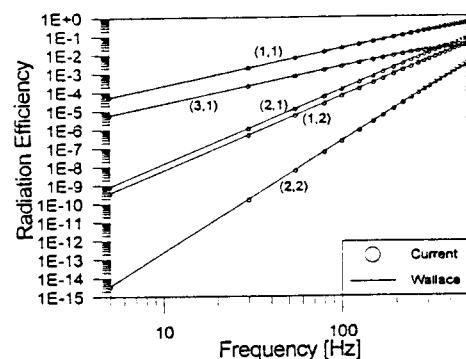
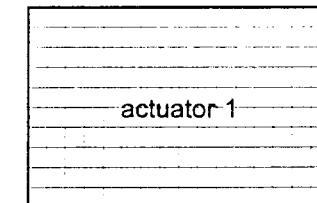
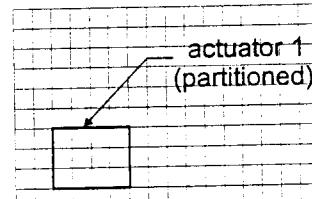


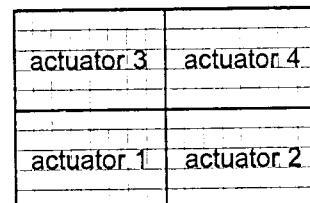
Fig. 2 Modal radiation efficiencies of S-S-S-S rectangular isotropic plate.



(a) one actuator for whole plate (A1)



(b) one actuator partitioned (A1P)



(c) four actuators distributed on plate (A4)

Fig. 3 Configurations of distributed piezoelectric actuator for plate.

행하였다. (Fig. 3 참조) 압전 필름은 작동기 A1의 경우 전압이 가해졌을 때 x 축 방향으로 순수 굽힘 변형이 발생하도록 적층각 0으로 위 면과 아래 면의 전극 방향이 서로 반대로 평판에 접착시켰다. 작동기 A4의 경우 역시 4개의 압전 필름 쌍이 모두 적층각 0으로 위 면과 아래 면의 전극 방향이 다르게 접착되었다. 작동기에 가해지는 제어 입력은 전압으로써 일반적으로 압전 필름에 가할 수 있는 최대 전

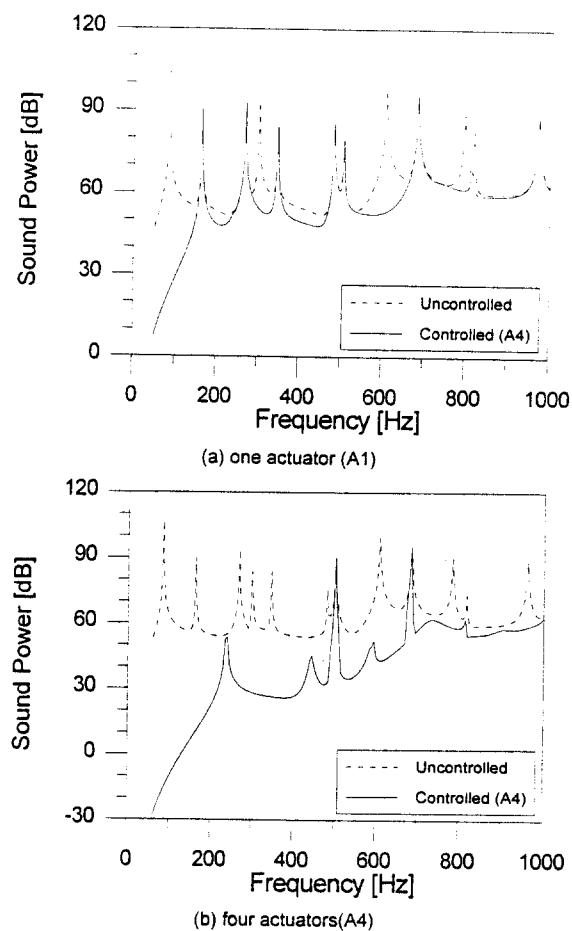


Fig. 4 Radiated sound power from S-S-S-S isotropic plate by concentrated force.

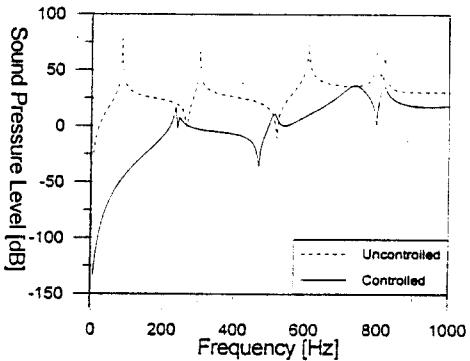


Fig. 5 Sound pressure level at (0, 0, 10) from the S-S-S-S isotropic plate by concentrated force.

압이 제한되어 있으므로 본 연구에서 사용한 PVDF 암전 필름의 제한 전압인 1100V 미만의 제어 전압을 암전 필름에 가하였다. 해석에 사용한 암전 필름의 물성치는 Table 1에 나타내었다.

해석 결과 얻어진 음향 파워의 반응은 Fig. 4에 나타낸 것처럼 작동기 A1을 사용한 경우 음향 파워를

억제할 수 있었다. 그러나 주파수 영역에서 따라 효과적으로 제어가 이루어지는 영역과 비효율적인 영역이 나타나고 있음을 알 수 있다. 그러나 작동기 A4를 이용한 경우에는 전 주파수 영역에서 효율적인 억제 효과를 얻을 수 있었으며, 두 개의 진동 모드와 관련된 국부적인 주파수 영역에서만 제어 효과가 작았다. 작도이 A1의 경우 작동시켜서 얻어지는 변형 형상이 1가지이므로 이 형상과 관련된 모드들에 대한 제어 효과는 뛰어 나지만 반대로 변형 형상과 연성 되어 있지 않은 모드에 대해서는 제어 효과를 얻을 수 없었다. 반대로, 작동기 A4의 경우 4개의 작동기에 가해지는 전압을 조절함으로써 다양한 변형 형상을 얻을 수 있으며, 결과적으로 다양한 모드에 대한 제어 효과를 얻을 수 있었다. Fig. 5는 좌표 (0, 0, 10)인 지점에서의 음압 수준(Sound Pressure Level, SPL)을 나타낸 것으로 상당한 제어 효과가 있음을 확인할 수 있었다.

5.3 외팔 평판의 진동과 음장의 해석

앞 절의 등방성 평판이 $x = -a/2$ 인 변이 고정되어 있고 나머지 변들은 자유단인 경우(C-F-F-F), 판의 굽힘 모드와 비틀림 모드가 가진 되도록 ($a/2, -b/2$)인 지점에서 수직 하중이 작용하여 발생하는 구조물의 진동과 음장을 해석하였다.

구조물의 적층은 $[0_p/45_p/I/-45_p/0_p]$ 으로는 I 는 주구조물인 등방성 평판을 의미하며 하침자 p 는 암전 필름 단층(lamina)의 적층각을 의미한다. 암전 필름 작동기는 $[0_p/0_p]$ 단층이 한 쌍으로 하나의 작동기를 이루고, $[45_p/-45_p]$ 단층이 한 쌍으로 또 하나의 작동기를 구성하고 있다. $[0_p/0_p]$ 작동기는 위면의 필름과 아래 면의 필름이 반대되는 전극을 가지므로 순수 굽힘 변형을 일으키고, $[45_p/-45_p]$ 작동기는 인장 변형과 연성된 비틀림 변형을 일으킨다. 제어 해석시 입력 전압을 1100V 미만으로 제한하였으며, $[0_p/0_p]$ 작동기만을 이용한 경우, $[45_p/-45_p]$ 작동기만을 이용한 경우, 두 가지 작동기를 모두 이용한 경우에 대한 해석 결과를 Fig. 6에 나타내었다.

해석 결과에서 볼 수 있듯이 $[0_p/0_p]$ 작동기만을 이용한 경우에는 비틀림 모드인 2, 4, 7 모드에 대한 제어 효과를 얻을 수 없었으며, $[45_p/-45_p]$ 작동기만을 이용한 경우에는 비틀림 모드에 대한 제어는 효과적이지만 굽힘 모드와 관련된 주파수 영역에서 제어 효과를 얻을 수 없었다. 두 가지 작동기를 모두 이용한 경우의 결과를 살펴보면 각각의 작동기만 비

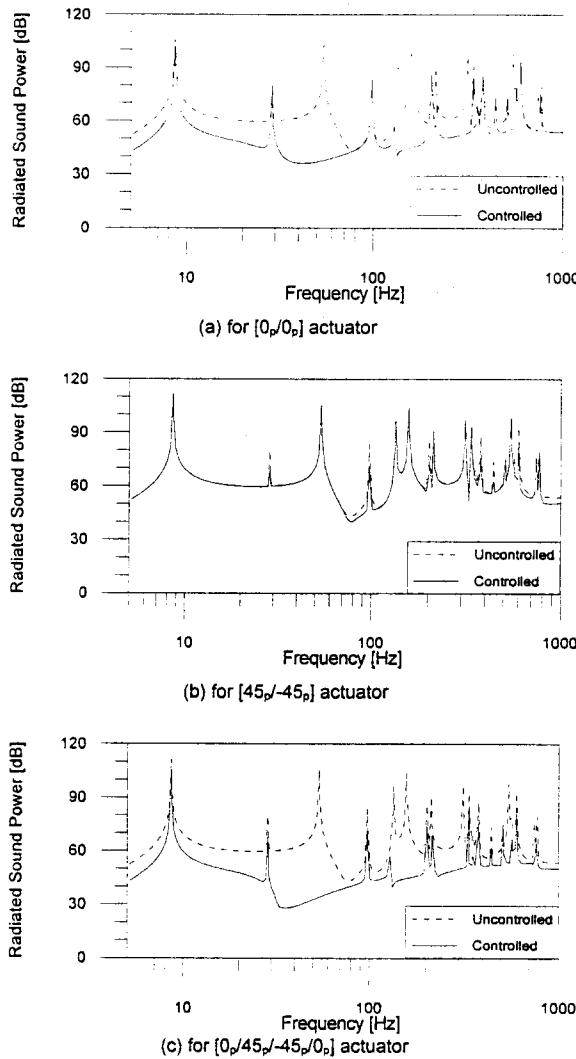


Fig. 6 Radiated sound power from C-F-F-F isotropic plate by concentrated force at free end.

틀림 모드와 굽힘 모드에 대한 제어를 담당함으로써 전 영역에 걸쳐 음향 파워를 감소시킬 수 있었다.

5.4 단순 지지된 복합재료 평판의 진동과 음장의 해석

모두 단순 지지된 이방성 적층 평판에 집중 하중이 가해졌을 때 일어나는 진동과 음장의 음향 파워를 해석하였다. 평판은 T300/5208 탄소섬유 강화 복합 재료(Table 1)로 적층되었으며 크기는 $0.3(m) \times 0.2(m)$ 이며 네 번의 모두 단순 지지되어 있고 중앙 점이 아닌 ($3a/20$, $6b/20$) 지점에 $0.1N$ 의 수직 하중이 작용한다. 복합 재료 평판의 적층각은 $[0/\theta/-\theta/90]_s$ 으로 θ 를 변화시키면서 해석을 수행하였다.

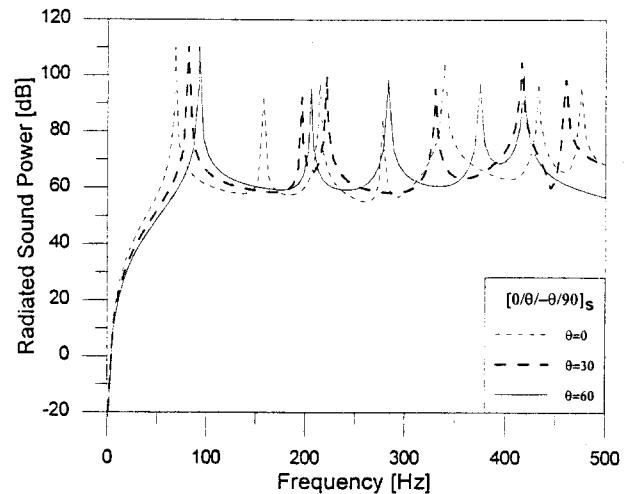


Fig. 7 Radiated sound power from S-S-S-S composite plates of $[0/\theta/-\theta/90]_s$ by concentrated force.

Table 1 Material properties of T300/5208 composite and PVDF film.

T300/5208	PVDF film
$E_{11}=181. GPa$	$E=2. GPa$
$E_{22}=10.3 GPa$	$\nu=0.3$
$G_{12}=7.17 GPa$	$\rho=1780 kg/m^3$
$G_{13}=7.17 GPa$	$d_{31}=23. \times 10^{-12} V/m$
$G_{23}=2.87 GPa$	$d_{32}=3. \times 10^{-12} V/m$
$\nu_{12}=0.28$	
$\rho=1520 kg/m^3$	
$t=0.125 mm$	

먼저 θ 를 0° , 30° , 60° 으로 변화시켜 가며 음향 파워 해석을 수행하였다. Fig. 7에서 볼 수 있듯이 적층각이 바뀌면서 상이한 주파수 응답(frequency response)을 보여 주고 있다. 복합 재료의 적층각이 변화하면 구조물의 강성이 변화하고 아울러 동적 특성이 변하므로 결과적으로 음향파워의 특성이 달라진다. 이 결과에서 복합 재료 구조물은 전체 구조물의 무게를 그대로 유지하면서 그 강성 및 동적 특성을 변화시킬 수 있으므로 이를 음장의 해석과 연계하면 특정 주파수 대역의 소음을 줄이고자 하는 경우 적절한 적층각을 선정함으로써 수동적인 소음 제어 효과를 볼 수 있다고 생각된다.

다음으로 $\theta=45^\circ$ 의 준동방성 적층인 경우에 대하여 작동기 A1과 A1P, 그리고 A1+A1P를 이용하여 음장 억제 해석을 수행하였다. 해석 결과를 Fig. 8에 나타내었다. 작동기 A1을 이용한 경우 등방성

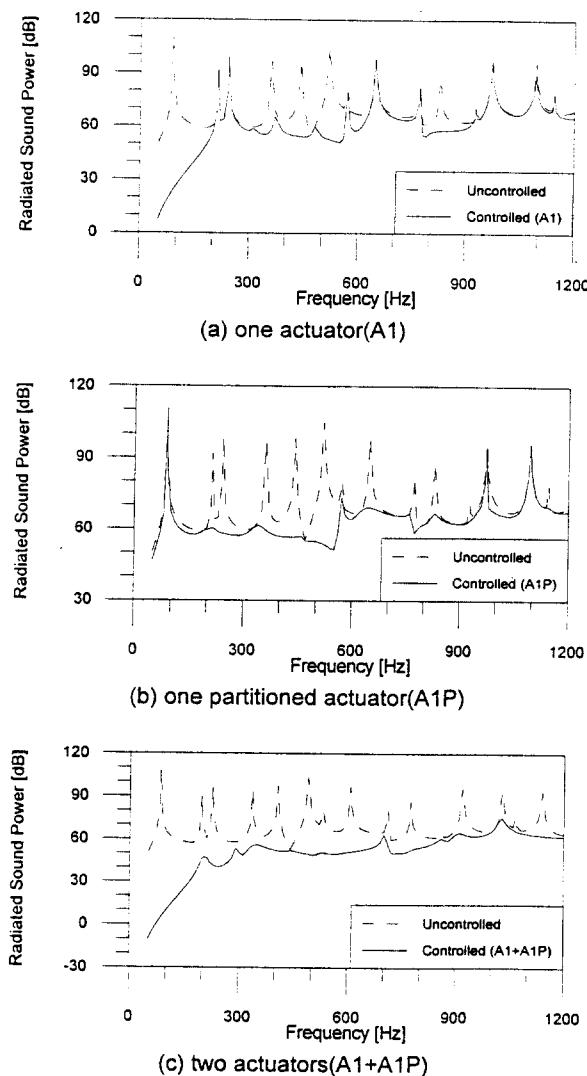


Fig. 8 Radiated sound power from S-S-S-S composite plate $[0_p/0_c/45_c/-45_c/90_c/90_c/-45_c/45_c/0_c/0_p]$ by concentrated force.

평판에 비해 더 많은 모드에 대한 제어 효과를 얻을 수 있었다. 하지만 작동기 A1으로 억제할 수 있는 모드에는 제한이 있었다. 작동기 A1보다 더 많은 모드를 제어하기 위해 작동기 A1P를 이용한 경우 대부분의 모드에 대한 제어가 가능했으며, 대부분의 주파수 영역에서 음장의 억제가 가능했다. 하지만 작동기 A1P의 경우 압전 필름이 차지하는 면적이 작아서 작동기가 넓 수 있는 힘의 크기가 줄어 들었으므로 음장의 감소되는 양은 작동기 A1보다 작았다. 그리고 두 개의 작동기를 모두 이용한 경우에는 (Fig. 8(c)), 전 주파수 영역에서 안정된 제어 결과를 얻었다. 두 가지 작동기의 상이한 특성으로 부터

작동기의 면적과 진동 모드와의 연성 효과(coupling effect)를 적절히 이용하면 원하는 정도의 음장 억제를 효율적으로 달성할 수 있을 것이다.

6. 결 론

이제까지 유한요소법과 경계요소법을 연계시켜 복합 재료 구조물의 진동에 적용하여 음장 억제 연구를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

먼저, 유한요소법과 경계요소법을 연계하여 사용함으로써 임의의 경계 조건과 이방성 물성을 가지는 복합재료 평판 구조물의 진동과 그에 의한 음장의 해석을 수행할 수 있었다. 그리고, 복합 재료 구조물의 적층각 변화에 따른 음장의 특성을 살펴본 결과, 복합 재료의 특성을 적절히 이용하면 시스템의 음장 특성을 적층각 변화를 통해 조절할 수 있으므로 수동적인 음장 억제의 기법으로 복합 재료의 적층각 효과를 이용할 수 있음을 알 수 있었다. 아울러, 이방성 압전 재료를 분포 작동기로 사용하여 음장 억제 해석을 수행한 결과 압전 재료의 분포 위치, 분포 면적, 이방성 효과 등이 구조물의 진동 모드와 연성되는 효과가 다르게 나타나므로 이를 적절히 고려함으로써 효과적인 음장 억제 시스템을 구성할 수 있을 것이다. 본 연구의 결과를 살펴보면 단순 지지된 평판의 경우에는 압전 작동기의 위치가 중요하며 외팔 평판의 경우에는 굽힘과 비틀림을 동시에 제어할 수 있는 적층각 효과가 중요한 인자로 작용한다.

참 고 문 헌

- (1) Guigou, C. and Fuller C. R., 1993, "Active Control of Sound Radiation from a Simply Supported Beam : Influence of Bearding Near-Field Waves," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 93, No. 5, pp. 2716~2725.
- (2) Feng, L., 1995, "Active Control of Structurally Radiated Sound using Multiactuator Method," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 98, No. 1, pp. 397~402.
- (3) Song, L., Koopmann, G. H., and Fahyline, J. B., 1991, "Active Control of Acoustic Radiation of a Vibrating Structure using a Superposition Formulation," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 89, No. 6, pp. 2786~2792.
- (4) Yu, J. Y., Kang, W. Y., and Kim, S. J., 1995,

- "Elastic Tailoring of Laminated Composite Plate by Anisotropic Piezoelectric Polymers-Theory, Computation, and Experiment," *Journal of Composite Materials*, Vol. 29, No. 9, pp. 1201~1221.
- (5) Tsai, S. W. and Hahn, H. T., 1980, *Introduction to Composite Materials*, Technomic Publishing Co.
- (6) Lee, C. K., 1990, "Theory of Laminated Piezoelectric Plates for the Design of Distributed Sensors/Actuators. Part I: Governing Equations and Reciprocal Relationships," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 87, No. 3, pp. 1144~1158.
- (7) Bathe, K. J. and Dvorkin, E. N., 1986, "A Four-Node Plate Bending Element Based on Mindlin/Reissner Plate theory and a Mixed Formulation," *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 21, pp. 697~722.
- (8) Bathe, K. J., 1982, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall.
- (9) Junger, M. C. and Feit, D., 1986, *Sound, Structure, and Their Interaction*, 2nd ed., The MIT Press.
- (10) W. S. Hall, 1993, *The Boundary Element Method*, Dordrecht, Boston, Kluwer Academic Publishers.
- (11) C. S. Pates III, U. S. Shirachatti, and C. Mei, 1995, "Sound-Structure Interaction Analysis of Composite Panels using Coupled boundary and Finite Element Method," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 98, No. 2, Pt. 1, pp. 1216~1221.
- (12) Fahy, F., 1985, *Sound and Structural Vibration Radiation, Transmission and Response*, Academic Press.
- (13) M. E. Johnson and S. J. Elliott, 1995, "Active Control of Sound Radiation using Volume velocity Cancellation," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 98, No. 4, pp. 2174~2186.
- (14) C. E. Wallace, 1972, "Radiation Resistance of a Rectangular Panel," *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 51, No. 3, Pt. 2, pp. 946~952.