
◎ 研究論文

자기부상 시스템에 강인한 제어기 설계에 관한 연구(Ⅱ)

- 실험을 중심으로 -

김창화* · 양주호** · 김영복***

A Study on the Design of Robust Controller of Magnetic Levitation System(Ⅱ)

C. H. Kim · J. H. Yang · Y. B. Kim

Key words : Magnetic levitation system(자기부상시스템), H_{∞} servo controller(H_{∞} 서보제어기), Multiplicative perturbation(곱하기 섭동), Mixed sensitivity problem(혼합감도문제)

Abstract

The magnetic levitation system has many advantages, such as little friction, no lubrication, no noise and so on. For this reason, the magnetic levitation system is utilized in the magnetic bearing of high-speed rotor. The method to obtain magnetic force is both the repulsive suspension method and the attraction suspension method. The magnetic levitation system using the attraction suspension method need a stabilizing controller because it is a unstable system in natural.

This paper presents the design of robust stabilizing servo controller in spite of being the model uncertainties in the magnetic levitation system by H_{∞} control theory using the free parameter. And we investigated the validity of a designed controller through results of the simulation and the actual experiment.

1. 서 론

전자기력을 이용한 자기부상 시스템(Magnetic levitation system)은 물체를 비접촉으로 부상시키므로 소음 및 기계적 마찰이 없다는 장점 때문에

고속 회전체의 자기 베어링, 자기부상 열차 등 많은 분야에 점진적으로 이용되고 있다¹⁾. 자기 부상 시스템은 부상력을 얻는 방법에 따라 반발부상(Repulsive suspension)과 흡인부상(Attraction suspension) 방식으로 구분할 수 있다²⁾. 반발부상

* 정회원, 부경대학교 대학원

** 정회원, 부경대학교

*** 정회원, 부경대학교 강사

방식은 비교적 부상간극을 크게 할 수 있지만 자기력 손실이 크다는 단점을 가지고 있다. 이에 대해 흡인부상 방식은 반발부상 방식보다 전자기력이 강하고 부상간극이 적어 에너지 이용 효율이 크다는 장점이 있지만, 본질적으로 불안정한 시스템이므로 부상체를 안정하게 유지하기 위한 안정화 제어기가 필요하다. 그리고 자기부상 시스템의 공칭 모델은 파라미터의 변동이나 선형화 오차로 인하여 실제 플랜트와 차이가 있으므로 제어기의 설계 시에 강인성이 고려되어야 한다. 이에 대하여 이미 저자들은 이러한 제어기를 설계하고 시뮬레이션을 통하여 그 타당성을 검토한 바 있다³⁾.

본 연구에서는 흡인식 자기 부상방식의 실험장치를 제작하고 모델링 한 후, 모델의 불확실성의 존재에 대하여 강인한 1형 서보 제어기를 H_∞ 제어이론^{4~5)}에 기초하여 설계하고, 응답실험을 행한 결과와 시뮬레이션 결과를 비교함으로써 설계된 제어기의 타당성을 조사한다.

2. 실험장치의 제작 및 모델링

2. 1 실험장치의 제작

본 실험에 이용될 흡인식 자기부상계의 개략도

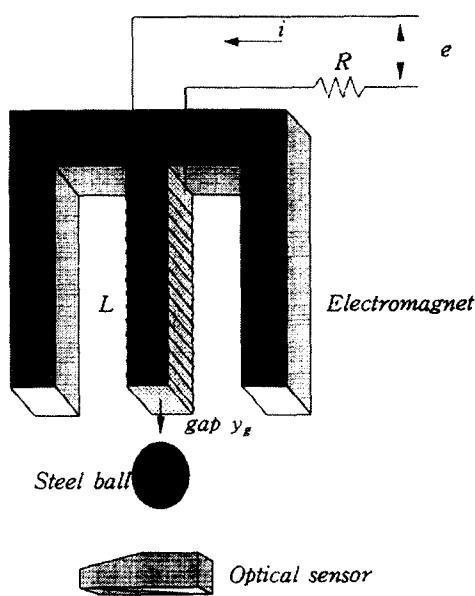


Fig.2.1 Magnetic levitation system

는 Fig. 2.1과 같다.

Fig. 2.1에서 전자석은 E형 규소강판을 적층하고 코일은 직경이 0.5[mm]인 동선을 1900회정도 감아 만들었으며, 이 때 코일의 저항은 31.78 [Ω]이었다. 쇠구슬의 직경은 62.4[mm], 질량은 1.048[Kg]이며, 전자석과 쇠구슬의 간극은 레이저 변위계를 쇠구슬의 연직하방에 설치하여 측정하였다. 또한 자기부상계에 전력을 가하기 위한 증폭기는 트랜지스터를 사용하여 자작한 선형증폭기를 이용하였으며, 증폭기의 최대 출력은 50 [W]이다. 이때 평형점 $Y=7[mm]$ 에서의 공급전압은 27.6[V]이다.

2. 2 제어대상의 모델링

직류 전자석의 흡인력을 이용하여 쇠구슬을 지정된 위치에 부상시키는 Fig. 2.1과 같은 자기 부상 시스템을 생각한다. 쇠구슬은 수직 방향으로만 운동한다고 가정하면 쇠구슬의 운동 방정식은 식(1)과 같다.

$$m \frac{d^2 y_p}{dt^2} = mg - f \quad (1)$$

여기서 m : 쇠구슬의 질량[Kg]

y_p : 평형점에서 미소변화분[m]

g : 중력가속도 [m/s^2]

f : 전자기력 [N]

이 때 전자기력 f 는 전자석의 인덕턴스 L 과 전류 i 의 y_g 에 대한 다음의 편미분 방정식으로 놓을 수 있다.

$$f = -\frac{\partial}{\partial y_g} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) \quad (2)$$

여기서, i : 전자석에 흐르는 전류[A]

y_g : 쇠구슬과 전자석사이의 길이 [m]

또한, Fig. 2.1에서보면, 전자석의 회로 방정식은 식 (3)과 같이 얻을 수 있다.

$$e = R i + \frac{d}{dt} (L i) \quad (3)$$

여기서, R : 전자석 코일의 저항[Ω]

L : 코일의 인덕턴스[H]

e : 전자석에 가하는 전압[V]

위의 식 (2),(3)의 인덕턴스 L 은 부상체의 크기, 모양, 위치에 따라 변화하는 값으로 식 (4)와 같이 전자석과 부상체의 간극 y_g 의 함수라 가정할 수 있다⁶⁾.

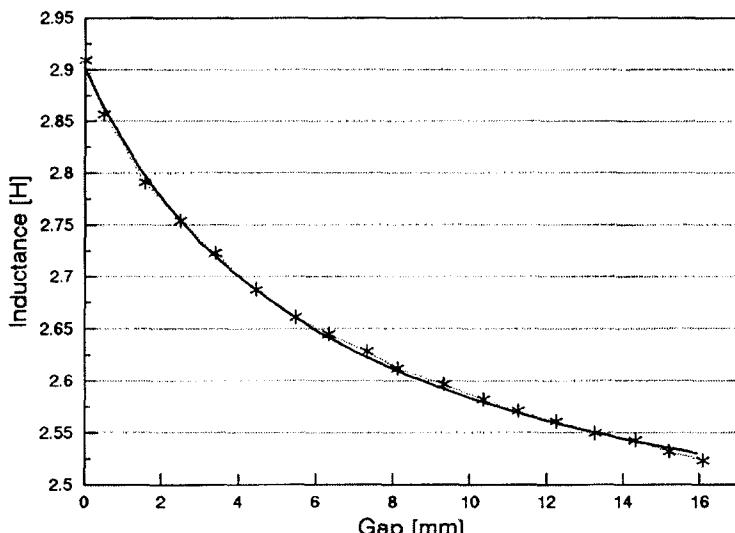
$$L(y_g) = \frac{Q}{Y_\infty + y_g} + L_0 \quad (4)$$

이 때 식 (4)에서 Q, Y_∞, L_0 는 실험에 의해 구해지는 파라미터 값들이다. 식 (1)~(4)에서 전자석에 가해지는 전압 e 를 제어입력, 전자석과 부상체 사이의 간극 중 평행점에서의 미소변화분 $y_p (y_g = Y + y_p, Y : 평행점에서 전자석과 부상체 사이의 거리)$ 를 출력으로 했을 때의 관계식은 비선형 방정식으로 표현되므로 이 식을 평행점 부근에서 1차항 까지 Taylor 급수 전개법에 의해 선형화 했을 때의

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\frac{QI}{m(Y_\infty + Y)^2} \\ \frac{QI^2}{m(Y_\infty + Y)^3} & 0 & -\frac{QI}{m(Y_\infty + Y)^2} \\ 0 & \frac{QI}{(Y_\infty + Y)(Q + L_0(Y_\infty + Y))} & -\frac{R(Y_\infty + Y)}{Q + L_0(Y_\infty + Y)} \end{bmatrix}$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{(Y_\infty + Y)}{Q + L_0(Y_\infty + Y)} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0], \quad x = [y_p \ \dot{y}_p \ i]^T, \quad u = e$$

Fig.2.2 Coil inductance L vs. gap y_g

상태공간 표현식은 식 (5)와 같다.

2.3 파라미터의 동정

식 (4)에 포함되어 있는 파라미터 Q, Y_∞, L_0 의 값은 다음과 같이 동정하였다. 먼저 쇠구슬을 전자석 아래의 어느 한 위치에 고정한 후 코일에 가한 고류전압과 전류사이의 관계로 부터 그 상태(거리)에서의 인덕턴스를 구한다. 이러한 방법으로 쇠구슬의 위치를 변경해 가면서 인덕턴스를 구한 결과는 Fig. 2.2의 별표로 표시된 것과 같다. 이러한 데이터를 가지고 최소 자승법에 의해 $L(y_g)$ 의 각 파라미터의 값을 구한 결과는 다음과 같다. 이 값들에 의한 식 (4)의 그래프는 Fig. 2.2의 실선과 같다.

$$Q = 3.26905 \times 10^{-3} (Hm)$$

$$Y_{\infty} = 6.002747 \times 10^{-3} (m)$$

$$L_0 = 2.384 (H)$$

3. 제어기의 설계

3.1 혼합감도문제

H_{∞} 제어 이론은 폐루프 전달함수의 무한대(∞) 노음을 평가하고, 이것을 어느 일정치 이하로 억제하는 보상기를 구하는 설계이론이다. 하중함수가 포함된 일반화 플랜트 $G(s)$ 와 제어기 $K(s)$ 로 이루어진 제어 시스템은 Fig. 3.1과 같다.

Fig. 3.1에서 $w(t) \in R^{m_1}$ 는 기준신호, 외란 등에 해당하는 외부입력, $u(t) \in R^{m_2}$ 는 제어입력, $z(t) = [z_1 \ z_2]^T \in R^{p_1}$ 는 제어량, $y(t) \in R^{p_2}$ 는 관측량, $x(t) \in R^n$ 는 상태변수이다. W_s 은 감도함수에 대한 주파수 하중함수이고, W_t 는 상보 감도함수에 대한 주파수 하중함수이다. 이 때

$$\begin{vmatrix} \gamma_1 W_s S \\ W_t T \end{vmatrix}_{\infty} < 1 \quad (6)$$

을 만족하는 제어기 $K(s)$ 를 구하는 것이 혼합감도 문제이다^[7-8]. 여기서, γ_1 는 W_s 의 계인을 조정하기 위한 양의 실수이고, S 는 감도함수이며, T 는 상보 감도함수이다. 이 때 계단상의 기준입력에 대해 정상편차 없이 추종하기 위해서는 제어기내에 적분기를 가지고 있어야 하고, 제어기내에 적분기를 추가하는 방법은 여러방법이 있지만, 혼합감도문제의 해법 중에서 자유 파라미터를 이용하여 서보 제어계를 구성하는 방법은 보상기의 차수를 크게 증가시키지 않고 간단하게 적분기를 추가할 수 있다

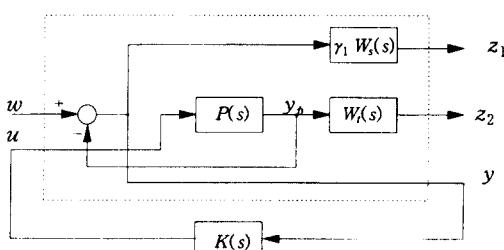


Fig.3.1 Generalized plant with the controller

는 장점이 있다⁹⁾. 따라서, 본 연구에서는 자유 파라미터를 이용하는 방법으로 1형 H_{∞} 서보 제어기를 구하여 제어계를 구성하기로 한다.

3.2. 주파수 하중함수의 선정 및 H_{∞} 제어 설계

본 절에서는 3.1절에서 설명한 혼합감도문제를 이용하여 다음의 설계사양을 만족하는 1형 H_{∞} 서보 제어기를 구한다.

설계사양 :

1) 부상위치의 계단상의 변화에 대한 추종성능과 외란제거 성능

2) 모델의 파라미터 변동에 대한 로바스트 안정성(Robust stability)

위의 설계사양에서 추종성능은 약 0.1 [rad/s]의 기준입력 대한 추종성을 갖도록 감도함수 $S(s)$ 에 대한 주파수하중 $W_s(s)$ 를 식 (7)과 같은 일차 하중함수로 선정하였다.

$$W_s(s) = \frac{50}{(\frac{1}{2 \times \pi \times 0.0157} s + 1)} \quad (7)$$

다음으로 설계사양 2)를 만족하는 제어기를 설계하기 위하여 상보감도함수 $T(s)$ 에 대한 주파수 하중함수 $W_t(s)$ 는 아래와 같은 제어대상의 정보를 이용하였다.

① 전달함수 $P(s)$ 의 분모와 분자의 상대적 차수가 3인 것.

② 공칭 플랜트 $P(s)_{nom}$ 에 대한 곱셈형 섭동(Multiplicative perturbation : Δ_{mpl})이 아래식을 만족할 것.

$$\Delta_{mpl}(s) = (P_{real} - P_{nom}) P_{nom}^{-1} \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}(\Delta_{mpl}(j\omega)) \leq |W_t(j\omega)| \quad (9)$$

이 때 제어대상에서 파라미터 변동의 최대값 및 최소값은 Table 1에 나타나 있으며, 이 값에 대한 식 (8)의 주파수 응답은 Fig. 3.2이다.

이 때 상보감도함수의 주파수 하중함수는 식 (9)을 만족하도록 식 (10)과 같이 선정하였다.

$$W_t(s) = \frac{\left(\frac{1}{2 \times \pi \times 7} s + 1\right)}{\left(\frac{1}{2 \times \pi \times 300} s + 1\right)\left(\frac{1}{2 \times \pi \times 350} s + 1\right)} \quad (10)$$

이러한 주파수 하중함수에 대해 식 (6)을 만족하는 제어기 $K_1(s)$ 은 Glover와 Doyle이 제안하는 알고리즘(3)을 사용하여 구하였다. 여기서, $\gamma_1=1$ 로 하여 구한 제어기는 식 (11)과 같다.

$$K_1(s) = \frac{K_{1n}(s)}{K_{1d}(s)} \quad (11)$$

단, $K_{1n}(s) = -10^{10} \times (0.6386s^3 + 31.85s^2 + 442.6s + 1699)$

Table 1 Parameters

Parameter	Max. Value	Min. Value
Q [Hm]	3.3346×10^{-3}	3.100×10^{-3}
L0 [H]	2.40	2.36
R [Ω]	34.9	30.78
X $_{\infty}$ [m]	6.051×10^{-3}	5.800×10^{-3}
M [kg]	1.21	0.87
I [A]	0.9	0.8

$$K_{1d}(s) = s^4 + 4227s^3 + 4.737 \times 10^6 s^2 + 6.282 \times 10^8 s + 6.193 \times 10^7$$

이 때 구한 제어기는 중심해이므로 적분기를 갖고 있지 않음을 알 수 있다. 그래서 자유 파라미터를 이용하여 제어기를 설계한 결과의 1형 서보 제어기는 식 (12)와 같다.

$$K(s) = \frac{K_n(s)}{K_d(s)} \quad (12)$$

단, $K_n(s) = -10^{10} \times (0.6484s^4 + 32.53s^3 + 461.5s^2 + 1957s + 1418)$

$$K_d(s) = s(s^4 + 4228s^3 + 4.741 \times 10^6 s^2 + 6.329 \times 10^8 s + 6.239 \times 10^7)$$

샘플링 주기를 100 [μ s]로 하여 식 (12)를 쌍선형 변환한 이산화 제어기는 식 (13)이다.

$$K(z) = \frac{K_n(z)}{K_d(z)} \quad (13)$$

단, $K_n(z) = -10^5(2.675z^5 - 7.957z^4 + 5.287z^3 + 5.313z^2 - 7.943z + 2.643)$

$$K_d(z) = z^5 - 4.615z^4 + 8.501z^3 - 7.81z^2 + 3.579z - 0.6543$$

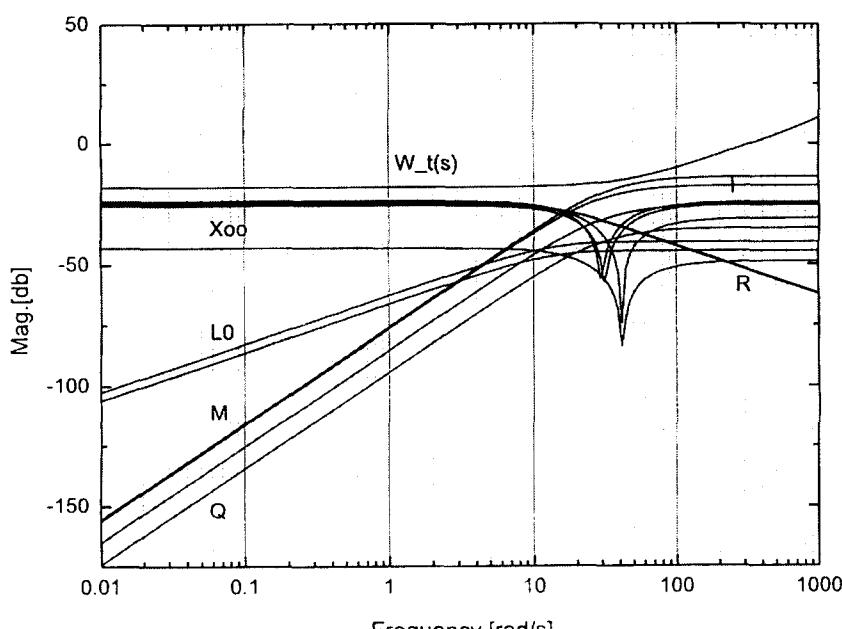


Fig.3.2 Bode plot of model uncertainties

4. 실험결과 및 고찰

자기부상 시스템에 대해 응답실험을 행하기 위한 제어기는 IBM - PC/486을 이용하였고, 연속계와 이산계 사이의 신호변환을 위하여 12비트의 A/D, D/A컨버터(AXIOM - AX5411)를 사용하였다. 또한, 쇠구슬의 위치는 레이저 센서를 이용하여 계측하였으며, 샘플링 주기는 A/D, D/A 변환기의 카운터를 이용하여 하드웨어 인터럽트방식을 사용하였다.

설계된 제어기의 타당성을 검증하기 위해 다음의 3가지 경우로 나누어 시뮬레이션과 응답실험을 하였다.

(case A) : 추종 성능을 조사하기 위해 계단상으로 부상위치를 변경한 경우.

(case B) : 외란 제거 성능을 알아보기 위해 쇠구슬이 평형점에 있을 때 외란을 가한 경우.

(case C) : 강인한 안정성을 조사하기 위해 쇠구슬의 질량이 변동한 경우.

Fig. 4.1은 case A에 해당하는 실험으로서 부상위치를 계단상($1[mm]$)으로 변경한 경우의 시뮬레이션 결과(Fig. 4.1(a)) 및 실험결과(Fig. 4.1(b))이다. 이때 종축은 시간이고 횡축은 평행점으로 부터의 쇠구슬의 위치 및 제어입력이다. 이 두그림의 응답곡선으로부터 알 수 있듯이 시뮬레이션과 실험결과의 응답의 경향은 비슷하나 실험결과의 경우 약간의 언더슈트(undershoot)가 발생하는 점과 그 이외에 과도응답의 모양이 약간 상이함을 알 수 있는데, 이는 변위를 측정하기 위하여 사용된 레이저 변위계의 응답시간이 $2[ms]$ 로 측정에 지연이 있었기 때문과 수학적 모델이 실제 계(系)와 차이가 있기 때문으로 생각된다. 그리고 실험결과의 응답으로부터 알 수 있듯이 약 0.45초 후에는 정상 편차없이 명령에 잘 추종함을 알 수 있다.

Fig. 4.2는 case B에 해당하는 경우에 대해 시뮬레이션 결과(Fig. 4.2(a)) 및 실험결과(Fig. 4.2(b))이다. 이 때 외란의 크기는 전자기력의 약 35%에 해당하는 값으로 하였으며, 이 외란의 크기를 전압으로 환산하여 입력축에 0.1초동안 하였다. 시뮬레이션 결과 및 실험결과가 거의 일치함을 보이고 있으며, 아울러 설계된 제어기는 입력축 외란에

대해 강인함을 알 수 있다.

Fig. 4.3은 case C에 해당하는 경우에 대해 시뮬레이션 결과(Fig. 4.3(a)) 및 실험결과(Fig. 4.3(b))이다. 이 때 시뮬레이션에서는 질량의 변화분(공칭치의 18%)을 전압으로 환산하여 입력축에 순간적으로 가하고 일정시간이 지난 후(6초) 순간적으로 제거한 형태의 결과이며, 실험에서는 쇠구슬에 공칭치의 18%에 해당하는 질량을 부가하였다가 12초가 경과한 후 부가한 질량을 제거한 경우의 실험결과이다. 시뮬레이션 및 실험결과로부터 시스템의 파라미터가 변동하여도 양호한 응답을 보이고 있어 설계된 제어기가 자기 부상계의 파라미터 변동에 대해서도 강인함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 상하 1자유도로 제한된 자기 부상 실험 장치를 제작하고, 제작된 시스템을 수학적으로 모델링한 후 H_{∞} 제어이론을 이용하여 서보 제어기를 설계하여 시뮬레이션 및 실제 부상실험을 수행한 결과로부터 아래와 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 설계된 1형 서보 제어기는 계단상의 기준입력에 대해서 정상편차 없이 안정하게 부상하고 있음을 알 수 있었고, 외란 및 파라미터 변동등에 대해서도 강인함을 확인하였다.

- 2) 시뮬레이션 결과와 실제 부상실험 결과가 비교적 잘 일치함으로 2절의 자기부상계의 모델링 방법이 타당함을 확인할 수 있었다.

앞으로 계단상의 기준입력에 대해 오버슈트를 줄이는 것과 변위 측정용 센서를 없앤 센서리스(sensorless) 제어계의 구성등을 과제로 남겨둔다.

참고문헌

- 1) 野波, 1993, “磁氣浮上 磁氣軸受制御の現況と制御理論”, 計測と制御, Vol. 32.4, pp. 301
- 2) 永田正夫, 1993, “磁氣浮上技術の動向と動的問題”, 日本機械學會誌, Vol.96, No.899, pp. 876 - 879
- 3) Glover, K. and Doyle, J. C., 1988, “State - Space Formulae for All Stabilizing Controllers that

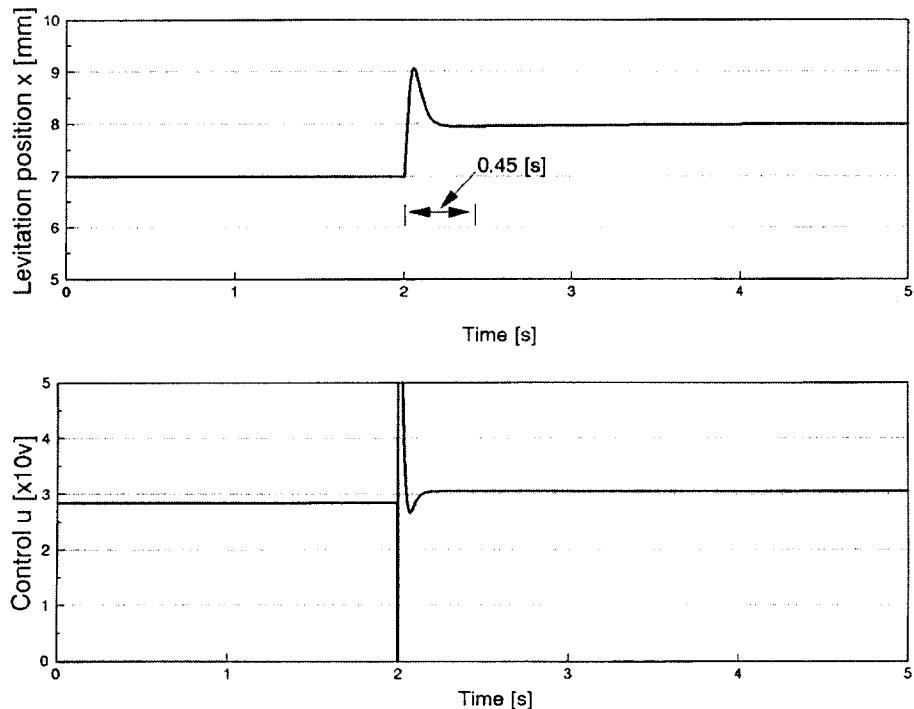


Fig. 4.1(a) Simulation result

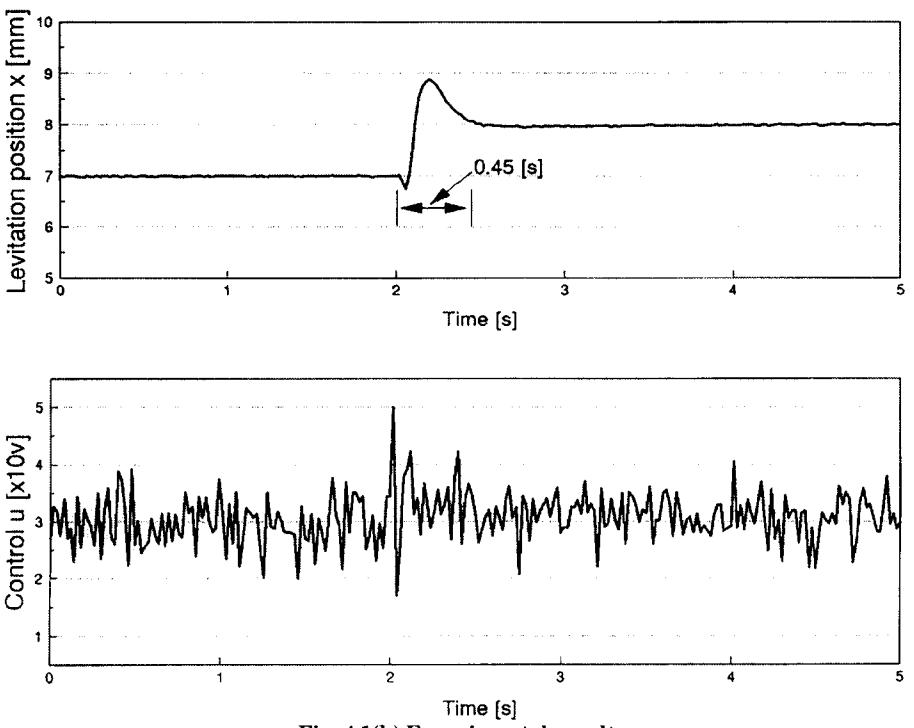


Fig. 4.1(b) Experimental result

Fig. 4.1 Step responses of magnetic levitation system at the case A

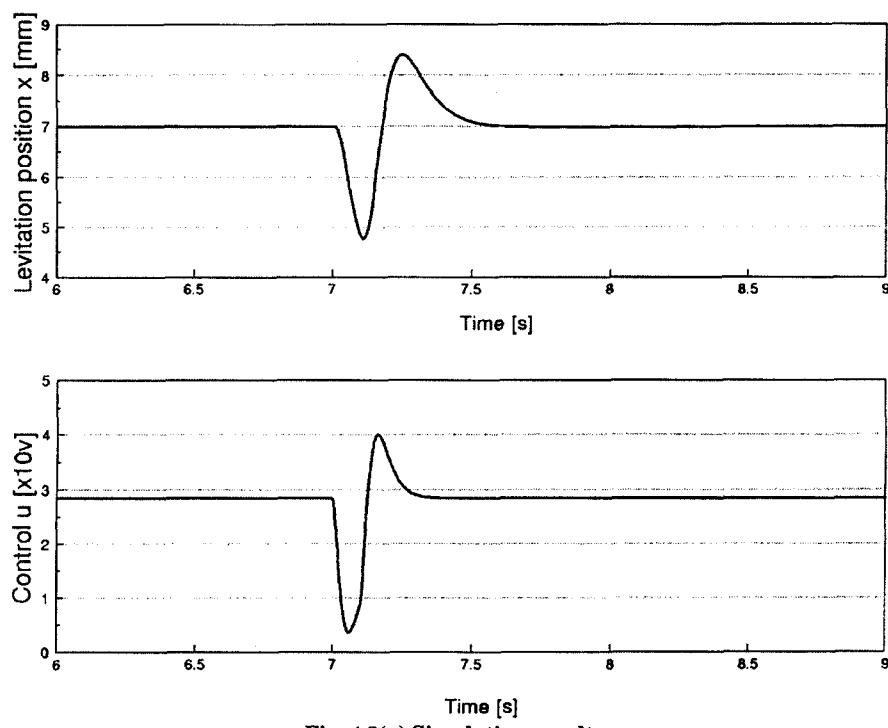


Fig. 4.2(a) Simulation result

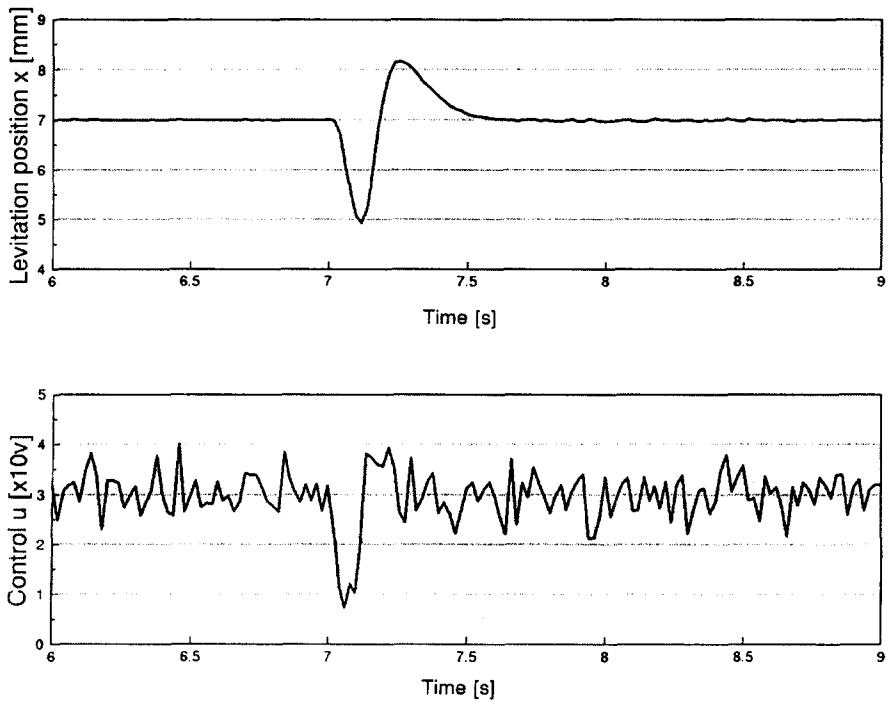


Fig. 4.2(b) Experimental result

Fig. 4.2 Disturbance responses of magnetic levitation system at the case B

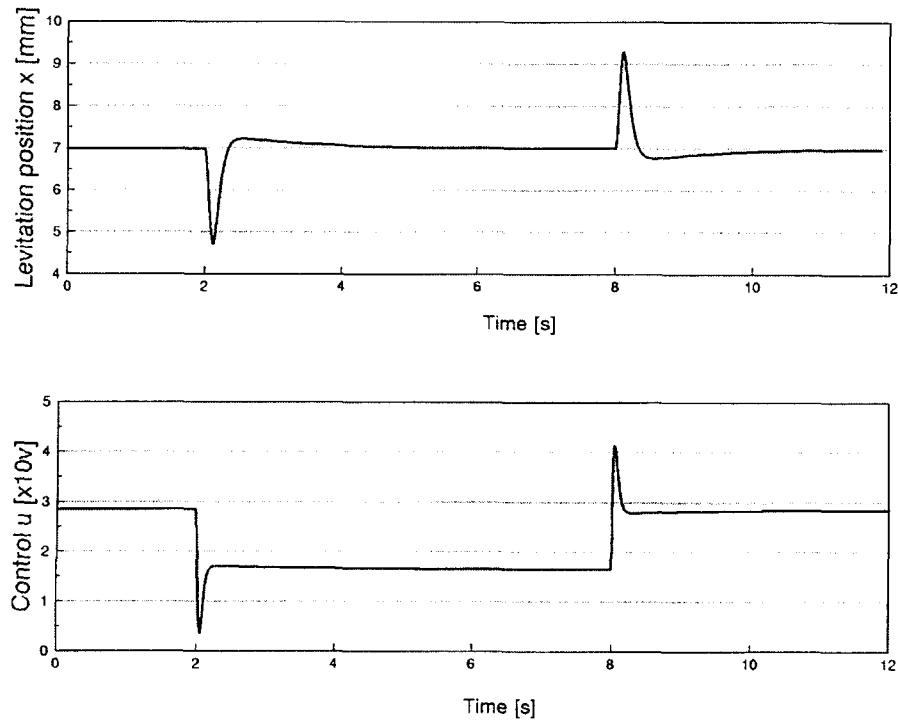


Fig. 4.3(a) Simulation result

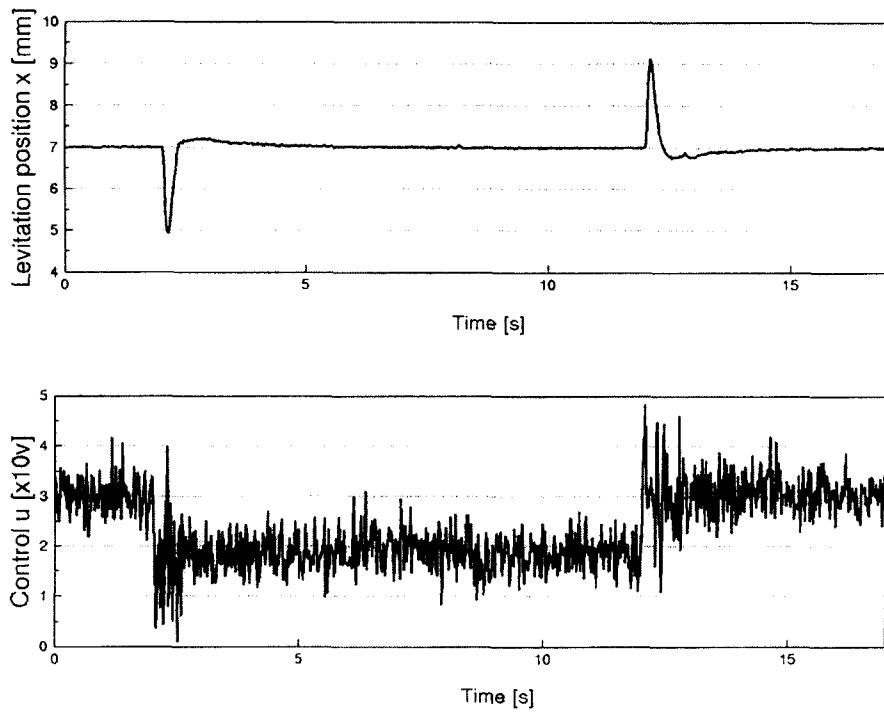


Fig. 4.3(b) Experimental result

Fig.4.3 Responses the perturbation M at the case C

- Satisfy an H_∞ – Norm Bound and Relations to Risk Sensitivity”, Systems & Control Letters, Vol.11, pp. 167~172.
- 4) 양주호, 김창화, 정석권, 김영복, 1995, “자기부상 시스템의 강인한 제어기 설계에 관한 연구(Ⅰ)”, 韓國船用機關學會誌, 第19卷 3號, pp. 262~268
- 5) Doyle, J. C., Glover, K., Khargonekar, P. P. and Francis, B. A., 1989, “State – Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 8, pp. 831~847.
- 6) 松村, 日月, 1979, “大振幅動作に適した磁氣吸引つり下げ系”, 日本電氣學論集文D, Vol. 99, pp. 25~32
- 7) 細江繁幸, 荒木光彦, 1994, 制御系設計(H_∞ 制御とその應用), 朝倉書店, 東京, pp.4 136.
- 8) Shahian. B, Hassul. M, 1993, Control system design using matlab, Prentice – hall, pp. 295 – 448
- 9) 杉江俊治, 1992, “ H_∞ 制御による サ – ボ系の設計”, システム制御情報學會編 H_∞ 制御の新しい展開と應用の 實際 テキスト, pp. 1~24.