

탄성계수 측정법 및 그 응용

이재철* · 김영만** · 이호인*

1. 서 론

영률은 재료내의 원자와 원자, 이온과 이온사이의 결합력과 관련된 재료 고유의 물리적 특성이다. 세라믹재료의 영률이 일반적으로 금속재료의 영률보다 높다는 사실도 이러한 원자간 결합력의 차이로 설명되어 진다. 원자간 결합력은 두 원자사이의 거리에 따라 변하므로 단결정에서의 영률은 결정방향에 따라 최대 약 30% 정도의 차이를 보인다. 그러나 대부분의 상업용 소재는 다결정이며, 또한 이 경우 미량의 합금원소가 첨가되어도 모재원자 사이의 결합력은 크게 변하지 않으므로 재료의 방향이나 조직변화에 따른 영률의 변화도 크지 않다. 예로서 문헌에 나타난 Al 합금의 영률은 합금원소나 가공방법에 따라 다소 차이가 있으나 66-73 GPa 정도의 범위내에 있다. 일반적으로 다결정 재료의 영률은 재료의 가공 및 열처리에 의한 미세조직(집합조직, 전위, 석출물 등)에 따라 약 10% 정도의 변화를 보인다. 이러한 변화는 가공에 의한 재료의 기계적특성의 변화량(예로서 압연한 70/30 황동의 항복강도는 소둔재의 항복강도에 비하여 2-3배 높다)과 비교하여 볼 때 비교적 작은 값이다. 공학적인 의미로서의 탄성계수는 구조해석 분야에서 반드시 필요한 입력 데이터로 이용되어 왔으며, 재료분야에서도 재료내에서 일어나는 여러 현상을 설명하기 위한 기본 물성값으로 이해되고 있다. 더욱이 최근 복합재료, 박막 등의 신소재 개발에 관련하여 신뢰성과 재현성이 있는 탄성계수의 측정방법이 절실히 요구되고 있다.

탄성계수의 측정 방법은 일반적으로 정적인 방법

과 동적인 방법으로 분류할 수 있다. 정적인 측정 방법은 스트레인 게이지를 붙인 시편에 일정한 외력을 가한 후 이에 상응되는 변형량을 측정하여 탄성계수를 구하는 방법이다. 반면에 동적인 측정방법으로는 음파 또는 가벼운 기계적 충격(Impluse)을 가하여 시편의 공명주파수를 찾아냄으로써 탄성계수를 측정하는 음향공진법(Sonic resonance test)과 음파를 시편에 통과시켜 시편에서 발생한 반향음을 이용하여 탄성계수를 측정하는 초음파 에코 중첩법(Pulse echo overlap) 등이 있다. 본 고에서는 탄성계수의 정적인 측정법과 동적인 측정법에 대하여 간단히 기술하고, 현재 일반적으로 널리 쓰이는 동적탄성계수 측정법중 음향공진법의 응용 실례를 검토하여 보기로 한다.

2. 탄성계수 측정 방법

2.1 정적인 측정방법

정적인 방법에 의한 탄성계수 측정법은 여러 가지가 있으나 일반적으로 스트레인 게이지를 이용한 인장, 굽힘, 그리고 비틀림 시험법이 많이 사용된다. 이 방법중 인장 및 굽힘시험에 의한 시험법은 영률과 포이슨비를 직접 측정할 수 있고, 비틀림 시험법은 강성계수만을 측정할 수 있다. 그러나 비틀림과 더불어 굽힘응력을 가하면 재료의 강성계수, 영률, 및 포이슨 비를 동시에 측정할 수 있다. 이러한 정적인 시험을 하기 위하여 적절한 형태로 가공된 시편, 스트레인 게이지, 그리고 변형량 지시계(Strain indicator)가 필요하다.

• 인장시험 — 먼저 단면적이 A_0 인 사각단면을 가진 판상형태의 인장시편을 준비하여 시편의 한쪽 끝을 Fig. 1과 같이 지지대에 고정 시키고 다른 한쪽에는 무게추를 사용하여 외부하중을 가할 수 있

*한국과학기술연구원 금속연구부

**전남대학교 금속공학과

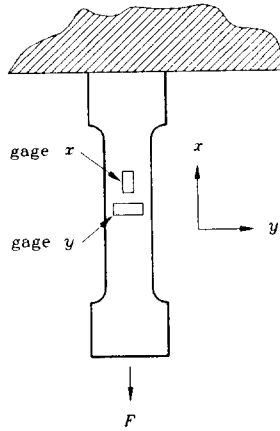


Fig. 1 A schematic showing tensile test setup for measuring Young's modulus and Poisson's ratio

도록 추걸이를 마련한다. 두 개의 스트레인 게이지를 시편의 길이방향(x)과 폭방향(y)으로 서로 직각되게 시편의 표면에 붙인후 무게가 측정된 추를 추걸이에 올려놓은 후 이에 상응하는 변형량 ϵ_x 와 ϵ_y 를 변형량 지시계로 부터 읽는다. 이때 시편의 길이 방향으로 작용된 응력은 $\sigma_x = F/A_0$ 의 형태로 주어지므로 여러 다른 무게를 시편에 올려 놓고 여기에 대한 변형량을 읽어 σ_x 와 ϵ_x 의 상관관계를 최소자승법 (least squares method)으로 구하여 그래프의 기울기로 부터 영률을 구한다.

Fig. 2는 6061 Al에 대하여 인장시험법으로 측정 한 응력-변형률의 관계를 최소자승법으로 구하여

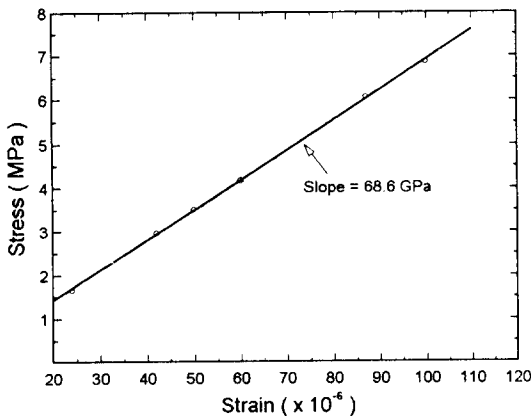


Fig. 2 A graph showing measurement of Young's modulus using least squares fitting on the measured stress and strain from tensile testing.

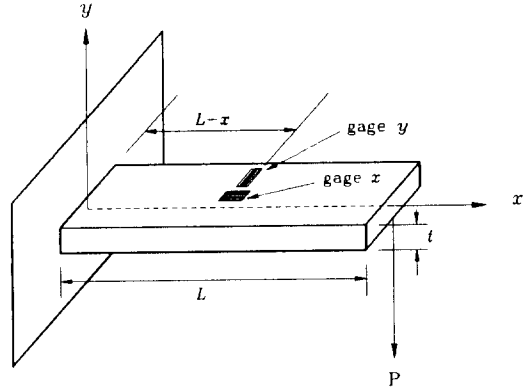


Fig. 3 A schematic showing bending test setup for measuring Young's modulus and Poisson's ratio.

영률을 측정할 예를 보여준다. 포이슨 비의 경우도 영률의 경우와 같은 방법으로 측정된 두 변형량 ϵ_x 와 ϵ_y 를 그래프에 그린 후 그래프의 기울기인 $\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x}$ 에서 구할 수 있다. 강성계수(G)는 재료가 등방성일 경우 측정된 영률(E)과 포이슨 비(ν)를 식(1)에 대입하여 구한다.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1)$$

• 굽힘시험 — 두께 t , 폭 b , 길이 L 의 치수를 가진 막대모양의 시편 한쪽 끝을 Fig. 3과 같이 시편 지지대에 고정 시키고 다른 한쪽에는 외부하중을 가할 수 있도록 추걸이를 마련한다. 시편의 표면에 두 개의 스트레인 게이지를 시편의 길이방향(x)과 폭방향(y)으로 서로 직각되게 붙인후 무게를 알고 있는 추를 추걸이에 올려놓고 이에 상응하는 변형량 ϵ_x 와 ϵ_y 를 직접 변형량 지시계로 부터 읽는다. 이때 시편의 길이 방향(x)으로 작용된 응력 σ_x 는 식(2)에 의하여 계산된다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{M_y}{I} \\ &= \frac{P(L-x) \cdot t/2}{1/12 \cdot b t^3} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 M 은 시편에 가한 굽힘 모멘트, y 는 시편의 neutral plane에서 스트레인 게이지까지의 거리, I 는 시편의 단면 이차 모멘트로서 직사각형 단면의 경우 $1/12 \cdot b t^3$ 이며, x 는 시편이 고정된 곳으로부터 스트레인 게이지까지의 거리, P 는 굽힘하중값이다. 영률과 포이슨 비를 구하기 위한 이후의

절차는 인장시험의 경우와 동일 하다.

• 비틀림시험 — 이 시험법은 관이나 봉상형태로 가공된 재료의 강성계수를 직접 측정할 수 있는 방법으로서, 세 개의 스트레인 게이지를 60°나 45°의 각도로 시편의 표면에 붙힌후 Fig. 4와 같이 시편의 한쪽 끝인 A 지점에 비틀림 모멘트(T)를 가하여 강성계수를 측정하는 방법이다. 먼저 모멘트에 의하여 봉상시편의 표면에 작용되는 전단응력 τ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\tau = \frac{Tr_o}{J} \quad (3)$$

여기서 T는 시편에 작용된 비틀림 모멘트, r_o 는 시편의 반경, 그리고 J는 관성 모멘트(Polar moment of inertia)로서 반경 r_o 의 봉상시편의 경우 $J = \frac{\pi r_o^4}{2}$ 로 주어진다. 그런데 강성계수를 구하기 위해서는 τ 외에 전단변형률 γ 가 필요한데, 각각의 스트레인 게이지로 부터 측정된 변형률은 수직변형률(ϵ)이기 때문에 측정된 수직변형률을 전단변형률(γ)로 변환시켜야 한다. 이러한 작업으로서 다음과 같은 좌표 변환식을 이용하여 측정된 수직변형률에서 전단변형률을 계산한다.

$$\begin{pmatrix} \epsilon'_x \\ \epsilon'_y \\ \frac{\gamma'_{xy}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \cos^2\theta \\ \cos^2\theta & \cos^2\theta \\ -\cos\theta\sin\theta & \cos\theta\sin\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{pmatrix} \quad (4)$$

45°스트레인 로셋(rossette)을 사용할 경우 식(4)에서 $\epsilon'_x = \frac{1}{2}(\epsilon_x + \epsilon_y + \gamma_{xy})$ 의 형태로 되고, 따라서 비틀림모멘트에 의한 전단변형률 γ_{xy} 는 식(5)를 이용하여 구하여진다.

$$\gamma_{xy} = 2\epsilon'_x - \epsilon_x - \epsilon_y \quad (5)$$

여기서 ϵ'_x , ϵ_x , ϵ_y 는 X' , X , 그리고 y 축으로 측정된 수직변형률이다. 그러나 비틀림 시험법을 사용할 경우 시편에 순수한 비틀림 모멘트만을 가하는데 실험적인 어려움이 따르며 또한 영률을 측정할 수 없기 때문에 일반적으로 스트레인 로셋을 봉상시편의 윗면 중앙부에 붙힌 후 Fig. 4의 B 지점에 하중을 작용시킴으로써 비틀림과 굽힘 모멘트

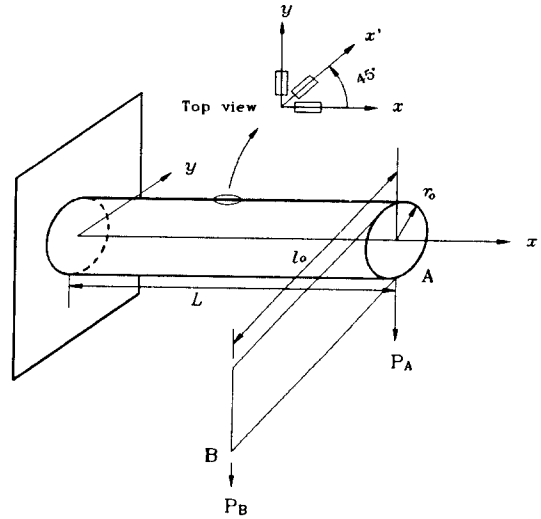


Fig. 4 A schematic showing twisting and bending test setup for simultaneous measurements of Young's modulus, shear modulus, and Poisson's ratio.

를 동시에 가한다. 비록 굽힘 모멘트를 시편에 작용시켰어도 굽힘 모멘트에 의한 시편의 윗면중앙부에 발생되는 응력은 수직응력이기 때문에 전단응력의 크기에는 영향을 주지 않는다. 그러나 스트레인 로셋에서 읽은 세 성분의 수직변형률의 경우는 비틀림 모멘트 이외에 굽힘 모멘트에 의해서도 변하게 되므로 식(5)를 직접 사용할 수 없게 된다. 따라서 굽힘 모멘트에 의한 변형률 성분을 제거하고 순수 비틀림 모멘트에 의한 전단 변형률만을 얻기 위하여, B 지점에 하중을 가하여 얻은 변형률에서 A 지점에 굽힘 모멘트만을 가하여 얻은 변형률을 식(6)에 의하여 제거시켜야 한다.

$$\gamma_{xy} = (2\epsilon'_x - \epsilon_x - \epsilon_y)_B - (2\epsilon'_x - \epsilon_x - \epsilon_y)_A \quad (6)$$

강성계수는 식(3)에서 계산한 τ 와 식(6)으로 부터 측정된 γ_{xy} 를 이용하여 인장시험의 경우와 유사한 방법으로 계산한다. 또한 탄성계수는 시편의 A 지점에서 굽힘 모멘트를 작용시켰을 때 측정된 ϵ_x 와 식(2)에 의하여 계산된 수직응력 σ_x 를 사용하여 구한다. 이때 식(2)에서 y 는 $y = r_o/2$ 이며 시편의 단면형상이 원형이기 때문에 이차 모멘트는 $I = \frac{\pi r_o^4}{4}$ 를 사용한다.

2.2 동적인 측정방법

앞서 기술한 정적인 방법에 의한 탄성계수 측정

방법은 일반적으로 측정치의 정밀성과 재현성이 떨어지고, 측정에 많은 시간이 소요되며, 시편의 크기가 비교적 커야 한다는 단점이 있다. 반면에 음향공진법이나 임펄스측정법과 같은 동적인 탄성계수 측정방법은 비교적 짧은 시간내에 재현성있게 재료의 영률과 강성계수를 동시에 측정할 수 있고, 고온에서도 측정이 비교적 용이하다. 음향을 사용하여 재료의 영률을 측정할 수 있는 기본적인 배경은 인장하중(F)이 가해진 선밀도(P)인 재료 내를 전파하는 음파(flexural wave)의 속도(v)를 표현한 식(7)에 의하여 설명되어질 수 있다.

$$v = \sqrt{\frac{F}{P}} \quad (7)$$

식(7)의 양변을 제곱한 후 우변의 F 와 P 를 면적으로 나눈후 정리하면 식(8)와 같은 형태로 변형되어 지는데

$$E = \frac{1}{\epsilon} \rho v^2 \quad (8)$$

여기서 E 는 재료의 영률, ϵ 는 가해진 외력(F)에 상응하는 탄성변형량, 그리고 ρ 는 재료의 밀도이다. 주어진 인장하중하에서 재료의 탄성변형량(ϵ)은 일정하므로 식(8)는 식(9)과 같이 표현될 수 있다.

$$E \propto \rho v^2 \quad (9)$$

즉 재료의 영률은 측정하고자 하는 재료의 밀도와 재료내부를 통과하는 음파의 속도의 제곱에 비례한다. 또한 재료내부를 통과하는 음파의 속도는 $v = \lambda f$ 이기 때문에 측정시 재료를 지지하는 방법이 고정되면 재료의 진동형태 즉 파장(λ)이 일정하게 되므로, 주어진 재료의 영률은 그 재료의 공명주파수(f)에만 의존하는 $E \propto f^2$ 와 같은 형태를 가지게 된다. 이렇게 재료의 공명주파수를 찾아내어 재료의 영률을 측정하는 방법을 동적탄성계수 측정법이라고 한다.

• 음향공진법(Free-free suspended beam technique) — 이 방법은 ASTM C848-78에 규정된 탄성계수의 표준측정법으로서 시편의 공명진동수를 찾아내어 재료의 탄성계수를 상온 및 고온에서 측정할 수 있다. Fig. 5는 재료의 공명진동수를 측정하기 위하여 사용된 장치의 개략적인 구성도이다.

이 장치의 구성은 크게 진동음을 발생시켜 시편에 전달하는 부분인 구동자(Driver)와 시편의 진동

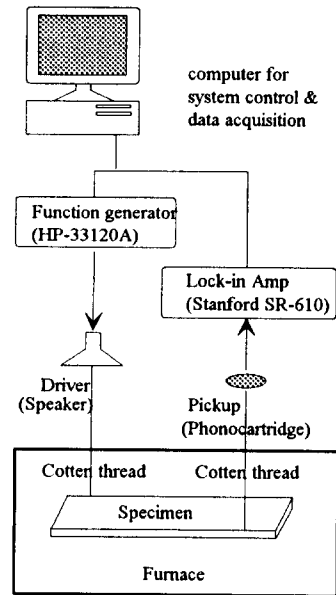


Fig. 5 A schematic illustrating the experimental setup of free-free suspension method for measuring Young's and shear modulus.

음을 수신하고 증폭하여 신호를 입력하는 부분인 수신자(Pickup)으로 구성되어 있다. 구동자쪽의 구성품은 가청 주파수대역에서 싸인파를 발생시키기 위한 주파수 발생장치와 여기서 발생된 전기적 신호를 기계적 진동음으로 바꾸어 주는 구동자인 스피커로 구성되어 있다. 스피커에서 발생된 기계적 진동음은 시편을 매단 실 (또는 백금선)를 따라 전파하여 시편을 진동시킨 후 시편의 다른 쪽 끝에 매단 실을 통하여 픽업센서쪽으로 전달된다. 픽업센서로서 압전제인 가전용 전축바늘을 주로 사용하며, 여기서 받아들여진 기계적 진동음은 다시 전기적인 신호로 바뀌어진 후 신호증폭기에 의하여 증폭되고, 불필요한 잡음은 증폭기에 내장된 필터로 제거된다. 동적 영률 측정장치를 구성하고 있는 구동자와 수신자의 구동 및 측정신호의 기록은 컴퓨터에 의하여 제어된다. 시편의 형상은 봉상이나 사각단면을 가진 판상으로 가공하여 사용할 수 있지만, 영률과 강성계수를 동시에 측정할 수 있는 사각단면 형상의 시편이 일반적으로 더 널리 쓰인다. 시편의 표면 가공은 표면의 조도가 음파의 전파에 주는 영향을 최소화하기 위하여 경면연마를 하여 사용한다. 시편의 공명진동수 측정은 시편 길이의 20% 되는 곳을 실로 매달아 휨 공명진동수(flexur-

al resonant frequency, f_e)와 비틀림 공명진동수 (torsional resonant frequency, f_c)를 동시에 측정한다.

먼저 강성계수와 비틀림 공명진동수와의 관계는 Pickett[1]에 의하여 얻어진 식(10)으로 나타내어진다.

$$G = \frac{4l^2}{n} (\rho f_c^2) R \quad (10)$$

여기서 G 는 강성계수, l 은 시편의 길이, ρ 는 시편의 밀도, f_c 는 비틀림 공명진동수, n 은 진동차수, 그리고 R 은 Spinner와 Tefft⁽²⁾에 의하여 얻어진 시편의 형상인자이다. 영률과 휨 공명진동수와의 관계는 식(11)로 나타내어진다.

$$E = 0.94642 \left(\frac{l^4}{I^2} \right) (\rho f_e^2) R' \quad (11)$$

여기서 E 는 영률, l 은 시편의 길이, I 는 시편의 두께, f_e 는 1차 휨 공명진동수, 그리고 R' 은 형상인자로서 시편의 치수와 포이슨 비(ν)의 함수로 나타내어진다. 따라서 영률을 측정하기 위해서는 주어진 시편에 대하여 휨 공명진동수와 비틀림 공명진동수를 동시에 측정하고, 이 진동수를 식(10)과 (11)에 대입하여 얻어진 E 와 G 가 식(1)을 만족하도록 포이슨 비(또는 형상계수 R')를 반복계산에 의하여 결정함으로써 영률, 강성계수, 그리고 포이슨 비를 동시에 계산할 수 있다.

임펄스 측정법(Impluse excitation technique) — 이 방법은 ASTM C1259-94에 규정된 탄성계수의 표준측정법으로서 망치 형태의 구동자로 시편에 가벼운 기계적 충격을 주어 시편을 진동시켜 공명주파수를 찾아내고, 측정된 주파수를 식(10)과 (11)에 대입하여 강성계수와 영률을 계산하는 방법으로 그 기본적인 개념은 음향공진법과 동일하다. Fig. 6은 재료의 공명주파수를 측정하기 위한 임펄스 측정장치의 개략적인 구성도로서 시편의 진동음을 수신하는 마이크로 폰과 수신된 진동음을 증폭하고 신호를 분석하는 부분으로 구성되어 있다. 측정 방법은 먼저 직사각형 단면의 판상으로 가공된 시편을 휨 모드에서 1차 공명진동이 될 때의 노드(시편 길이의 22.4% 지점) 부분에 지지한 후 망치로 가볍게 두드려 시편을 진동시킨다. 시편의 진동음은 시편연에 위치한 마이크로 폰으로 입력된 후 증폭기에 의하여 증폭된다. 그런데 시편에서 발생된 진동음을 어느 일정 시간동안 수신하면 여러 파장을

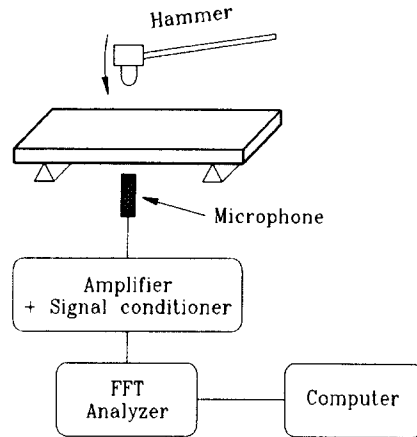


Fig. 6 A schematic illustrating the experimental setup of impulse test method for measuring Young's modulus.

가진 음파가 섞여 있으므로, 이렇게 수신된 음파로부터 시편의 공명주파수만을 분리해내는 작업이 필요하다. 시간대역으로 수신된 음파는 FFT(Fast Fourier Transform)분석기에 의하여 다시 주파수대역으로 분리되고, 이 결과로부터 시편의 공명주파수를 결정한다. 강성계수와 영률을 계산하는 이후의 절차는 음향공진법과 동일하며, 고온에서의 탄성계수를 측정하기 위해서는 시편의 진동음을 수신하기 위한 특수한 음향탐지기 또는 전자기 탐침소자 등이 필요하다.

3. 응용예

음향공진법으로 탄성계수를 측정하는데 근간이 되는 식(4)를 살펴볼 때, 주어진 재료의 영률은 재료내부를 진행하는 음파속도의 지수에 비례한다는 사실이다. 따라서 재료내부에 음파의 진행을 방해하는 미세조직이 존재할 경우 재료의 영률은 낮아지게 된다. 이러한 음파의 진행에 장애를 줄 수 있는 것들로 재료내부에 존재하는 대부분 결함들 즉 공공, 전위, 미세균열 및 기공, 결정립계 등을 들 수 있다. 여기서는 재료내부에 존재하는 결함이 어떻게 영률에 영향을 주는가에 대하여 실험적으로 얻은 자료를 통하여 간략히 설명하였으며, 영률측정을 통한 미세기공과 균열의 정량화 기법에 대해서도 논하였다. 또한 모재표면에 박막처리를 했을 경우 박막자체의 영률을 측정할 수 있는 이론적인 방법론을 고찰하였다.

3.1 결정립도의 영향

영률에 대한 결정립도의 영향을 알아보기 위하여 냉간압연된 70/30 황동을 여러 온도에서 어닐링하여 재결정립도와 이에 상응하는 시편의 영률을 음향공진법을 사용하여 측정하였다. Fig. 7은 70/30 황동의 재결정립도와 영률의 상관 관계를 나타내는 그래프로서, 결정립이 커짐에 따라 영률이 증가하는 것을 관찰할 수 있다. 특히 350°C 부근에서 영률의 증가는 이보다 더 높은 온도에서 어닐링한 재료가 보이는 영률의 변화보다 더 빨리 일어남이 관찰되었고, 400°C 이상에서 어닐링한 재료의 영률은

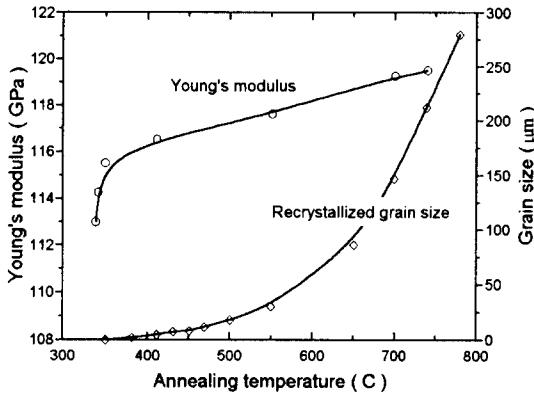


Fig. 7 Graphs illustrating the effect of the grain size on the Young's modulus of cartridge brass. Grain size was measured using line intercept method.

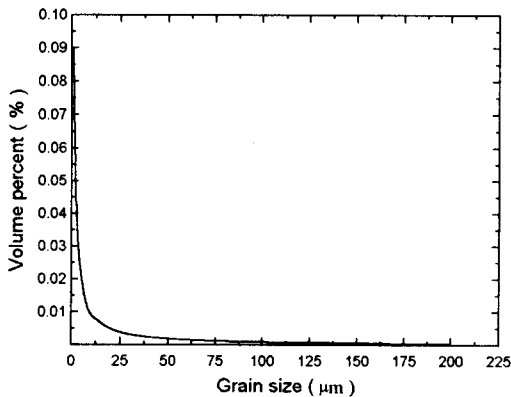


Fig. 8 A graph showing the variation in volume fraction of grain boundaries as a function of grain size. The result indicates that the volume fraction of grain boundaries is insignificant when the grain size of a material is larger than 5μm.

어닐링 온도가 증가함에 따라 서서히 증가하였다. 이러한 현상은 재료내에서 차지하는 결정립계의 부피분율과 관련지어 설명할 수 있다. 일반적인 결정립계의 두께가 2-3 원자 정도라는 가정하에 재료내의 결정립의 크기에 따른 결정립계의 부피를 계산한 결과를 Fig. 8에 도식적으로 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 결정립의 크기가 작아질수록 결정립계가 차지하는 부피분율은 급격히 증가하여 결정립크기가 1μm인 재료내의 결정립계의 부피분율은 0.1% 이상 차지하고 있으나 결정립의 크기가 10 μm 이상일 경우에는 재료내의 결정립계의 부피분율은 무시할 수 있을 정도이다. 따라서 결정립계 내에서의 원자들의 결합력은 결정립내에 존재하는 원자간 결합력에 비하여 상당히 약하다는 사실을 고려하면, 결정립이 작은 재결정 초기단계에서의 재료의 영률은 결정립 성장이 일어난 재료의 영률보다 작을 것이라는 것을 알 수 있다.

3.2 소성가공과 재결정의 영향

소성가공된 재료를 열처리할 때 일어나는 조직의 변화가 영률에 미치는 영향을 알아보기 위하여 80% 냉간압연된 70/30 황동을 여러 온도에서 열처리 한 후 이에 따른 경도변화와 영률의 변화를 동시에 측정하였다. Fig. 9는 냉간압연 후 열처리온도에 따른 경도 및 영률의 변화를 나타낸 그래프로서 약 300°C 정도에서 재료의 경도와 영률에 급격한 변화가 일어남을 관찰할 수 있다. 먼저 압연된 황동을 열처리할 때 일어나는 현상을 (1)회복

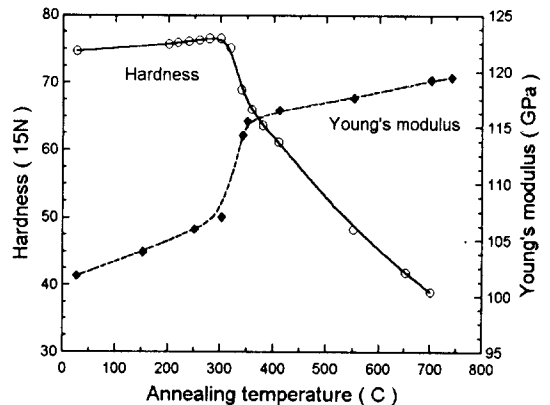


Fig. 9 Variations in the hardness and Young's modulus of the cold rolled cartridge brass as a function of annealing temperature, showing opposite trends of the two properties.

(300°C 이하) (2) 재결정 (300°C 부근) (3) 결정성장 (300°C 이상) 이라는 세부분으로 나누어 각각의 열처리구역에서 발생한 재료내의 현상을 측정된 영률의 변화와 관련지어 검토하기로한다. 회복기에서는 재료의 조직 및 기계적성질의 변화는 거의 일어나지 않지만 물리적 특성에 현저한 변화가 일어난다. 예로서 회복기에서의 전기전도도의 증가는 잘 알려진 사실이다. 이와 마찬가지로 영률의 증가도 관찰되는데, 이러한 재료의 물리적 특성의 변화는 회복기에 일어나는 재료내의 공공의 감소현상으로 설명되어지며, 이 현상은 결함이 적은 재료내에서 음파가 더 빨리 진행하여 영률이 높아진다는 식(9)의 내용과 잘 일치한다. 열처리 온도가 더 높아져 재결정온도에 이르게 되면 소성가공에 의하여 심하게 변형된 결정립내(전위밀도 $\rho = 10^{12} \text{cm}^{-2}$)에서 격자 변형(또는 격자결함)이 매우 작은(전위밀도 $\rho = 10^6 - 10^8 \text{cm}^{-2}$) 새로운 결정립이 형성되어 급격한 영률의 증가가 일어난다. 이후의 결정립 성장기에서의 영률의 변화는 상당히 적은 증가를 보이는데 이러한 현상은 앞서 설명한 결정립계의 영향으로 설명되어진다.

3.3 집합조직의 영향

소성가공된 금속재료나 가공후의 열처리된 금속 재료내에는 원자가 어떤 특정 결정학적 방위로 나열하는 집합조직(texture)이 형성된다. 이 집합조직이 재료의 영률에 미치는 영향을 알아보기 위하여 6061 Al을 여러 다른 압연비로 냉간압연한 후 일정한 온도에서 용체화 처리하였다. Fig. 10은 냉간압연 후 용체화 처리한 6061 Al의 영률을 압연비에 따라 측정된 것으로써 압연량이 증가함에 따라

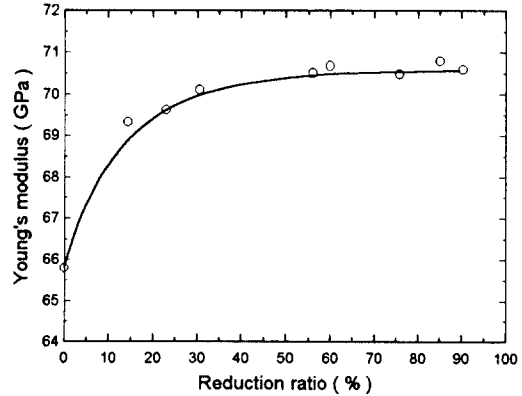


Fig. 10 Variation in the Young's modulus of 6061 Al alloy as a function of cold rolling ratio illustrating the effect of rolling and annealing process on the Young's modulus variation.

영률의 증가함을 알 수있다. 이러한 실험적 관찰은 소성가공후 열처리과정중 나타나는 재료내의 집합조직으로 설명될 수 있다. Fig. 11은 압연전과 압연 및 용체화처리를 거친 6061 Al의 압연면에서 압연방향으로의 (001) 역극점도(Inverse pole figure)로서 압연전에 압연면상에서 압연방향으로 존재했던 <133> 집합조직이 압연 및 용체화 처리에 의하여 소멸하고, <110>의 집합조직으로 나타났다는 것을 알 수 있다. 단결정 Al의 경우 <110>방향의 영률은 <133> 방향의 영률보다 높음을 고려할 때 실험적으로 관찰한 영률의 증가도 이러한 이유에서라고 판단된다.

3.4 미세균열 및 기공의 영향

일반적으로 정적인 탄성계수 측정방법으로 미세

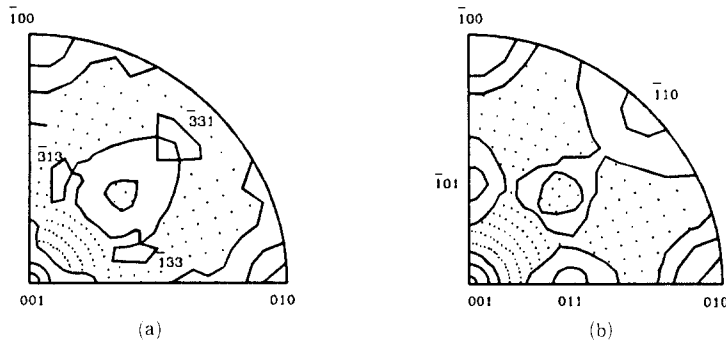


Fig. 11 Inverse pole figures of (a) unrolled, and (b) rolled and annealed Al composites recorded from the rolling surface along the rolling direction, showing the appearance of <110> texture due to rolling and annealing.

균열(microcrack)이 탄성계수에 미치는 영향을 측정하기 위해서는 상당한 주의를 필요로한다. 특히 취성을 가진 재료의 탄성계수를 인장시험으로 측정할 경우, 하중방향에 대한 수직인 방향의 성분이 여러 미세균열 중 가장 큰 균열에 주도적으로 영향받기 때문에 재료 전체를 대표하는 영률의 측정이 매우 어렵다. 반면에 동적인 방법은 재료내에 존재하는 전체 미세균열이 탄성계수의 변화량에 미치는 영향을 측정하는데 용이하고 또한 실험적으로 매우 예민한 측정이 가능한 장점이 있다. 일반적으로 재료내의 미세균열은 영률을 감소시키는 것으로 알려져 있다⁽³⁻⁸⁾. 재료의 영률의 감소량은 재료내의 미세균열의 크기, 미세균열의 모양, 및 미세균열의 수밀도(number density) 등의 함수로 표현되어지며, 본 고에서는 이러한 미세균열이 재료내에 삼차원적으로 분포하는 경우⁽³⁻⁸⁾ 및 판재를 투과하는 균열과 같이 이차원적으로 분포하는 경우⁽⁷⁻¹⁰⁾에 대하여 정량적으로 기술하였다. 미세균열이 취성을 가진 재료내에 삼차원적으로 분포할 때 미세균열을 함유하고 있는 시편의 영률을 E 라고 하고 미세균열이 없는 경우의 영률을 E_o 라고 하면 E 와 E_o 사이에는 식(12)와 같은 관계가 있다⁽³⁻⁸⁾.

$$\begin{aligned} E &= E_o(1 - f\varepsilon) \\ &= E_o(1 - fGN) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 f 는 방위분포함수 (orientation function), ε 은 균열밀도 파라미터 (crack density parameter) ($= \frac{2N}{\pi} \left[\frac{A^2}{P} \right]$), N 은 단위부피당 균열의 수밀

도 (number density of cracks per unit volume), $\langle A^2 \rangle$ 는 균열표면적 제곱의 평균값, $\langle P \rangle$ 는 균열 주변 길이의 평균값 (mean of crack perimeter), G 는 균열형상인자 ($= \frac{2}{\pi} \left[\frac{A^2}{P} \right]$)이다.

평판에 Fig. 12와 같이 규칙적으로 분포한 회박한 2차원 균열이 x 방향에 존재하는 균열끼리의 상호작용을 고려할 경우, 균열의 면과 수직인 방향의 영률은 식(13)과 같이 표현되며⁽⁹⁾, x 및 y 방향의 상호작용을 고려할때 균열의 면과 수직인 방향의 영률은 식(14)로 나타내어 진다⁽¹⁰⁾.

$$\frac{E}{E_o} = \frac{1}{1 + 2\pi(1 - \nu_o^2)a^2N_a} \quad (13)$$

$$\frac{E}{E_o} = \frac{1}{1 + 2\pi a^2N_a} \quad (14)$$

여기서 a 는 2차원 균열 길이의 반, N_a 는 단위 면적당 균열의 수밀도를 나타낸다. 즉 영률은 미세균열의 분포방식, 균열자체의 형상 및 수밀도의 곱에 따라 직선적으로 감소한다. 이러한 이론적 결과를 검증하기 위하여 비커스 경도계를 이용하여 시편에 임의의 균열크기, 형상 및 수밀도 등을 시편에 생성시킨 후 동적영률을 측정할 결과^(8,11,12), 실험값과 이론적으로 예측한 영률값이 잘 일치하였다⁽¹²⁾.

기공(porosity)의 영률 대한 영향은 많은 실험식을 통하여 제안되었으며, 아래의 두 식으로 정리될 수 있다.

$$E = E_o e^{-c\phi} \quad (15)$$

$$E = E_o(1 - dP) \quad (16)$$

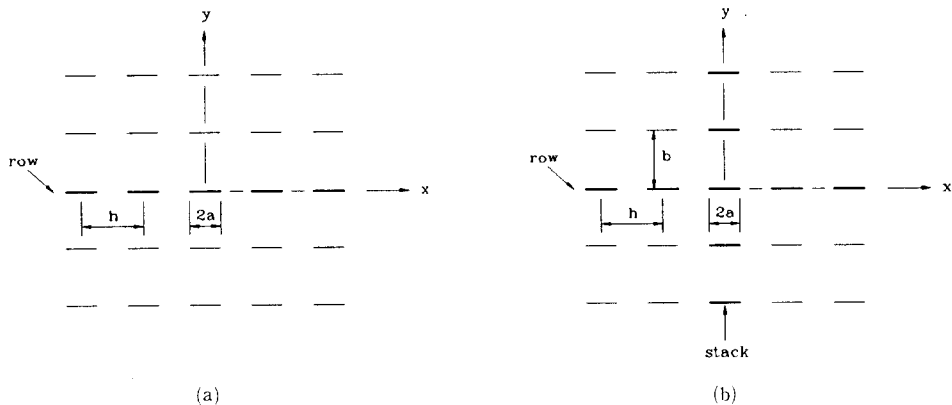


Fig. 12 2D crack arrays; (a) schematic diagram of a plate with a rectangular array of cracks with a transverse intercrack spacing of $2h$ [9], (b) flat plate with a doubly periodic rectangular array of cracks, having rows and stacks [10].

여기서 E_o 와 E 는 각각 기공이 없는 재료와 기공의 부피분율이 P 인 재료의 영률을 나타내며, c 와 d 는 상수이다. 최근에 위의 두 식은 탄성계수-기공 관계식에서 한계를 보이는 경우가 있어서 새로운 형태의 관계식이 제안되었다^(15,16).

$$E = E_o(1 - P)^m \quad (17)$$

여기서 m 은 상수이며, 탄성계수-기공분율의 관계식을 실험적으로 구하기 위해서는 금속조직학적 방법으로 시편의 기공분율을 구하고 탄성계수를 측정하여 식(17)의 상수 m 을 최소자승법으로 구한다.

3.5 동적인 방법에 의한 박막의 영률 측정

• 이층복합재료의 경우 — 금속과 세라믹의 장점들만을 이용하기 위하여 내열성 세라믹과 금속을 결합하여 구조용으로 사용한다든지, 기관위의 회로 등과 같은 전자적인 응용분야 뿐 아니라 금속구조물과 금속구조물과의 용접과 같이 여러 가지 공학적인 필요에 의해 서로 다른 재료를 접합하여야 할 경우가 있다. 이러한 경우에 접합후에 접합층의 탄성계수를 구할 수 있다면 여러가지로 유용할 것이다. 그러나 박막은 두께가 매우 얇기 때문에 정적인 방법, 즉 인장이나 비틀림 등의 방법으로 영률을 측정하는 것은 실험적으로 거의 불가능하다. 따라서 일부에서는 미소경도기로 박막을 입힌 시편에 하중을 가하여, 이때 부과되는 하중과 변위를 측정하여 박막자체의 영률을 구하기도 한다. 그러나 이 방법을 사용할 때 박막의 영률이 기지의 영률값에 영향을 받기 때문에 이에 대한 보정의 어려움이 있다. Free-free suspension에 의한 음향공진법은 박막의 영률을 측정할 수 있는 단순하고 신뢰성과 재현성을 동시에 가지는 방법으로서 본 고에서는 이에 대한 이론적 배경을 소개하고자 한다. 먼저 구속받지 않고 시편의 감쇠(damping)을 생각하지 않은 사각단면 막대의 진동을 묘사한 다음의 Bernoulli-Euler 식을 살펴보자[17, 18].

$$EI \frac{\partial^4 W(x, t)}{\partial x^4} + \left(\frac{A\rho}{g}\right) \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (18)$$

여기서, E 는 영률, I 는 시편의 단면 이차 관성 모멘트, W 는 사각단면 막대의 횡방향 휨(transverse deflection), A 는 사각단면 막대의 단면적, ρ 는 시편의 밀도, 그리고 g 는 중력가속도이다. 박막과 기지사이에 완전히 접착이 이루어졌다고 가정

하면(그림12) 식(18)은 식(19)로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} (E_s I_s + E_f I_f) \frac{\partial^4 W(x, t)}{\partial x^4} + \left(\frac{A_s \rho_s + A_f \rho_f}{g}\right) \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 아래첨자 s 는 기지를 그리고 아래첨자 f 는 박막을 나타낸다.

사각단면 막대가 free-free suspension 조건에서 횡방향으로 진동할 때, 사각단면 막대의 양끝에서 굽힘 모멘트와 전단력은 영이 되는 조건으로부터,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W(0, t)}{\partial x^2} = 0 \quad \frac{\partial^3 W(0, t)}{\partial x^3} = 0 \quad \text{for } t \geq 0 \\ \frac{\partial^2 W(L, t)}{\partial x^2} = 0 \quad \frac{\partial^3 W(L, t)}{\partial x^3} = 0 \quad \text{for } t \geq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, L 은 시편의 길이이다. 식(19)를 주어진 경계조건인 식(20)에 따라 풀면[17, 18],

$$\begin{aligned} W_n(x, t) = & \{ C_1 \cos(\omega_n t) + C_2 \sin(\omega_n t) \} \\ & \cdot [\cos(k_n x) + \cosh(k_n x) \\ & - \{\cos(k_n L) - \cosh(k_n L)\} \\ & \cdot \frac{\sin(k_n x) + \sinh(k_n x)}{\sin(k_n L) - \sinh(k_n L)}] \end{aligned} \quad (21)$$

여기서, C_1, C_2 = 정수인 상수
 $n = n$ 차 진동

$$\omega_n = k_n^2 \left[\frac{E_s I_s + E_f I_f}{A_s \rho_s + A_f \rho_f} \right]^{1/2}$$

W_n 은 진동수 $f = \frac{\omega_n}{2\pi}$ 를 가지는 조화 횡진동(harmonic flexural vibration)을 나타낸다. 경계조건들을 만족시키는 진동수의 식은

$$\cos(k_n L) \cosh(k_n L) = 1 \quad (22)$$

식(22)의 첫 번째의 근, $k_1 L$ 은 4.730048^(17,18)이므로, 박막이 입혀진 사각단면 막대의 1차 횡진동 진동수는 식(23)으로 주어진다.

$$f = \frac{k_1^2}{2\pi} \left[\frac{E_s I_s + E_f I_f}{A_s \rho_s + A_f \rho_f} \right]^{1/2} = \frac{11.1528}{L^2} \left[\frac{E_s I_s + E_f I_f}{A_s \rho_s + A_f \rho_f} \right]^{1/2} \quad (23)$$

이차 관성모멘트, I_s 와 I_f 는 Fig. 13을 참고하여 아래와 같이 구해진다.

$$I_s = \int_{-a}^{a-d} y^2 dA = \left[\frac{d_s^3}{3} - d_s^2 d + d_s d^2 \right] w \quad (24a)$$

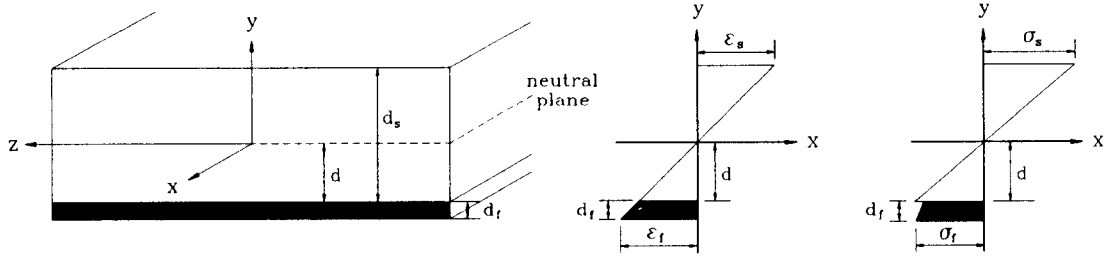


Fig. 13 Schematic of the two-layer model composite beam illustrating strain and stress distribution.

$$I_f = \int_{-d-d_f}^{-d} y^2 dA = \left[\frac{d_f^3}{3} + d_f^2 d + d_f d^2 \right] w \quad (24b)$$

여기서, w 는 시편의 폭, d_s, d_f 는 기지와 박막의 두께, 그리고 d 는 neutral plane에서 박막과 기지의 경계면까지의 거리(Fig. 13)이다.

박막과 기지로 구성된 이층복합재료가 Fig. 13에 나타낸 것과 같이 순수한 굽힘응력을 받을 때, 이층복합재료의 neutral plane은 시편 두께의 중간에서 탄성계수가 더 높은 쪽으로 이동한다. Neutral plane에서 박막과 기지의 경계면까지의 거리(d)는 순수굽힘하에서 시편의 길이방향으로의 힘의 평형⁽¹⁹⁾으로 부터 아래와 같이 구할 수 있다(Fig. 13).

$$\int_{-d}^{d} \sigma_s dA + \int_{-d-d_f}^{-d} \sigma_f dA = 0 \quad (25)$$

여기서, σ_s = 기지에 작용하는 수직응력 (26a)

σ_f = 박막에 작용하는 수직응력 (26b)

따라서 neutral plane에서 박막과 기지의 경계면까지의 거리(d)는 E_s, E_f, d_s , 및 d_f 로 표시된다

$$d = \frac{E_s d_s^2 - E_f d_f^2}{2E_s d_s + 2E_f d_f} \quad (27)$$

식(24)과 식(27)을 식(23)에 대입하여 1차 횡진동 진동수를 계산할 수 있다.

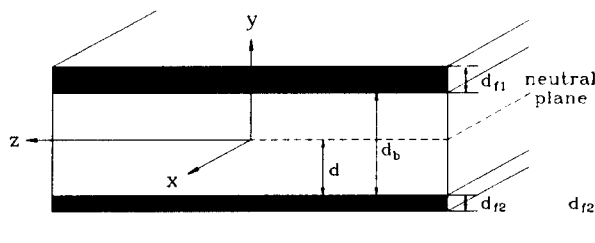


Fig. 14 Schematic of the three-layer model composite beam illustrating strain and stress distribution.

그러므로 이층복합재료(박막+기지)의 영률 E_{2dyn} 은

$$E_{2dyn} = \frac{E_s I_s + E_f I_f}{I_s + I_f} \quad (28)$$

으로 나타내므로, 박막의 영률은 식(29)와 같이 나타낸다.

$$E_f = \frac{E_{2dyn}(I_s + I_f) - E_s I_s}{I_f} \quad (29)$$

따라서 박막을 입히기 전에 기지만의 영률(E_s)과 박막을 입힌 이층복합재료의 영률(E_{2dyn})을 음향공진법으로 측정하고, 박막과 기지의 두께, d_f, d_s 를 측정하여 식(29), (27), (24)등을 이용하여 박막만의 영률(E_f)을 계산할 수 있다.

• 삼층복합재료의 경우 — 서로 다른 영률을 가진 두 재료층과 얇은 접착층을 가진 삼층복합재료(Fig. 14)가 두재료와 접착층 간에 완전히 접착되었다고 가정하면, 식(18)의 Bernoulli-Euler 기본식은 식(30)으로 나타내어진다.

$$(E_{s1} I_{s1} + E_b I_b + E_{s2} I_{s2}) \frac{\partial^4 W(x, t)}{\partial x^4} + \left(\frac{A_{s1} \rho_{s1} + A_b \rho_b + A_{s2} \rho_{s2}}{g} \right) \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (30)$$

여기서 E 는 영률, I 는 단면의 이차 관성 모멘

트, A 는 단면적, ρ 는 밀도이며, 아래첨자 s_1 과 s_2 는 접합되어 있는 서로 다른 재료의 층을 그리고 아래첨자 b 는 접착(bonding)층을 나타낸다.

서로 다른 영률을 가진 두 재료층과 얇은 접착층을 가진 삼층복합재료(Fig. 14) 사각단면 막대시편의 1차 횡진동 진동수는 식(31)로 주어진다.

$$f = \frac{11.1528}{L^2} \left[\frac{E_{s1}I_{s1} + E_f I_f + E_{s2}I_{s2}}{A_{s1}\rho_{s1} + A_f \rho_f + A_{s1}\rho_{s1}} \right]^{1/2} \quad (31)$$

이차 관성모멘트, I_{s1} , I_b , I_{s2} 는 Fig. 14를 참고하여 아래와 같이 구해진다.

$$I_{s1} = \int_{d_b-d}^{d_b+d_{s1}-d} y^2 dA = [(d_b-d)^2 d_{s1} + (d_b-d) d_{s1}^2 + d_{s1}^3] w \quad (32a)$$

$$I_b = \int_{-d}^{d_b-d} y^2 dA = \left[-\frac{d_b^3}{3} - d_b^2 d + d_b d^2 \right] w \quad (32b)$$

$$I_{s2} = \int_{d-d_{s2}}^{-d} y^2 dA = \left[\frac{d_{s2}^3}{3} + d_{s2}^2 d + d_{s2}^2 d \right] w \quad (32c)$$

여기서, w 는 시편의 폭, d_{s1} , d_f , d_{s2} 는 s_1 재료, 접합층, s_2 재료의 두께, 그리고 d 는 neutral plane에서 s_2 재료의 경계면까지의 거리(Fig. 14)이다.

서로 다른 영률을 가진 두 재료층과 얇은 접착층을 가진 삼층복합재료가 Fig. 14와 같이 순수굽힘 응력을 받을 때, 복합재료 시편의 neutral plane은 중간에서 탄성계수가 더 높은 쪽으로 이동한다. neutral plane에서 s_2 재료의 경계면까지의 거리(d)는 순수굽힘하에서 시편의 길이방향으로의 힘의 평형⁽¹⁹⁾으로부터 아래와 같이 구할 수 있다(Fig. 14).

$$\int_{d_b-d}^{d_b+d_{s1}-d} \sigma_{s1} dA + \int_{-d}^{d_b-d} \sigma_b dA + \int_{d-d_{s2}}^{-d} \sigma_{s1} dA = 0 \quad (33)$$

여기서, σ_{s1} 는 접합층에 작용하는 수직응력 (34a) σ_{s1} , σ_{s2} 는 서로 다른 영률을 가진 두 재료층에 작용하는 수직응력 (34b)

neutral plane에서 S_2 재료의 경계면까지의 거리(d)는 E_{s1} , E_b , E_{s2} , d_{s1} , d_b 및 d_{s2} 로 표시된다

$$d = \frac{E_{s1}d_{s1}^2 + 2E_{s1}d_{s1}d_b + E_b d_b^2 - E_{s2}d_{s2}^2}{2E_{s1}d_{s1} + 2E_b d_b + 2E_{s2}d_{s2}} \quad (35)$$

식(32)과 (35)을 식(31)에 대입하여 1차 횡진동 진동수를 계산할 수 있다. 따라서 삼층복합재료의 영률 E_{3dyn} 은

$$E_{3dyn} = \frac{E_{s1}I_{s1} + E_b I_b + E_{s2}I_{s2}}{I_{s1} + I_b + I_{s2}} \quad (36)$$

으로 나타내므로, 접합층의 영률은 식(37)과 같이 나타낸다.

$$E_b = \frac{E_{3dyn}(I_{s1} + I_b + I_{s2}) - (E_{s1}I_{s1} + E_{s2}I_{s2})}{I_b} \quad (37)$$

그러므로 먼저 두 재료를 접합하기 전에 영률, E_{s1} , E_{s2} 를 음향공진법으로 측정하고, 두 재료를 접합한 후의 삼층복합재료의 영률(E_{3dyn})을 음향공진법으로 측정하고, 두 재료층과 접합층의 두께, d_{s1} , d_{s2} , d_b 를 측정하여 식(32), (35), (37)등을 이용하여 접합층만의 영률(E_b)를 계산하여 구할 수 있다.

참고문헌

- (1) G. Pickett, Amer. Soc. Testing. Mater. Proc. 45, 864, 1945.
- (2) S. Spiner, T. W. Reivhard, and W. E. Tefft, J. Res. Nat. Bur. Stand. 16A, 147, 1960.
- (3) B. Budiansky and R. J. O'Connell, Int. J. Solids Structures, 12: 81-97, 1976.
- (4) A. Hoenig, Int. J. Solids Structures, 15: 137-154, 1979.
- (5) R. L. Salganik, Izv. AN SSSR. Mekhanika Tverdogo Tela, 8[4]: 149-158, 1973.
- (6) J. B. Walsh, J. Geophysical Research, 70[2]: 381-389, 1965.
- (7) N. Laws and J. R. Brockenbrough, Int. J. Solids Structures, 23[9]: 1247-1268, 1987.
- (8) E. Case and Y. Kim, J. Mat. Sci., vol. 28: 1885-1900, 1993.
- (9) D. P. H. Hasselman and J. P. Singh, Ceramic Bulletin, 58[9]: 856-860, 1979.
- (10) W. R. Delameter, G. Herrmann and D. M. Barnett, J. Appl. Mech. Trans. of the (ASME), 43[3]: 74-80, 1975.
- (11) Y. Kim and E. Case, J. Mater. Sci., 28(7): 1901-1909, 1993.
- (12) Y. Kim, S. Gaynor and E. Case, J. Mater. Sci., 28(7): 1910-1918, 1993.
- (13) J. B. Wachtman; pp139-168 in NBS Special Publication, No. 303, Mechanical and

- Thermal Properties of Ceramics, Edited by J. B. Wachtman, U. S. National Bureau of Standards, Washington, DC, 1969.
- (14) J. C. Wang, J. Mater. Sci., 19[3]: 809-814, 1984.
- (15) K. K. Phani, J. Mater. Sci. Lett., 15[7]: 747-750, 1986.
- (16) K. K. Phani and S. K. Niyogi, J. Mater. Sci. Lett., 5[4]: 427-430, 1986.
- (17) E. Volterra and E. C. Zachmanoglou, pp 321-322, Dynamics of Vibrations, Charles E. Merrill Books, Inc., Columbus, OH, 1965.
- (18) S. K. Clark, pp 75-87, Dynamics of Continuous Elements, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1972.
- (19) S. P. Timoshenko and D. H. Young, pp 113-115, Strength of Materials, fourth ed., Van Nostrand Reinhold Co., Princeton, NY, 1962.