

## 라인밸런싱에 있어서 'Bowl현상'에 대한 연구 (A Study on the 'Bowl Phenomenon' in Production Line Balancing)

오 형 재\*

### Abstract

'Bowl Phenomenon' refers to allocating the work loads to middle stages slightly less than the outer ones in a series production system. Hillier and Boling(1966) first discovered that the output rate of a production line were obtained by deliberately unbalancing, like a bowl-shape, under certain circumstances.

So far quite a many researches have been studied either theory-oriented or simulation-oriented on this topic. However the papers concerning assembly production line are rather rare possibly due to the system complexity.

In this paper, a simulation work on a 6-node assembly line has been conducted with the help of SLAMSYSTEM software. The simulation results have been turned out that 1) the Bowl phenomenon is still valid in the given system, 2) buffer storage between the work stations are critical measure for determining the degree of work-load unbalancing.

---

\* 서울시립대학교

## 1. 서 론

생산시스템을 설계함에 있어, 일반적으로 단품종 소량생산 시스템에는 공정별 배치 (process layout)를, 소품종 다양생산 시스템에는 제품별 배치 (product layout)를 선택한다. 이때 전자의 경우는, 생산서비스를 받는 한 일감(job)의 총 이동소요시간을 최소화 하기위한 생산서비스장비의 최적위치선정이, 후자의 경우는 단위 시간당 생산되는 제품수의 극대화를 위한 생산서비스장비 (혹은 작업자)의 최적일량할당이 연구의 대상이 된다.

라인밸런싱 (line balancing)은 위에서 언급한 것 중 후자에 해당한다. 상식적으로는, 모든 작업자에게 작업량을 일정하게 할당하는 것이 최적일 것이라고 생각할 수도 있다. 그러나 이러한 상식적 해에 대해서는 1950년대 이후부터 활발한 연구가 이루어지면서 그 진위가 들어나고 있다. 제2장 문현적 배경을 살펴보면, 작업자들에 대한 작업량의 고의적 불균형 (deliberate unbalancing)이 더 효율적이라는 결론, 또 그에 대한 반론 등이 나타나 있음을 알 수 있다.

지난 20여년간의 이분야에 대한 연구는, 해석적 접근과 시뮬레이션 접근으로 대별된다. 생산시스템의 복잡성으로, 시뮬레이션 접근은 거의 필수적이나, 여기에도 연구는 한계에 부딪치게 된다. 알려진 논문에서는 FORTRAN, GPSS등의 시뮬레이션 TOOL 사용을 언급하고 있지만 이를 수단에도 예를 들어, 수개의 직렬라인에서 완성된 부품이 한곳의 조립공정을 거쳐 다시 직렬로 연결되면서 불럭킹 (다음 공정이 끝나지 않아 이미 앞공정을 끝낸 일감이 지체되는)까지 고려하는 시스템에는 시도된 연구가 없다.

본 연구는 이러한 시스템에 각 작업자들에 대한 최적 일량 할당문제를 SLAMSYSTEM 소프트웨어를 활용하여 시도한 것이다.

## 2. 문현적 배경

### 2.1 해석적 접근

1956년 Hunt[16]는 직렬생산라인에서 대기이론을 이용하여 작업량의 고의적 불균형의 이점을 극히 제한적인 조건하에서 도출하였고, Buffa, Barten, Goode & Saltzman, Freeman[4,3,10,9]등은 작업자간의 일감을 위한 저장공간(in-process storage capacity)의 적정수준결정을 위해 실험적/해석적 기법을 시도하였으나 고의적 불균형에 대한 기여는 미미하였다.

1966년 Hillier와 Boling[14]은 고의적 불균형의 이론을 처음으로 정립한 연구가들로 알려지고 있다. 그들은 4명 작업자의 작업시간이 지수분포를 따르는 조립 생산 라인에 대기모형을 적용한 결과, 처음과 끝의 작업자에게는 같은 작업량을 할당하되, 중간작업자보다는 더 많게 할당하는 것이 단위시간당 평균 생산률 (MPR: mean production rate)를 증가시킨다는 이른바 보울현상 (Bowl Phenomenon)이론을 주장하였다. 또한 1979년에 그들은 전술한 시스템에 지수분포보다 분산이 적은 Erlang 분포를 적용시킨 결과, 보울현상은 4가지 상이한 Erlang분포에도 성립함을 보였다[12].

Hatcher[11]는 서비스시간의 편차가 크지 않을수록 작업자간의 저장공간의 수요는 매우 적다는 결과

를 도출하였고, Muth[20]는 작업자의 수가 어떠하던  
지에 관계없이 MPR의 下限을 도출해 내는 수학적  
모형을 제안하였다. 1976년 Rao[23]는 Muth의 이론  
을 바탕으로 3개 작업장 생산시스템인 경우, 한 작  
업자에게는 지수분포를, 2명의 작업자에게는 고정작  
업시간을 부여하고, 보울체계하에 서비스의 편차가  
적은 작업자에게는 평균서비스시간을 증가시키고,  
그반대의 작업자에게는 감소시킨 결과 평균생산률은  
6.7%나 증가되었다. Rao는 이러한 조치를 편차불균  
형 (variability imbalance)으로 정의하였다.

## 2.2 시뮬레이션에 의한 접근

### 2.2.1 직렬생산라인(serial line)의 경우

이 분야에 시뮬레이션 기법을 처음 도입한 Barten[3]은 분산비 0.3인 정규분포를 따르는 확률적 서비스체계에서 2 - 10개의 작업장(work station)을 갖는 시스템을 분석한 결과, 저장공간이 증가함에 따라 MPR은 대수적으로 증가함을 보였고, Davis[6]는 매우 큰 생산시스템에 시뮬레이션 기법을 적용한 결과, 작업자의 서비스시간을 라인의 앞부분에는 짧게(fast), 중간부분에는 보통으로(medium), 끝부분에는 길게(slow) 할당한 조합이 최적임을 보였다.

그외에도 Anderson & Moodie[1]는 라인밸런싱 문제에 처음으로 GPSS를 사용하였고, Payne[21]은 FORTRAN으로 정규분포와, 무제한 저장공간의 조건하에서 20개의 공정을 가진 시스템에, 모든 작업자가 같은 평균 서비스시간과 동일한 CV (coefficients of variation)를 갖게한 경우( balanced case )와 그렇지 않은 경우(unbalanced case )로 구분, 실험하

였다

Wild & Slack[28]은 저장공간을 공유하는 두개의 병렬라인의 특성을 처음으로 FORTRAN 시뮬레이션기법으로 도출하였고, 1973년 Kala & Hitchings[17]는 우선 모든 작업자에게 서비스시간은 동일하고, 저장공간에는 제한이 없다고 가정하고 작업장(work station) 4개를 대상으로 작업자의 일 할당을 고찰하였다.

그 후 Carnall & Wild[5]는 작업자의 서비스시간은 Weibul 분포를 따르는 것으로 하고, 작업자의 수를 4명과 10명으로, 저장공간의 수는 1-3, 그리고 FORTRAN으로 시뮬레이션을 수행했는데 결과는 Hillier의 그것과 매우 유사하였다; 즉 처음과 끝에는 높은 분산을 둔다는 것이다. 1977년 De La Wyche & Wild[7]는 작업자의 수가 3-4 명 정도일 때는 Kala & Hitchings 와 Carnall & Wild의 결과는 정당화되지만 생산라인이 더 긴 경우는 반드시 그렇지 않다고 했다. 그후 Smith & Brumbaugh[24]도 GPSS를 이용하여 실험한 결과 실험환경은 약간 달랐지만 De La Wyche와 유사한 결론에 도달했고, 분산이 큰 작업자의 부근에 저장공간을 더 할당하라는 결론이 추가되었다.

El-Rayah[8]는 생산라인에서의 보울현상의 효율성을 시뮬레이션으로 확인하였고 Kottas & Lau는 그동안 많은 학자들이 시도한 시뮬레이션 접근방법에 경고성 논문을 발표하였다. 즉 그들은 작업자 20명, 일정서비스시간, 그리고 저장공간이 5인 생산시스템의 경우만 하더라도 GPSS로는 정상해 (steady

state solution) 를 얻기까지 많은 시간이 소요되는 데, 하물며 작업자의 수가 50이상 그리고 무제한 저 장공간인 경우, 일어진 시뮬레이션 解는 결코 정상 해가 될수 없다며, 그동안의 시뮬레이션 연구결과는 대부분 과도해(transient solution) 로부터 도출되었을 것이라고 경고했다.

Smunt & Perkins[25]는 서비스시간이 정규분포를 따르는 경우, 저장공간을 고려한 보울현상의 적절성을 정상해의 보장하에 검토한 결과, 지수분포보다 적은 CV를 갖는 정규분포하에서의 보울현상은, 균형생산라인에 비해 현격한 증가가 없다는 것과 저장 공간을 약간만 증가시켜도 서비스분산이 별로 크지 않은 경우(low to moderate level), 그 장점은 매우 적어진다고 했다. 그러나 1989년의 K.C.So[26]의 견해는 또 달랐다. 그는 스먼트가 보울현상에 적용한 계수가 적절하게 설정되지 않았기 때문에 그러한 결과가 나온것이라며 So는 다른 수치를 적용하여 보울현상의 우위를 입증하였다.

는 두 SL 그리고 1명의 작업자 (조립공)로 구성된 AS' 와 동일한 특성을 나타내는 '3명의 작업자를 갖는 SL 생산라인' 을 창안하였다. 그들은 Lipper & Sengupta[19]의 연구에서 명확히 지적하지 못한 오차의 한계를 보완한 것이었으나, 이들의 해석적모형 역시 매우 복잡하여 그들은 작업자가 3명 이상인 경우의 해법에 대해서는 언급하지 않았다.

Baker[2]은 우선 몇개의 SL에서 생산되는 부품을 조립하는 공정형태를, 중간제품이 모두 도착할 때까지 기다리는 형태( pull mode )의 AS와, 도착하는 순서대로 조립하는 형태(push mode)의 AS로 생산라인을 구분했는데, 전자인 경우의 MPR은 균형생산라인 (balanced allocation)에서만 극대화될 수 있다고 결론을 내렸다. 그러나 1993년의 논문에서는 Hopp & Simon의 연구와 1966년의 Hillier & Boling의 연구를 토대로하여 단순 AS에서 작업자에게 할당할 최적작업량을 산출하였다. 연구결과는 각각의 SL에서 조립공쪽으로 가까이 갈수록 일량을 적게하고, 조립공에게는 제일 적은 작업량을 할당하는 것이 최적이라는 결론이었다.

## 2.2.2 어셈블리 생산라인(assembly system)의

### 경우

과거 20여년간 생산라인 설계에 관한 연구는 활발하였으나, 대부분이 직렬생산라인(SL)에 관한 설계가 대중을 이루었고, 이제 언급하려고 하는 어셈블리 생산라인 (이하 AS로 부르기로 함)에 대한 연구는 별로 없었다. AS는 SL들이 병렬로 수행되어 오다가 한곳에서 만나(merge), 한 부품을 완성하는 형태의 생산라인을 말한다.

1989년 Hopp & Simon[15]은 '1명의 작업자를 갖

Villeda[27]는 3개의 SL이 한명의 조립공에게 모이는 생산라인을 고려하였다. 그들은, SL에서는 상이한 CV를 갖는 정규분포를, 그리고 조립공에게는 고정서비스 시간을 주어 시뮬레이션을 실시했는데, 그 결과는 Baker의 그것과 같이 조립공쪽에 가까울수록 일량을 감소시키는 것이 MPR을 극대화시킨다는 결론을 도출하였다.

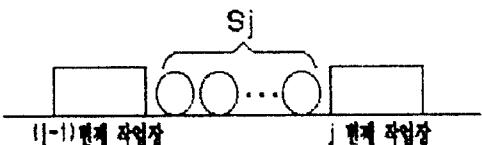
### 3. 해석적 모형 및 시뮬레이션 툴

#### 3.1 Hillier/Boling 모형

Hunt 모형[16]과 Hillier/Boling 모형중 후자를 소개하면 다음과 같다. Hillier와 Boling은 N개의 작업장이 직렬로 연결된 생산라인에서 (처음 작업장은 늘 차있는) MOR(mean output rate)을 구하는 해석적방법으로 제시한 간략법을 이번 절에서 소개하기로 한다.

<사용되는 기호들>

- R: 평균 출력率 (mean output rate)
- L: 시스템에 머무는 평균 일감 수
- $S_j$  : j번째 사용자와 j-1번째 작업자 사이의 최대허용 여유공간 ( $j=1,2,3,\dots,N$ )



<그림 3.1> 생산 라인 예

(좌우의 station에 머물러 있는 일감은 불고려)

우선 <그림 3.1>에서 j번째 facility를 위한 유효 평균 도착률( EMAR : effective mean arrival rate)  $\lambda_{eff}^{(j)}$ 를 고려한다. EMAR는 서비스를 끝낸 일감이 j-1번째 작업장에서 아직도 머무르고 있는 것까지를 포함하여 j번째 작업장 앞의 대기장소가 모두 차있지 않은 경우만을 생각한 것이다 ( 가득 차 있는 경우는 0 ). 모두 차 있지 않은 경우  $\lambda_{eff}^{(j)}$ 는 j-1번째 작업장으로 도착하는 도착률인  $\lambda_{j-1}$ 과 같다. 그 이

유는 저장공간이 유한한 경우라 하더라도 blocking이 일어나지 않는다면 각 작업장에서 배출되는 일감 (따라서 다음 작업장으로의 도착)은 근사적으로 Poisson process를 따르기 때문이다[29].

이것을 식으로 표현하면 다음과 같다;

$$\lambda_{eff}^{(j)} = \begin{cases} \lambda_{j-1} = \mu_{j-1}(1 - P_0^{(j-1)}), & \text{if } n \leq S_j + 1, \\ 0, & \text{if } n = S_j + 2, \end{cases} \quad (3.1)$$

단, n은 인접한 두 작업장에 아직도 머무르고 있는 일감까지를 포함하여 두 작업장 사이의 저장공간이 모두 차있다고 했을 때 일감의 수.

N개의 작업장으로 구성된 직렬생산라인에서 일감이 N번째의 작업장을 빠져나가는 경우를 생각하려면 ( 3-1 )의 j에 N+1을 대입하면 된다; 즉  $\lambda_{eff}^{(N-1)}$ 은 R에 해당 하므로

$$R = u_N(1 - P_0^{(N)}), \quad (3.2)$$

이제 우리의 문제는  $P_0^{(N)}$ 을 구하는 문제로 귀결되었다.  $P_0^{(N)}$ 을 구하기 위해서는 우선 M/M/S Queue에서  $P_0^{(j)}$ 를 구하는 공식을 이용한다;

$$\begin{aligned} P_0^{(j)} &= 1 / (1 + \rho_j + \rho_j^2 + \dots + \rho_j^{S_j+1}), \\ 1 - P_0^{(j)} &= \rho_j(1 - \rho_j^{S_j+2}) / (1 - \rho_j^{S_j+3}), \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\text{단, } \rho_j = \lambda_{eff}^{(j)} / \mu_{eff}^{(j)} \quad (3.4)$$

여기서 불행한 일은 (3.2),(3.3),(3.4)에서 R의 값이 해석적 접근으로는 도출되지 않으므로 축차근사법을 사용해야 한다는 점이다. 우선 알고리즘을 도출해 내기 위해 (3.1)에서

$$\begin{aligned}
\rho_j &= \lambda_{eff}^{(j)} / \mu_{eff}^{(j)} = \mu_{j-1}(1 - P_0^{(j-1)}) / \mu_{eff}^{(j)} \\
&= \mu_{j-1}(1 - P_0^{(j-1)}) (1 - P_0^{(j)}) / R, \\
&\quad \text{if } j = 2, 3, \dots, N-1 \quad (3.5) \\
&= \mu_{N-1}(1 - P_0^{(N-1)}) / \mu_N, \\
&\quad \text{if } j = N. \quad (3.6)
\end{aligned}$$

(3.5)의  $1 - P_0^{(j)}$ 를 다시 정리하면,

$$\begin{aligned}
1 - P_0^{(j)} &= [R / \mu_{j-1}(1 - P_0^{(j-1)})] \cdot \rho_j, \\
&\quad \text{if } j = 2, 3, \dots, N-1. \quad (3.7)
\end{aligned}$$

따라서  $\rho_j$ 는 다음식을 만족하는  $y_j$ 의 양의 값이고, 축차근사법에 의해 구해진다.

$$\begin{aligned}
y_j(1 - y_j^{S_j+2}) / (1 - y_j^{S_j+3}) \\
= [R / \mu_{j-1}(1 - P_0^{(j-1)})] \cdot y_j, \\
j = 2, 3, \dots, N-1. \quad (3.8)
\end{aligned}$$

(3.8)에서  $y_j$ 가 구해지면 (3.3)에서  $1 - P_0^{(j)}$ 가 구해진다. 따라서 최종적으로 R은

단계 #1 :  $P_0^{(1)}$ 을 0으로, R(0)을 R의 초기치로 놓고,

단계 #2 : (3.7) 과 (3.8)에서

$$P_0^{(2)}, P_0^{(3)}, \dots, P_0^{(N-1)} \text{을 구한 후},$$

단계 #3 : (3.5), (3.3), (3.2)에서 R을 구한다.

<예제>  $N = 3$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$  인 경우

$$1) P_0^{(1)} = 0 \text{ 으로 } R = 22 / 39 \text{로 놓으면}$$

(3-8)에서

$$1 - y_2^2 = (22/39)(1 - y_2^3), \quad y_2 = 1.34658$$

$$2) 1 - P_0^{(2)} = 1.34658(22/39) = 0.7596$$

$$3) R = 0.7596(1 - (0.7596)^2) / (1 - (0.7596)^3)$$

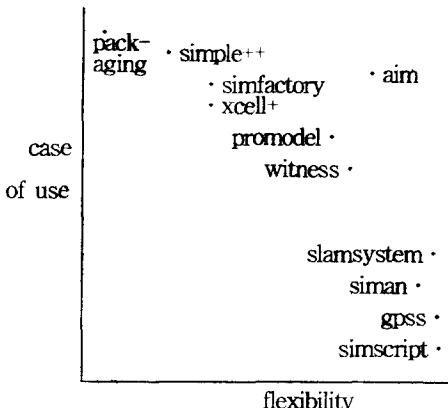
$$= 0.572$$

(정확한 해는 22/39로 근사해와의 차이는 0.008)

### 3.2 시뮬레이션 툴

조사된 문헌에는 시뮬레이션 기법을 이론적으로 기술하고 있지 않다. 즉 직렬 혹은 어셈블리 생산라인의 시스템 최대효용을 산출함에 있어, 일감의 도착 분포, 작업자의 작업형태분포, 시스템의 복잡도, 작업자의 일량할당형태등, 시뮬레이션환경에 대해 많은 지면을 할애하고 있고, 시뮬레이션 수행방법에는 Fortran이나 (Wild et al), GPSS를 사용하였다는 등의 언급(Anderson et al) 이외에 특별한 기법은 언급되고 있지 않다.

현재까지 국내외에 알려진 시뮬레이션에 관한 소프트웨어로는 SIMSCRIPT, GPSS, AIM, SIMAN, SLAMSYSTEM, SIMFACTORY, WITNESS, PROMODEL, XCELL+, PACKAGING 등 다수가 있다. 이를 하나하나의 성능에 대한 기술은 생략하고 이들을 용통성(flexibility)과 편이도(ease of use)면에서만 살펴본 것을 그림으로 표시하면 다음과 같다.



<그림 3.2> 이산생산시스템 하에서의 시뮬레이션 소프트웨어 비교

<그림 3.2>에 의하면 AIM이 용통성이거나, 편이도

면에서 타 소프트웨어보다 우수하다고 보여지나 본 논문에서는 SLAMSYSTEM을 이용하여 시뮬레이션을 실시하였다.

그 이유는 AIM은 자체의 장점에도 불구하고 AIM에서 생성되는 출력자료가 실제 어떠한 모델링 개념에 의해 생성되었는지 '블랙박스'에 싸여 표면에 잘 나타나 있지 않은 반면, SLAMSYSTEM은 모델링 개념이 분명하고 SIMAN이나 GPSS에 비해 용통성면에서는 비슷하면서도 사용자의 편이도가 높기 때문이다.

SLAM (Simulation Language for Alternative Modelling)는 1979년 Pritsker Corporation이 내놓은 제품으로 1981년 SLAM II의 이름으로 보완되었고, 그후 윈도우에서 사용 가능하도록 다시 보완한 것이 SLAMSYSTEM이다.

SLAMSYSTEMS에는 네트워크 모델링을 위해 25가 넘는 노드를 구축한 바 있는데 여기서는 그中最본 논문에 활용된 몇개의 노드만을 소개 하고자 한다.

본 논문에서는 SLAMSYSTEM에서 제공하고 있는 노드중 CREATE, QUEUE, SELECT, 그리고 COLCT노드를 사용하였는데 여기서는 SELECT노드에 대해서만 소개하기로 한다.

일감이 SLAMSYSTEM 네트워크내에서 SELECT노드를 통과하면 대기열을 선택하게 되는데 이때 대기열 선택기준 (Queue Selection Rule: QSR)으로 ASSEMBLY가 있다. 이 rule에 의해 진입해오는 복수 대기열내의 일감들은 서비스를 받기전에 하나의 개체(entity)를 구성한다. 또한 서비스 선택기준 (Service Selection Rule: SSR)으로 POR(priority)가

있는데 이 rule에 의해, 진행하는 일감은 복수서버인 경우 번호순으로 서버를 택하게된다. 서버가 하나밖에 없어 SSR을 선택하지 않을 경우라도 POR은 default law에 의해 자동적으로 선택된다.



<그림 3.3> 어셈블리 노드

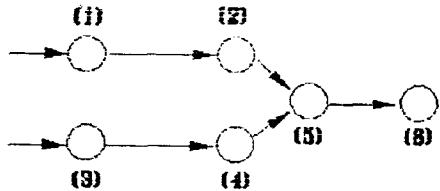
## 4. 시뮬레이션 모형 및 결과

### 4.1 모형 기술

제2장에서 언급한대로 과거 20여년간 어셈블리 생산라인에서 작업자의 효율적인 작업량 할당에 대한 연구는 활발하지 못하였다. Villeda와 Baker는 몇개의 직렬라인이 한곳에서 조립되는 생산시스템은 구축하였으나 조립된 부품이 다시 생산라인을 따라 제조과정을 진행해 나가는 시스템까지는 고려하지 않았고, 그 경우라 하더라도 불특정현상에 대해서는 언급하지 않았다. 시뮬레이션모형 구축의 한계성에 기인한 것으로 사료된다.

본 논문에서는 각각 두 작업자를 가진 두개의 직렬생산라인에서 오는 일감이 한곳에서 조립되고 그 것이 다음 작업자의 서비스를 받는데까지를 범위로 하여 생산시스템을 구축하였고 SLAMSYSTEM 패키지의 도움으로 결과를 도출했다.(<그림 4.1>참조)

<그림 4.1>의 (1), (3), (5)작업장에서 발생하는 불특정은 QUEUE노드에 반영된다.



<그림 4.1> 생산시스템

시뮬레이션 수행을 위해 우선 (1)-(6)의 작업자의 서비스처리행위는 지수분포를 따르는 것으로 가정하였고, 각 작업자의 일량은 Bowl현상이 이러한 경우에도 성립하는가를 보기 위한 측면에서 할당하였다.

## 4.2 입력자료

일감들은 그림 4.1의 (1)과 (3)의 QUEUE에 각각  $\lambda = 1.125/\text{시간}$ 으로 전입시켰고, 재공품의 여유공간 (buffer storage) C는 1,2,3까지로 하여 각각의 경우 5,000시간 동안 시뮬레이션을 실시하였다. Bowl 현상이 이 경우에도 성립하는가를 검증하기 위하여 외부노드(1,3,6)끼리 같은 시간을, 그리고 내부노드(2,4,5)끼리 각각 같은 시간을 할당하였다 (<표 4.1> 참조).

<표 4.1> 각 노드에의 일 할당량

| 번호  | (1),(3),(6) 노드 | (2),(4),(5) 노드 |
|-----|----------------|----------------|
| (1) | 1.00           | 1.00           |
| (2) | 1.02           | 0.98           |
| (3) | 1.04           | 0.96           |
| (4) | 1.06           | 0.94           |
| (5) | 1.08           | 0.92           |
| (6) | 1.10           | 0.90           |
| (7) | 1.12           | 0.88           |
| (8) | 1.14           | 0.86           |
| (9) | 1.16           | 0.84           |

## 4.3 출력결과

여유공간이 1,2,3일때 그리고 표 4.1의 내용대로 각각의 경우 5,000시간의 시뮬레이션을 실시한 결과는 다음과 같다. C의 값 아래에 기록된 숫자는 5,000시간동안에 노드 (6)을 빠져나간 제품의 갯수를 말한다. (<표 4.2> 참조)

<표 4.2> 생산된 제품 수

| 번호  | C=1     | C=2     | C=3     |
|-----|---------|---------|---------|
| (1) | 2905.2  | 3286.9  | 3560.1  |
| (2) | 2924.6  | 3312.7  | 3569.5  |
| (3) | 2938.6  | 3331.1  | 3569.6  |
| (4) | 2943.1  | 3338.8  | 3580.5  |
| (5) | 2947.3  | 3330.6  | 3581.8* |
| (6) | 2943.4  | 3347.6* | 3567.5  |
| (7) | 2972.3* | 3335.3  | 3561.8  |
| (8) | 2965.7  | 3321.2  | 3546.7  |
| (9) | 2947.3  | 3313.3  | 3128.9  |

<표 4.2>에서 C의 값이 1이고 번호 (7)인 경우의 생산시스템에 대해 SLAMSYSTEM S/W가 작성한 시뮬레이션 결과를 보이면 다음과 같다 (<표 4.4> 참조).

<표 4.3> 상이한 작업량비율에 따른 외/내부노드별 평균작업률

| 작업량 비율   | 노드구분     | 평균작업률(ave. util)                 |
|----------|----------|----------------------------------|
| 1.05-.95 | 외부<br>내부 | .737/.762/.757<br>.664/.683/.663 |
| 1.06-.94 | 외부<br>내부 | .768/.761/.745<br>.665/.674/.662 |
| 1.07-.93 | 외부<br>내부 | .762/.776/.777<br>.668/.689/.672 |
| 1.08-.92 | 외부<br>내부 | .788/.752/.771<br>.645/.671/.771 |

\* 외부노드 : (1),(2),(6)노드

\* 내부노드 : (3),(4),(5)노드

<표 4.4> 시뮬레이션 결과

SLAM II SUMMARY REPORT

Current time .5000E+04

\*\* Statistics for Variables Based on Observation \*\*

| Mean value | Standard deviation | Coeff. of variation | Minimum value | Maximum value | # of Observation |
|------------|--------------------|---------------------|---------------|---------------|------------------|
| .247E+04   | .145E+04           | .585E+00            | .704E+01      | .500E+04      | 2985             |

\*\* File Statistics \*\*

| File number | Label / Type | Average length | Standard deviation | Maximum length | Current length | Average wait time |
|-------------|--------------|----------------|--------------------|----------------|----------------|-------------------|
| 1           | Q1 Queue     | 4.235          | 1.035              | 5              | 2              | 7.075             |
| 2           | Q2 Queue     | 4.260          | .971               | 5              | 5              | 7.115             |
| 3           | Q3 Queue     | .635           | .481               | 1              | 1              | 1.062             |
| 4           | Q4 Queue     | .624           | .484               | 1              | 0              | 1.044             |
| 5           | Q5 Queue     | .639           | .480               | 1              | 0              | 1.069             |
| 6           | Q6 Queue     | .608           | .488               | 1              | 0              | 1.018             |
| 7           | Q7 Queue     | .356           | .479               | 1              | 1              | .596              |

\*\* Service Activity Statistics \*\*

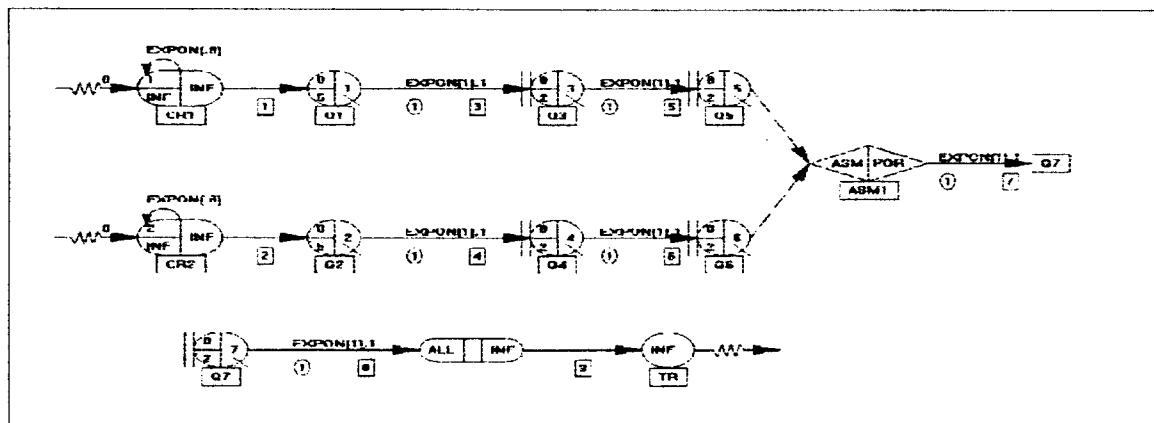
| Act | Act  | Label/ Serv | (1) |      |     | (2) |         |         |       |
|-----|------|-------------|-----|------|-----|-----|---------|---------|-------|
|     |      |             | Ave | Std  | Cur | Ave | Max idl | Max bsy | Ent   |
| 0   | Q1   | Queue       | 1   | .667 | .47 | 1   | .33     | 1.74    | 32.31 |
| 3   | Q3   | Queue       | 1   | .517 | .50 | 1   | .33     | 7.79    | 20.95 |
| 5   | ASM1 | Queue       | 1   | .519 | .50 | 1   | .15     | 9.07    | 23.64 |
| 0   | Q2   | Queue       | 1   | .678 | .47 | 1   | .32     | 1.42    | 32.98 |
| 4   | Q4   | Queue       | 1   | .533 | .50 | 0   | .31     | 6.58    | 21.67 |
| 6   | Q7   | Queue       | 1   | .649 | .48 | 1   | .00     | 7.95    | 34.40 |

(1) : average utility

(2) : average blockage

<표 4.4>에서 C의 값이 3이고, 외부노드와 내부노드의 작업량 할당비율을, 1.05-0.95, 1.06-0.94, 1.07-0.93, 그리고 1.08-0.92로 하였을 때 각 노드별 평균 작업률(<표 4.4> 서비스활동통계 중 5번째 칼럼인 Ave. Util란 참조)만을 발췌해 보면 다음과 같다. (<표 4.3> 참조)

한편 SLAMSYSTEM으로 <표 4.1> - <표 4.4>의 결과를 산출하기 위해 프로그램 이용자가 화면에 그려놓은 QUEUE NETWORK 다이어그램은 다음과 같다. 이 네트워크는 최초 일감 도착률을 1.125/시간으로, C는 1로, 그리고 외부/내부노드에 동일하게 작업률을 할당한 경우이다 (<그림 4.2> 참조).



<그림 4.2> QUEUE NETWORK 다이어그램

## 5. 결론 및 추후 연구방향

<표 4.1>부터 <표 4.4>까지의 출력자료는 SLAM- SYSTEM을 통하여 파라메터가 바뀔때마다 각각 5000시간 시뮬레이션을 실시하여 평균치를 낸 것이다. 그 결과 얻은 결론은 다음과 같다.

가. 조립공정이 포함된 병렬생산라인에서 BOWL 현상은 성립한다.

<표 4.2>에서 C=1인 경우 외부노드 작업할당률 1.12일때, C=2인 경우 1.10 일때, 그리고 C=3인 경우 1.08일때가 최적이다.

나. 여유공간(C:Buffer Storage Capacity), 작업량 불균형정도(D:Degree of Unbalance), 그리고 평균

생산률(MPR: Mean Production Rate)과의 관계

- 1) C가 증가할수록 D는 소멸된 상태(balanced line)가 최적이다.
  - <표 4.2>에서 C 가 증가할수록 작업량불균형의 폭은 ‘한단계’씩 낮아지고 있다.
- 2) C가 증가하면 생산라인의 모든 공정의 평균유틸리티는 증가하고 MPR도 증가한다.
  - 표에는 나타내지 않았지만 C=2이고 외부노드의 작업량 할당비율이 1.08인 경우 1,3,5,6노드의 각각의 유틸리티 .739, .620, .598, .711에서, C=3일때, .788, .645, .656, .771로 증가하였다. 이

경향은 C=1에서 2로 증가한 경우도 여전히 성립한다. ( MPR증가는 <표 4.2> 참조 )

3) 동일한 C조건하에서는 D가 증가함에 따라 외부와 내부의 평균유틸리티도 증가하고, 감소하면 또한 감소한다 (<표 4.4> 참조).

4) C 증가하면 MPR도 증가하나 그 증가률은 감소한다. 따라서 생산관리자는 C 증가에 따른 설비비용 증가분과 MPR증가율 감소에 따른 수익과의 비김분석(trade-off analysis)이 필요하다.

- <표4.2>에서 C 가 1, 2, 3인경우 최대 생산량은 각각 2972.3, 3347.6, 3581.8로 증가율은 375.3에서 234.6으로 감소하고 있다.

본 논문에서 고려한 생산시스템의 시뮬레이션 결과는 해석적 모형으로부터의 해의 도출이 불가한 문제에 해답을 주고 있다.

Hopp & Simon은 전술한 바와 같이 직렬에서 각 1명의 작업자가 1명의 조립공에게 일감을 넘겨주는, 도합 3명으로 구성된 생산라인의 해를 해석적으로 도출한 바 있으나, 본 논문에서는 6명의 작업자에, 불러킹현상까지를 고려하고 있기 때문이다. 다만, 본 시뮬레이션 결과에서 유효도착률(effective service rate)은 곧 계산된다. 즉, 그것은 <표 4.3>에 나오는 관찰회수를 5,000시간으로 나누어 주면 되기 때문이다.

본 논문에서는 노드 1, 3, 6을 외부, 2, 4, 5를 내부노드로 정의하고 외부,내부노드 끼리는 각각 같은 일량을 할당하되 다만 외,내부노드 간에만 일량을 차별화 하였다. 그러나 다른 형태의 일량할당 조합

도 얼마든지 있을 수 있을 것이다.

또한 직렬생산량이 매우 긴 경우, 세개 이상의 직렬라인이 한곳에서 조립되는 경우, 그리고 여유공간을 작업자 사이에 상이하게 부여하는 문제까지를 고려하면 시뮬레이션의 조합은 엄청나게 증가할 것이다. 저자는 이러한 연구들을 추후연구 과제로 남긴다.

## 참 고 문 헌

- [1] Anderson, D.R. & Moodie, C.L., "Optimal Buffer Storage Capacity in Production Line Systems," Int. J. Pro. Res., 7, 1969
- [2] Baker,K.R,Powell,S.G.& Pyke, D.F., "Buffered and Unbuffered Assembly Systems with Variable Processing Times," J.Manuf. and Opr. Mgt., 3, 1990  
\_\_\_\_\_, "Optimal Allocation of Work in Assembly Systems," Magt. Sci., 39(1), Jan., 1993
- [3] Barten, K.A., "A Queueing Simulator for Determining Optimum Inventory Levels in a Sequential Process," J. Ind. Eng., 13(4), 1969
- [4] Buffa, E.S., "Pacing Effects in Production Lines," J. Ind. Eng.,12(6), Nov.-Dec., 1961
- [5] Carnall, C.A. & Wild,R., "The Location of Variable Work Stations and the Performance of Production Flow Lines," Int. J. Prod. Res., 14, 1976
- [6] Davis, L.E., "Pacing Effects on Manned Assembly Lines," Int. J. Prod. Res.,4, 1966

- [7] De La Wyche, P. & Wild, R., "The Design of Imbalanced Series Queue Flow Lines," *Oper. Res. Quart.*, 28(3), 1977
- [8] El-Rayah, T.E., "The Efficiency of Balanced and Unbalanced Production Line," *Int. J. Prod. Res.*, 17(1), 1979
- [9] Freeman, M.C., "The Effects of Break-downs and Inter-stage Storage on Production Line Capacity," *J. Ind. Eng.*, 15(4), July-August, 1964
- [10] Goode, H.P. & Saltzman, S., "Estimating Inventory Limits in a Station Grouped Production Line," *J. Ind. Eng.*, 13(6), Nov.-Dec. 1962
- [11] Hatcher, J.M., "The Effect of Internal Storage on the Production Rate of a Series of Stages having Exponential Service Times," *AIEE Trans.*, 1, 1969
- [12] Hillier, F.S. & Boling, R.W., "On the Optimal Allocation of Work in Symmetrically Unbalanced Line Systems with Variable Operating Time," *Mgt. Sci.*, 25(8), Aug., 1979
- [13] \_\_\_\_\_, "Finite Queues in Series with Exponential or Erlang Service Time: A Numerical Approach," *Opr. Res.*, 15, 1967
- [14] \_\_\_\_\_, "The Effect of Some Design Factors on the Efficiency of Production Lines with Variable Operation Times," *J. Ind. Eng.*, 7, 1966
- [15] Hopp, W.J. & Simon, J.T., "Sounds and Heuristics for Assembly-like Queues," *Queueing Systems*, 4, 1989
- [16] Hunt, G., "Sequential Arrays of Waiting Lines," *Opr. Res.*, Dec., 1956
- [17] Kala, R. & Hitchings, G.G., "The Effects of Performance Time Variance on a Balanced, Four-station Manual Assembly Line," *Int. J. Prod. Res.*, 11(4), Oct., 1973
- [18] Kottas, J.F. & Lau, H., "Some Problems with Transient Phenomenon when Simulating Unpaced Lines," *J. Opr. Magt.*, 1(3), 1981
- [19] Lipper, E.H. & Sengupta, B., "Assembly-like Queues with Finite Capacity : Bounds, Asymptotics and Approximations," *Queueing Systems*, 1, 1967
- [20] Muth, E.J., "The Production Rate of a Series of Work Stations with Variable Service Times," *Int. J. Prod. Res.*, 11(2), 1973
- [21] Payne, S., Slack, N. & Wild, R., "A Note on the Operating Characteristics of 'Balanced' and 'Unbalanced' Production Flow Lines," *Int. J. Pro. Res.*, 10, 1972
- [22] Pritsker, A., Introduction to Simulation and SLAM II, John Wiley & Sons, 1986
- [23] Rao, N., "A Generalization of the 'Bowl Phenomenon' in Series Production Systems," *Int. J. Pro. Res.*, 14(4), 1976
- [24] Smith, L.D. & Brumbaugh, P., "Allocating Inter-station Inventory Capacity in Unpaced Production Lines with Heteroscedastic Processing Times," *Int. J. Pro. Res.*, 15, 1977
- [25] Smunt, T.L. & Perkins, W.C., "Stochastic Unpaced Line Design: Review and Further Experimental Results," *J. Oper. Mgt.*, 5(3), May, 1985
- [26] So, K.C., "On the Efficiency of Unbalance-

ing Production Lines," Int. J. Prod. Res.,  
27(4), 1989

[27] Villeda,R., Dudek, R. & Smith, M.,  
"Increasing the Production Rate of a Just-in-time Production System with Variable Operation Times," Int. J. Prod. Res., 26(11), 1988

[28] Wild, R. & Slack, N.D., "The Operating Characteristics of 'Single' and 'Double' Non-mechanical Flow Line Systems," Int. J. Prod. Res., 11(2), 1973

[29] Hillier F. S. & Lieberman G.J., Introduction to Operations Research, Holden-Day, 1968, p.316