

〈논 문〉

# 압출공정중 금형 형상 최적화문제에 대한 유전 알고리즘의 적용

정제숙\* · 황상무\*\*

(1996년 5월 20일 접수)

## Application of Genetic Algorithm to Die Shape Optimization in Extrusion

J.S. Chung and S.M. Hwang

### Abstract

A new approach to die shape optimal design in extrusion is presented. The approach consists of a FEM analysis model to predict the value of the objective function, a design model to relate the die profile with the design variables, and a genetic algorithm based optimization procedure. The approach was described in detail, with emphasis on our modified micro genetic algorithm. Comparison with theoretical solutions was made to examine the validity of the predicted optimal die shapes. The approach was then applied to revealing the optimal die shapes with regard to various objective functions, including those for which the design sensitivities can not be determined analytically.

**Key Words :** Genetic Algorithm, Die Shape Optimal Design, Finite Element Model, Reproduction, Crossover, Mutation

### 기호설명

$c, m$  : 재료 상수,  $\bar{\sigma} = c \bar{\epsilon}^m$   
 $f_i$  : 체적력  
 $k$  : 전단 항복 응력  
 $m'$  : 일정 전단 마찰 계수  
 $\mu$  : 쿨롱 마찰 계수  
 $\xi$  : 벌칙상수  
 $n_i$  : 공구 공작물 경계에서 단위 수직 벡터  
 $p$  : 정수압  
 $u_i$  : 속도 벡터  
 $\dot{\epsilon}_{ij}$  : 변형률 속도 텐서  
 $\dot{\epsilon}'_{ij}$  : 편차 변형률 속도 텐서

$\bar{\epsilon}$  : 유효 변형률  
 $\bar{\epsilon}$  : 유효 변형률 속도  
 $\sigma_{ij}$  : 응력 텐서  
 $\sigma'_{ij}$  : 편차 응력 텐서  
 $\bar{\sigma}$  : 유효 응력

## 1. 서 론

Richmond와 Devenpeck<sup>(1)</sup>은 압출공정에서 미끄럼선장법(slip line method)을 금속유동의 수학적 모델에 적용하여 펀치(punch)에 걸리는 하중을 최소화시키는 이상적인 금형의 이론적 형상을 제시하였다. 그러나 그 적용범위가 마찰이 없고 완전 강소성 재료의 평면변형의 경우로 한정되어 있다. 그 후 마찰의 영향, 유동응력의 특성, 재료의 비등방성 그리고, 압출되어진 단면 모양의 복잡성 등을

\* 포항공과대학교 기계공학과 대학원

\*\* 포항공과대학교 기계공학과

고려한 금형 형상의 최적설계 기법이 상계법 (upper bound method)<sup>(2-7)</sup>이나 유한요소법 (finite element method)<sup>(8-12)</sup>을 이용하여 많이 시도 되어 왔다.

최적화 과정에서 시도된 대부분의 경우는 미분치를 바탕으로 접근한다. 그 방법을 간단히 소개하면, 설계변수에 대한 목적함수의 미분치(설계 민감도)를 유한 요소법과 같은 근사방법을 바탕으로 계산하게 되면 이를 바탕으로 목적함수를 최소화 방향으로 유도하는 각 설계 변수의 값들이 계산되는데 보통 급경사법(steepest descent method)과 같은 탐색기법(search scheme)을 사용하여 반복계산한다. 그러나 만약 설계자가 목적함수를 정할 때 설계민감도를 구하기 어려운 경우나 함수의 극값이 여러개 존재하는 경우에는 미분치를 바탕으로 접근하는 방법은 비효율적이거나 어떤 경우는 적용 불가능한 경우도 있다. 이러한 상황에서 유전 알고리즘은 앞서 언급한 문제를 해결하기에 효과적인 대안이라고 생각된다. 유전이론이 소성가공 공정에 적용된 예를 보면 다단신선(multi-pass wire drawing)공정의 최적패스계획(optimal pass schedule)을 찾는데 적용하였고<sup>(13)</sup>, 자동차 부품의 다단 냉간 단조 공정에서 시퀀스설계(sequence design)에 적용된 예<sup>(14)</sup>가 있다.

본 연구에서 최적화 작업을 수행하기 위하여 사용된 프로그램은 크게 두 부분으로 나누어진다. 첫 번째가 본 연구에서 개발한 수정 미세 유전 알고리즘(modified micro genetic algorithm)에 관한 부분이고 두 번째가 각 설계변수에 대한 목적함수를 구하기 위해 벌칙 강-점소성 유한요소법<sup>(15)</sup>을 이용하여 만들어진 유한요소 프로그램이다. 이때 유한요소법을 이용한 프로그램은 입력된 설계변수에 대한 목적 함수값을 구하는 역할밖에 하지 않고 나머지 모든 작업은 유전 알고리즘 부분에서 최적화를 위한 역할을 담당한다. 따라서 해석문제가 바뀌거나 목적함수를 구하는 프로그램이 바뀌어도 유전 알고리즘에 의해 만들어진 프로그램 부분은 크게 바뀌지 않는다. 그러므로 여러 가지 문제에 대한 호환성이 뛰어나다.

본 논문에는 압출공정에서 최적의 금형 형상 설계를 위하여 유전 알고리즘을 바탕으로한 접근방법이 소개되어 있다. 본 연구에서 제시한 유전 알고리즘에 의해 예측된 금형 형상의 타당성을 보이기 위해 이론적인 결과와 비교하였고 편차에 걸리는

하중을 최소화시키는 문제 외에 여러 목적함수에 대한 금형의 최적형상을 찾는 연구도 수행하였다.

## 2. 벌칙 강-점소성 유한요소법

어떤 주어진 시간  $t$ 에서 속도가  $u_i = \bar{u}_i$ 로 주어진 경계영역  $\Gamma u_i$ 와 표면력  $h_i$ 가 주어진 경계영역  $\Gamma h_i$ 를 가진 변형하는 물체의 영역을  $\Omega$ 로 정의하고,  $\Gamma_c$ 는 공구와 물체사이의 경계영역을 나타낸다고 할 때 금속 성형 공정에 대한 경계치 문제는 다음 식들을 만족하는 속도장  $u_i$ 와 정수압  $p$ 를 찾는 문제이다.

평형 방정식 :

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (2.1)$$

구성 방정식 :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \sigma'_{ij} \quad (2.2)$$

$$\sigma'_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \dot{\epsilon}'_{ij} \quad (2.3)$$

(여기서 고온에서 금속 변형의 유동 응력  $\bar{\sigma}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\sigma} = c(\bar{\epsilon}, T) \bar{\epsilon}^{m(\epsilon, T)} \quad (2.4)$$

비압축성 조건 :

$$u_{i,i} = 0 \quad (2.5)$$

경계조건 :

$$\sigma_{ij} n_j = h_i \quad \text{on } \Gamma h_i \quad (2.6)$$

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{on } \Gamma u_i \quad (2.7)$$

$$\sigma_n = -\xi(u_n - \bar{u}_n) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (2.8)$$

쿨롱 마찰의 경우

$$\sigma_t = -\mu \sigma_n g(u_t) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (2.9)$$

일정 전단 마찰의 경우

$$\sigma_t = m' kg(u_t) \quad \text{on } \Gamma_c \quad (2.10)$$

여기서 아래첨자  $t$ 와  $n$ 은 각각 접선과 법선 성분을 나타낸다. 이들은 외향 법선 방향을 양으로 생각한 우수 좌표계에 의해 정의된다. 방정식 (2.8)에서  $\bar{u}_n$ 항은 공구 혹은 금형 속도의 법선 방향 성분을 나타낸다. 그리고  $\xi$ 는 벌칙 상수라고 하는 매우 큰 양의 상수이다.

방정식 (2.9)와 (2.10)에서 함수  $g$ 는 전단 응력

이 정 마찰과 미끄럼 마찰 모두 구현할 수 있도록 선택되어야 한다. 이를 위해 Chen과 Kobayashi<sup>(16)</sup>가 제시한 다음 식을 사용한다.

$$g(u_i) = -\frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{u_i - \bar{u}_i}{a} \right) \quad (2.11)$$

여기서  $u_i$ 는 공구 속도의 접선 방향 성분이고  $a$ 는 매우 작은 양의 상수이다.

위의 경계치 문제와 등가한 약형식(weak form)은 다음과 같이 주어진다. 속도가 결정되어 있는 경계조건  $\Gamma u_i$ 를 만족하는 모든 속도장  $u_i$ 와 모든 압력장  $p$ 중에서 임의의 함수  $\omega_i$ (단,  $\Gamma u_i$ 상에서는 없어짐)와 임의의 함수  $q$ 에 대해서 다음을 만족하는  $u_i$ 와  $q$ 를 찾을 수 있다.

$$\int_{\Omega} \sigma'_{ij} \omega'_j d\Omega - \int_{\Omega} p \omega_{,i} d\Omega - \int_{\Omega} f_i \omega_i d\Omega - \int_{\Omega} u_{i,j} q d\Omega - \int_{\Gamma} \Gamma h_i h_{i,j} \omega_i d\Gamma - \int_{\Gamma_c} \xi (u_n - \bar{u}_n) \omega_n d\Gamma - \int_{\Gamma_c} \mu \xi (u_n - \bar{u}_n) g(u_i) \omega_i d\Gamma = 0 \quad (2.12)$$

여기서  $\omega_{ij} = \frac{1}{2}(\omega_{i,j} + \omega_{j,i})$ ,  $\omega'_{ij} = \omega_{ij} - \frac{\omega_{kk}}{3} \delta_{ij}$ 이다.

유한 요소 이산화 절차에서,  $x_i$ ,  $u_i$ ,  $p$ ,  $\omega_i$ ,  $q$ 는 다음과 같이 근사화 된다.

$$x_i = N_{iL} X_L \quad (2.13)$$

$$u_i = N_{iL} V_L \quad (2.14)$$

$$p = H_M P_M \quad (2.15)$$

$$\omega_i = N_{iL} W_L \quad (2.16)$$

$$q = H_M Q_M \quad (2.17)$$

여기서  $N_{iL}$ 과  $H_M$ 은 유한요소법에서 사용하는 형상함수들이다. 그리고  $X_L$ ,  $V_L$ ,  $P_M$ ,  $W_L$ ,  $Q_M$ 은 형상함수들과 관련된 절점값 혹은 요소값들이다. 이렇게 해서 비선형 대수 유한 요소 방정식들의 집합은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h(V, P, X, C) = 0 \quad (2.18)$$

여기서 벡터  $V$ ,  $P$ ,  $X$ 의 성분은 각각  $V_L$ ,  $P_M$ ,  $X_L$ 이다. 벡터  $C$ 는 공구 속도, 마찰조건, 작업 운도와 같은 공정 조건들을 나타낸다.

유한 요소 해석에서 방정식 (2.18)은 직접 반복 기법 혹은 뉴턴-랩슨 방법에 의해서 주어진 기하학  $X$ 와 공정 조건  $C$ 하에서  $V_L$ 과  $P_M$ 에 대해서 풀리게 된다.

### 3. 설계 모델

최적 금형 형상을 결정하기 이전에, 수학적 모델에 의해서 임의의 금형 형상을 기술하고 그 모델로부터 독립적인 설계변수들을 유도해 낼 필요가 있다. 최적 금형 형상을 얻기 위해 설계변수들의 최적값을 찾아야 한다. 본 연구에서는 5개의 내부 구간을 가지는 큐빅 스플라인(cubic spline)곡선을 사용하였다. 이것은 구간이  $x_i < x < x_{i+1}$ 인 경우에 다음과 같이 표현된다.

$$y(x) = \frac{g_i(x_{i+1}-x)^3}{6h_i} + \frac{g_{i+1}(x-x_i)^3}{6h_i} + \left[ \frac{y_i - g_i h_i}{h_i} \right] (x_{i+1}-x) + \left[ \frac{y_{i+1} - g_{i+1} h_i}{6} \right] (x-x_i) \quad (3.1)$$

여기서,  $h_i = x_{i+1} - x_i$ ,  $y_i = y(x_i)$  그리고  $g_i = y''(x_i)$ 이다.  $g_i$ 의 값은 자료점  $(x_i, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, 6$ 에서  $y$ 의  $C^1$ 연속성 조건에 의해서 결정할 수 있다. 그러므로,  $x_i$ 와  $y_i$ 의 값은 금형 형상을 정의하는 설계 변수로써 간주할 수 있다. 그것들은 Fig. 1-(b), (c)에서  $d_1-d_9$ 로써 나타난다. 편의상 Fig.

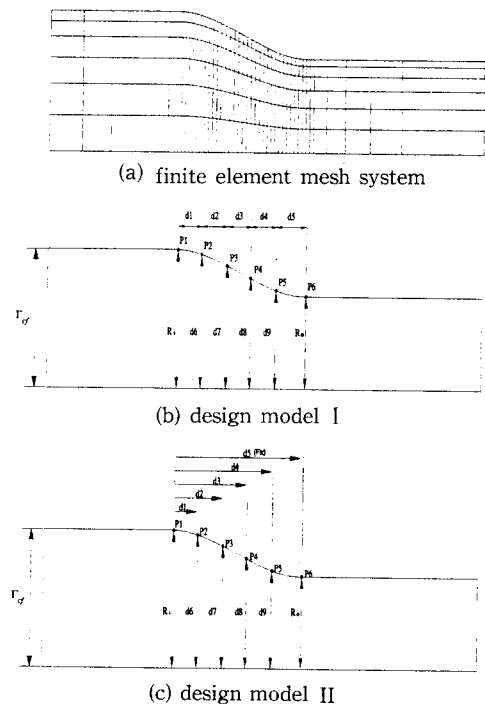


Fig. 1 Typical finite element mesh used for simulation and definition of design variables

1-(b)는 설계모델 I, Fig. 1-(c)는 설계모델 II로 정의하였다. 두 모델의 차이점은 목적함수에 따라 최적의 금형 길이가 존재하는 문제가 있는 반면 금형의 길이가 무한히 긴 것이 최적인 문제가 있다. 설계모델 I의 경우 최적의 길이가 존재하는 문제에 대하여 적용하였고, 설계모델 II의 경우는 금형 길이가 길수록 목적함수 값이 좋아지는 문제에 적용했는데 길이가 무한히 긴 금형은 무의미하므로 금형의 길이를 고정시키고 해석을 수행하였다.

#### 4. 유전 알고리즘

John Holland<sup>(17)</sup>에 의해 처음 소개된 유전 알고리즘은 변수값들이 2진수로 암호화된다. 일반적으로 사용하는 10진수를 2진수로 바꾸는 방법 외에도 10진수를 0과 1의 기호열(string)로 바꾸는 방법들이 존재한다. Table 1에는 그 예로 그레이 코드(gray code)<sup>(18)</sup>라 불리는 방법을 소개하였다. 이 방법은 10진수 값이 1만큼 변하면 여기서는 단지 하나의 비트(bit)만이 바뀌게 된다. 본 연구에서는 그레이 코드를 사용하였으며 이에 대응하는 10진수 값을 얻은 후 사용되는 변수의 범위에 따라 다시 10진수값을 대응시킨다. 이때 대응하는 10진수 값과 실제 변수값과의 관계는 다음과 같다.

**Table 1.** Two different binary representations of integers

Integer	Binary Code	Gray Code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

$$d = \frac{i}{(2^n - 1)} \cdot (d_{\max} - d_{\min}) + d_{\min} \quad (4.1)$$

여기서  $i$ 는 10진수 값이며  $n$ 은 기호열의 길이,  $d_{\min}$ 과  $d_{\max}$ 는 각각 허용되는 실제변수의 최소값과 최대값이다. 유전 알고리즘은 진화가 진행됨에 따라 어떤 개체군으로부터 우성의 개체는 진화되어 살아남고 열성의 개체는 소멸되는 자연선택의 과정을 모방한 것이다. 목적 함수를 최소화시키는 방향으로 유도하는 설계변수들이나 기호열들이 우성의 산물로 남으며 보통 한 세대에는 그 세대 구성원으로  $n$ 개의 문자열의 조합이 존재한다. 널리 사용되고 있는 유전이론중 단순 유전 알고리즘(simple genetic algorithm)<sup>(19)</sup>은 한 세대를 구성하는 개체수가 30 ~ 200개에 이른다. 그러나 대부분의 소성 가공 공정의 컴퓨터 시뮬레이션의 경우 많은 컴퓨터 사용시간이 요구된다. 본 연구에서 개발한 유전 알고리즘은 Krishnakumar<sup>(20)</sup>가 제안한 미세 유전 알고리즘(micro genetic algorithm)의 변형된 형태로 한 세대를 구성하는 개체수가 4개 정도로 작은 구성원을 가지고 진화한다. Fig. 2에서와 같이 본 논문에서 제시된 유전 알고리즘도 다른 종류의 유전 알고리즘과 같이 재생산(reproduction), 교배(crossover), 돌연변이(mutation) 등 3개의 기본단계로 구성되어 있다.

##### • 재생산(reproduction)

현재대로 부터 다음 세대로 진화될  $n$ 개 기호열을 각 개체의 적합도(fitness)에 따라 선택하는 단계이다. 그 결정방법은 주어진  $D_i$ 에 대한 다음의 확률  $P(D_i)$ 를 참고하여 결정한다.

$$P(D_i) = \frac{F(D_i)}{\sum_{i=1}^n F(D_i)} \quad (4.2)$$

여기서  $F(D_i)$ 는 다음과 같다.

$$F(D_i) = \frac{f_{avg}}{f_{\max} - f_{avg}} f(D_i) + \frac{f_{\max} - 2f_{avg}}{f_{\max} - f_{avg}} f_{avg} \quad (4.3)$$

$$f(D_i) = C - g(D_i)$$

$$f_{avg} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(D_i)$$

$$f_{\max} = f(D_i) \text{의 최대값}$$

여기서  $D_i$ 는  $i$ 번째 기호열이며,  $g$ 는  $D_i$ 에 의해 정의된 금형의 형상을 사용하여 유한요소법에 의해 수행된 결과로부터 구한 목적함수이고,  $C$ 는 목적함수보다 충분히 큰 상수이다. 한 세대중 존재하는 목적함수들의 차이가 작을때도  $P(D_i)$ 의 변별력을

높이기 위해  $f(D_i)$ 를 그대로 사용하지 않고  $F(D_i)$ 로 변환시켜  $P(D_i)$ 를 구할때 사용한다.

압출되는 물체가 금형에 완전히 붙어 있기 위해서는 압출되는 방향으로 단면의 반경이 단조감소해야 한다. 이러한 조건을 만족시키기 위해서 만약 압출되는 방향으로 단면의 반경이 증가하는 경우가 생긴다면 적합도(fitness)를 나타내는 값에 다음과 같이 제약을 가하므로 해결할 수 있다.

$$f(D_i) = C - g(D_i) - \xi \sum_k \Delta h_k$$

$$\Delta h_k = d_k - d_{k-1} \text{ if } d_k > d_{k-1}$$

$$= 0 \quad \text{otherwise} \quad (4.4)$$

여기서  $\xi$ 는 매우 큰 양의 상수이다. 본 연구에서는 예비 시뮬레이션을 통하여 미리 목적함수의 차수  $O(g)$ 를 구하였다. 그 다음 벌칙 상수를  $\xi = 10^5 * O(g)$  정도로 선택한다. 경험에 의하면 최적의 금형 형상은 C값이  $O(g)$ 값보다 얼마나 큰지에 대해서는 민감하지 않았다.

• 교배(crossover)

교배 과정은 2가지 단계로 나누어진다. 먼저  $(n+1)$ 개의 개체들로부터  $\frac{n}{2}$ 개 쌍의 문자열을 고른다. 여기서  $(n+1)$ 개는 재생산으로부터 구한  $n$ 개와 현재까지 진화된 가장 적합도가 높은 개체를 합한 수이다. 그 다음 새로운 개체를 만들기 위하여 각 쌍은 다음과 같은 방법으로 교배를 수행한다.

각 쌍에 대하여 기호열의 비트수가  $m$ 개라면 Table 2와 같이 1부터  $(m-1)$  중 임의의  $k$ 값을 선택하고 처음 기호열의  $(k+1)$ 부터  $m$ 까지의 비트들과 두 번째 기호열의 같은 위치에 있는 비트들의

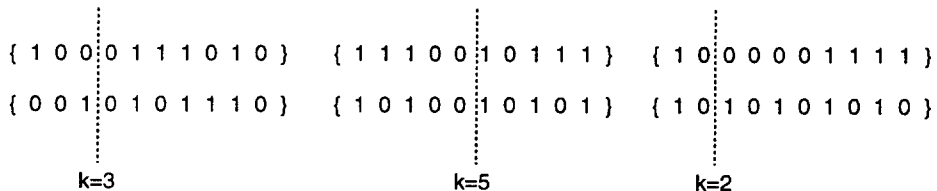
위치를 바꾼다. 만약 한 개체가 여러 개의 기호열 즉 여러개의 설계변수를 가지고 있다면 각각에 대하여  $k$ 값을 결정해야 한다.

• 돌연변이(mutation)

각 개체가 가지는 기호열에서 대응되는 비트가 모두 동일하다면 교배과정으로는 더이상 새로운 개체를 만들지 못한다. 본 단계에서는 각 비트마다 임의로 발생시킨 어떤 수가 미리 주어진 돌연변이 확률 이내에 들어오게 되면 그 비트에 대하여 0은 1로 1은 0으로 바꾸는 작업을 수행한다. Krishnakumar<sup>(20)</sup>가 제안한 미세 유전 알고리즘에는 돌연변이 과정은 포함하지 않았다. 한 세대를 구성하는 개체가 진화하여 어떤 기준(예를 들면 모든 개체가 같은 값으로 진화한 경우)을 만족하면 그 값을 기억하고 있고 새로운  $n$ 개의 개체를 만들어 재생산과 교배과정을 거치는 작업을 반복수행한다. 본 연구에서 개발한 유전 알고리즘은 Fig. 2에 나와 있는 것처럼 처음에는 돌연변이 과정을 포함하지 않고 진화를 하다가 모든 개체가 같은 값으로 진화하게 되면 돌연변이를 포함한 별도의 과정을 거친다. 이 단계에서는 진화된 값이 개선된 값이면 이 과정을 계속하지만 그렇지 않으면 그때까지 제일 좋은 공정은 기억하고 처음으로 돌아가  $n$ 개의 새로운 개체를 발생시켜 재생산과 교배과정을 반복한다. Fig. 3에는 Richmond와 Devenpeck<sup>(1)</sup>가 제안한 모델을 얻기위한 문제에 대하여 미세 유전 알고리즘과 개발된 수정 미세 유전 알고리즘을 사용하여 얻은 진화과정이다. 제안된 알고리즘에 의한 결과가 미세 유전 알고리즘 보다 빠른 수렴성을 보이고 있는데 일단 최적이 아닌 어떤 값에 수렴하게

Table 2. A pair of sets of strings before and after crossover

● a pair of sets of strings before crossover

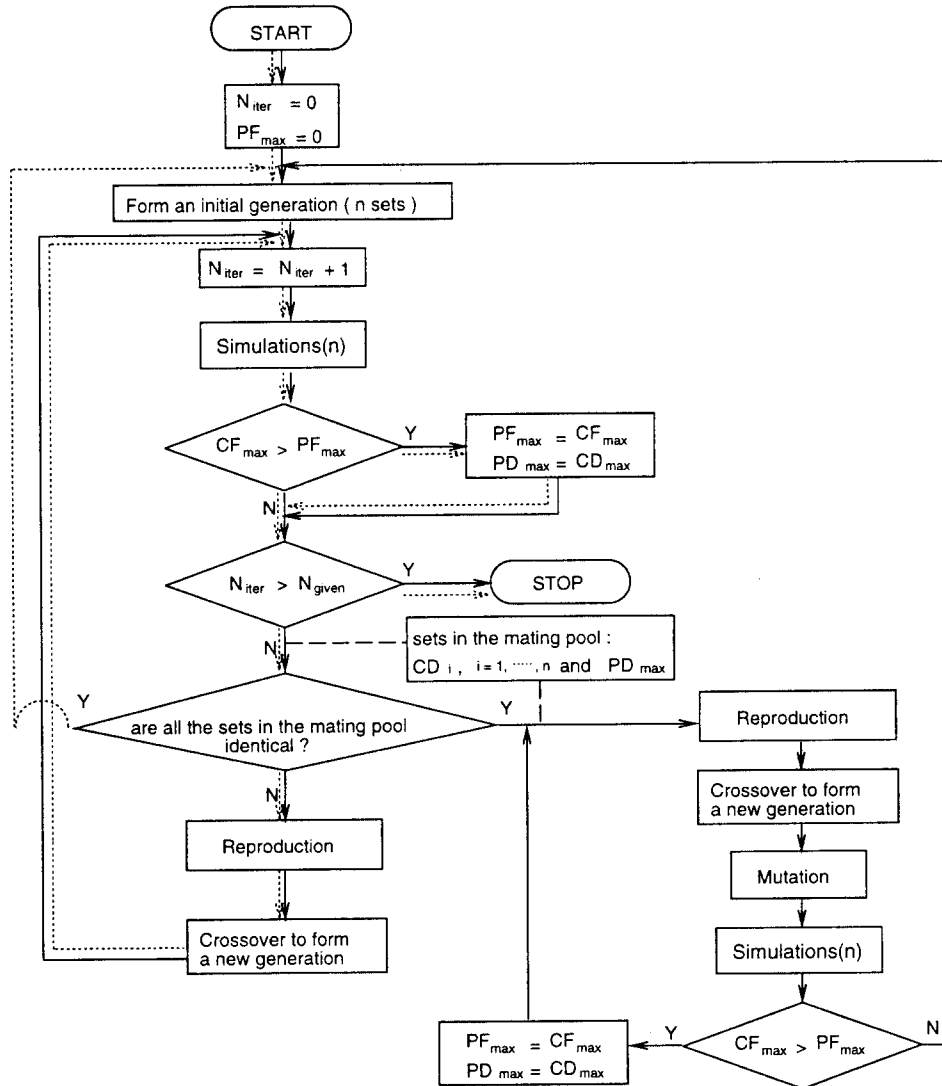


● new sets of strings



되면 바로 새로운 개체를 생성시키는 미세 유전 알고리즘에 비해 개발된 알고리즘은 일단 그 수렴된 값 주위를 먼저 찾고 찾지 못할 경우 새로운 값을

찾으므로 빠른 진화과정을 보이고 있음을 알 수 있다. 유전 알고리즘은 많은 부분에서 난수(random variable)를 발생시켜 사용하므로 매번 같은 진화



- n : number of sets in one generation
- N<sub>iter</sub> : Iteration Number
- N<sub>given</sub> : maximum number of iteration allowed
- PF<sub>max</sub> : maximum fitness value in the previous generation
- PD<sub>max</sub> : the set associated with PF<sub>max</sub>
- CF<sub>max</sub> : maximum fitness value in the current generation
- CD<sub>max</sub> : the set associated with CF<sub>max</sub>
- CD<sub>i</sub>, i=1, ..., n : newly reproduced sets

Fig. 2 Modified micro genetic algorithm for die shape optimal design in extrusion(dotted line represents conventional micro genetic algorithm)

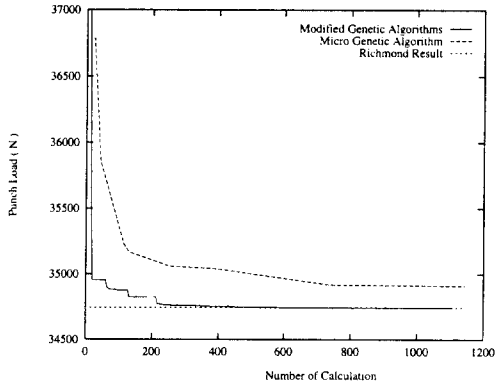


Fig. 3 Convergence characteristics of micro genetic algorithm and our scheme(objective function is punch load)

과정을 보이지는 않으나 그 경향은 크게 바뀌지 않았다.

### 5. 결과 및 논의

본 연구에서 개발된 유전 알고리즘의 신뢰도를 검증하기 위한 예제를 제시하였다. 목적함수 선정이 용이함을 보이기 위하여 여러 가지 목적함수에 대하여 해석을 수행하였고, 재료의 종류에 특별한 제약은 받지 않음을 보이기 위하여 유효 응력이 유효 변형률 속도의 함수인 재료와 유효 변형률의 함수인 각각의 재료에 대하여 해석을 수행하였다.

다음은 압출공정의 여러 가지 문제에 대하여 최적화 작업을 수행한 결과이며 유전 알고리즘의 신뢰도와 호환성을 검증하고 있다.

• 예제 1-편치에 걸리는 하중의 최소화

결과의 신뢰도를 검증하기 위하여 제안된 유전 알고리즘에 의하여 얻어진 최적의 금형 형상과 Richmond와 Devenpeck<sup>(1)</sup>에 의해 제시된 마찰이 없고 완전 강소성재료의 평면변형 압출의 경우에 대한 이론적인 금형 형상과 비교하였다. Richmond와 Devenpeck에 의해 구해진 금형의 형상은 그 목적함수가 편치에 걸리는 하중을 최소화하는 문제이다. 본 예제의 경우도 목적함수는 편치에 걸리는 하중을 최소화시키는 것이며 식(2.8)에 나와 있는 경계조건을 만족하는 응력의 법선 성분을 편치와 접촉하고 있는 영역에 대하여 적분하면 크기는 편치에 걸리는 하중과 같고 방향이 반대인 값이

나오므로 목적함수는 다음과 같이 정의할수 있다.

$$g = \int \Gamma_{cf} \xi (u_n - \bar{u}_n) d\Gamma \quad (5.1)$$

여기서 적분구간  $\Gamma_{cf}$ 는 편치와 소재가 접촉한 경계영역을 말한다.

유전이론에 의한 최적화 과정은 다음의 조건하에서 이루어진다.

금형의 입구측 두께,  $H=60$  mm

금형의 출구측 두께,  $h=22.07276$  mm ( $H/h=e$ )

설계변수의 범위(설계모델 II 사용)

$$d_5 = 78.96362 \text{ mm} (d_5 = 1.5H - H/2e)$$

$$0 \text{ mm} < d_1, d_2, d_3, d_4 < 78.96362 \text{ mm}$$

$$11.03638 \text{ mm} < d_6, d_7, d_8, d_9 < 30 \text{ mm}$$

한 세대당 개체수 (population size) = 4

기호열 하나당 비트수 = 30

돌연변이 확률 = 0.02

이 문제는 마찰이 없는 이상적인 문제이므로 이 경우 금형의 길이를 고정하지 않으면 그 해가 하나가 아니므로 금형의 길이를 이론적으로 구한 금형의 길이로 고정시켰다. 입측 두께를 H라 하고 출측 두께를 h라 했을 때 이 모델의 경우  $H/h=e$ 의 관계를 가지며 이때 금형의 길이는  $1.5H-H/2e$ 이다. 최적화 작업에서는 이들 값은 미리 주어지고 설계변수는 금형의 모양을 큐빅 스프라인 곡선으로 구현하기 위한 5개 구간의 좌표로 사용된다.

수렴특성을 보면 Fig. 3에 나타난 바와 같이 300번의 반복계산까지는 빠르게 수렴하지만, 그 이후에는 느린 수렴속도를 보이고 있다. 해석수행에 소요된 시간은 대략 Hewlett Packard 735로 12시간 정도 걸렸다. Fig. 4에 나타난 바와 같이 예측된

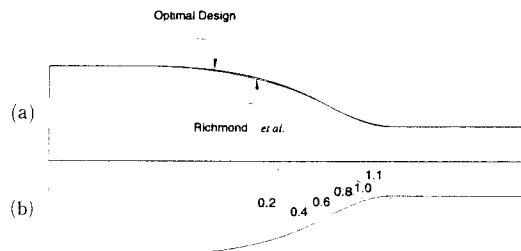


Fig. 4 Comparison of analytical result with predicted optimal result for Richmond and Devenpeck model, (a) die shapes, (b) effective strain distributions

금형 형상은 이론적인 형상과 잘 일치한다. 압출되는 단면에서 유효변형률의 분포도 이론치의 1.1547에 가까운 1.1338~1.1486 범위의 값을 나타내고 있다.

앞의 경우와 같은 목적함수에 대하여 식 (5.2)와 같은 특성을 가지는 알루미늄 재료를 단면이 축대칭인 압출 공정에 대하여 적용하였다. 알루미늄의 가공경화 특성은 다음과 같은 조건을 가진다.

$$\bar{\sigma} = 106.86 \cdot \left(1 + \frac{\bar{\epsilon}}{0.3193}\right)^{0.34} MPa \quad (5.2)$$

- 금형의 입구측 지름=60 mm
- 금형의 출구측 지름=40 mm
- 마찰계수  $\mu=0.1$
- 설계변수의 범위(설계모델 I 사용)
  - $0 \text{ mm} < d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 < 10 \text{ mm}$
  - $20 \text{ mm} < d_6, d_7, d_8, d_9 < 30 \text{ mm}$
- 한 세대당 개체수 (population size)=4
- 기호열 하나당 비트수=30
- 돌연변이 확률=0.02

Fig. 5에서는 최적화된 금형의 형상과 유효변형률 분포가 나타나 있다. 목적함수가 앞의 문제와 같지만 마찰이 존재하는 압출공정에 대한 해석이므로 이 경우 최적의 길이가 존재하였고 편지에 걸리는 하중이 작다는 것은 금속 흐름이 원활하다는 의미이므로 출구측에서 반경방향의 유효변형률 차이가 비교적 적음을 알 수 있다.

• 예제 2-유효변형률 균일화

만약 목적함수를 편지 하중대신 변형의 불균일정도로 둔다면 더욱 균일한 변형률 유도하는 금형의

	X Coordinate	Y Coordinate
P1	0.0000	30.0000
P2	9.0801	28.0209
P3	11.5635	26.8843
P4	17.2248	24.3853
P5	21.6969	22.1250
P6	29.3261	20.0000

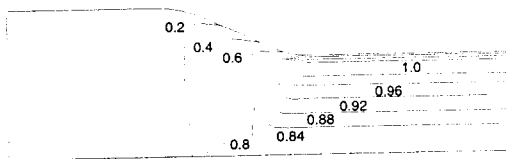


Fig. 5 Predicted optimal die shape and effective strain distributions in extrusion(objective function is punch load)

형상을 찾을 수 있을 것이다. 그러한 목적함수로 가능한 방법은 출구측 단면에서의 유효변형률 분포의 분산값 즉

$$g = \sqrt{\frac{\int_{A_e} (\bar{\epsilon} - \bar{\epsilon}_{avg})^2 dA}{A_e}} \quad (5.3)$$

여기서

$$\bar{\epsilon}_{avg} = \frac{1}{A_e} \int_{A_e} \bar{\epsilon} dA$$

$A_e$ 는 압출되는 단면의 면적

를 최소화하는 것이다. 다음은 본 연구에서 고려된 조건들이다. 유효 응력이 유효 변형률 속도의 함수인 재료에 대하여 다음과 같은 간단한 관계식을 가진다고 가정하였다.

구성방정식 :

$$\bar{\sigma} = 1.0 \cdot \bar{\epsilon}^{0.1} MPa \quad (5.4)$$

- 금형의 입구측 지름=60 mm
- 금형의 출구측 지름=40 mm
- 마찰계수  $\mu=0.1$
- 설계변수의 범위 (설계모델 II 사용)
  - $d_5 = 30, 40, 50 \text{ mm}$
  - $0 \text{ mm} < d_1, d_2, d_3, d_4 < 30, 40, 50 \text{ mm}$
  - $20 \text{ mm} < d_6, d_7, d_8, d_9 < 30 \text{ mm}$
- 한 세대당 개체수 (population size)=4
- 기호열 하나당 비트수=30
- 돌연변이 확률=0.02

미리 조사된 바로는 최적화를 수행할수록 금형의 길이가 길어진다. 즉 최적화된 금형의 길이는 무한대가 된다. 이러한 경우 길이가 매우 긴 금형의 경우 비경제적이므로 설계자는 금형 형상을 최적화하기 전에 길이(설계모델 II의  $d_5$ )를 고정시켜야 한다. 본 연구의 경우 세 가지 다른 금형의 길이(30, 40, 50 mm)에 대하여 해석을 수행하였다. Fig. 6에서 보는 바와 같이 금형 형상의 최적화를 통하여 얻어진 유효변형률의 분포가 변형의 균일화라는 관점에서 볼 때 훌륭한 결과를 얻을 수 있었다. 또 Fig. 6에서 보는 바와 같이 금형의 길이가 길수록 변형의 균일정도도 좋아짐을 확인할 수 있다.

• 예제 3-금형에 걸리는 최대 입력의 최소화

금형에 과다하게 걸린 압력은 금형의 마모에 영향을 미치므로 그 값을 줄이는 것은 중요한 일이



압출공정중 금형 형상 최적화문제에 대한 유전 알고리즘의 적용

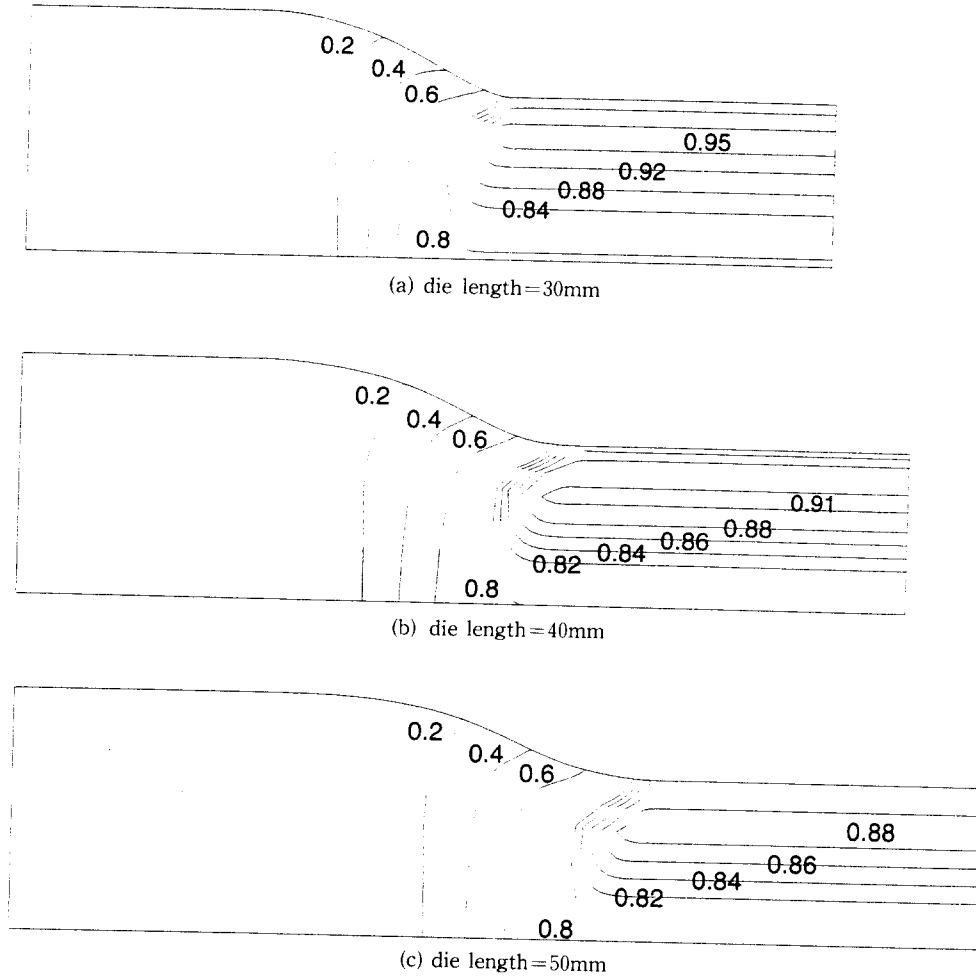


Fig. 6 Predicted optimal die shapes and effective strain distributions in extrusion(objective function is standard deviation of the effective strain distributions)

다. 이러한 관점에서 본 최적화 기법을 통하여 이상적인 금형의 모양을 찾을 수 있을 것이다. 금형의 마모는 일반적으로 금형에 걸리는 압력이 최대가 되는 지역에 집중되므로 이 경우 목적함수는 금형 표면을 따라 작용하는 압력의 최대치이며 이 값을 최소화하기를 원한다. 이때 금형표면을 따라 작용하는 압력값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$g = \xi (\overline{u_n} - \overline{u_n}) \quad (5.5)$$

다음의 조건하에서 최적화 작업이 이루어진다. 유효 응력이 유효 변형률 속도의 함수인 재료에 대하여 다음과 같은 간단한 관계식을 가진다고 가정하였다.

구성방정식 :

$$\overline{\sigma} = 1.0 \cdot \overline{\epsilon}^{0.1} \text{ Mpa} \quad (5.6)$$

금형의 입구측 지름=60 mm

금형의 출구측 지름=40 mm

마찰계수  $\mu=0.1$

설계변수의 범위 ( 설계모델 I 사용 )

$0 \text{ mm} < d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 < 30, 40, 50 \text{ mm}$

$20 \text{ mm} < d_6, d_7, d_8, d_9 < 30 \text{ mm}$

한 세대당 개체수 (population size)=4

기호열 하나당 비트수=30

돌연변이 확률=0.02

Fig. 7에는 금형 표면에 걸린 압력의 최소화를

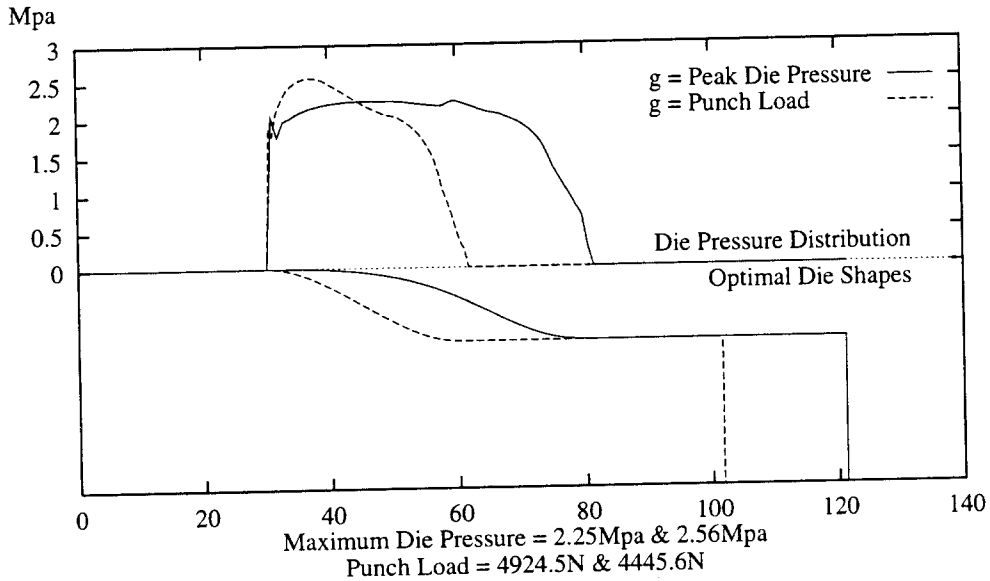


Fig. 7 Predicted optimal die shapes and pressure distributions along the die surface(objective function is peak die pressure(solid line) and punch load(dotted line))

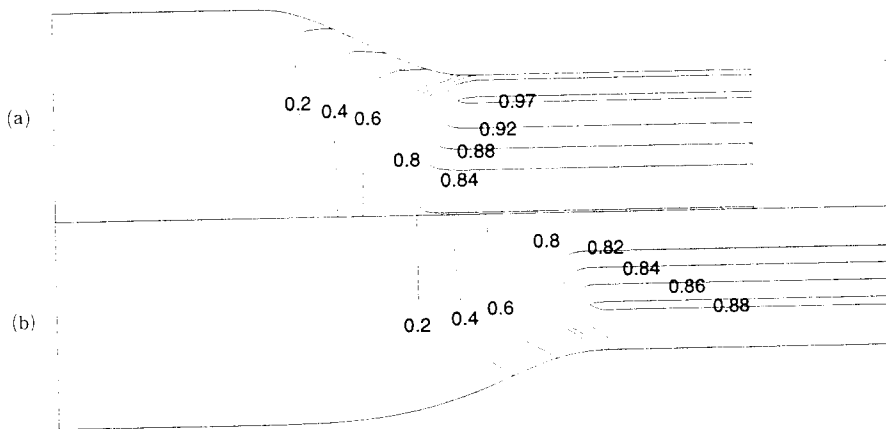


Fig. 8 Predicted optimal die shapes and effective strain distributions in extrusion(objective function is punch load(a) and peak die pressure(b))

통하여 얻어진 금형과 펀치에 걸리는 하중을 최소화하는 문제에서 구한 금형의 형상과 압력의 분포가 나와있다.

최적화된 금형의 길이가 긴 금형에 걸리는 하중을 최소화하는 문제의 경우 최대값이 입구로부터 멀리 떨어져 있으며 금형 표면을 따라 어느 정도 균일한 분포를 보이고 있다. 반면 펀치에 걸리는 하중을 최소화하는 경우 압력의 최대값이 입구측과

가까운 지점에서 발생하며 금형 표면을 따라 걸리는 압력값도 확연한 차이를 보이고 있다. 두 경우 압력의 최대값과 펀치에 걸리는 하중의 차이를 고려할 때 압력의 최대값은 전자가 7.5% 낮으며 반면 펀치에 걸리는 하중은 10%정도 증가하였다. Fig. 8에서 알 수 있듯이 변형의 균일정도를 보면 금형의 길이가 긴 전자의 경우가 더 좋은 결과를 보이고 있다.

## 6. 결 론

압출공정중 금형 형상의 최적화를 위하여 유한요소법과 유전 이론을 이용한 방법을 제시하였고 접근 방법의 타당성을 보이기 위해 이론해가 알려져 있는 문제에 대하여 해석을 수행한후 비교 검증하였다. 또 여러 가지 목적함수에 대하여 해석 방법과 그 결과를 논의 하였다. 목적함수가 편치에 걸리는 하중의 최소화인 경우 마찰이 존재하는 일반적인 압출 공정에 대해서는 최적의 금형 길이가 존재하였다. 금형 표면에 걸리는 최대 압력값을 최소화시키는 문제에서 예측된 금형의 길이는 편치에 걸리는 하중을 최소화하는 모델보다 길었으며 압력 분포도 비교적 고르게 나타났다. 품질 향상 측면에서 볼 때 출측에서의 유효변형률 균일화는 의미있는 결과인데 이 경우 금형의 길이가 길수록 좋은 결과를 보이므로 적당한 길이를 고정시키고 금형형상을 최적화하여야 한다. 본 연구와 같은 접근방법의 주된 장점은 목적함수의 선택이 용이하다는 것이다. 앞서 여러 가지 예제에서 볼 수 있듯이 주어진 설계변수에 대하여 목적함수 이외의 어떤 정보도 유전이론에서는 요구되지 않는다. 그러므로 미분값을 바탕으로 하는 방법에서 필요한 설계민감도와 같은 값은 필요가 없다. 따라서 요구되는 목적함수 값을 구할수 있는 방법만 있으면 어느 문제나 적용이 가능하다. 또 서론에서 언급했듯이 이미 가지고 있는 해석 프로그램을 최적화 문제를 수행하기 위한 프로그램으로 바꾸기가 쉽다는 점도 또 하나의 장점이라 할 수 있다.

단점으로는 수많은 반복 계산에 소요되는 컴퓨터 사용시간이 지적된다. 그러나 진화과정에서 볼 수 있었듯이 최적값 근처까지는 빠른 수렴속도를 보이고 있으며 어느 정도 진화되어 최적의 상태 근처에 도달하게 되면 계산시간에 비해 개선의 정도가 많지 않으므로 적당한 시점에서 진화를 중단할 필요가 있다. 또 나날이 발전하는 컴퓨터의 성능과 해석해야 할 많은 문제들을 고려할 때 본 연구에서 제시한 방법은 압출공정에서 효율적인 수단으로 이용될 수 있을 것이다.

## 참고문헌

(1) Richmond, O. and Devenpeck, M. L., 1962, "A

Die Profile for Maximum Efficiency in Strip Drawing," 4 th U. S. Cong. Appl. Mech., p. 1053.

(2) Nagpal, V., Billhardt, C. H. and Altan, T., 1979, "Lubricated Rxtrusion of "T" Sections from Aluminum, Titanium and Steel Using Computer-Aided Techniques," J. Engng Ind., Vol. 101, p. 319.

(3) Cho, N. S. and Yang, D. Y., 1982, "Analysis of Hydrofilm Extrusion through Optimized Curved Dies," Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, p. 589.

(4) Yang, D. Y., Han, C. H. and Kim, M. U., 1986, Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, p. 517.

(5) Han, C. H., Yang, D. Y. and Kiuchi, M., 1986, Int. J. Mech. Sci., Vol. 28, p. 201.

(6) Han, C. H. and Yang, D. Y., 1988, Int. J. Mech. Sci., Vol. 30, p. 13.

(7) Sheu, J. J. and Lee, R. S., 1991, "Optimum Die Surface Design of General Three Dimensional Section Extrusions by Using a Surface Model With Tension Parameter," Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol. 31, No. 4, p. 521-537.

(8) Kusak, J. and Thompson, E. G., 1989, "Optimization Techniques for Extrusion Die Shape Design," Int. Conf. on Numer. Methods in Ind. Forming Processes, p. 569~574.

(9) Balaji, P. A., Sundarrajan, T. and Lai, G. K., 1991, "Viscoplastic Deformation Analysis and Extrusion Die Design by FEM," J. Appl. Mech., Trans. ASME, Vol. 58, p. 644~650.

(10) Joun, M. S. and Hwang, S. M., 1993, "Optimal Process Design in Steady-State Metal Forming by Finite Element Method-II. Application to Die Profile Design in Extrusion," Int. J. Mach Tools Manufact., Vol. 33, p. 63~70.

(11) Joun, M. S. and Hwang, S. M., 1993, "Die Shape Optimal Design in Extrusion of Elliptical and Rectangular Cross-Sections From Round Bars by the Finite Element Method," Trans. NAMRI/SME, Vol. XXI, p. 59~63.

(12) 변 상민, 황 상무, 1994, "유한요소법에 의한 이중 금속봉 압출 공정의 금형 형상 최적설계," 한국소성가공학회지, 제3권, 제3호, p. 302~319.

(13) Roy, S., Ghosh, S. and Shivpuri, R., 1996, "Optimal Design of Process Variables in Multi

- Pass Wire Drawing by Genetic Algorithms," Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 118, p. 244~251.
- (14) Duggirala, R., Shivpuri, R., Kini, S., Ghosh, S. and Roy, S., 1994, "Computer Aided Approach for Design and Optimization of cold Forging Sequences for Automotive Parts," Journal of Material Processing Technology, Vol. 46, p. 185~198.
- (15) Hwang, S. M. and Joun, M. S., 1992, "Analysis of Hot-Strip Rolling by a Penalty Rigid-Viscoplastic Finite Element Method," Int. J. Mech. Sci., Vol. 34, No. 12, p. 971~984.
- (16) Chen, C. C. and Kobayashi, S., 1978, "Rigid Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression, Application of Numerical Methods to Forming Processes," ASME Publication, AMD. Vol. 28, p. 163.
- (17) Holland, J. H., 1975, Adaptation in Natural and Artificial Systems, University of Michigan Press, Ann Arbor.
- (18) Hollstein, R. B., 1971, Artificial Genetic Adaptation in Computer Control System, Doctoral dissertation, University of Michigan.
- (19) Goldberg, D. E., 1988, Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison Wesley Publishing Company.
- (20) Krishnakumar, K., 1989, "Micro Genetic Algorithm for Stationary and Nonstationary Function Optimization," SPIE Proceedings, Vol. 1196, p. 289~296.