

## 냉동수술시 수반되는 상변화 열전달 문제에 대한 수치해석적 연구

김        동        혁\*

A Numerical Study on the Phase - change Heat transfer problem in Cryosurgery

D. H. Kim

**Key words** : Cryosurgery(냉동수술), Stefan problem(스테판 문제), Freezing front(냉동경계), Moving boundary problem(이동경계 문제), Phase - change heat transfer(상변화 열전달), Enthalpy method(엔탈피 방법)

### Abstract

A numerical study on the Stefan problem occurred in cryosurgery is performed. Crank - Nicholson type finite difference algorithm based on the enthalpy method is adapted to solve the phase change problem in this study. As it is a moving boundary problem, special emphasis is put on the estimation of the freezing front location. Two cases selected here are freezings of human tissue by disk type cryoprobe and by hemispherical one. In both cases, the heat flows are considered to be one dimensional. The calculated results using enthalpy method are compared with those using the program TRUMP and with Neumann's solution. These results agree quite well with each other. While it is pretty difficult to get accurate freezing front location by TRUMP due to the so - called "phase change knee" occurred during the phase change, the algorithm based on the enthalpy method is proved to be very powerful to cope with this kind of problem.

### 1. 서        론

냉동수술법은 1962년에 쿠퍼(Cooper)<sup>1)</sup>에 의해 창시된 이래 악성종양을 탈저(necrosis)하고 양성 종양을 치유하는 하나의 방법으로 사용되어 왔다. 특히 접촉냉동을 통한 냉동수술법은 악성종양의

전이를 막을수 있으며 마취가 불필요하다는 장점을 가지고 있다. 냉동수술요법의 적용범위는 매우 광범위하여 피부과, 항문외과, 안과, 구강외과, 산부인과 등에서 이 요법을 사용하고 있다. 냉동수술요법의 원리는 환부조직을 적당한 방법으로 일정 온도 이하로 냉동시키면 세포가 죽게되는 것을 이

\* 정희원, 한국해양대학교 이공대학

용한 것이다. 따라서 종양과 같은 세포조직에 냉동탑을 접촉시키면 접촉부위 부터 세포가 냉동되며 죽게되는데 시간이 흐름에 따라 냉동부위가 확대되어 종양부위 전체의 세포를 죽일 수 있게 되는 것이다. 종양의 크기나 위치등은 X-Ray 또는 기타의 방법에 의해 확인할 수 있으며 냉동탑의 위치도 이에 따라 결정된다. 그러나 냉동되는 부위의 크기는 시간의 함수이므로 원하는 크기를 얻기 위해서는 열전달에 관한 정확한 과도해석이 필수적이다. 원하는 크기를 충분히 냉동시키지 못할 경우에는 살아남은 종양세포에 의한 전이가 우려되며 또한 너무 과도하게 냉동시킬 경우에는 건강한 세포를 죽일 수 있기 때문이다.

냉동수술요법에서 발생하는 열전달 문제는 매우 복잡하다. 이는 냉동하고자 하는 매체가 생체조직이기 때문이다. 악성 또는 양성종양도 살아있는 세포이기 때문에 신진대사를 수행하며 이에 따른 발열현상이 고려되어야 하고 세포의 열적 물성(thermal property) 또한 얻기가 쉽지 않기 때문이다. 냉동이 진행됨에 따르는 열전달매체의 상태도 달라진다. 냉동이 완료된 부위에서는 신진대사에 의한 발열이 없는 반면 냉동되지 않은 부위에서는 열의 발생이 있으며 이들 각 부위에서의 열물성도 달라지게 된다. 따라서 냉동경계(freezing front)의 이동에 따른 열전달 해석이 필요하게 되고 이는 여타 공학적인 문제에서도 발생하는 스테판 문제(Stefan problem)와 동일하다.

이렇게 복잡한 문제를 정확하게 계산하기 위해서는 각 부위별 세포조직에 대한 정확한 자료가 요구되나 현실적으로 어려움이 뒤따르므로 이를 단순화 하여 문제를 해결하고 있는 실정이다. 단순화된 자료를 바탕으로 하여도 해석적인 방법을 통해 해를 구할 수 있는 경우는 매우 제한되어 있다.<sup>2),3)</sup> 좀더 일반적인 해는 수치해석을 통한 개략적인 해인데 상변화를 동반하는 문제이므로 엔탈피 방법(enthalpy method)이 많이 쓰이고 있다. 본 연구에서는 엔탈피 방법에 의하여 냉동수술시 발생하는 조직세포의 냉동경계의 변화를 과도적으로 해석하여 시간의 경과에 따르는 냉동부위의 크기를 산정하고 몇몇 제한된 경우에 대해서 해석적인 방법에 의한 결과와 비교함으로써 엔탈피 방법의 적

용 가능성을 확인하고자 한다.

## 2. 이론적 배경

냉동수술에 동반되는 열전달 과정은 이동경계 문제(moving boundary problem)를 포함하고 있다. 따라서 1차원적인 문제중에서도 몇몇 특수한 경우를 제외하고는 해석적인 해를 얻기가 어렵고 특히 2차원 이상의 문제를 해결하기 위해서는 수치해석적 방법을 도입하는 것이 불가피하다.

생체조직(in vivo biological tissue)에 대해서 펄(Perl)<sup>4)</sup>은 다음과 같은 형태의 편미분방정식을 제안했다.

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + m_b c_b (T_b - T) + s_m = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

첫번째 항은 생체조직에서의 전도열전달을 묘사하고 있으며 두번째 항은 혈액과의 대류에 의한 열전달을 표시하는데 여기서 하첨자 b는 혈액(blood)을 나타낸다. 세번째 항  $s_m$ 은 단위체적의 세포조직에서 신진대사에 의해 발생하는 열량을 나타내는데 두번째 항과 세번째 항을 일괄적으로 내부 발열량 표시항인  $G(T)$ 로 통합하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + G(T) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

사체조직(in vitro biological tissue)에서는 내부발열이 없으므로 다음과 같은 간단한 식이 되는데 이 지배방정식은 냉동된 세포조직에 적용하게 된다.

$$\nabla \cdot (k \nabla T) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

냉동수술에서의 상변화 열전달 문제는 이상의 두 종류의 편미분방정식에 의해 지배된다. 쿠퍼(Cooper)<sup>5)</sup>는 원통형 및 반구형의 냉동탑을 사용한 정상열전달 문제의 해를 해석적인 방법으로 구했다. 그러나 정상열전달의 해는 냉동경계의 최종적 위치만을 알려줄 뿐이어서 실제 시술시에 요구되는 과도적 냉동경계의 위치를 알기 위해서는 비정상열전달 문제의 해를 구해야 한다. 이러한 과도해

석은 아직까지 해석적으로 연구된 것이 몇몇 특별한 경우에 대한 것 밖에 없는 실정이고 일반적인 문제에 대해서는 수치해석에 의한 개략해(approximate solution)를 구하는 것이 바람직하다. 반무한평판(semi-infinite slab)에 대한 1차원적인 냉각시에 시간t에 따른 냉동침투깊이  $z_f$ 를 구하는 식은 다음과 같은데 노이만의 해(Neumann's solution)로 알려져 있다.<sup>6)</sup>

$$z_f = \sqrt{2(T_f - T_s)k_1 t / L} \quad (4)$$

v는 현열(sensible heat)에 의한 효과를 표시하는데 다음 방정식의 해가 된다.

$$v^2(1 + \frac{1}{2}\mu + B\mu) - v^2(2 + \frac{1}{2}\mu + B\mu + \frac{2}{3}B^2\mu\delta^2) + 1 = 0 \quad (5)$$

여기서, B,  $\delta^2$  및  $\mu$ 는 각각 다음을 나타낸다.

$$B = \left( \frac{T_\infty - T_f}{T_f - T_s} \right) \frac{c_1}{c_2}$$

$$\delta^2 = \left( \frac{k_1}{k_2} \right) \left( \frac{c_2}{c_1} \right)$$

$$\mu = (T_f - T_s)(c_1 / L)$$

본 연구에서는 안드루스키(Andrushkiew)<sup>7)</sup>가 엔탈피 방법(enthalpy method)에 기초하여 제안한 유한차분 알고리즘을 사용하기로 한다. 식 (2)와 (3)을 1차원 직교좌표계에 적용하면 다음의 식으로 바꾸어 쓸 수 있다.

$$k_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = \rho c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} \quad (6)$$

$$k_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + G(T) = \rho c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} \quad (7)$$

이때 적용되는 경계조건은 다음과 같다.

$$T_1 = T_2 = T_f \quad (8)$$

$$k_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=X(t)} - k_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x=X(t)} = \rho L \frac{dX(t)}{dt} \quad (9)$$

여기서 X(t)는 상변화 경계를 나타낸다.이상의 식들을 엔탈피로 표시하게 되면 다음과 같은 하나

의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \rho \frac{\partial H}{\partial t}, \quad x \geq 0 \quad (10)$$

여기서 k는 열전도율,  $\rho$ 는 밀도 그리고 H는 엔탈피를 각각 나타낸다.이상과 같은 방법으로 좌표계에서의 엔탈피식을 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} (kT) + G(T) = \rho \frac{\partial H}{\partial t}, \quad r \geq r_s \quad (11)$$

여기서  $r_s$ 는 냉동팁의 반경이다.

엔탈피 방법을 이용하기 위해서는 이상의 미분방정식에 포함된 온도를 엔탈피로 표시해 주는 것이 필요한데 상변화를 포함하는 열전달 문제에서 엔탈피 H는 온도 T와 다음과 같은 관계를 가지고 있다.

$$H(T) = \begin{cases} cT, & T \leq T_f - u \text{ 일때} \\ H(T_f - u) + L(T - T_f + u) / 2u, & T_f - u < T < T_f + u \text{ 일때} \\ H(T_f + u) + c(T - T_f - u), & T_f + u \leq T \text{ 일때} \end{cases} \quad (12)$$

여기서 u는 상변화 온도범위의 절반에 해당하며  $T_f$ 는 빙점의 온도를 나타낸다.식 (10)은 다음과 같이 온도에 대한 식으로 변환될 수 있다.

$$T = \begin{cases} H / c, & H < c(T_f - u) \text{ 일때} \\ \left( H + L \frac{2u}{T_f - u} \right) / \left( c + \frac{L}{2u} \right), & c(T_f - u) \leq H \leq c(T_f + u) + L \text{ 일때} \\ (H - L) / c, & H > c(T_f + u) + L \text{ 일때} \end{cases} \quad (13)$$

윗식의 온도 T를

$$T = Q(H) \quad (14)$$

와 같이 엔탈피의 함수로 표시하면 엔탈피식을 다음과 같은 유한차분식으로 나타낼 수 있다.

$$\bar{H}^{i+1} = \bar{H}^i + \delta t(1 - \zeta)\bar{F}(\bar{H}^i) + \zeta\delta t\bar{F}(\bar{H}^{i+1}) \quad (15)$$

$\bar{H}$ 는  $H_i$ 를 성분으로 하는 벡터이고  $\bar{F}$ 는  $i$ 번째 성분이 1차원 직교좌표계에서 다음과 같이 표시되는 비선형함수를 나타낸다.

$$\bar{F}(\bar{H}) = [K/(\rho\delta x^2)] [Q(H_{i-1}) - 2Q(H_i) + Q(H_{i+1})] + (1/\rho)G [Q(H_i)] \quad (16)$$

구좌표계에서 비선형함수  $\bar{F}$ 는 식 (17)과 같다.

$$\bar{F}(\bar{H}) = [K/(\rho\delta r^2)] [Q(H_{i-1}) - 2Q(H_i) + Q(H_{i+1})] + (2k/pr_i\delta r)[Q(H_{i+1}) - Q(H_i)] + (1/\rho)G[Q(H_i)] \quad (17)$$

식 (15)에서  $\zeta$ 는 0에서 1사이의 값을 가지는데 0일 경우에는 explicit, 1일 경우에는 implicit한 방법이 되며 1/2일 경우에는 Crank - Nicolson 타입이 되는데 본 연구에서는 Crank - Nicolson 방법을 사용하기로 한다. 이 방법은 롱워스(Longworth)<sup>9)</sup>에 의해 냉동수술법의 열전달해석에 적합하다고 제안되었고 볼러(Voller)와 크로스(Cross)<sup>9)</sup>가 사용한 바 있다.

### 3. 해석 모델

냉동수술시 사용하는 냉동팁의 형상은 몇가지로 나눌 수가 있다. 피부의 표면에 생긴 종양을 치료하기 위해서는 디스크형의 접촉식 냉동팁을 사용하는데 비해 인체 내부의 종양을 치료하기 위해서는 원통형 또는 반구형의 냉동팁을 사용하게 된다. 냉동수술에 사용되는 전형적인 냉동팁을 Fig. 1에 소개한다. 디스크형의 피부접촉식 냉동팁에 대해서는 직교좌표계를 기본으로 한 해석으로 무리가 없지만 원통형 또는 반구형의 냉동팁을 사용할 때에는 반경방향의 열흐름 해석이 중요하므로 원통형 좌표계나 구좌표계에 의한 해석이 필요하다. 본 연구에서는 무한히 큰 면적의 디스크형 냉동팁을 가정 한 1차원적인 열전달해석 및 반경방향의 열흐름 해석을 위해 반구형의 냉동팁에 대한 해석도 함께 수행하고자 한다. 반구형의 냉동팁에서는 오직 반경방향의 열흐름만이 존재하는 1차원적 문제로 가정하였다.

해석 모델로는 인간의 뇌조직 세포를 대상으로 하였는데 뇌조직의 열적 물성은 물과 매우 흡사하기 때문에 이를 사용하였다. 물의 빙점과 응고열은 각각 0℃와 80cal/gm℃가 사용되었고 온도에 따른 열전도율과 비열은 Table 1에 나타나 있다.<sup>10)</sup> 본 모델에서는 열전도와 상변화만을 고려하였고 대류는 없는 것으로 가정하였다.

본 모델에서는 내부 발열도 고려하였는데 이 경우 내부 발열항인  $G(T)$ 는 다음의 식과 같다.

$$G(T) = m_b c_b (T_b - T) + s_m \quad (18)$$

여기서 하첨자  $b$ 는 혈액(blood)을 의미하고  $s_m$ 은

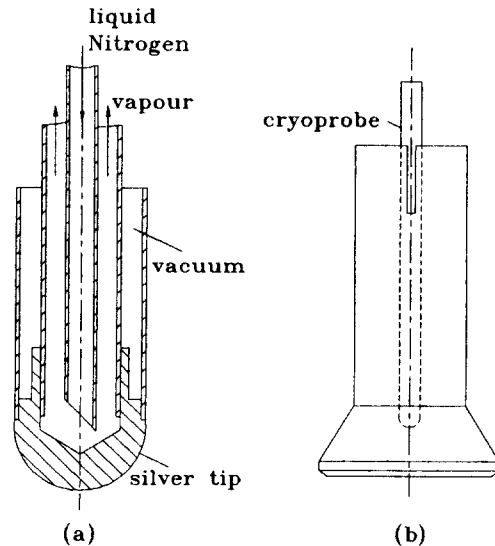


Fig. 1 Typical cryosurgery probe tips : (a) the active portion is hemispherical in shape; (b) the active portion is disk - shaped

Table 1 Thermal properties of water used in this study

Temperature (℃)	Thermal Conductivity (cal/sec - cm - ℃)	Specific Heat (cal/gm - ℃)
- 200	0.0053	0.6389
0	0.0053	0.6389
0.01	0.00132	1.009
4.4	0.00134	1.005
10	0.00136	1.002
15.5	0.00139	1.0
21.1	0.00141	0.998
37.8	0.00147	0.997

Table 2 Internal heat generation rate used in this study

Temperature (°C)	Convected Rate from Blood Flow $m_b c_b(T_b - T)$ cal/cc - sec	Metabolic Heat Generation Rate $s_m$ cal/cc - sec	Total Heat Generation Rate $G$ cal/cc - sec
0	0.00	0.0	0.0
10	0.036	0.0008	0.368
15	0.074	0.0024	0.0764
20	0.076	0.0032	0.0792
25	0.067	0.0041	0.0711
30	0.047	0.0049	0.0519
37	0.0	0.006	0.006

신진대사에 의한 발열을 나타낸다.  $m_b$ 는 단위체적당 유입되는 혈액의 질량유량인데 인간의 뇌조직에서는 0.0067 부터 0.011gm/cc - sec의 값을 가진다. 식(18)의 우변 첫번째 항은 혈액의 유입에 따른 열전달량을 표시하며 질량유량과 온도차의 함수이다. 조직이 정상적 체온일 경우에는 조직세포와 혈액의 온도가 같아져서 이 항이 0이 되며 조직이 냉동되면 질량유량이 0이되어 이 항에 의한 발열이 없게 된다. 신진대사에 의한 발열량은 정상체온일 때가 가장 크며 조직의 온도가 낮아짐에 따라 발열량도 감소하여 조직의 빙점에 이르면 발열이 전혀 없게 된다. 이 두항에 의한 발열량의 합인  $G(T)$ 의 값이  $m_b$  및  $s_m$ 과 함께 Table 2에 온도의 함수로 표시되어 있다.<sup>13)</sup> 혈액의 비열은 1cal/gm - °C로 가정하기로 한다.

3.1 반무한 평판에 대한 1차원적 냉각

디스크형의 냉동팁을 사용할 때 열흐름이 디스크와 직각의 방향으로만 존재한다고 가정하면 이는 반무한 평판에 대한 1차원적 열전달문제로 단순화할 수 있다. 따라서 식(4)에서 보인 바와 같은 해석적인 해를 구할 수가 있다. 비록 이러한 해가 실제적인 3차원 문제의 해와는 상당한 차이를 보이지만 냉동경계의 위치를 예측하는데 도움을 줄 수가 있다. 본 연구에서는 엔탈피 방법에 의한 해를 수치해석적으로 구하고 비정상 열전달 해석에 사용되는 상용 프로그램인 TRUMP를 이용한 결과 및 노이만의 해와 비교하기로 한다. 노이만의 해에서는 내부 발열을 고려하지 않고 있으므로 여기서는 내부 발열이 없는 경우에 대해 해석하기로 한다. 냉동팁으로 사용되는 디스크 면의 온도는 -75°C(Nitrous Oxide)를 가정하며 본 연구에 사

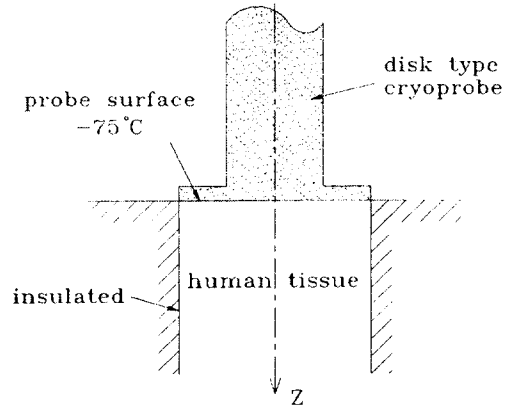


Fig.2 Schematic drawing of cryosurgery model for one dimensional heat flow in rectangular coordinate

용될 디스크형 모델에 대한 개략도가 Fig. 2에 보여지고 있다.

3.2 반구형 냉동팁에 의한 냉각

반구형 냉동팁에 의한 냉각은 반경방향의 열흐름만이 존재하는 1차원적 열전달 문제이다. 1차원적인 단순한 문제임에도 불구하고 상변화와 내부 발열을 동반하고 있기 때문에 해석해를 구하기가 쉽지 않다. 따라서 엔탈피 방법에 의한 결과를 TRUMP에 의한 결과와 비교하여 엔탈피 방법에 의한 해를 검증해 볼 필요가 있다. 반구형 냉동팁의 반경은 실제 수술시 많이 사용되는 2.38mm를 선택하였으며 반구형 냉동팁의 온도는 -75°C (Nitrous Oxide) 및 -196°C (Liquid Nitrogen)를 사용했다. 해석모델로 사용될 반구형 냉동팁의 개략도는 Fig. 3에 나타나 있다.

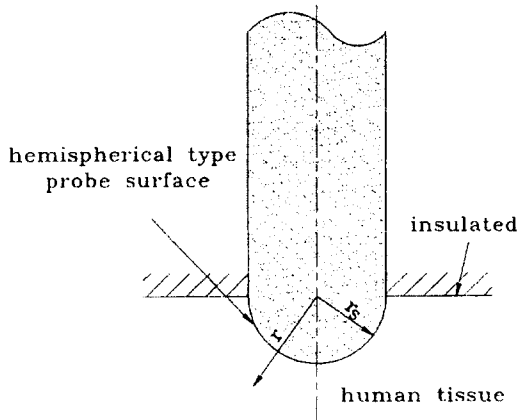


Fig.3 Schematic drawing of cryosurgery model for one dimensional radial heat flow in spherical coordinate

4. 수치해석 결과 및 토의

본 연구에서는 엔탈피 방법을 이용하여 냉동수술시 발생하는 스테판 문제의 해를 구하였다. 냉동수술용 냉동팁은 디스크형, 원통형 및 반구형이 있는데 이 중 디스크형 및 반구형의 냉동팁에 의한 냉동경계의 이동을 연구하였다. 엔탈피 방법은 2차원 및 3차원까지 적용이 가능하나 본 연구에서는 1차원적인 해석에 국한하였다. 블러와 크로스(Voller and Cross)<sup>9)</sup>는 이 알고리즘을 이용하여 직교좌표계에 대한 1차원적인 스테판 문제의 수치해석 방법을 제안하였고 앤드루스키(Andrushkiw)<sup>7)</sup>에 의해 구좌표계로 확장되었다. 본 연구에서는 앤드루스키에 의해 제시된 알고리즘을 이용하여 수치해석을 수행했다. 이 방법에 의한 해를 검증하기 위하여 해석적인 노이만의 해 및 일반적 열전달 상용프로그램에 의한 해와 비교하였다.

노이만의 해인 식(4)는 다음과 같이 냉각시간 t에 대해 정리할 수 있다.

$$t = \left( \frac{L}{2(T_f - T_s)k_1 v^2} \right) z_f^2 \tag{19}$$

여기서 대상체인 인간의 뇌세포조직에 대한 열적 물성이 필요하게 되는데 온도에 따른 물성의 값을 변화시킬 수가 없으므로 문제의 단순화를 위해

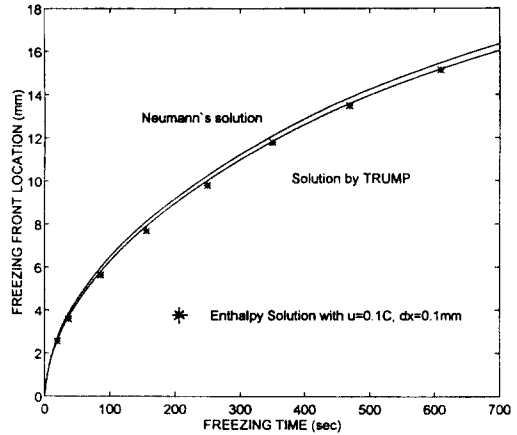


Fig. 4 Comparison of enthalpy solution with Neumann's solution and TRUMP results for freezing front location vs freezing time in one dimensional cooling of semi-infinite slab with  $T_s = -75^\circ\text{C}$

다음과 같은 값을 사용하기로 한다.

- 열전도율  $k = 0.004 \text{ cal/cm} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{sec}$
- 비열  $c = 0.65 \text{ cal/gm} \cdot ^\circ\text{C}$
- 밀도  $\rho = 1 \text{ gm/cm}^3$

이 값들을 식(19)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$t = 243z_f^2 \tag{20}$$

또는

$$z_f = 0.064(t)^{1/2} \tag{21}$$

노이만의 해는 오직 하나의 상변화를 수반하는 1차원적인 냉각문제에 대한 것이므로 구형의 냉동팁에 대한 수치해석 결과와의 비교에는 적용할 수 없다. 따라서 구형의 냉동팁에 대한 해는 상용 프로그램인 TRUMP의 결과와 비교하기로 한다.

Fig. 4는 디스크형 냉동팁에 의한 1차원적 냉각시 시간에 따른 냉동경계의 위치를 보여주고 있다. 냉동팁의 온도는  $-75^\circ\text{C}$ 를 가정하였다. 엔탈피 방법에 의한 결과가 노이만의 해 그리고 TRUMP에 의한 해와 비교되고 있다. 엔탈피 방법에 의한 수치해석에는 상변화폭인  $2u$ 를  $0.2^\circ\text{C}$ 로 하였고 격자간격은  $1\text{mm}$ 로 설정하였다. TRUMP 프로그램에

서는 온도를 변수로 취하고 있어 상변화시에 온도의 변화가 없는 소위 "상변화 무릎"(phase change knee)이 나타나는데 이 때문에 상변화의 완료상태 시점을 정하기가 다소 곤란한 단점이 있다. 본 연구에서는 상변화 무릎의 중간지점을 상변화가 완료된 것으로 가정하여 다른 방법에 의한 결과와 비교하였다. Fig. 4에서 \*는 엔탈피 방법에 의한 해를 나타낸다. 그림에서 보아 알 수 있듯이 엔탈피 방법에 의한 해는 다른 두가지 방법에 의한 해와 매우 잘 일치하고 있다. Fig. 5는 반구형 냉동팁에 의한 반경방향 1차원냉각시 시간에 따른 냉동경계의 위치를 나타내고 있다. 여기서 냉동팁의 반경은 2.38mm, 표면온도는  $-75^{\circ}\text{C}$ 이다. 실선은 TRUMP에 의한 해이고 엔탈피 방법에 의한 해는 여러가지 기호로 표시되어 있다. 이 다양한 기호들은 각각 다른 값의 상변화범위 및 격자간격에 대한 해를 나타낸다. 각 경우마다 약간씩의 차이는 있지만 전반적으로 TRUMP에 의한 해와 잘 맞는 것으로 보여진다. 이상의 두가지 그림을 비교해 보면 디스크형 냉동팁에 의한 냉각이 반구형 냉동팁에 의한 냉각보다 효과적임을 알 수 있다. 이는 디스크형 냉동팁에 의한 냉각을 반무한 평판에 대한 1차원적 냉각으로 가정한 반면 반구형 냉동팁에 의한 냉각은 1차원적인 반경방향 열흐름이지만 실제로는 3차원 열전달을 나타내기 때문이다. 반구형 냉동팁의

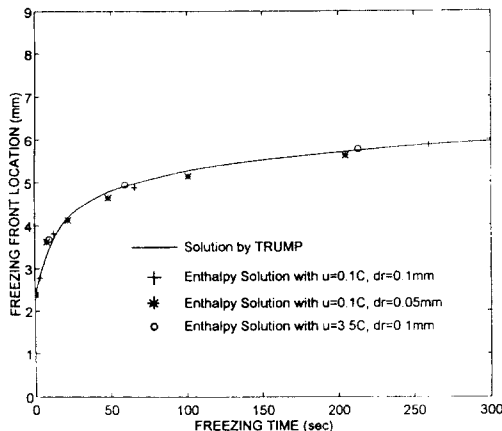


Fig. 5 Comparison of enthalpy solution with TRUMP results for freezing front location vs freezing time in one dimensional cooling by hemispherical probe with  $T_s = -75^{\circ}\text{C}$

반경에도 관계가 있지만 그보다는 1차원적 열전달과 3차원적 열전달에서 나타나는 냉각능력의 차이로 보아야 할 것이다. Fig. 6에서는 반구형 냉동팁에 의해 발열이 있는 조직과 발열이 없는 조직을 냉동할 때 냉각시간에 따른 냉동경계 위치의 차이를 보여준다. 그림에서 내부발열이 무시될 때에는 발열이 있는 경우보다 쉽게 냉동됨을 알 수 있으며 냉동경계의 위치로 보면 최대 약 10% 정도 더 침투하고 있다. 여기서는 냉동팁의 온도가  $-75^{\circ}\text{C}$ 인데 이를  $-196^{\circ}\text{C}$ 로 낮추게 되면 내부발열의 유무가 냉동경계의 침투깊이에 덜 영향을 끼치게 된다. 이는 Fig. 7을 보면 알 수 있는데 Fig. 6에서와는 달리 내부발열이 없는 경우가 발열이 존재하는 경우보다 최대 약 5% 정도밖에 더 침투하지 못하고 있다. 이는 냉동팁의 온도가 매우 낮아서 냉각능력이 증대되고 이에 따라 상대적으로 내부발열량에 의한 영향이 작아지는 현상으로 볼 수 있다. 이와 같은 관점에서 볼 때 냉동팁의 온도는 냉각능력을 결정하는 가장 중요한 요소라 할 수 있을 것이다. Fig. 8은 일정 냉각시간 하에서 반구형 냉동팁의 온도에 따른 냉동경계의 위치를 보여주고 있다. 횡축에는 냉동팁의 온도  $T_f$ 와 세포조직의 온도  $T_s$ 와의 차를 표시하고 있다. 냉각시간은 각각 100, 200, 300, 400, 500초로 고정되어 있으며 냉각시간이 길수록 냉동경계의 침투깊이가 커짐을 알 수

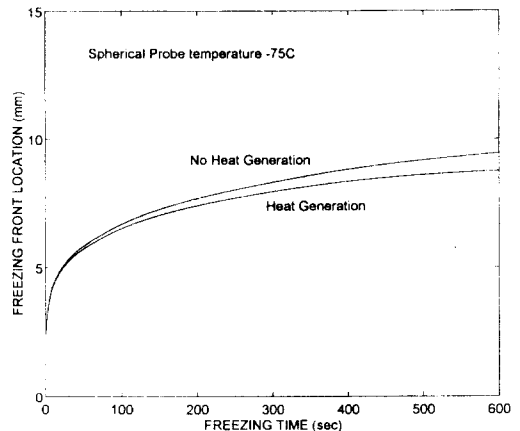


Fig. 6 Freezing front location vs freezing time for hemispherical probe with  $T_s = -75^{\circ}\text{C}$ ; Result for heat generation case is compared with no heat generation case.

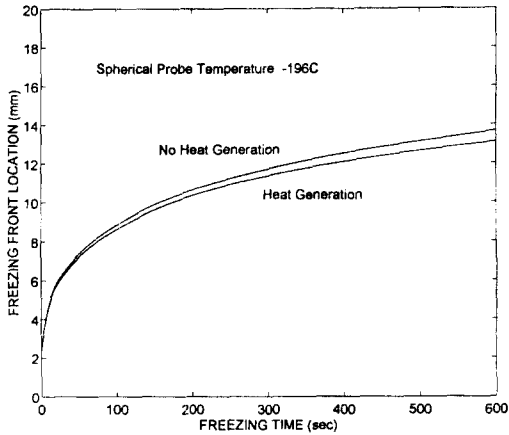


Fig. 7 Freezing front location vs freezing time for hemispherical probe with  $T_s = -196^\circ\text{C}$  : Result for heat generation case is compared with no heat generation case.

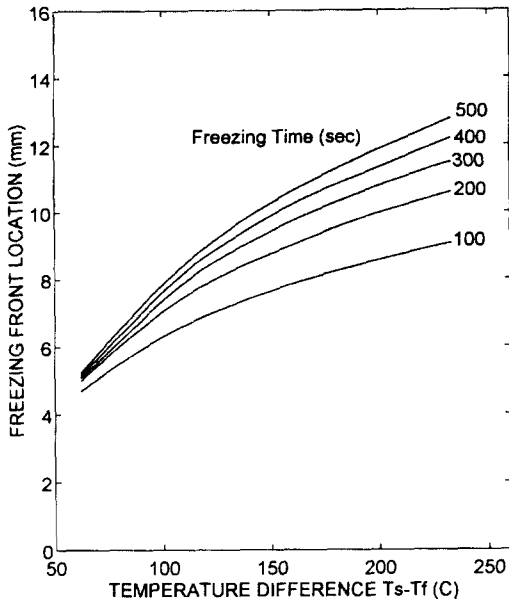


Fig. 8 Relation between probe temperature and freezing front location for certain times in hemispherical probe with heat generation

있다.

### 5. 결론 및 제언

본 연구에서는 냉동수술시 발생하는 스테판 문제에 대한 해를 구하기 위하여 엔탈피 방법에 기초

한 수치해석을 수행하였다. 디스크형 및 반구형의 냉동팁에 대한 수치해석의 해를 상용 프로그램인 TRUMP에 의한 해와 비교한 결과 잘 일치함을 알 수 있었다. 디스크형의 냉동팁에 대해서는 이미 알려진 해석해인 노이만의 해와도 비교해 보았고 이 또한 만족스럽게 일치하였다. 반구형 냉동팁에 대해서는 신진대사에 의한 발열도 고려하여 발열을 고려하지 않은 경우와 비교하였으며 냉동팁의 온도는  $-75^\circ\text{C}$ 와  $-196^\circ\text{C}$ 의 두가지 경우를 가정하였다. 냉동팁의 온도가  $-75^\circ\text{C}$ 의 경우에는 발열의 존재여부가 냉동경계의 침투깊이에 비교적 큰 영향을 미쳤으나  $-196^\circ\text{C}$ 의 경우에는 상대적으로 작은 영향을 주었다. 이는 후자의 경우 냉각능력에 비해 발열량이 미치는 영향이 상대적으로 작았기 때문이다. 엔탈피 방법은 냉동수술시 발생하는 이동경계 문제에 매우 정확히 대처할 수 있는 방법이라는 것을 본 연구를 통해 확인할 수 있었다. 현존하는 상용 프로그램은 온도에 관한 미분방정식을 기초로 하고 있으며 상변화가 있는 경우 소위 "상변화 무릎"이 생겨 격자간격을 매우 작게 하지 않으면 정확한 상변화 위치를 찾아내기 힘들다. 그러나 엔탈피 방법은 엔탈피를 변수로 하는 미분방정식을 기초로 하므로 이러한 문제점을 해소할 수 있었다. 본 연구에서는 1차원적인 상변화 열전달만을 다루었으나 추후에는 이를 2차원으로 확대하여 연구를 수행하는 것이 바람직하다고 생각한다.

### 참고문헌

- 1) Cooper, I. S., Grossman, F. and Johnson, P., 1962, "A Complete System for Cryogenic Surgery", St. Barnabas Med. Bul., vol. 1, pp. 11
- 2) Rubenstein, L., 1971, "The Stefan Problem", Trans. Math. Monograph, No. 27, American Mathematical Society
- 3) Ockendon, J. R. and Hodgkins, W. R., ed., 1975, "Moving Boundary Problems in Heat Flow and Diffusion", Oxford Univ. Press, Oxford
- 4) Perl, W., 1962, "Heat and Matter Distribution in Body Tissues and the Determination of Tissue Blood Flow by Local Clearance Method", J. Theoret. Biol., vol. 2, pp. 201



- 5) Cooper, T. E. and Trezek, G. J., 1971, "Mathematical Predictions of Cryogenic Lesion", *Cryo. in Surgery*, von Leden, H. and Cohan, W.g., ed, Medical Examination Publishing Co., New York, pp. 128
- 6) Hrycak, P., Wilchins, S. J. and Levy, M. J., 1975, "Cryosurgery of Lesions through Contact Freezing and Estimates of Penetration Times", Winter Ann. Meeting of the Bioeng. Div. of the ASME, Houston, Texas
- 7) Andrushkiew, R. I., 1982, "Finite Difference Model for Simulating Thermal Profiles in Cryosurgery", Proc. of 1982 Summer Computer Simulation Conf., Denver, Colorado, pp. 287
- 8) Longworth, D., 1975, "A Numerical Method to Determine the Temperature Distribution around a Moving Weld Pool", *Moving Boundary Problems in Heat Flow and Diffusion*, Oxford Univ. Press, Oxford, pp. 54
- 9) Voller, V. and Cross, M., 1981, "Accurate Solutions of Moving Boundary Problems using the Enthalpy Method", *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 24, pp. 545
- 10) Holman, J. P., 1988, *Heat Transfer*, McGraw - Hill Co.
- 11) Rosomoff, H. L. and Holaday, D. A., 1967, "Cerebral Blood Flow and Cerebral Oxygen Consumption During Hypothermia", *Am. J. Physiol.*, vol. 17, pp. 276