

# 항공기 엔진 정비 일정 수립을 위한 동적 계획 모델 개발

주성종\* · 신상헌\*\*

Developing a Dynamic Programming Model for Aircraft-Engine  
Maintenance Scheduling

Seong Jong Joo\* · Sang Heun Shin\*\*

## ABSTRACT

According to flying hours, aircraft engines require regular overhaul for preventive maintenance. Because of hostile defense environment of Republic of Korea, the aircraft of Republic of Korea Air Force(ROKAF) have been operated at the maximum level of availability and have similar overhaul schedule in several months. The concentration of overhaul schedule in a short period demands additional spare engines far exceeding the spare engines for corrective maintenance. If ROKAF decides to purchase extra engines for the preventive maintenance, the extra engines will be used only for the preventive maintenance and will be excess inventory for the most of aircraft life cycle. Also, the procurement of extra engines is significant investment for ROKAF. To help ROKAF schedule the preventive maintenance without significant spending, this study develops a dynamic programming model that is solvable using an integer programming algorithm. The model provides the number of engines that should be overhauled for a month for multiple periods under given constraints. ROKAF actually used this model to solve a T-59 engine overhaul problem and saved about three billion won at one time. ROKAF plans to use this model continuously for T-59 and other weapon systems. Thus, savings for long term will be significant to ROKAF. Finally, with minor modification, this model can be applied to deciding the minimum number of spare engines for preventive maintenance.

---

\* 공군본부

\*\* 계명대학교

## 1. 서 론

항공기 엔진의 창정비 시기는 주로 사용 시간, 즉 비행 시간에 의해 결정되는데 T-59 항공기의 예를 들면 모듈별로 다소 차이가 있기는 하지만 1,200 시간 마다 창정비 주기가 도래한다. 대부분의 군용 항공기는 일시에 도입되어 가용도의 허용 범위 내에서 최대한 비행을 해야하므로 각 항공기의 비행 시간이 비슷하게 유지되어 특정 기간에 창정비가 집중 도래하는 경향이 있다. 창정비가 특정 기간에 집중될 경우 항공기 가동률을 유지하기 위하여 창정비 물량에 대응하는 예비 엔진을 구매하거나 항공기 불가동 상태를 감수하여야 하는 문제가 발생한다. 항공기 불가동을 방지하기 위하여 예비 엔진을 추가 구매하게 되면 이 추가 구매량은 대부분 평시 수요를 초과하게 되어 창정비용으로만 사용하게 되므로 과다 보유 자산이 된다. 이 문제는 이미 보유하고 있는 평시 재고의 최대 활용과 창정비 주기 도래 이전 창정비 실시를 통하여 예비 엔진의 추가 소요 발생을 최소화 또는 제거하는 방법으로 해결하는 것이 바람직할 것이다. 따라서 본 연구는 이용 가능한 재고 제약 조건과 창정비 실시 시기 제약 조건하에서 미리 창정비를 실시하므로써 발생하는 기회 비용을 최소화하는 창정비 계획을 수립하여 예비 엔진 구매 예산을 최대한 절약할 수 있는 모델을 개발하고자한다. 문제의 정형화는 다수 기간(Multiperiods)에 걸쳐 해당 기간별 창정비 수량을 결정하는 동적 계획 모델(Dynamic Programming Model)을 이용하며 이 때 생산에 필요한 준비 비용(Setup Cost)은 발생하지 않으므로 선형 계획법으로 해를 구한다. 동적 계획법의 적용에 따른 당위성은 동적 계획 모델과 문제의 성격 부분에서 구체적으로 서술하였다.

본 연구는 유사한 상황의 문제를 해결하는 방

법으로 다양한 분야에 적용이 가능하며 약간의 수정을 가할시 역으로 적정 창정비 재고량을 계산할 수 있다. 기대 효과로는 주어진 조건하에서 최적 재고를 유지함으로써 직접적인 예산 절감을 도모할 수 있다. 본 연구는 우선 동적 계획 모델의 최근 연구 사례를 간단히 고찰하고 제약 조건을 고려한 일반적인 모델을 도출하여 공군의 T-59 항공기 엔진 창정비 사례에 모델을 적용한 후 이에 대한 결과 해석 및 예산 절감액 등을 제시하고 결론을 맺는다.

## 2. 동적 계획 모델

재고 관리 분야에서는 다음과 같은 경우 주기적 검토 모델로서 동적 계획법(Deterministic Dynamic Programming)을 이용하여 문제를 해결할 수 있다[6]. 첫째, 시간은 현시점을 1로 시작하여  $n$ 까지 다수의 기간으로 나누되 시작 시점에서 각 기간의 수요는 알려져 있다. 둘째, 각 기간의 시작 시점에서 생산량이 결정되어야 하며 각 기간 중 생산 능력은 제한되어 있다. 셋째, 각 기간의 수요는 보유 재고나 생산을 통하여 충족시켜야 한다. 만약 생산을 결정할 경우 고정 비용과 가변 비용이 발생한다. 넷째, 제한된 저장 능력으로 인하여 각 기간의 이월 재고량은 제한을 받으며 이때 이월 재고는 유지 비용(Holding Cost)을 발생시킨다. 다섯째, 각 기간별 수요를 적기에 충족하면서 총 비용을 최소화하는 것이 성취해야할 목표이다. 이 때 생산에 필요한 준비 비용(Setup Cost)이 없다면 Winston(774쪽, 1995)이 규명한 바와 같이 선형 계획법을 이용하여 문제의 해를 구할 수 있다[6]. 항공기 엔진 정비의 문제는 준비 비용이 없는 동적 계획 모델로서 문제의 성격을 규정하는 부분에서 어떻게 결정적 동적 모델의 다섯 가지 성격과 부합하는가를 설명한다. 선

형 계획법을 이용한 동적 계획법의 정형화는 다양하게 응용되고 있는데 다수 기간에 걸쳐 로트의 크기를 결정하는 문제[3]나, 후불(Backorder)을 고려한 다수 기간의 수요와 생산을 맞추어 주는 모델[1], 단단계 생산 공정에 있어서 재공품(Work-in-Process Inventory)을 관리하는 모델[4] 등은 재고 관리 분야의 전형적인 응용 사례들이다. 또한 다수 기간에 걸쳐 수요와 생산 능력을 고려하여 생산 계획을 최적화 하는 모델[2]이나 여러 기간 동안 포트폴리오(Portfolio)를 관리하는 모델[5] 등은 재고 관리와 유사한 응용 사례들이다. 항공기 엔진 정비 일정 수립 모델은 각 기간별 정비 물량 발생이 수요(Demand)가 되며 창정비를 수행하는 것이 생산과 대응하는 개념으로서 창정비를 미리 실시함에 따른 엔진의 정비 주기 수명 손실과 이에 따른 기회 비용 발생을 최소화하는 점이 현재까지의 연구와 다른 점이라 할 수 있다.

### 3. 모델 개발

#### 3.1 문제의 성격

모델을 개발하기 위하여 문제의 일반적인 성격을 살펴보면 다음과 같다. 첫째, 이 연구는 사용 시간이나 기술적 기준에 의한 주기적 정비를 필요로 하는 엔진 또는 부품을 고려 대상으로 한다. 둘째, 안전 문제 때문에 정해진 주기 이전에 정비가 완료 되어야하며 그 주기를 초과하여 사용할 수 없다. 셋째, 각 단계별 정비 실시 수량은 해당 단계에서 이용 가능한 재고에 의해 결정된다. 특정 단계에서 이용 가능한 재고는 전 단계에서 이월된 재고와 정비 완료후 해당 단계에 입고되는 수량 및 추가 구매하여 그 단계에서 이용 가능한 재고의 합이다. 마지막으로 주어진 제약 조건 안

에서 정해진 주기 이전에 정비를 실시함에 따른 기회 비용 발생을 최소화하는 것이 문제 해결의 목표이다.

결정적 동적 계획법(Deterministic Dynamic Programming)의 다섯 가지 성격과 대응하여 문제를 분석하면 다음과 같은 동적 계획법 사용의 필요성을 도출할 수 있다. 첫째로 다수 기간의 조건인데 항공기 엔진 정비의 경우 월별로 계획을 수립하여 운영하므로 월 단위의 다수 기간을 적용할 수 있다. 두 번째로 각 기간의 시작 시점에서 생산량을 결정해야 하는데 이 때 생산량은 정비 물량이 되므로 이 숫자를 결정한다. 특정 기간에서 수행할 수 있는 정비 물량은 해당 기간에 이용 가능한 예비 재고에 의해 제한을 받는다. 세 번째로 각 기간의 수요는 보유 재고나 생산을 통하여 충족 시켜야하는 조건이다. 이 때 수요는 각 기간별 창정비 주기 도래 물량으로 해당 기간에 구매 또는 정비가 완료 되어 이용 가능한 재고와 바로 앞 기간에서 이월 받은 재고량으로 충족시킨다. 또한 생산 비용은 창정비 비용과 창정비를 조기에 수행하여 발생하는 주기 수명 손실에 따른 기회 비용으로 대체할 수 있다. 네 번째로 제한된 재고 보유 능력과 유지 비용의 조건인데 재고 보유 능력은 각 기간별 이용 가능한 재고량에 의해 제한을 받으며 이에 대한 유지 비용도 발생한다. 마지막으로 총 비용 최소화의 목표인데 이 연구에서는 고정 비용을 제외한 가변 비용 즉, 주기 수명 손실에 따른 기회 비용을 최소화하는 목표를 갖는다. 이 때 정비(생산)에 필요한 준비 비용(Setup Cost)은 발생하지 않으므로 선형 계획법으로 정형화할 수 있는 동적 계획법의 문제가 된다.

#### 3.2 모델의 개요

문제의 정형화 및 최적해 도출은 준비 비용이

없으므로 일반화된 정수 선형 계획법 (Integer Linear Programming)을 이용하여 다수 기간(단계)에 걸쳐 단계별로 창정비 수량을 결정하는 동적인 재고 관리 모델의 형태를 취하게 된다. 또한 이 모델은 수송 문제(Transportation Problem) 해법으로도 모델 구축 및 최적 해를 구할 수 있다.

### 3.3 목적 함수(Objective Function)

이 모델에서 사용하는 시간의 단위는 월로서 창정비 실시가 가능한 첫달을 1단계로 하며 마지막 달을 n단계로 한다. 만약 j단계에서 d만큼의 창정비 물량이 발생한다면 j단계에서 창정비를 실시할 수 있는 수량은 j단계에서 이용 가능한 예비 엔진 재고에 의해 제한을 받으므로 예비 엔진 재고를 초과하는 창정비 발생량은 j단계 이전의 i단계 ( $i=1,2,3,\dots,j-1$ )에서 조기에 창정비를 실시하여야 한다. j단계에서 발생한 창정비 물량을 i단계에서 조기에 창정비 보내는 것을 이 모델에서는 후불(Backorder)로 정의하며  $B_{ij}$ 로 한다. 단,  $i=j$ 일 경우 후불이 아닌 정상적인 창정비 실시 물량이 된다. 여기서  $i < j$ 인 경우,  $B_{ij}$ 는 각 단계별로 창정비 조기 실시에 따른 수명 손실(또는 기회 비용)이 발생하는데 이를 창정비 주기 손실 시간(창정비 주기와 실제 창정비 실시 시기의 차이)으로 정의하며 1개월당 T시간씩 가산한다. 따라서 목적 함수는 후불 발생에 따른 창정비 주기 손실 시간을 최소화하는 다음과 같은 수식을 갖게 된다.

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^j \sum_{j=1}^n [T(j-i)B_{ij}]$$

### 3.4 제약 조건(Constraints)

이 모델은 후불 제약 조건, 각 단계별 이용 가능한 재고 제약 조건, 정수 조건등 세종류의 제약

조건을 갖는다. 우선 후불 제약 조건을 설명하면 j단계의 창정비 물량  $d_j$ 는  $j+1$  이상의 단계로 이월시킬 수 없으며 조기 창정비 실시 물량 즉 후불량과 정상적인 창정비 실시 물량( $B_{ij}$ , 단  $i=j$ )의 합은 같다. 따라서 후불 제약 조건은 다음과 같은 수식으로 표현한다.

$$\sum_{i=1}^j B_{ij} = d_j, \quad j=1,2,3,\dots,n$$

두 번째 제약 조건인 이용 가능 재고량은 다음과 같이 표현한다. 만약 j단계에서 발생한 창정비 물량의 일부 또는 전부를 i단계에서 조기에 창정비를 실시한다고 가정하면 i단계에서 창정비 실시 물량은 세 가지 요소에 의해 결정되는데 이 세가지는 첫째, I를 각 단계의 재고량으로 정의하면 i-1단계에서 i단계로 이월된 재고 ( $I_{i-1}$ )과 둘째, k를 창정비 소요 기간(개월수)으로 정의하면 k단계 이전에 창정비 보내어 i단계에 종료되어 이용 가능한 재고 ( $I_{i-k}$ )와 셋째, R을 추가 구매량으로 정의하면 i단계에서 이용 가능한 추가 구매량 ( $R_i$ )이다. 따라서 다음과 같은 수식으로 표현이 가능하다.

$$\sum_{j=i}^n B_{ij} \leq I_{i-1} + I_{i-k} + R_i, \quad i=1,2,3,\dots,n$$

세 번째 제약 조건은 모든 변수는 0과 같거나 크며 정수성(Integrity)을 취하는 것이다.

### 3.5 일반화한 정수 선형 계획법 모델

목적 함수와 제약 조건을 정리하면 다음과 같은 수식이 된다.

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^j \sum_{j=1}^n [T(j-i)B_{ij}]$$

subject to

$$\sum_{i=1}^j B_{ij} = d_j, \quad j=1,2,3,\dots,n$$

$$\sum_{j=i}^n B_{ij} \leq I_{i-1} + I_{i-k} + R_i, \quad i=1,2,3,\dots,n$$

and

$R_i$ :  $i$ 단계에서 이용 가능한 신품 추가 구매량.

$B, d, I, k, R \geq 0$  and integers

여기서,

$B_{ij}$ :  $j$ 단계에서 창정비 주기 도래한 물량을  $i$  ( $i \leq j$ )단계에서 실제로 창정비 보내는 물량으로 주기 보다 일찍 보내는 경우 후블로 정의하며  $i=j$ 일 경우 정상적인 창정비 수행임,

$T$ : 창정비 조기 실시에 따른 단위 시간당(1개월) 창정비 주기 수명 손실,

$T(j-i)$ :  $j$ 단계에서 창정비 주기 도래한 물량을  $i$  단계에서 조기에 창정비 실시함으로써 발생하는 창정비 주기 수명 손실 시간,

$d_j$ :  $j$ 단계의 창정비 주기 도래 물량,

$I_{i,i}$ : ( $i-1$ )단계에서  $i$ 단계로 이월되는 재고량,

$k$ : 창정비 소요 기간(단위: 월),

$I_{i,k}$ : ( $i-k$ )단계에서 창정비 완료후  $i$ 단계에서 수령 및 이용 가능한 재고,

### 4. T-59 항공기 엔진 창정비 적용 사례

공군에서 운영하고 있는 T-59 항공기는 엔진의 일부 모듈을 1,200시간마다 창정비를 실시하도록 되어 있는데 비슷한 시기에 창정비 주기가 집중 도래하여 특별한 조치 없이 창정비를 실시할 경우 평상시 운영 재고로 지원이 불가능하여 다량의 예비 모듈을 추가 구입해야 하는 상황에 직면하게 되었다. 현재 T-59 항공기 엔진은 국내 창정비 능력이 개발되어 있지 않아 영국의 제작사에 외주 정비를 의뢰해야 하며 다음과 같은 자료 및 제약 조건이 알려져 있다.

#### 4.1 창정비 주기 도래 현황

월별 창정비 주기 도래 현황은 <표1>과 같다.

<표1> 창정비 주기 도래 현황

월 별	1996				1997				계
	9	10	11	12	1	2	3	4	
소 요	2	1	1	4	1	2	2	3	16

#### 4.2 이용 가능 재고량

평상시 이용 가능한 재고는 4개이며 1996년 7월에 1개의 모듈이 추가 도입될 예정이므로 1996년 7월부터 이용 가능한 재고는 5개이다.

1,200시간이며 이보다 일찍 보낼 수는 있으나 비행 안전 때문에 1,200시간을 초과하여 보낼 수는 없다. 또한 창정비를 1개월 앞당길 경우 30시간의 주기 수명 단축의 손실이 발생한다. 창정비 소요 기간은 발주에서 수령까지 4개월이 소요된다.

#### 4.3 창정비 주기 및 소요 기간

모듈의 창정비 주기는 비행 시간 기준으로

#### 4.4 모델 적용

최초 창정비 발주 가능 시기는 1995년 12월이

며 최종 발주 시기는 1997년 4월이다. 따라서 창정비 실시 기간은 1부터 17까지 총 17개월 또는 17단계로 구분한다. 주어진 정보와 제약 조건을 정리하면 모델 내의 필요한 변수 값을 구할 수 있다. 우선 단계별 창정비 도래 물량  $d_i$ 의 경우  $d_{10}=2$ ,  $d_{11}=1$ ,  $d_{12}=1$ ,  $d_{13}=4$ ,  $d_{14}=1$ ,  $d_{15}=2$ ,  $d_{16}=2$ ,  $d_{17}=3$  이며 그 외  $d_i$ 부터  $d_9$ 까지의 값은 0이다. 모듈 추가 구매량  $R_i$ 는  $R_8=1$ 이고 그 외 값

은 0이다. 수명 손실  $T$ 는 1개월당 30시간이며 창정비 소요 기간  $k$ 는 4개월이다. 이상의 값을 이용하여 모델을 수식으로 표현하면 부록과 같다.

#### 4.5 결과 해석

모델의 해는 LINDO/PC로 구하였으며 표2와 같다.

〈표2〉 모델의 해

변 수( $B_{ij}$ )	해(Solution)	목적함수계수(Objective Function Coefficient)
$B_{9,10}$	2	30
$B_{9,11}$	1	60
$B_{11,12}$	1	30
$B_{8,13}$	1	150
$B_{12,13}$	2	30
$B_{13,13}$	1	1(0)
$B_{13,14}$	1	30
$B_{13,15}$	1	60
$B_{15,15}$	1	1(0)
$B_{16,16}$	2	1(0)
$B_{17,17}$	3	1(0)
합 계	16	457(450)

여기서  $i$ 는 창정비를 보내는 단계이며  $j$ 는 창정비 주기 도래 단계이다. 예를 들면  $B_{12,13}$ 의 경우 13단계(1996년 12월)의 창정비 주기 도래 물량중 2개를 12단계(1996년 11월)에 보내야 한다는 것이다. 만약  $i$ 와  $j$ 의 값이 같으면 창정비 주기 도래와 실시 단계가 동일한 정상적인 경우이다. 목적 함수

계수는 창정비 조기 실시에 따른 수명 손실을 나타내며 최소화된 목적 함수 값은 450시간이다. 〈표2〉의 목적 함수 값은 457인데 이는 목적 함수 계수가 1인 변수, 즉 정상적인 창정비( $i=j$ 인 경우)의 계수를 포함하고 있어 7만큼 증가되었으나 이는 문제 해법의 기술적 편법으로 가상 배정된

값으로 실제 값은 0이며 따라서 최소화된 목적 함수 값은 450이다. 수명 손실 450시간을 창정비 비용으로 환산하면 2.3억원이 되며 이는 창정비

조기 실시에 따른 기회 비용이 된다. 도출된 해를 단위 시간별 창정비 발생 물량과 비교 정리하면 표3과 같다.

〈표3〉 창정비 발생 물량대 모델의 최적해

단 계	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
월 별	95/12	96/1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	97/1	2	3	4
발 생										2	1	1	4	1	2	2	3
최적해								1	3		1	2	3		1	2	3

4.6 동적 계획 모델과 실무 부서 방안의 비교

공군 실무 담당 부서에서 문제 해결을 위하여 〈표4〉와 같이 두 가지 방안을 고려하였는데 이중 2방안을 채택하여 집행할 계획이었다.

2방안은 실무자들이 시행 착오법(Trial and

Error)으로 준비한 것으로 최적화 되지 않은 방법이다. 정수 계획 모델은 2방안과 동일한 조건에서 최적화된 대안으로써 공군본부, 공군 군수사령부 및 해당 비행단 실무자들의 검토를 거쳐 수정 없이 채택되어 집행 계획된 2방안을 대체하여 30.1억원을 절약하게 되었다.

〈표4〉 정수 계획 모델과 실무 부서 방안 비교

	동적 계획 모델	1방안	2방안
내 용	수명손실을 최소화하는 창정비 계획	추가 소요분(20) 전량 구매	주기 도달전 창정비 실시 및 추가 소요분 일부(9개) 구매
손실비용(손실시간)	2.3억원(450시간)	매우 적음	3.4억원(660시간)
모듈 추가구매 비용	없 음	75억원	30억원
총 비 용	2.3억원	75억원	33.4억원

5. 적용 범위

이 연구에서 소개한 모델은 정해진 사용 시간에 따라 주기적 정비를 필요로 하는 무기 체계 또는 장비류의 엔진 및 구성품의 재고 관리에 광범위하게 적용이 가능하다. 특히 공군의 F-16 항공기 엔진은 T-59와 유사한 모듈 체계로서 모델

의 수정 없이 적용이 가능하다. 또한 이 모델은 주기적 정비 활동에 필요한 최소 재고량의 산출 및 계획 단계별 재고 도입 시기 결정에도 적용이 가능하다.

## 6. 결 론

사용 시간에 따라 주기적 정비를 필요로 하는 엔진을 장착한 항공기 또는 무기 체계를 운영할 경우 특정 기간에 엔진의 정비 주기가 집중되어 평시 운영 재고만으로는 정비 소요를 충당하기 어려운 사례가 종종 발생한다. 이러한 경우 장비 불가동을 방지하기 위하여 정비 소요분을 추가 확보하면 평시 운영 재고를 초과하는 자산을 보유하게 되어 예산을 낭비하게 된다. 본 연구는 이

러한 예산 낭비를 최소화하기 위하여 정수 선형 계획법을 이용한 동적인 정비 일정 수립 모델을 개발하였으며 이는 유사한 상황에서 운영되는 항공기 또는 무기 체계의 정비 일정 관리에도 적용이 가능한 것으로 판단 되었다. 이 모델은 공군의 T-59 항공기의 엔진 모듈 창정비 사례에 실제 적용하여 약 30억원의 예산을 절감토록 하는 창정비 계획을 성공적으로 수립하였으며 F-16과 같은 항공기 및 기타 무기 체계에도 적용이 가능한 것으로 판단되어 앞으로 계속 활용될 전망이다.

## 부록: T-59 항공기 창정비 계획 모델

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & (270B_{1,10} + 240B_{2,10} + 210B_{3,10} + 180B_{4,10} + 150B_{5,10} + 120B_{6,10} + 90B_{7,10} + 60B_{8,10} + 30B_{9,10} + B_{10,10} + 300B_{1,11} \\ & + 270B_{2,11} + 240B_{3,11} + 210B_{4,11} + 180B_{5,11} + 150B_{6,11} + 120B_{7,11} + 90B_{8,11} + 60B_{9,11} + 30B_{10,11} + B_{11,11} \\ & + 330B_{1,12} + 300B_{2,12} + 270B_{3,12} + 240B_{4,12} + 210B_{5,12} + 180B_{6,12} + 150B_{7,12} + 120B_{8,12} + 90B_{9,12} + 60B_{10,12} \\ & + 30B_{11,12} + B_{12,12} + 360B_{1,13} + 330B_{2,13} + 300B_{3,13} + 270B_{4,13} + 240B_{5,13} + 210B_{6,13} + 180B_{7,13} + 150B_{8,13} \\ & + 120B_{9,13} + 90B_{10,13} + 60B_{11,13} + 30B_{12,13} + B_{13,13} + 390B_{1,14} + 360B_{2,14} + 330B_{3,14} + 300B_{4,14} + 270B_{5,14} \\ & + 240B_{6,14} + 210B_{7,14} + 180B_{8,14} + 150B_{9,14} + 120B_{10,14} + 90B_{11,14} + 60B_{12,14} + 30B_{13,14} + B_{14,14} + 420B_{1,15} \\ & + 390B_{2,15} + 360B_{3,15} + 330B_{4,15} + 300B_{5,15} + 270B_{6,15} + 240B_{7,15} + 210B_{8,15} + 180B_{9,15} + 150B_{10,15} + 120B_{11,15} \\ & + 90B_{12,15} + 60B_{13,15} + 30B_{14,15} + B_{15,15} + 450B_{1,16} + 420B_{2,16} + 390B_{3,16} + 360B_{4,16} + 330B_{5,16} + 300B_{6,16} \\ & + 270B_{7,16} + 240B_{8,16} + 210B_{9,16} + 180B_{10,16} + 150B_{11,16} + 120B_{12,16} + 90B_{13,16} + 60B_{14,16} + 30B_{15,16} + B_{16,16} \\ & + 480B_{1,17} + 450B_{2,17} + 420B_{3,17} + 390B_{4,17} + 360B_{5,17} + 330B_{6,17} + 300B_{7,17} + 270B_{8,17} + 240B_{9,17} + 210B_{10,17} \\ & + 180B_{11,17} + 150B_{12,17} + 120B_{13,17} + 90B_{14,17} + 60B_{15,17} + 30B_{16,17} + B_{17,17}) \end{aligned}$$

Subject to

- (1)  $B_{1,10} + B_{2,10} + B_{3,10} + B_{4,10} + B_{5,10} + B_{6,10} + B_{7,10} + B_{8,10} + B_{9,10} + B_{10,10} = 2$
- (2)  $B_{1,11} + B_{2,11} + B_{3,11} + B_{4,11} + B_{5,11} + B_{6,11} + B_{7,11} + B_{8,11} + B_{9,11} + B_{10,11} + B_{11,11} = 1$
- (3)  $B_{1,12} + B_{2,12} + B_{3,12} + B_{4,12} + B_{5,12} + B_{6,12} + B_{7,12} + B_{8,12} + B_{9,12} + B_{10,12} + B_{11,12} + B_{12,12} = 1$
- (4)  $B_{1,13} + B_{2,13} + B_{3,13} + B_{4,13} + B_{5,13} + B_{6,13} + B_{7,13} + B_{8,13} + B_{9,13} + B_{10,13} + B_{11,13} + B_{12,13} + B_{13,13} = 4$
- (5)  $B_{1,14} + B_{2,14} + B_{3,14} + B_{4,14} + B_{5,14} + B_{6,14} + B_{7,14} + B_{8,14} + B_{9,14} + B_{10,14} + B_{11,14} + B_{12,14} + B_{13,14} + B_{14,14} = 1$
- (6)  $B_{1,15} + B_{2,15} + B_{3,15} + B_{4,15} + B_{5,15} + B_{6,15} + B_{7,15} + B_{8,15} + B_{9,15} + B_{10,15} + B_{11,15} + B_{12,15} + B_{13,15} + B_{14,15} + B_{15,15} = 2$
- (7)  $B_{1,16} + B_{2,16} + B_{3,16} + B_{4,16} + B_{5,16} + B_{6,16} + B_{7,16} + B_{8,16} + B_{9,16} + B_{10,16} + B_{11,16} + B_{12,16} + B_{13,16} + B_{14,16} + B_{15,16} + B_{16,16} = 2$
- (8)  $B_{1,17} + B_{2,17} + B_{3,17} + B_{4,17} + B_{5,17} + B_{6,17} + B_{7,17} + B_{8,17} + B_{9,17} + B_{10,17} + B_{11,17} + B_{12,17} + B_{13,17} + B_{14,17} + B_{15,17} + B_{16,17} + B_{17,17} = 3$



- (9)  $B_{1,10} + B_{2,10} + B_{3,10} + B_{4,10} + B_{1,11} + B_{2,11} + B_{3,11} + B_{4,11} + B_{1,12} + B_{2,12} + B_{3,12} + B_{4,12} + B_{1,13} + B_{2,13} + B_{3,13} + B_{4,13} + B_{1,14} + B_{2,14} + B_{3,14} + B_{4,14} + B_{1,15} + B_{2,15} + B_{3,15} + B_{4,15} + B_{1,16} + B_{2,16} + B_{3,16} + B_{4,16} + B_{1,17} + B_{2,17} + B_{3,17} + B_{4,17} \leq 5$
- (10)  $B_{2,10} + B_{3,10} + B_{4,10} + B_{5,10} + B_{2,11} + B_{3,11} + B_{4,11} + B_{5,11} + B_{2,12} + B_{3,12} + B_{4,12} + B_{5,12} + B_{2,13} + B_{3,13} + B_{4,13} + B_{5,13} + B_{2,14} + B_{3,14} + B_{4,14} + B_{5,14} + B_{2,15} + B_{3,15} + B_{4,15} + B_{5,15} + B_{2,16} + B_{3,16} + B_{4,16} + B_{5,16} + B_{2,17} + B_{3,17} + B_{4,17} + B_{5,17} \leq 5$
- (11)  $B_{3,10} + B_{4,10} + B_{5,10} + B_{6,10} + B_{3,11} + B_{4,11} + B_{5,11} + B_{6,11} + B_{3,12} + B_{4,12} + B_{5,12} + B_{6,12} + B_{3,13} + B_{4,13} + B_{5,13} + B_{6,13} + B_{3,14} + B_{4,14} + B_{5,14} + B_{6,14} + B_{3,15} + B_{4,15} + B_{5,15} + B_{6,15} + B_{3,16} + B_{4,16} + B_{5,16} + B_{6,16} + B_{3,17} + B_{4,17} + B_{5,17} + B_{6,17} \leq 5$
- (12)  $B_{4,10} + B_{5,10} + B_{6,10} + B_{7,10} + B_{4,11} + B_{5,11} + B_{6,11} + B_{7,11} + B_{4,12} + B_{5,12} + B_{6,12} + B_{7,12} + B_{4,13} + B_{5,13} + B_{6,13} + B_{7,13} + B_{4,14} + B_{5,14} + B_{6,14} + B_{7,14} + B_{4,15} + B_{5,15} + B_{6,15} + B_{7,15} + B_{4,16} + B_{5,16} + B_{6,16} + B_{7,16} + B_{4,17} + B_{5,17} + B_{6,17} + B_{7,17} \leq 5$
- (13)  $B_{5,10} + B_{6,10} + B_{7,10} + B_{8,10} + B_{5,11} + B_{6,11} + B_{7,11} + B_{8,11} + B_{5,12} + B_{6,12} + B_{7,12} + B_{8,12} + B_{5,13} + B_{6,13} + B_{7,13} + B_{8,13} + B_{5,14} + B_{6,14} + B_{7,14} + B_{8,14} + B_{5,15} + B_{6,15} + B_{7,15} + B_{8,15} + B_{5,16} + B_{6,16} + B_{7,16} + B_{8,16} + B_{5,17} + B_{6,17} + B_{7,17} + B_{8,17} \leq 6$
- (14)  $B_{6,10} + B_{7,10} + B_{8,10} + B_{9,10} + B_{6,11} + B_{7,11} + B_{8,11} + B_{9,11} + B_{6,12} + B_{7,12} + B_{8,12} + B_{9,12} + B_{6,13} + B_{7,13} + B_{8,13} + B_{9,13} + B_{6,14} + B_{7,14} + B_{8,14} + B_{9,14} + B_{6,15} + B_{7,15} + B_{8,15} + B_{9,15} + B_{6,16} + B_{7,16} + B_{8,16} + B_{9,16} + B_{6,17} + B_{7,17} + B_{8,17} + B_{9,17} \leq 6$
- (15)  $B_{7,10} + B_{8,10} + B_{9,10} + B_{10,10} + B_{7,11} + B_{8,11} + B_{9,11} + B_{10,11} + B_{7,12} + B_{8,12} + B_{9,12} + B_{10,12} + B_{7,13} + B_{8,13} + B_{9,13} + B_{10,13} + B_{7,14} + B_{8,14} + B_{9,14} + B_{10,14} + B_{7,15} + B_{8,15} + B_{9,15} + B_{10,15} + B_{7,16} + B_{8,16} + B_{9,16} + B_{10,16} + B_{7,17} + B_{8,17} + B_{9,17} + B_{10,17} \leq 6$
- (16)  $B_{8,10} + B_{9,10} + B_{10,10} + B_{8,11} + B_{9,11} + B_{10,11} + B_{11,11} + B_{8,12} + B_{9,12} + B_{10,12} + B_{11,12} + B_{8,13} + B_{9,13} + B_{10,13} + B_{11,13} + B_{8,14} + B_{9,14} + B_{10,14} + B_{11,14} + B_{8,15} + B_{9,15} + B_{10,15} + B_{11,15} + B_{8,16} + B_{9,16} + B_{10,16} + B_{11,16} + B_{8,17} + B_{9,17} + B_{10,17} + B_{11,17} \leq 6$
- (17)  $B_{9,10} + B_{10,10} + B_{9,11} + B_{10,11} + B_{11,11} + B_{9,12} + B_{10,12} + B_{11,12} + B_{12,12} + B_{9,13} + B_{10,13} + B_{11,13} + B_{12,13} + B_{9,14} + B_{10,14} + B_{11,14} + B_{12,14} + B_{9,15} + B_{10,15} + B_{11,15} + B_{12,15} + B_{9,16} + B_{10,16} + B_{11,16} + B_{12,16} + B_{9,17} + B_{10,17} + B_{11,17} + B_{12,17} \leq 6$
- (18)  $B_{10,10} + B_{10,11} + B_{11,11} + B_{10,12} + B_{11,12} + B_{12,12} + B_{10,13} + B_{11,13} + B_{12,13} + B_{13,13} + B_{10,14} + B_{11,14} + B_{12,14} + B_{13,14} + B_{10,15} + B_{11,15} + B_{12,15} + B_{13,15} + B_{10,16} + B_{11,16} + B_{12,16} + B_{13,16} + B_{10,17} + B_{11,17} + B_{12,17} + B_{13,17} \leq 6$
- (19)  $B_{11,11} + B_{11,12} + B_{12,12} + B_{11,13} + B_{12,13} + B_{13,13} + B_{11,14} + B_{12,14} + B_{13,14} + B_{14,14} + B_{11,15} + B_{12,15} + B_{13,15} + B_{14,15} + B_{11,16} + B_{12,16} + B_{13,16} + B_{14,16} + B_{11,17} + B_{12,17} + B_{13,17} + B_{14,17} \leq 6$
- (20)  $B_{12,12} + B_{12,13} + B_{13,13} + B_{12,14} + B_{13,14} + B_{14,14} + B_{12,15} + B_{13,15} + B_{14,15} + B_{15,15} + B_{12,16} + B_{13,16} + B_{14,16} + B_{15,16} + B_{12,17} + B_{13,17} + B_{14,17} + B_{15,17} \leq 6$
- (21)  $B_{13,13} + B_{13,14} + B_{14,14} + B_{13,15} + B_{14,15} + B_{15,15} + B_{13,16} + B_{14,16} + B_{15,16} + B_{13,17} + B_{14,17} + B_{15,17} + B_{16,17} \leq 6$
- (22)  $B_{14,14} + B_{14,15} + B_{15,15} + B_{14,16} + B_{15,16} + B_{16,16} + B_{14,17} + B_{15,17} + B_{16,17} + B_{17,17} \leq 6$

and

all  $B_{ij}$ 's  $\geq 0$  and integers

## 참 고 문 헌

- [1] Arson, J. and Chen, B., "A Computational Study of Empirical Decision Horizons in Infinite Horizon, Multiperiod Network Flow Problems," *IIE Transactions*, Vol. 25, No.1(1993), pp. 73-76.
- [2] Bloemen, R. and Maes, J., "A DSS for Optimizing the Aggregate Production Planning at Monsanto Antwerp," *European Journal of Operational Research*, Vol.61, No.1&2(1992), pp. 30-40.
- [3] Cosgrove, W., Westerman, R., and Knox, J., "Optimal Discrete Lot Sizing: A Convenient Approach," *Production & Inventory Management Journal*, Vol.34, No.3 (1993), pp. 14-19.
- [4] Kim, J. and Leachman, R., "Decomposition Method Application to a Large Scale Linear Programming WIP Projection Model," *European Journal of Operational Research*, Vol.74, No.1(1994), pp. 152-160.
- [5] Ostermark, R., "Vector Forecasting and Dynamic Portfolio Selection: Empirical Efficiency of Recursive Multiperiod Strategies," *European Journal of Operational Research*, Vol.55, No.1(1991), pp. 46-56.
- [6] Winston, W., *Introduction to Mathematical Programming: Applications and Algorithms*, 2nd ed., Duxbury Press, Belmont, California, 1995.