

PIV에서의 보간기법의 평가에 관한 연구

최장운* · 조대환* · 최민선** · 이영호***

A Study on the Evaluation of Interpolation Methods in PIV

J. W. Choi · D. H. Cho · M. S. Choi · Y. H. Lee

Key words : PIV(입자영상유속계), Interpolation(보간), Uncertainty(불확실성), Grid(격자), Accuracy(정도), Particle tracking(입자추적), Sub - pixel resolution(서브픽셀 해상도)

Abstract

To maintain high spacial accuracy and rapid CPU time in interpolating data from grid to random position or inversely in PIV, proposed many techniques are compared and discussed mainly in terms of interpolating error and computing time. And artificial PIV atmosphere data is furnished by CFD result. First, for interpolation from grid to random position, multiquadric method gives the highest accuracy with the longest CPU time and Taylor series expansion methods give reasonable accuracy with less calculating load. Secondly, the sub - pixel resolution analysis in estimating the coordinates of the maximum correlation coefficients essential in the grey level correlation PIV reveal that 8 - neighbours 2nd - order least square interpolation gives utmost accuracy in terms of the real flow conditions.

1. 서 론

입자추적 PIV(PTV)에서 얻어지는 속도벡터는 유동장에 불규칙하게 분포하고 있으며 이들의 속도값을 이용하여 유동장의 정보를 정량적으로 평가하기 위해서는 반드시 격자상의 속도값으로 보간을 행하여야 한다. 또한 계조치 PIV에서는 최대

상관계수의 위치를 산정하는데 있어서 서브픽셀에서의 해상도 확보가 매우 중요하며 이것은 계측 다이내믹 레인지의 확보에 결정적인 역할을 한다. 이 경우에 등고선의 형태로 표현되는 상관계수의 분포도에서 정점에 해당하는 최대값의 위치를 찾아내기 위해서는 정도 높은 보간방법이 요구된다. 또한 모든 종류의 PIV에서 필연적으로 발생하는

* 정희원, 한국해양대학교 대학원

** 정희원, 목포해양대학교 기관공학과

*** 정희원, 한국해양대학교 기계시스템공학부

속도벡터의 이상치(outlier)의 제거에도 이들의 자리를 보충하기 위한 보간이 반드시 필요하게 된다. 이와 같이 PIV에서는 어느 경우에도 데이터의 보간이 매우 중요하며 최종적인 결과의 신뢰도에 커다란 영향을 미친다.

한편, 지금까지 PIV에서 요구되는 데이터의 보간 기법에 대하여 지금까지 다수의 방법이 제안되고 있다. 그러나 대개의 경우에는 새롭게 제시된 기법을 기존의 일부결과와 단순비교하는데 그치고 있으며 이들의 기법을 종합하여 체계적으로 비교한 연구성과는 없는 실정이다. 또한 지금까지의 결과는 정확도에만 국한하고 있으며 처리시간에 대한 비교는 거의 행해지고 있지 않다. 한편 현재의 PIV는 매우 발달된 하드웨어의 성능에 힘입어 대량의 입자 또는 높은 공간해상도를 갖는 영상프레임에 대하여 다수의 상관영역을 대상으로 하고 있다. 따라서 이들에 대하여 실시간의 보간처리를 위해서는 고정도 이면서 빠른 연산속도를 갖는 처리 알고리즘의 선택이 매우 중요하게 된다. 이와 같은 문제는 비정상 혼상류 CFD에서는 더욱 커질 수 있다.

그러나 지금까지 PIV의 관점에서 보간기법을 언급한 연구는 소수이다. Imaichi & Ohmi¹⁾는 2차원의 원주후류에서의 유동장을 사진촬영하여 입자의 미소변위를 디지털타이저상에서 추적한 결과로부터 테일러전개의 1차식 및 최소자승법을 적용하여 등간격격자 보간을 행하였다. Agui & Zimenez²⁾는 입자추적을 이용한 원주후류의 실험에서 속도값을 보간하기 위하여 가중계수로서 편이상 Gauss분포의 원도우 형태를 갖는 기법을 제안하였으며 최적의 원도우크기로서 입자간 평균거리의 1.24배의 값을 제시하였다. Spedding & Rignot³⁾는 spline기법을 이용한 보간법을 제시하여 앞서의 Gauss원도우 기법과 비교를 행하였다. Malik 등⁴⁾은 3차원의 다항식 또는 이에 대응하는 2차의 테일러전개식 및 최소자승법을 이용하여 3차원의 난류DNS의 데이터에 적용한 결과를 보고하고 있다. 이들은 최적보간 데이터의 갯수로 15를 제시하고 있으며 유동장의 공간스케일이 입자간 평균거리보다 5배 이상일 때에 보간 정도가 우수함을 보이고 있다. 또한 2차의 테일러전개식 기법이 입자가 성기게 분포한 경우를 제외하고는

Gauss원도우의 경우보다 월등함을 보고하고 있다.

한편 지금까지의 PIV연구를 보면 유동장의 일부분에서 시간평균의 속도값을 LDV 등의 결과와 비교하여 정확도를 확인하고 있으나 비정상 혼상류 유동장 전체에 대하여 PIV의 정도를 체계적으로 검증하는 것은 실용상 거의 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 2차원의 비정상 점성유체를 대상으로 행한 CFD결과로부터 얻어진 순시 속도벡터를 이용하여 보간기법간의 정도 및 처리속도를 비교 검토하였다.

그 결과 등간격격자에서는 3차곡선, 다항식, 테일러전개 및 최소자승법이 거의 같은 수준의 정도를 제공하였으며, 부등간격 격자에서는 내분의 원리를 적용한 2차정도의 테일러전개 보간기법이 공간해상도 및 처리시간의 관점에서 합리적인 결과를 보여주었다. 공간해상도의 관점에서는 다2차곡면(multiquadric)기법이 가장 우수하였으나 처리시간이 크게 소요되는 단점이 있으며 최적의 연산 파라미터를 도출하기 위한 시행착오가 필요하였다. 또한 서브픽셀의 해상도면에서는 최대 상관계수의 위치 및 여기에 양쪽으로 인접한 3개격자중 최대값을 연결한 2차포물선 방정식의 최소자승법을 이용한 보간기법이 실용상 우수하였다.

2. 보간방법

2.1 격자점 데이터로 부터의 보간

CFD에서는 Eulerian좌표계에서 계산된 속도값을 이용하여 입자의 이동좌표를 추적하는 작업이 필요하게 된다. 특히 Lagrangian 이상류해석에서는 정도가 높은 보간기법이 요구되며 동시에 연산시간이 작아야 한다. 또한 후처리기법에서도 다수의 가상 마커(marker)를 이용하는 경우에도 연산시간이 짧으면서 정도가 높은 보간기법이 필요하게 된다. 제조치 PIV에서는 정해진 격자상에서 구해진 속도벡터가 이상치(outlier)인 경우에 이 값을 배제하고 주위의 값으로부터 보간하는 기법으로 주로 이용된다

Fig. 1은 몇가지의 보간방법에 대하여 기지(known)의 격자점위치(●) 및 미지(unknown)의 보간

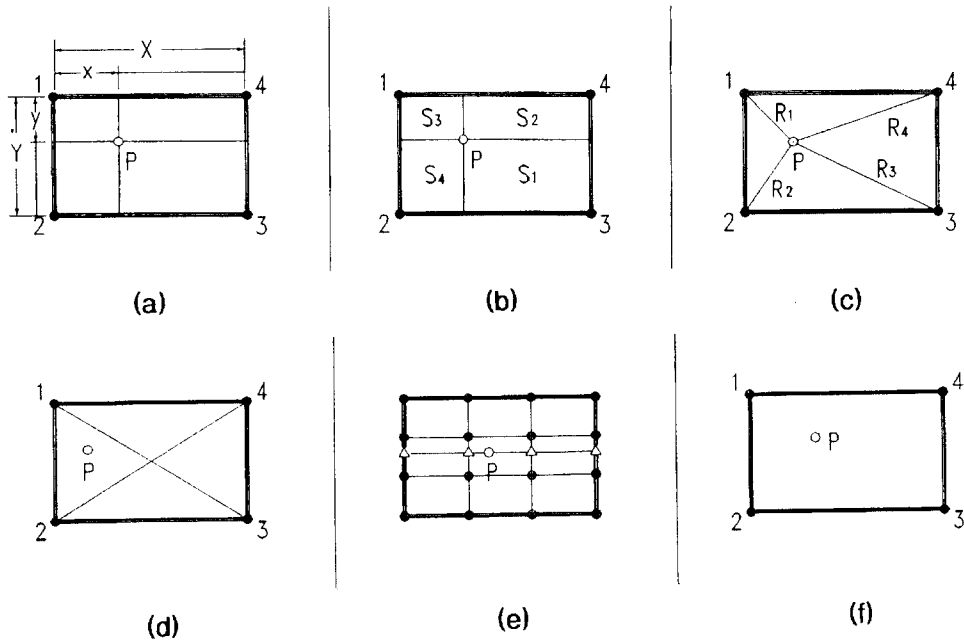


Fig. 1 Schematic classification of grid interpolation

데이터의 위치(○)를 나타내고 있다⁵⁾.

본 연구에서는 다음과 같이 18가지의 보간방법에 대하여 비교 검토를 행하였다.

면적보간(AI, Fig. 1 - a)

$$U_p = \frac{\sum S_i U_i}{\sum S_i} \quad (1)$$

선형보간(LI, Fig. 1 - b)

$$U_p = U_1 \left(1 - \frac{x}{X} - \frac{y}{Y} + \frac{x}{X} \cdot \frac{y}{Y} \right) + U_2 \left(\frac{y}{Y} - \frac{x}{X} \cdot \frac{y}{Y} \right) + U_3 \left(\frac{x}{X} \cdot \frac{y}{Y} \right) + U_4 \left(\frac{x}{X} - \frac{x}{X} \cdot \frac{y}{Y} \right) \quad (2)$$

거리역수보간(RDI, Fig. 1 - c)

$$U_p = \frac{\sum \frac{U_i}{R_i}}{\sum \frac{1}{R_i}} \quad (3)$$

삼각형보간(TI, Fig. 1 - d)

$$U = a_1 + a_2 X + a_3 Y$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, X_1, Y_1 \\ 1, X_2, Y_2 \\ 1, X_3, Y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$U_p = (U_{p1.2.3} + U_{p1.2.4})/2$$

단, $U_{p1.2.3}$ 은 식(4)와 동일한 요령으로 구한다.

3차곡선보간(3CI, Fig. 1 - e)

$$U_\Delta = a_0 + a_1 Y + a_2 Y^2 + a_3 Y^3 \quad (5)$$

그림에서 4개의 U_Δ 를 상기의 식에서 구한다. U_p 는 4개의 U_Δ 로부터 동일한 요령으로 구한다.

상기의 식 및 아래의 모든 연립방정식은 Gauss - Jordan법에 의해 구해진다.

다항식보간(POL1, Fig. 1 - f)

$$U_p = a_{11} + a_{12} X + a_{13} X^2 + a_{14} X^3 + a_{21} Y + a_{22} XY + a_{23} X^2 Y + a_{24} X^3 Y + a_{31} Y^2 + a_{32} XY^2 + a_{33} X^2 Y^2 + a_{34} X^3 Y^2 + a_{41} Y^3 + a_{42} XY^3 + a_{43} X^2 Y^3 + a_{44} X^3 Y^3 \quad (6)$$

다항식보간(POL2)

POL1의 식을 그대로 이용하나 Nevilles' 알고리즘으로 알려진 기법⁶⁾을 적용하여방정식을 푼다. 이 경우에는 같은 정도의 결과가 얻어지면서 연산속도가 매우 빠른 특징이 있다.

테일러전개 1차(TS1)

$$u = (x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) = u(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \right) \quad (7)$$

테일러전개 2차(TS2)

$$u = (x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) = u(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \right) + \left(\frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \Delta x \Delta y \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\Delta y^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (8)$$

테일러전개 3차(TS3)

$$u = (x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) = u(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \right) + \left(\frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \Delta x \Delta y \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\Delta y^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\Delta x^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\Delta x^2 \Delta y}{2} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\Delta x \Delta y^2}{2} \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\Delta y^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right) \quad (9)$$

상기의 모든 편미분 도함수는 중심차분 근사를 행한다.

최소자승법 1차(LS1)

다음과 같은 평면방정식을 이용한다.

$$z = a + bx + cy \quad (10)$$

최소자승법 2차(LS2)

다음의 2차곡면식(surface of 2nd order)을 사용한다.

$$\begin{aligned} z &= a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 \\ r_i &= z(x_i, y_i) - F_i \\ s &= \sum_{i=1}^n (r_i)^2 = \sum_{i=1}^n (a + bx_i + cy_i + dx_i^2 + ex_i y_i + fy_i^2 - F_i)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

최소자승법 3차(LS3)

$$\begin{aligned} z &= a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 + gx^3 + hx^2y \\ &\quad + ixy^2 + jy^3 \end{aligned} \quad (12)$$

3차곡선 - 2차최소자승법(3CLS2)

요령은 상기의 3차곡선과 동일하나 다음과 같은 2차의 포물선방정식을 이용하여 최소자승법을 사용한다. POL1과 같은 결과를 얻고 있으나 처리시간이 빠르다.

$$U_A = a + by + cy^2 \quad (13)$$

Bicubic 보간(BCI)

참고문헌⁶⁾에서 인용하였으며 관련식이 복잡하여 구체적인 인용은 생략하기로 한다.

Bicubic spline(BCS)

참고문헌⁶⁾에서 인용하였으며 구체적인 인용은 생략한다.

다2차곡면식(Multiquadric, MQ)

Adamczyk & Rimai⁷⁾는 연소실의 교축밸브의 해석에 PTV를 적용하면서 다음과 같은 보간식을 인용하고 있다.

$$\begin{aligned} [A] &= A_{ij} = ((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + R^2)^n \\ [F] &= F_i = u(x_i, y_i) \text{ or } v(x_i, y_i) \\ [C] &= C_i = \text{보간계수} \end{aligned} \quad (14)$$

[A] [C] = [F]의 행렬식으로 부터 보간계수를 구한 후에 임의의 점(x_k, y_k)에서의 값은 다음 식으로부터 구해진다.

$$F(x_k, y_k) = \sum_{i=1}^N C_i \{ (x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2 + R^2 \}^n$$

단 R 및 n은 임의의 상수이다.

Gaussian Window(GW)

Agui & Jimenez²⁾는 다음과 같은 보간식을 제안하였다.

$$u(x) = \frac{\sum \alpha_i u_i}{\sum \alpha_i}, \quad \alpha_i = \exp\left(\frac{-|x - x_i|^2}{H^2}\right) \quad (15)$$

단, α : 가중계수, H : 최적 윈도우 폭

2.2 서브픽셀 보간

제조치PIV에서는 자기상관계수 또는 상호상관

계수의 최대위치를 속도벡터의 종점으로 간주한다. 따라서 정수(integer)단위로 표시되는 픽셀해상도에 의존하는 경우에는 벡터의 종점결정에 있어서 상하 및 좌우방향으로 최대 1 픽셀의 불확실성 성분이 발생하게 된다. 계조치PIV에서는 상관계수영역의 미소이동을 전제조건으로 하므로(본 연구에서는 평균이동거리가 5픽셀이하임) 속도가 낮은 영역에서는 1~2픽셀의 미소이동변위에 대하여 벡터의 종점을 구하게 된다. 따라서 이러한 경우에는 수반하는 오차성분이 매우 커지게 된다. 또한 계측의 다이내믹 레인지의 산정은 최소속도의 배율로 정해지므로 1 픽셀이내의 공간에서 최대상관계수의 위치를 결정하게 되면 다이내믹 레인지는 증가하게 된다. 이를 위한 보간작업을 편의상 서브픽셀보간이라고 부른다.

문헌에서 보면 도심좌표를 구하는 공식이 자주 사용되고 있다⁹⁾. 그러나 수반하는 오차가 커지는 단점이 있다. 또한 2차원의 2차최소자승법도 이용된다¹⁰⁾. 다음으로 3점의 데이터를 이용한 지수함수의 보간방식도 적용되고 있다¹¹⁾. 이와 같은 기법들은 실제 유동장의 상관계수 분포가 이상적인 Gauss분포(한라산과 같이 주봉이 뚜렷한 경우)를 형성한다고 하는 가정에서는 유효하다. 계조치 PIV에서는 유동장의 부분적인 특성, 예를 들면 강한 속도구배 및 회전이 존재하는 경우에는 미소시간 동안의 상관영역내 계조치분포 패턴의 변형을 가져온다. 따라서 얻어진 최대상관계수의 값은 작아지며 또한 근방의 값들과 차이가 거의 발생하지 않거나(산맥과 같이 비슷한 높이의 산이 연속된 경우) 또는 최대값의 위치가 비정상적으로 분리하여 단일픽셀에서만 존재하는 경우가 자주 발생하게 된다. 이러한 경우에는 최대상관계수의 위치산정에 불확실성이 증가한다.

본 연구에서는 이에 관한 대책으로서 CFD계산 결과로부터 얻어진 속도벡터 및 계조치 분포를 갖는 가상입자를 이용하여 여러가지의 서브픽셀 보간기법을 비교검토하였다. 다음과 같이 7가지의 경우를 대상으로 하였다.

서브픽셀 보간 무시(NSPI)

다른 기법과 비교를 하기 위해서 별도의 보간기법을 적용하지 않은 경우를 가정하였다.

거리상관계수 역수보간(DCRI)

다음 식과 같이(거리×상관계수)의 값을 거리역수보간식에 대입하였다. 또한, 최대상관계수의 위치가 비정상적으로 단독으로 존재하는 경우에 이를 자동으로 제거하였다. 데이터의 수는 9이다. 단 상관계수값을 최대값부터 높은 순서대로 배열한 값을 이용한다.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^9 \frac{\Delta x_i}{(r_i \times c_i) / \sum_{m=1}^9 c_m}}{\sum_{j=1}^9 \frac{1}{(r_j \times c_j) / \sum_{k=1}^9 c_k}}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^9 \frac{\Delta y_i}{(r_i \times c_i) / \sum_{m=1}^9 c_m}}{\sum_{j=1}^9 \frac{1}{(r_j \times c_j) / \sum_{k=1}^9 c_k}} \quad (16)$$

도심좌표(CCI)

다음과 같은 도심좌표 공식을 이용한다. 이 경우에는 거리 또는 상관계수에 대한 가중치가 없다. 순차적인 크기를 갖는 데이터의 갯수는 9이다.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^9 \Delta x_i \times c_i}{\sum_{k=1}^9 c_k}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^9 \Delta y_i \times c_i}{\sum_{k=1}^9 c_k} \quad (17)$$

상관가중계수(CCRI)

앞의 도심좌표공식(17)에 순차적으로 배열된 상관계수의 값의 역순을 가중계수로서 부가한다. 데이터의 수는 9이다.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^9 \Delta x_i \times w_i \times c_i}{\sum_{k=1}^9 w_k \times c_k}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^9 \Delta y_i \times w_i \times c_i}{\sum_{k=1}^9 w_k \times c_k} \quad (18)$$

단, i는 상관계수의 크기순서이며 이에 대응하는 w의 값을 9-1의 순서로 부여한다.

상관계수제곱(CFSI)

상관계수의 크기순서로 배열하지 않은 24개의 데이터를 그대로 이용함과 동시에 도심좌표식(17)의 분모 및 분자의 상관계수값을 제곱한다.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{24} \Delta x_i \times c_i^2}{\sum_{k=1}^{24} c_k^2}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{24} \Delta y_i \times c_i^2}{\sum_{k=1}^{24} c_k^2} \quad (19)$$

8근방2차포물선(3PQI)

최대상관계수의 위치를 중앙으로 하는(3×3)의 탐색윈도우에서 세로방향으로 최대상관계수의 픽

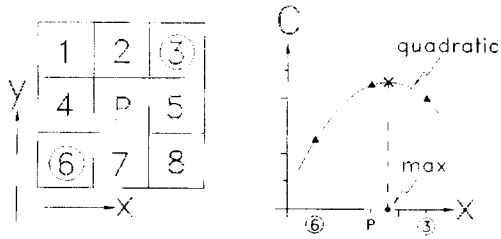


Fig. 2 Principle of 8-neighbours quadratic interpolation

셀에 인접하는 열에서의 최대값 위치 2개소를 정한다. 다음으로 이 두 곳의 상관계수와 최대 상관계수의 값을 포물선 연립방정식에 대입하여 2차포물선식의 정점위치를 구한다. 이와 같은 조작을 가로방향에 대해서도 적용한다. Fig. 2는 이 기법을 도식적으로 보여주고 있다. 왼쪽그림에서 "P"의 위치는 계조치 상호상관법의 계산식에 의해서 구해진 최대 값(정수치로 표현됨)의 위치이다. 이 픽셀을 중심으로 8근방의 주변 픽셀값에서의 상관분포에 주목한다. 먼저 x방향만을 고려하기로 한다. 우선 1-4-6 및 3-5-8열에서 각각 상관계수의 최대값을 선별한다. 예를 들어 이 그림에서는 6과 3이 선택되었다. 다음으로 이들 두개의 값과 P의 값을 임의의 좌표원점에 대한 x방향의 종축값으로서 오른쪽의 그림과 같이 도시한다. 그리고 6-P-3을 연결하는 2차원 포물선방정식을 구한 뒤에 간단한 수학적조작을 통해 최대값의 위치를 산출하면 바로 이 위치가 서브픽셀 해상도를 만족하는 x방향의 좌표값으로 평가할 수 있다. y방향에 대하여서도 같은 순서로 최대값의 위치를 구할 수 있다.

2차곡면 최소자승법(S2LSI)

식(11)의 2차곡면식을 이용한다. 2차원(x, y)의 성분에 대하여 편미분한 값을 0으로 하여 얻어지는 2원1차 연립방정식을 풀어서 상관계수의 최대값 위치를 산출한다. 데이터의 갯수는 9이다.

3. 검토 및 고찰

3.1 격자점 데이터로 부터의 보간

앞장에서 제시한 보간기법간의 정확도를 평가

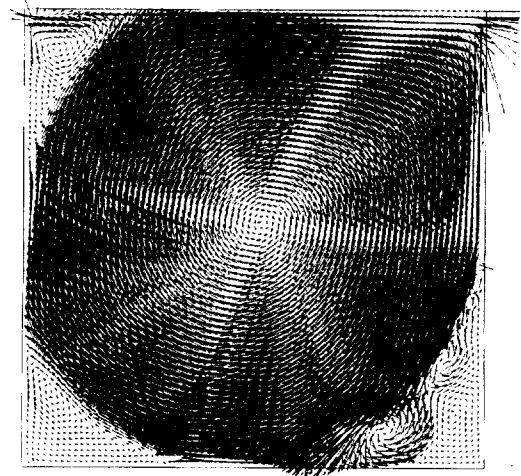


Fig. 3 Velocity vectors of 2-D cavity flow (T=300, Re=10⁴, IxJ=80×80)

하기 위하여 CFD에서 생성된 2차원의 속도벡터를 이용하였다. Fig. 3은 인용된 2차원의 벨트구동 정방향 캐비티유동장의 계산결과중 Re=10⁴에서 무차원시간 300에서의 결과이다. 격자수는 벽면의 가상격자를 포함하여 80×80이다. 대류항의 차분은 MAC에서의 등간격 격자상의 보존형 중심차분¹²⁾을 채택하였다. 자세한 내용은 참고문헌을 인용하기로 한다. 본 연구에서는 경계면에서의 보간은 고려하지 않았으며 벽면으로부터 세번째의 격자까지만을 대상으로 하였다. 따라서 그림에서는 실제의 계산에서는 75×75의 격자크기에서의 결과만을 이용하였다. 모든 속도값은 별도의 데이터 파일에 저장되거나 소숫점이하 8자리까지만을 저장하였다.

Fig. 4는 각 격자상에서 Fig. 1의 변수배치 및 제안된 보간식을 이용하여 얻어진 값과 CFD에서의 값과의 차이를 CFD의 결과를 기준으로 세로축에 백분율로서 몇가지 예를 도시한 것이다. 특히 캐비티 유동장의 하부의 좌우 모서리에서 형성되는 박리영역의 경계근방에서 오차의 발생이 크게 나타나고 있다. 결국 보간정도는 이와 같이 유동장의 모양이 급변하는 곳에서 그 영향이 크게 평가됨으로서 PIV를 난류를 포함한 복잡유동장에 적용하는 경우에는 면밀한 검토가 필요함을 알 수가 있다. 일반적으로 보간식 자체외에 정도에 영향을 주

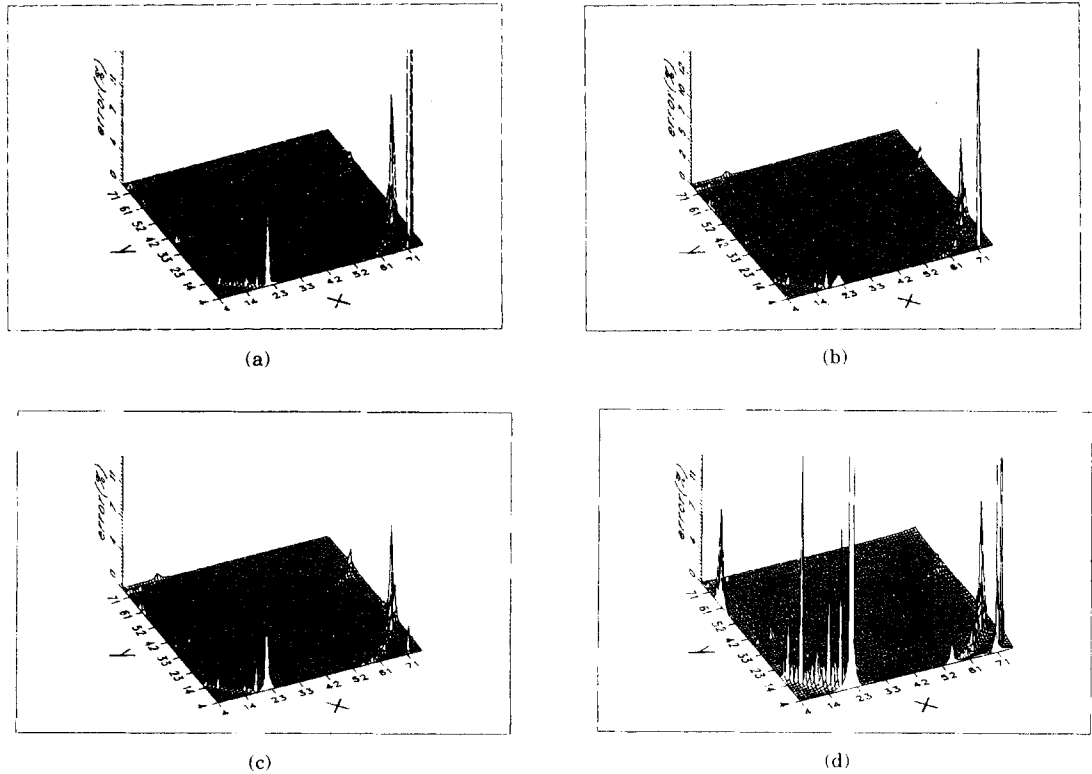


Fig. 4 Schematic errors of grid data interpolation

는 요소로서 보간격자 간격(δ)에 대한 유동장의 길이 스케일(λ)의 비가 중요하다. Malik & Dracos는 최근의 연구결과⁴⁾를 통하여 λ 가 δ 의 5배 이상이 되어야 보간속도 및 이를 이용한 1계도함수 성분의 정도가 유지됨을 밝히고 있다. 따라서 난류유동장의 PTV적용에서는 유동장길이의 최소단위인 Kolmogorov스케일까지의 공간해상도를 얻기 위해서는 입자의 분포가 매우 조밀하여야 함을 알 수 있다. 그러나 실용상의 관점에서는 이와 같은 공간 스케일까지를 요구하는 경우는 드물 것으로 보여진다. 본 연구에서는 이에 관련된 내용까지는 미치지 못하고 있다.

Table 1은 Fig. 4의 각 보간결과에 대하여 전 격자점에 대한 평균값, 이에 대한 표준편차, 연산시간(Pentium 60MHz 이용) 및 보간에 사용된 데이터의 갯수(neighbour)를 종합한 것이다. 이 표에서 평균의 백분율은 모든 격자점에서의 u속도성분에 대하여 CFD의 결과를 기준값으로 설정하고 이에

대한 보간값과의 차이를 %로 표시하여 이들 값에 대한 평균을 구한 것이다. 이 값이 작을수록 전체적인 보간오차가 양호함을 나타낸다. 표준편차는 앞에서의 평균값에 대한 것이다. 경과시간은 펜티엄(60MHz)상에서 측정된 연산시간이다. 초이하의 값(h)은 백분의 일 단위로 표시하였다. 보간에 사용된 데이터의 갯수는 될 수 있으면 비교의 편의를 위하여 일정하게 하였으나 A(Adjustable)의 의미대로 데이터의 갯수는 임의로 조정될 수 있다. 그러나 각 기법마다 요구되는 최소 데이터에 유의하여야 한다. 또한 테일러의 전개에 의한 경우에서 본 연구와 같이 등간격격자의 교차점에서 보간값산이 필요한 때에는 자신의 위치가 연산에 필요한 미지수가 되므로 불합리하다. 따라서 여기에서는 편의상 x, y의 양의 방향으로 한개의 격자간격을 증가시킨 위치 ($u_{i+1,j+1}$)에서 보간을 행한 결과이다. 한편 Fig. 1에서의 a, b, c, d는 보간좌표가 보간영역의 중앙에 위치하는 경우에는 원리적으로

Table 1 Comparison of grid data interpolation

* : on Pentium 60MHz

method	error mean(%)	standard deviation	CPU time* (m/s/h)	neighbours (A : Adjus.)
AI	0.281	9.839	0/0/27	4
LI	0.281	9.839	0/0/28	4
RDI	0.443	11.010	0/0/33	4, A
TI	0.251	7.034	0/2/20	4
3CI	0.030	0.565	0/4/44	16
POL1	0.030	0.565	1/35/25	16, A
POL2	0.030	0.565	0/1/64	16, A
TS1	0.083	1.161	0/0/25	4
TS2	0.063	2.967	0/0/25	9
TS3	0.060	3.042	0/0/3921	
LS1	0.380	15.013	0/8/19	16, A
LS2	0.107	4.962	0/28/51	16, A
LS3	0.107	4.962	1/20/46	16, A
3CLS2	0.030	0.565	0/5/5	16, A
BCI	0.022	0.403	0/1/81	16
BCS	0.048	1.588	0/1/64	16, A
MQ	0.027	0.240	2/22/91	16, A
GW	0.230	9.367	0/2/14	16, A

같은 결과를 얻는다. 따라서 본 연구에서는 우측의 2개의 데이터를 한개의 격자간격만큼 우측(x방향)으로 평행이동하여 보간을 행하였다.

Fig. 4와 Table 1을 검토해 보면 보간오차에 대한 다음과 같은 특성이 관찰된다. 공간적인 정도면에서는 3CI, POL1, POL2, 3CLS2, BCI, BCS, MQ가 거의 같은 수준을 유지한다고 보여진다. 그 중에서도 오차 평균 및 오차의 표준편차의 두가지를 고려하면 MQ의 방법이 가장 상위의 정도를 유지하고 있음을 알 수가 있다. 그러나 계산시간면에서는 2분이상이 소요됨으로서 가장 큰 CPU부하가 필요하게 된다. 그리고 MQ의 결과에서 보면 임의상수인 R과 n의 결정이 시행착오적으로 이루어지고 있다. 또한 예비검토 결과에 의하면 이 값들의 근소한 변화에 따라 보간오차가 크게 발생하였으나 확실한 원인의 규명이 어려웠다. 그러나 다음 절의 2차원 각주후방의 Karman와동의 경우에는 비교적 이 값들에 둔감한 성질이 나타났다. 앞에서

언급한 λ 와 δ 의 관련성을 유추해 볼 수 있으나 면밀한 검토는 생략하였다.

계산시간과 공간정도의 양쪽을 동시에 적당하게 만족시키는 것으로서는 2차이상의 테일러 전개 기법이 될 수가 있다. 어느 경우에도나 1초미만의 연산시간이 걸린다. 최소자승법에서는 그리 만족할 만한 결과를 얻지 못하고 있다. 이것은 보간근방 데이터 수의 크기에 크게 영향을 받기 때문으로 보여지며 이 값을 최적화시키는 작업이 필요하게 될 것이다. 1차정도를 갖는 기법들은 연산시간의 편의성에 비하여 보간오차가 매우 큼을 알 수가 있으며 어느 경우에도 사용에 충분한 주의를 기울여야 함을 알 수 있었다.

지금까지의 문헌을 보면 Gauss윈도우를 이용하는 기법(GW)이 자주 인용되고 있으나 데이터의 갯수 및 윈도우의 폭(H)에 크게 영향을 받는다. 본 연구에서는 이 기법을 제안한 Agui & Jimenez²⁾의 결과대로 입자간 평균거리의 1.24배를 최적윈도우의 값으로 설정한 결과이다. 이 최적값에 대하여 다른 연구결과⁴⁾는 1.0의 값을 제시하고 있다.

3. 2 서브픽셀 보간

성능평가를 위하여 우선 2차원의 변장비 1 : 2를 갖는 각주후류의 Karman와동의 속도벡터를 CFD의 결과로 부터 얻었다. 계산격자의 수는 110×80 이며 최소 격자크기는 각주 높이의 1/20이다. SOLA에서의 등간격보존형 중심차분 및 도나셀차분기법을 부등간격으로 확장한 기법¹⁵⁾을 채택하였다. 후류에서 정사각형으로 표시된 내부영역에서 난수를 발생시켜 2000개의 속도벡터시점의 위치를 구하였다. 본 계산에서는 레이놀즈수가 10^4 이며 이것은 각주의 대표높이를 25cm, 대표유입속도를 0.4m/sec로 하여 상온의 수도수를 대상유체로 한 경우이다. 미소시간간격은 1/240초로 가정하였으며 이 시간에 대하여 유입속도에 대응하는 픽셀값은 4.44픽셀/초이다. Fig. 5는 검사영역 내에서 불규칙하게 분포한 순시의 속도벡터분포를 나타내고 있다.

다음으로 앞장에서 서브픽셀의 보간기법으로 제시된 7가지의 경우에 대하여 오차비교를 행하였다. 실제로 이용된 입자의 수는 1798개이다. 이것

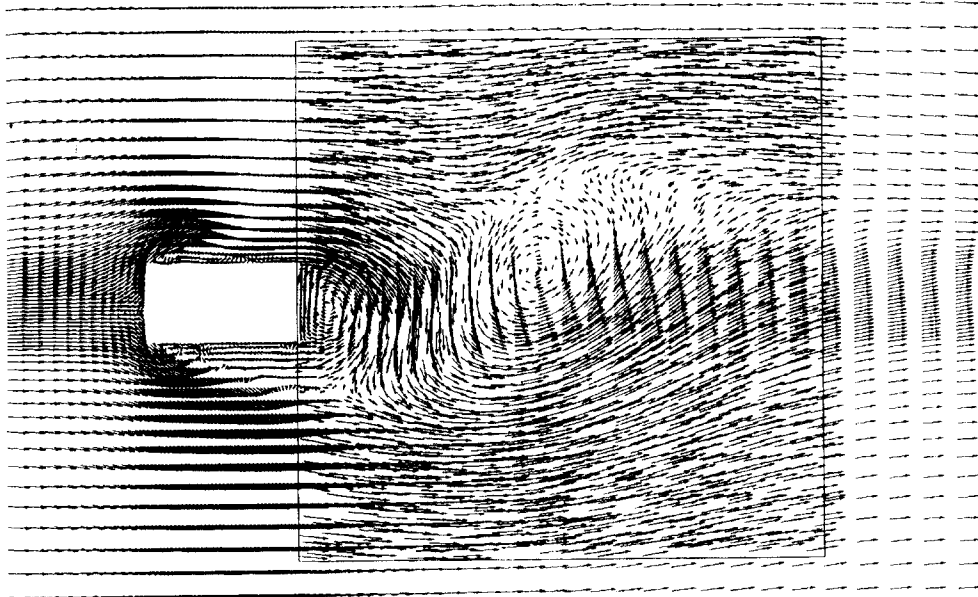


Fig. 5 Karman vortex simulation for sub - pixel interpolation

은 후류의 전체검사 영역경계에서 15 - 20 픽셀이 내에 분포된 입자만을 대상으로 하였기 때문이다. 입자마다의 계조치는 다음의 식으로 표현되는 Gauss분포¹⁰⁾를 가정하였다.

$$I_x = I_0 \exp \left[\frac{-(\vec{x} - \vec{x}_0)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (20)$$

여기에서 I_0 는 계조치의 최대값을 의미한다. σ 는 픽셀반경을 의미하며 $\sigma=1$ 이면 1픽셀반경내의 영역에 입자 계조치강도의 68.3%가 분포함을 나타내며 이 값이 작을수록 Gauss분포는 평탄한 분포가 된다. 본 연구에서는 PIV에서의 실제분포를 참조하여 $I_0=200 - 255$, $\sigma=0.25$ 의 값을 부여하였으며 입자반경은 4 - 6의 범위에서 난수를 발생시켜 조정하였다.

오차비교를 위한 상위의 속도값은 CFD의 부등간격격자로 부터 1798개의 벡터시점에서 격자점에 대한 3차곡선보간을 이용하여 구하였다.

Fig. 6은 이들의 결과를 도시한 것이다. a(CCI)는 도심좌표를 구하는 공식을 인용한 결과이며 b(CCRI) 및 c(CFSI)는 여기에 적당한 가중계수를 부여했을 때의 분포이다. d(S2LSI)는 2차곡면 최

Table 2 Comparison of sub - pixel interpolation
* : on Pentium 60MHz

method	random particle No.	error mean (pixel)	standard deviation	within 0.1 pixel radius (%)	CPU time* (m/s/h)
NSPI	1793	0.417	0.201	19.63	3/6/47
DCRI	1798	0.283	0.174	47.66	3/6/63
CCI	1798	0.214	0.171	73.30	3/6/63
CCRI	1798	0.178	0.161	78.42	3/6/70
CFSI	1798	0.167	0.167	81.26	3/43/48
3PQI	1798	0.153	0.166	83.26	3/20/3
S2LSI	1798	0.150	0.166	82.76	3/25/91

소자승법의 결과이다. 가중치를 부여한 때에는 전반적으로 약간의 개선효과가 눈에 띈다. 특히 CFSI의 결과가 양호하나 실제유동장에서의 PIV 적용결과는 다를 것으로 예상한다.

다음으로 Table 2는 이들의 결과를 정량적으로 비교한 것이다. 오차감소효과는 표의 아래방향 순서대로 커지는 경향을 보여준다. 또한 연산시간은 거의가 비슷하다. 따라서 이론적으로는 2차곡면 최소자승법(S2LSI)가 가장 우수하나 실험에 이용된 유동장에서 계조치PIV를 적용을 해본 결과 오

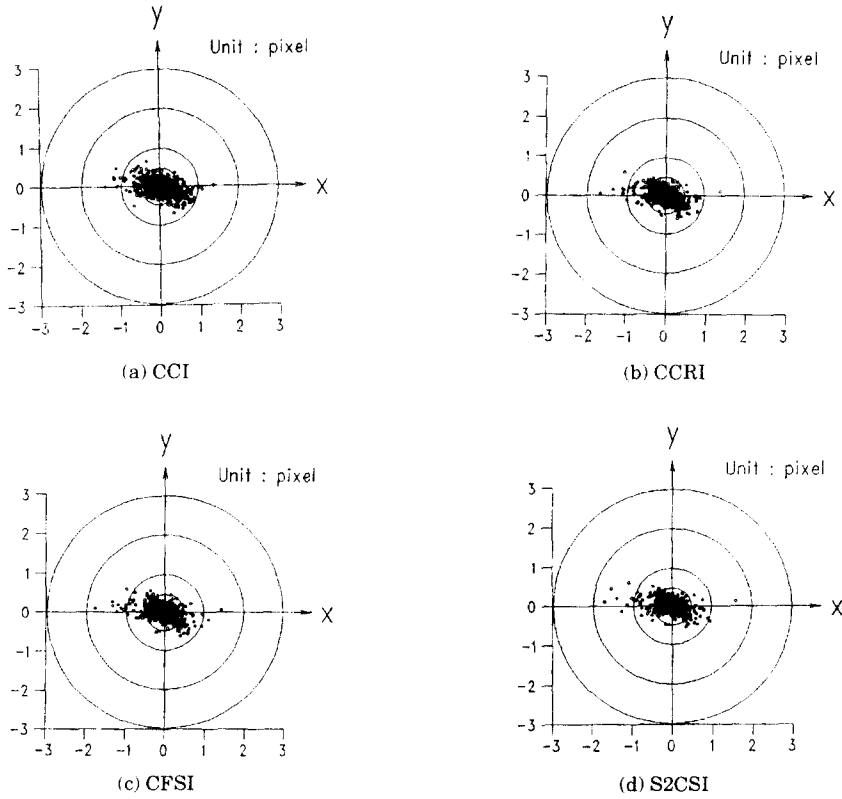


Fig. 6 Schematic errors of sub - pixel interpolation

차의 증가가 현저하였다. 결국 해석적으로 2차곡면에서와 같이 주봉의 위치가 뚜렷한 경우에는 정점을 구하는 것이 어렵지 않으나 실제유동장에서는 상관계수의 분포가 뚜렷하지 못하여 이 기법의 적용을 어렵게 하고 있다. 경험적으로는 8근방2차포물선기법(3PQI)가 쉬운 원리와 함께 좋은 정도를 유지하였다.

다음으로 서브픽셀기법에 따른 불확실성성분을 고찰하였다. 비교를 위한 Karman유동장에서 두 프레임간의 모든 입자이동변위의 평균값은 5.033 픽셀이다. 또한 표에서 보는 바와 같이 3PQI의 경우에는 오차의 평균이 0.153픽셀로서 결국 $(0.153 / 5.033) \times 100\% \approx 3.04\%$ 의 불확실성 성분이 얻어진다. 이 값은 서브픽셀 보간에서 발생하는 대표 오차성분으로서 인용될 수 있을 것이다.

4. 결 론

PIV에서 요구되는 보간기법을 체계적으로 정리하였으며 이들 기법간의 성능평가를 CFD계산결과를 이용하여 검토하였다. 격자점으로 부터의 임의위치에서의 보간에서는 18가지의 기법을 대상으로 하였으며 3차곡선, 다항식, 쌍3차(bicubic)보간 및 다2차곡면식(multiquadric)에 의한 기법 거의 같은 정도를 제공하였다. 그중에서도 다2차곡면식에서 오차발생이 보다 작았으나 연산시간은 가장 길었다. 공간정도 및 연산시간의 두가지면에서 보면 2차 또는 3차의 테일러전개 보간이 합리적인 것으로 평가하였다. 계조치PIV에서는 최대상관계수 위치의 보간해상도를 픽셀이하로 얻기 위해서 7가지의 기법을 적용하였다. 그중에서 8근방 2차포물선법 및 2차곡면 최소자승법에서 오차의 발생이 크게 억제되었으며 실제유동장의

경우를 고려하면 8근방 2차포물선법이 우수한 것으로 평가하였다.

참고문헌

- 1) K. Imaichi, K. Ohmi, 1983, Numerical Processing of Flow Visualization Pictures - Measurement of Two - Dimensional Vortex Flow, J. Fluid Mech. Vol. 129, pp. 283 - 311.
- 2) J. Agui, J. Jimenez, 1987, On the Performance of Particle Tracking, J. Fluid Mech. Vol. 185, pp. 447 - 468.
- 3) G. Spedding, E. Rignot, 1993, Performance Analysis and Application of Grid Interpolation Techniques for Fluid Flows, Exp. in Fluids Vol. 15, pp. 417 - 430.
- 4) N. Malik Th. Dracos, D. Papantoniou, 1993, Particle Tracking Velocimetry in Three - Dimensional Flows, Exp. in Fluids Vol. 15, pp. 279 - 294.
- 5) 流れの可視化ハンドブック, 1989, 朝倉書店, p. 413.
- 6) W. Press et. al., 1992, Numerical Recipes, Cambridge Univ. Press. p.102, pp.116 - 122.
- 7) A. Adamczyk, L.Rimai, 1988, 2 - Dimensional Particle Tracking Velocimetry(PTV) : Technique and Image Processing Algorithms, Exp. in Fluids Vol.6, pp. 373 - 380.
- 8) M. Salvadori, M. Baron, 1961, Numerical methods in Engineering, Prentice - Hall Inc.
- 9) Z. Liu, C. Landreth, R. Adrian, T. Hanratty, 1991, High Resolution Measurement of Turbulent Structure in a Channel with Particle Image Velocimetry, Exp. in Fluids Vol.10, pp. 301 - 312.
- 10) T. Utami, R. Blackwelder, 1991, A Cross Correlation Technique for Velocity Field Extraction from Particulate Visualization, Exp. in Fluids Vol. 10, pp. 213 - 223.
- 11) C. Willert, M. Gharib, 1991, Digital Particle Image Velocimetry, Exp. in Fluids Vol.10 pp. 181 - 193.
- 12) C. Hirt, J. Cook, 1972, Calculating Three - Dimensional Flows around Structures and over Rough Terrain, J. Comp. Phys. Vol. 10, pp. 324 - 340.
- 13) Young - Ho Lee, 1992, Active Control of Aerodynamic Properties of the 2 - D Square Prism by Backward Ejection, Proc. of 5th ACFM Vol.1, pp. 554 - 557.