≪연구논문≫ The Journal of Optical Society of Korea (Korean Edition) Volume 7, Number 3, September 1996

빛의 세기 및 위상 요동에 나타나는 진공 효과*

노재우 · 김기식
인하대학교 물리학과

(1996년 2월 23일 받음)

빛의 입자 · 파동 이중성을 수용하는 양자 광학은 때때로 파동성에만 바탕을 둔 고전 광학과 상이한 결과를 보여준다. 본 논문에서는 빛이 빛살 가르개를 통과하면서 그 세기와 위상에 대한 요동이 어떻게 변화하는가를 고찰하고 고전 이론과 양자 이론이 보이는 차이점을 기술하였다. 측정 가능량을 나타내는 세가지 연산자를 통하여 고전 이론과는 달리 양자 이론에서는 빛살 가르개를 통과한 후 빛의 세기와 위상에 대한 불확실도가 증가함을 보이고 이를 진공 요동에 의한 효과로 정량적으로 분석하였다. 한편 진공 효과를 배제하는 과정으로서 정규 차례를 도입하고, 이러한 정규 차례를 따르는 연산자에 대한 기대치는 고전적 파동 이론의 결과와 일치함을 보임으로써 고전적 파동 이론과의 대응성을 추구하였다. 또한 이러한 결과로부터 진공 효과를 포함하는 실제의 측정 위상과 고전 이론에 대응하는 추측 위상의 구분 및 그 관계를 보였다.

I. 서 론

빛의 입자성과 파동성은 양자역학의 기본 원리로써 여러 가지 비고전적인 빛의 성질을 규명하는데 중요한 역할을 한다. 빛의 간섭현상 등에서 나타나는 광자통계와 광자간섭 현상 등은 빛을 단순하게 입자 또는 파동으로 명백하게 구분하기 어렵다는 것을 보여준다. 고전적으로 주로 파동으로 기술되는 빛의 특성은 빛의 진폭과 위상에 의하여 결정된다. 빛을 입자로 기술할 때 광자의 개수는 파동의 세기, 즉 진폭의 절대값 제곱에 해당되는 양이며 양자이론에서 광자개수 연산자를 통하여 수학적으로 기술이 가능하다. 그러나 간섭계 등의 통상적인 방법으로 측정되는 빛의 위상에 대한 적절한 양자 연산자에 대해서는 논란이 거듭되고 있다. 하나의 접근방식은 고전적인 해석신호의 복소진폭에 대응하는 광자 소멸연산자를 진폭과 위상 성분으로 구분하고 이에 대응하는 양자 연산자를 발견하려는 시도이나[1] 소멸연산자 자체는 측정가능한 양을 나타내는 연산자가 아니므로 이와 같은 이론은 실제적인 위상측정과의 직접적인 연결이 어렵다. 두 번째의 방식은 실제의 위상측정장치 구성에서 얻어지는 빛의 세기 변화를 통해 위상을 조작적으로(operationally) 정의하는 방법이다.[1] 이 접근 방식은 실험에서 측정되는 위상과 이에 대응하는 이론적인 양자 위상의 기대값 및 요동량에 대한 직접적인 연관성을 잘 보여주지만 한편으로는 측정장치의 구성방식이 달라짐에 따라 각각 다른 연산자를 정의해야 한다는 번거로움이 있다. 이 논문에서는 빛살가르개를 이용하는 간섭계 등에서 실제로 측정이 가능한 물리량, 즉 빛의 세기와 두 진폭성분에 해당되는 세가지의 연산자들을 통해 빛의 세기와 위상에 대한 정보를 분석하되 측정장치의 구성에 관계없이 정의된 연산자들을 통해 빛의 세기와 위상의 정보가 어떻게 출력으로 전달되는지를 보이는데 중점을 둔다. 먼저 고전 이론에서 통계적 요동이 있는 빛의 경우 빛의 세기와 위상의 요동량에 대한 정보가 빛살가르개를 통해 출력에 전달되는 것을 기술하는 방법을 도입하고 양자 이론에서는 고전 이론에서 소개된 관측가능한 물리량들에 대응하는 에르미트 연산자(hermitian operator)들을 통한 기술 방법을 통하여 빛의 입자성과 파동성에 의한 효과를 구분짓고 정량적으로 분석한다. 한편으로 빛살가르개에서 진공이 개입되므로써 나타나는 양자적인 효과를 정량적으로 분석하며 빛의 입자성과 파동성이 이러한 세기와 위상의 변화에 어떠한 역할을 하는지를 규명하고자 한다.

*이 논문은 1995년도 인하대학교 교내연구비와 1996년도 BSRI 연구비의 지원에 의해 수행된 연구에 의한 것임을 밝혀둔다.

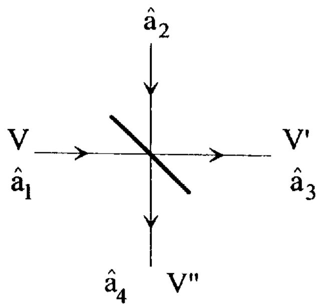

그림 1. 빛살가르개에서의 입력광과 출력광의 관계. 고전적인 해석신호 V가 한 쪽 입력구로 입력되는 경우 투과된 빛은 V', 반사된 빛은 V''으로 나타내었다. 양자 이론에서는 투과된 빛의 소멸연산자를 $\hat{a}_3$, 반사된 빛의 소멸연산자를 $\hat{a}_4$로 나타내며, 이 때 진공장이 입력되는 입력구에 $\hat{a}_2$의 소멸연산자를 추가하여 나타내었다.

II. 고전 이론

고전적으로 빛은 전자기파로 기술되며 어떤 광원에서 방출되는 빛이 시간에 따라 그 절대진폭과 위상이 변화한다고 하면 이러한 일반적인 형태의 빛은 하나의 앙상블로써 통계적인 방법으로 취급할 수가 있다. 빛을 해석신호 $V(t)$를 사용하여 나타내는 경우 이러한 앙상블에서 진폭과 위상의 분포를 나타내는 확률분포함수는

$$P=P(V^{(r)},\ V^{(i)})\ dV^{(r)}dV^{(i)}=P(|V|,\ \phi)|V|d|V|\ d\phi \qquad (1)$$

로, 이 때 $V(t)$는

$$V(t)=V^{(r)}(t)+iV^{(i)}(t)=|V(t)|\exp[i\phi(t)] \qquad (2)$$

로 표현되는 복소진폭이다.

이러한 고전적 형태의 파동이 빛살가르개를 통과하여 투과 또는 반사되는 경우 각 순간에 있어서 출력의 복소진폭은 $V'(t)=tV(t)$, $V(t)=rV(t)$로 변화된다(그림 1). 이때 t와 r은 크기 $|t|$와 $|r|$을 갖고 위상 θ_t, θ_r을 갖는 복소상수이다. 출력광의 확률분포함수는 이와 같은 해석신호의 선형변환을 이용하여 쉽게 구할 수 있다. 이러한 진폭나누기는 Michelson-Moley 간섭계 등의 원리를 구성하는 파동의 기본성질이다. 투과된 빛의 경우 복소진폭은 $V'(t)=|t||V(t)|\ \exp[i(\phi(t)+\theta_t)]$로 변화된다. 즉, 빛살 가르개의 작용은 파동의 진폭을 $|t|$만큼 감소시키고 (즉 $|t|$를 곱하고) 또한 위상에 θ_t 만큼의 값을 더해주는 역할을 한다. 이에 따라 투과된 빛의 진폭은 $|t|$만큼 줄어들게 되고 또한 세기요동의 절대량도 줄어

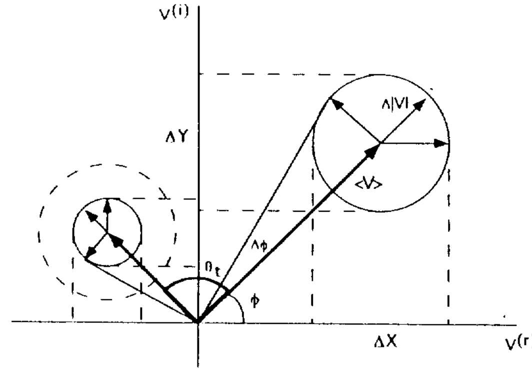

그림 2. 고전적인 관점에서의 빛살 가르개의 역할. 복소평면상에서 입력 광은 오른쪽에, 투과된 빛은 왼쪽에 나타내었다. 투과된 빛은 진폭이 $|t|$만큼 줄어들고 위상에는 단지 θ_t의 값이 더해지는 것을 그림에서 볼 수 있다. 투과 광에서 점선으로 나타낸 원은 입력 광의 진폭 요동 정도를 나타낸 것이며 양자 이론에서는 단일 모드의 결맞는 상태의 빛의 경우 입력 광의 불확정성이 유지되는 것을 나타낸다.

든다. 한편 위상의 경우는 위상의 평균값이 θ_t만큼 변화할 뿐 요동의 양은 변화하지 않는다.

그림 2에서 이와 같은 고전적인 관점에서의 빛살가르개의 역할을 나타내었다. 복소평면상에서 입력광은 오른 쪽에, 투과된 빛은 왼 쪽에 나타내었다. 원래의 입력광에 절대진폭과 위상의 요동이 있을 때, 복소진폭의 앙상블 평균값에서부터 위상만의 변화가 있는 경우, 절대진폭만의 변화가 있는 경우 그리고 진폭성분 X 만의 변화가 있는 경우를 각각 세 가지의 작은 화살로 나타내었다. 투과된 빛은 진폭이 $|t|$만큼 줄어들고 위상에는 단지 θ_t의 값이 더해지는 것을 그림에서 볼 수 있으며 따라서 $\Delta|V|$, ΔX, ΔY의 값은 $|t|$에 비례하여 변화하지만 $\Delta\phi$의 값은 변화하지 않는 것을 알 수 있다. 투과된 빛의 절대진폭의 평균값과 그의 요동량은 같은 곱셈요소 $|t|$만큼 변화하므로 $\Delta|V|/\langle|V|\rangle$의 양은 원래의 빛과 같다. $|V|$는 앙상블 평균을 의미한다.

위상의 경우는 어떠한가? 우리가 통상적으로 시행하는 위상의 실제 측정은 대부분이 두 빛의 간섭을 이용한 간섭실험에서의 위상차 측정이다. 예를 들어 일반적인 광학적 호모다인 측정에서는 기준이 되는 내부진동자의 빛과 측정하고자 하는 빛을 빛살가르개를 통해 간섭시킨 후 출력광의 세기에 의해 빛의 위상을 측정하게 된다. 이 때의 측정변수는 진폭성분인 X와 Y라고 할 수 있으며, 일반적으로

$$X(\theta,\ t)=\frac{1}{2}[e^{-i\theta}V(t)+e^{i\theta}V^*(t)],$$

$$Y(\theta,\ t)=\frac{1}{2}i[e^{-i\theta}V(t)-e^{i\theta}V^*(t)] \tag{3a}$$

로 정의되는 복소변수이고 θ는 보통 내부진동자의 위상이다. 이 위상을 기준값으로 하고 0으로 설정하면

$$X=X(0,\ t)=\frac{1}{2}[V(t)+V^*(t)],$$

$$Y=Y(0,\ t)=\frac{1}{2}i[V(t)-V^*(t)] \tag{3b}$$

로 정의할 수 있다. 이 때 $X(t)=|V(t)|\cos[\phi(t)]$이므로 $X(t)/|V(t)|=\cos[\phi(t)]$, 또한 $Y(t)/|V(t)|=\sin[\phi(t)]$이다. 따라서 X와 Y의 측정에서 시간 t에서의 위상의 코사인 값과 사인 값을 얻을 수 있으므로 여기에서 $\phi(t)$의 값을 알 수 있다.

만약 위상의 요동량인 $\Delta\phi$가 $\Delta\phi\ll1$일 때에는 $(\Delta\cos\phi)^2+(\Delta\sin\phi)^2\approx\sin^2\phi\cdot(\Delta\phi)^2+\cos^2\phi\cdot(\Delta\phi)^2=(\Delta\phi)^2$이고, 한편 $|V(t)|^2=X^2(t)+Y^2(t)$이므로, 절대진폭의 요동이 위상의 요동과 무관한 경우에는

$$\begin{aligned}\langle(\Delta\phi)^2\rangle&\approx\langle(\Delta\cos\phi)^2+(\Delta\sin\phi)^2\rangle\\&=\langle(\Delta X)^2+(\Delta Y)^2\rangle/\langle(X^2+Y^2)\rangle\end{aligned} \tag{4}$$

으로 위상의 요동량을 나타낼 수 있다. 위상의 요동량이 커서 위의 조건을 만족시키지 않는 경우에도 $\langle(\Delta\cos\phi)^2\rangle+\langle(\Delta\sin\phi)^2\rangle$의 값은 위상의 요동량을 나타내는 척도가 될 수 있다. 위상이 정확하게 결정되어 있는 빛의 경우에는 이 양은 0이고 완전히 무작위한 위상의 경우 이 값은 1이다. 한편 빛의 세기와 위상의 요동이 서로 관련된 경우에는 식 (4)에서와 같이 분모, 분자에 대한 앙상블 평균을 독립적으로 계산하는 대신, 각 순간의 $X(t)/\sqrt{X^2(t)+Y^2(t)}$, $Y(t)/\sqrt{X^2(t)+Y^2(t)}$에서 $\cos\phi(t)$와 $\sin\phi(t)$의 값을 정의하고 이러한 양의 측정값의 분산에서 $\langle(\Delta\cos\phi)^2\rangle+(\Delta\sin\phi)^2\rangle$을 구할 수 있다.

빛살가르개에서 투과된 빛의 경우 $X'=|t|X(\theta_t)$, $Y'=|t|Y(\theta_t)$로 변환된다. 한편 $|V|=|t||V|$이므로 이를 식 (4)에 대입하여 계산하여 보면 위상의 분산 값은 빛살 가르개를 통과한 후에도 불변임을 알 수 있다. 투과 상수 또는 반사 상수로부터 해석신호의 위상에 더해지는 θ_t, θ_r의 값은 원래 임의적으로 선택할 수 있는 양이며 위상의 평균값에는 영향을 미치지만 요동량에는 변화를 주지 않는다.

이러한 분석을 통하여 우리는 고전이론에서는 빛이 빛살가르개를 통과하는 경우 진폭의 요동량의 절대값은 변화하지만 $\Delta|V|/\langle|V|\rangle$으로 나타낸 세기의 상대적 요동량과 위상의 요동량은 변화하지 않음을 보았다. 그러나 만약 우리가 투과상수 $|t|$가 극히 작은 빛살 가르개를 사용한다면 이 때 투과되는 빛은 매우 미약하여 거의 진공에 가까운 빛이 될 것이다. 양자론에서는 진공은 완전히 무작위한 위상을 갖고 있다는 생각이 일반적으로 받아들여지고 있고 이는 현재까지의 결과와는 일치하지 않는다.

III. 양자 이론

양자론에서는 위와 같은 빛의 고전적인 기술이 더 이상 잘 맞지 않는다. 불확정성 원리에 의해 빛의 두 진폭 성분은 동시에 정확하게 측정할 수 없고 단지 반복 측정시의 측정값에 대한 확률만을 계산할 수 있을 뿐이다. 고전적인 빛의 상태와 가장 가까운 단일모드의 결맞는 상태의 빛의 경우에도 빛의 절대진폭과 위상은 정확한 값을 갖지 않고 불확정성 원리에 준한 측정값의 분포가 있게 된다. 그러나 고전적인 경우에 대응하여 임의의 빛의 상태를 결맞는 상태 표현(coherent state representation)을 이용하여 나타낼 수 있고 이 때 임의의 빛은 P 함수 또는 위상공간 밀도라고 하는 유사확률 분포를 갖는 것으로 표현될 수 있다. 임의의 빛의 상태를 나타내는 양자역학적 밀도연산자 $\hat{\rho}$는 ($\hat{}$는 힐버트 공간의 양자역학적 연산자를 뜻함)

$$\hat{\rho}=\int P(v)|v\rangle\langle v|\,d^2v \tag{5}$$

로 표현되며[2,3], 이때 $P(v)$는 빛의 상태가 고전적인 유사성이 있는 경우에는 고전적인 확률 분포 함수처럼 행동한다. 그러나 비고전적인 빛의 상태에서는 $P(v)$는 음수의 값을 갖기도 한다.

대칭형의 빛살가르개에 있어서 입력광과 출력광 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.[4]

$$P_{output}(v_2,\ v_3)=P_{input}(t^*v_2+r^*v_3,\ r^*v_2+t^*v_3). \tag{6}$$

즉 입력과 출력의 위상공간 밀도 사이에는 고전적인 경우와 같이 결정론적 선형변환의 관계가 성립하며, 이는 대칭성이 아닌 일반적인 빛살가르개에서도 성립되는 사실이다. 한편 빛을 입자적인 관점에서 볼 때, 빛은 광자들의 집합으로 볼 수가 있고 빛살가르개는 이러한 광자들을 무작위하게 투과 또는 반사시키는 일종의 무작위 분배기로 볼 수가 있다. 이에 따라 투과 또는 반사되는 광자들은 $|t|^2=T$의 투과확률과 $|r|^2=R$의 반사확률을 갖는 이항분포의 법칙을 따라 출력으로 분배된다.

한 예로서, 광자의 개수가 정확하게 결정되어 있는 광자 수 상태의 경우, 투과 또는 반사된 빛의 상태는 더 이상 광자 수 상태가 아니며 광자 개수에 불확실성이 발생하게 된다. 따라서 고전적인 경우에 대한 유사성의 한계가 드러난다.

이러한 광자의 개념을 염두에 두고 빛의 행동을 분석해 보자.

양자론에서의 물리량은 측정에 의하여 그 값을 획득하므로 측정가능한 양들(observables)에 의거하여 빛의 행동을 살펴보는 것이 타당하다. 광자의 개수는 측정가능하면서 또한 고전적인 파동에서의 빛의 세기에 해당되는 물리량이며 진폭 성분 X, Y도 측정가능한 양 들이다. 광자의 생성과 소멸을 나타내는 연산자를 $\hat{a}^\dagger$, $\hat{a}$ 라고 할 때 광자의 개수는 $\hat{n}=\hat{a}^\dagger\hat{a}$으로 나타내어 지며, 이 때

$$\hat{n}^2=\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{a}^\dagger\hat{a}=\hat{a}^{\dagger 2}\hat{a}^2+\hat{a}^\dagger\hat{a}=:\hat{n}^2:+\hat{n} \tag{7}$$

이므로 (: :는 정규 차례의 연산자를 뜻함)

$$\begin{aligned}\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle&=\langle:(\Delta\hat{n})^2:\rangle+\langle\hat{n}\rangle\\&=\langle(\Delta I)^2\rangle_P+\langle I\rangle_P\end{aligned} \tag{8}$$

이다. 위에서 두 번째 단계에서는 광학적 등가 정리를 사용하였다.[3,5] 마지막 식에서 첫 번째 항은 파동항으로, 그리고 두 번째 항은 입자항으로 통상적으로 해석되며, 이는 모든 상태의 빛에 일반적으로 성립되는 식이다.[6]

광자통계를 나타내는 하나의 지표로서 Q 파라미터를 들 수 있다. Q는

$$Q=\frac{\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle-\langle\hat{n}\rangle}{\langle\hat{n}\rangle}=\frac{\langle:(\Delta\hat{n})^2:\rangle}{\langle\hat{n}\rangle}=\frac{\langle(\Delta I)^2\rangle_P}{\langle I\rangle_P} \tag{9}$$

로 정의되고,[7] 광자 통계가 Super-poisson 일 때는 $Q>0$, Poisson일 때 $Q=0$, Sub-poisson일 때 $Q<0$의 값을 갖는다. 참고로 열 광선속의 경우 $Q=\langle n\rangle$, 결맞는 상태의 경우 $Q=0$, 광자 수 상태의 경우 $Q=-1$이다.

빛살가르개를 지나는 빛의 경우, 양자 광학에서 입력과 출력의 관계는 (그림 1)

$$\hat{a}_3=t\,\hat{a}_1+r\,\hat{a}_2 \tag{10a}$$
$$\hat{a}_4=r\,\hat{a}_1+t\,\hat{a}_2 \tag{10b}$$

의 식으로 기술된다. 여기에서 $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$는 입력광을 나타내는 보오존 장연산자 또는 소멸연산자이며 $\hat{a}_3$, $\hat{a}_4$는 출력광을 나타내는 소멸연산자로서, 고전적으로는 빛의 복소진폭에 해당되는 변수이다. 한편 t와 r은 빛살가르개의 투과상수 및 반사상수이며 $rt^*+tr^*=0$, $|r|^2+|t|^2=R+T=1$의 관계식을 만족한다. 여기서 우리는 간단한 보오존 연산자 대수학을 통해, $\hat{a}_2$가 나타내는 입력광이 진공일 때

$$\langle:\hat{n}_3^2:\rangle=T^2\langle:\hat{n}_1^2:\rangle,\ \langle:\hat{n}_4^2:\rangle=R^2\langle:\hat{n}_1^2:\rangle \tag{11}$$

임을 보일 수 있다. 이에 따라.

$$Q_3=\frac{\langle:(\Delta\hat{n}_3)^2:\rangle}{\langle\hat{n}_3\rangle}=\frac{T^2\langle:(\Delta\hat{n}_1)^2:\rangle}{T\langle\hat{n}_1\rangle}=TQ_1, \tag{12}$$

또한 같은 방법으로

$$Q_4=RQ_1, \tag{13}$$

$$Q_1=Q_3+Q_4 \tag{14}$$

의 관계식을 얻을 수 있다. 즉, Q 값은 보존된다.

이 관계식의 물리적인 의미는 다음과 같다. 즉, Super-, Sub- 또는 Poisson 분포를 갖는 광자들은 빛살가르개를 통과한 이후에도 원래의 광자통계를 유지한다. 그러나 Super-poisson 또는 Sub-poisson의 정도는 빛살 가르개에서의 투과율 또는 반사율에 비례하여 감소한다. 이 결과는 빛살 가르개의 한쪽 입력구로 들어오는 진공에 의한 광자분포의 무작위화 효과로 해석되기도 하는데 광자 분포가 완전히 무작위한 Poisson 분포의 경우 $Q=0$이기 때문이다.

한편 실제적인 광자수 세기 실험에서 측정되는 양은 보통 $\langle(\Delta n)^2\rangle$이다. 이에 따라 만약에 세기의 상대적인 요동량을 $q_i=\langle(\Delta\hat{n}_i)^2\rangle/\langle\hat{n}_i\rangle=Q_i+1$으로 정의한다면 위의 식에서

$$q_3+q_4=q_1+1 \tag{15}$$

이 되어 빛의 세기의 불확실성의 증가가 일어나는 것을 알 수 있다. 즉, 진공에 의한 추가적인 세기 잡음이 발생하는 것을 알 수 있고, 이는 위에서 논의한 광자의 빛살가르개에 의한 무작위 분배에 기인하는 것으로도 볼 수 있다. 입자적인 관점에서는 광자의 투과 또는 반사는 고전적 파동과 같이 결정론적이지 않고 무작위적이므로 이에 따른 무작위성 잡음이 더해지는 것으로 볼 수 있다.

위상에 대한 양자론적인 분석은 논란이 많은 부분이다. 위상을 나타내는 양자역학적 위상연산자에 대한 여러가지 이론들이 있으나 여기서는 실제 측정과의 연관성에 중점을 두어 고전적인 경우와의 대응관계를 살펴 보고자 한다. 위상에 대한 정보를 분석하기 위해 앞서 언급한 관측가능량인 진폭 성분 X, Y를 측정하는 경우를 생각하여 보자. 양자 이론에서 X와 Y를 나타내는 하이젠버그

연산자는 $\hat{X}(\theta)=\frac{1}{2}(\hat{a}e^{-i\theta}+\hat{a}^{\dagger}e^{i\theta})$, $\hat{Y}(\theta)=\frac{1}{2i}(\hat{a}e^{-i\theta}-\hat{a}^{\dagger}e^{i\theta})$ 으로 정의되고 이 때 $\hat{X}=\hat{X}(0)$, $\hat{Y}=\hat{Y}(0)$라고 하면 보오존 대수학에서

$$\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle=\langle:(\Delta\hat{X})^2:\rangle+1/2=\langle(\Delta X)^2\rangle_P+1/2 \tag{16}$$

의 관계를 얻을 수 있고 이 때 빛의 세기의 경우와 마찬가지로 첫째항은 파동항, 둘째항은 입자항으로 해석이 가능하다. 빛살가르개를 투과한 빛의 경우, 또 다른 입력광이 진공이라면 출력과 입력 사이에

$$\langle:(\Delta\hat{X}_3)^2:\rangle=T\langle:[\Delta\hat{X}_1(\theta_t)]^2:\rangle \tag{17a}$$

$$\langle:(\Delta\hat{Y}_3)^2:\rangle=T\langle:[\Delta\hat{Y}_1(\theta_t)]^2:\rangle \tag{17b}$$

의 관계가 성립됨을 알 수 있다. θ_t는 고전적인 경우와 마찬가지로 단순히 투과에 따르는 좌표축변환에 관계되는 상수이다. 따라서

$$\frac{\langle:[\Delta\hat{X}_1(\theta_t)]^2:\rangle+\langle:[\Delta\hat{Y}_1(\theta_t)]^2:\rangle}{\langle\hat{n}_1\rangle}=\frac{\langle:[\Delta\hat{X}_3]^2:\rangle+\langle:[\Delta\hat{Y}_3]^2:\rangle}{\langle\hat{n}_3\rangle} \tag{18}$$

가 성립된다. 이때 $\hat{n}=:(\hat{X}^2+\hat{Y}^2):$이므로 위식은 X와 Y의 변수만으로 표현이 가능하며 이는 고전적인 경우에서의 식 (4)에 대응한다. 고전적인 경우에서와 같이, 평균값에 관계없이 위상의 요동만을 생각할 때 θ_t라는 상수값은 임의적이므로 위상의 요동에 해당하는 분산량은 위식에서 불변함을 알 수 있다. 그러나 보다 일반적으로, 빛의 절대 진폭과 위상의 변화 사이에 상관관계가 있는 경우를 포함해서 정규차례 연산자를 통해 위상의 요동의 크기를 나타내자면 각 순간의 위상의 코사인값과 사인값의 측정에 해당하는 양자연산자를 통하여 위상의 평균값과 분산을 나타내야 할 것이다.

여기서 주의할 점은 양자론에서 한 빛의 X와 Y는 맞바꿈 불가 변수이므로 그 둘을 동시에 정확하게 측정할 수 없다는 것이다. 그러나 정확성을 포기하는 경우 실제적으로는 적절히 측정장치를 구성하여 두 변수를 동시에 측정하는 것은 가능한데, 예를 들어 8-port 호모다인 검출에서는 측정하고자 하는 빛을 일단 하나의 빛살가르개를 이용하여 둘로 나누고, 이때 나누어진 빛은 진공의 역할에 의하여 상호독립적인 빛이 된다. 한편 입력광의 진폭성분에 대한 정보는 나누어진 빛에 계속 포함되어 있으므로 이를 이용하여 원래 빛의 X와 Y를 동시에 측정할 수 있게 된다. 이런 방법을 통해 위상의 코사인 값과 사인 값을 동시에 측정하는 빛의 양자적 위상차측정 실험은 이미 시행된 바 있다.[9,10] 여기에서 두 입력광 중의 하나가 강한 세기의 기준광인 경우 8-port 호모다인 검출에서의 코사인과 사인 위상연산자는

$$\hat{C}_M=\hat{X}'/\sqrt{\hat{X}'^2+\hat{Y}''^2}, \tag{19a}$$

$$\hat{S}_M=\hat{Y}''/\sqrt{\hat{X}'^2+\hat{Y}''^2}, \tag{19b}$$

으로 정의될 수 있으며 이와 유사한 방법론이 다른 저자에 의해 제시된 바 있다.[11] 여기서 X'은 투과된 빛의 한 진폭성분이며 Y''은 반사된 빛의 다른 성분의 진폭성분이다. X'과 Y'은 맞바꿈 가능한 변수들이다. 이들은 각각 원래의 입력광 위상의 코사인 값과 사인 값에 대한 정보를 담고 있다. 따라서 식 (18)에서 고전광학에 대응하여 정의한 위상의 불확정성은 단순히 고전적인 유사성만을 가지는 것이 아니라 실제적인 호모다인 검출에서의 양자 위상의 분산에 직접적으로 연관된다.

그러나 한편으로 실제 측정값에서 얻게 되는 X의 분산은 $\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle=\langle:(\Delta\hat{X})^2:\rangle+1/2$이다. 그러므로 보다 더 일반적인 진폭성분의 변화 관계를 알아 보자. 임의의 두 빛이 빛살가르개에 입력되었을 때 출력 광에서는

$$\hat{X}_3=\frac{1}{2}(\hat{a}_3+\hat{a}_3^{\dagger})=|t|\,\hat{X}_1(\theta_t)+|r|\hat{X}_2(\theta_r), \tag{20a}$$

$$\hat{X}_4=\frac{1}{2}(\hat{a}_4+\hat{a}_4^{\dagger})=|r|\,\hat{X}_1(\theta_r)+|t|\hat{X}_2(\theta_t), \tag{20b}$$

$$\hat{Y}_3=\frac{1}{2i}(\hat{a}_3-\hat{a}_3^{\dagger})=|t|\,\hat{Y}_1(\theta_t)+|r|\hat{Y}_2(\theta_r), \tag{20c}$$

등의 관계가 성립하므로 출력광은 두 입력광의 진폭성분의 정보를 모두 갖는다. 고전적으로는 진공은 아무런 물리량을 갖지 않으므로 입력광 2가 진공인 경우에는 위 식의 결과에서 두 번째 항은 0이 된다. 그러나 양자연산자의 계산에서 두 번째의 항은 진공인 경우에도 존재하며 출력광의 물리적 특성에 영향을 미치게 되고 이는 보오존 대수학에서의 결과 계산에 나타난다. 여기서 분산의 합, 또는 전체적인 불확정성의 양으로 $Z_i=\langle(\Delta\hat{X}_i)^2\rangle+\langle(\Delta\hat{Y}_i)^2\rangle$라고 정의하자. 보오존 대수학과 위의 입력과 출력에 관한 식 (20)을 이용하여 약간 길지만 단순한 계산을 하면

$$Z_1+Z_2=Z_3+Z_4 \tag{21}$$

가 성립하는 것을 보일 수 있다. 이 결과는 일반적으로 진폭성분의 전체 요동량이 빛살 가르개를 지난 이후에도 변화되지 않는다는 것을 뜻한다. 이 식은 하나의 입력이 진공일 때에도 성립하며, 진공에서는

$$\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle=\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle=\frac{1}{2} \tag{22}$$

이다.

한편 식 (20)에서 빛살가르개에 의해 입력광을 둘로 나누었을 때 투과된 빛의 경우의 Z값은

$$\langle(\Delta\hat{X}_3)^2\rangle+\langle(\Delta\hat{Y}_3)^2\rangle =T(\langle[\Delta\hat{X}_1(\theta_t)]^2\rangle+\langle[\Delta\hat{Y}_1(\theta_t)]^2\rangle)+R \tag{23}$$

이 됨을 보일 수 있다. 식 (22)와 (23)에서 우리는 투과된 빛에는 빛살가르개에서 반사된 진공에 의한 R항이 추가됨을 정량적으로 알 수 있다. 다시 말해서 식 (17), (18)과 비교하여 볼 때 측정된 위상-측정위상-의 경우 진공에 의한 위상의 불확실성의 증가가 일어나는 것을 볼 수 있으며 그 증가하는 양이 정확하게 진공에 의한 것임을 알 수 있다.

참고로, 이러한 추가적인 잡음이 측정에 개입되는 것은 양자론적으로 서로 상보관계에 있는 두 변수를 동시에 측정하고자 할 때의 필연적인 결과로써 잘 알려진 사실이다.[12,13] 그러면 위에서 정의한 정규차례로 나타낸 위상의 불확실성이 갖는 의미는 무엇인가? 이는 원래의 빛이 갖고 있는 위상의 통계적 요동량이 빛의 파동성에 기인하는 결정론적인 선형변환에 의하여 그대로 출력광에까지 전달되는 것을 나타낸다고 볼 수 있다. 또한 이를 측정값에서 유추되는, 진공에 의한 잡음 효과를 제외한, 원래 빛의 위상-추측위상-이라고 정의할 수 있다. 이에 대하여 실제 측정에서 얻어지는 위상의 분산값은 위에서 정의한 $\hat{C}_N$, $\hat{S}_N$의 분산값으로 정해진다.

여기까지 우리는 진공의 역할에 의하여 빛의 세기와 위상의 불확정성의 증가가 발생하는 것을 보았다. 고전적인 파동 광학의 결과에 해당되는 물리량은 정규차례 연산자의 기대값으로 나타낼 수 있으며 실제 측정결과에 해당되는 물리량의 경우에는 빛의 입자성에 의한 추가적인 불확정성이 발생된다. 정규 차례 연산자 계산에서는 진공에 의한 항은 모두 0이 되므로 고전적인 경우와 같고 또한 입출력의 P함수 사이에는 결정론적 선형변환 관계가 성립하므로 고전이론에 대한 대응성은 일반적으로 성립된다. 실제적인 예로 다음에서 고전적인 상태에 가까운 결맞는 상태의 빛과 또한 매우 비고전적인 광자수 상태의 빛의 경우에 대해서 각각 살펴 보자.

IV. 결맞는 상태와 광자 수 상태의 경우에 대한 예

먼저 결맞는 상태의 빛 $|v\rangle$에 대해서는 $\langle\hat{n}\rangle=|v|^2$이며 $\langle\hat{n}^2\rangle=|v|^4+|v|^2$이므로

$$\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle=|v|^2=\langle\hat{n}\rangle, \tag{24a}$$

$$\langle:(\Delta\hat{n})^2:\rangle=0. \tag{24b}$$

따라서 $Q=0$이다. 출력광은 그러므로 역시 $Q=0$이고 또한 결맞음 상태의 빛임도 증명할 수 있다. 한편 이에 따라 출력광 사이에서는 $\langle\Delta n_3\Delta\hat{n}_4\rangle=0$이 성립한다. 즉 두 출력광 사이의 빛의 세기의 상관관계는 없다. 이는 결맞는 상태의 빛의 광자통계가 Poisson 분포임에 기인하는 사실로서 이미 널리 알려진 사실이다.

$v=|v|e^{i\phi}$로 놓을 때 진폭 성분의 경우는 $\langle\hat{X}\rangle=|v|\cos\phi$, $\langle\hat{Y}\rangle=|v|\sin\phi$로서 고전적인 값과 같으며 $\langle\hat{X}^2\rangle=(|v|\cos\phi)^2+1/2$, $\langle\hat{Y}^2\rangle=(|v|\sin\phi)^2+1/2$이므로

$$\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle=\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle=\frac{1}{2}, \tag{25a}$$

그러나

$$\langle:(\Delta\hat{X})^2:\rangle=\langle:(\Delta\hat{Y})^2:\rangle=0 \tag{25b}$$

이므로 위상에 대한 불확실성은 정규차례 연산자 계산에서는 나타나지 않는다. 즉 고전적인 빛의 정보를 나타내는 정규차례 연산자 계산에서 단일 모드의 결맞는 상태의 빛은 절대진폭과 위상에 불확실성이 없다. 이는 결맞는 상태의 빛이 가장 고전적인 형태의 빛과 가깝다는 일반적인 생각과 일치한다. 그러나 식 (24a)와 (25a)에서 볼 수 있듯이 측정세기와 측정위상에는 진공에 의한 효과가 나타난다.

광자 수 상태 $|n\rangle$의 경우는 $\langle\hat{n}\rangle=n$이고 $\langle\hat{n}^2\rangle=n^2$이므로

$$\langle(\Delta\hat{n})^2\rangle=0, \tag{26a}$$

$$\langle:(\Delta\hat{n})^2:\rangle=-n \tag{26b}$$

따라서 $Q=-1$이다. 하나의 입력이 진공일 때 출력광에서는 $Q_3=-T$이고 $Q_4=-R$이다. 출력광 사이의 상관관계는 위에 언급한 식에서

$$\langle\Delta\hat{n}_3\ \Delta\hat{n}_4\rangle=-RT \tag{27}$$

가 된다. 즉 두 출력광의 세기 사이에는 음의 상관관계가 성립된다. 이 사실은 광자가 둘로 나누어질 수 없다는 사실에 기인한다. 즉 광자는 하나의 입자로서 T의 확률로 투과되거나 또는 R의 확률로 반사되므로 두 출력광의 광자 개수의 변화는 반대로 나타나는 것이다.

진폭성분에 있어서는 $\langle\hat{X}\rangle=\langle\hat{Y}\rangle=0$이고

$\langle\hat{X}^2\rangle=\langle\hat{Y}^2\rangle=\frac{n}{2}+\frac{1}{4}$이므로

$$\langle(\Delta\hat{X})^2\rangle=\langle(\Delta\hat{Y})^2\rangle=\frac{n}{2}+\frac{1}{4}, \tag{28a}$$

$$\langle:(\Delta\hat{X})^2:\rangle=\langle:(\Delta\hat{Y})^2:\rangle=\frac{n}{2} \tag{28b}$$

이며, 따라서 식 (18)에서 추측 위상인 경우에도 위상의 분포가 완전히 무작위적임을 알 수 있다. 한편 측정위상에 있어서도 식 (19)에 정의된 연산자에 의한 계산에서 $\langle(\Delta\hat{C}_N)^2\rangle+\langle(\Delta\hat{S}_N)^2\rangle=1$임을 보일 수 있다. 즉 입력광이 광자수 상태인 경우 빛의 위상은 완전히 무작위하며 따라서 출력광에서도 진공에 의한 위상의 변화가 없이 무작위하다.

V. 토 론

현재까지 우리는 빛살 가르개를 지나는 빛의 경우를 예로 들어서 빛의 세기와 위상의 요동에 있어서 고전적인 파동 이론과 양자론에서의 차이점을 살펴 보았다. 고전적으로는 아무런 물리량도 갖고 있지 않은 진공이 양자론에서는 진공 요동에 의하여 빛의 세기와 위상의 요동에 중요한 변화를 주는 것을 보았고 이에 따라 측정되는 빛의 세기와 위상에 불확실성이 추가되는 것을 알 수 있었다. 한편으로는 정규차례 연산자에 의한 계산에서 P 함수의 결정론적 선형변환을 통하여 고전적인 빛의 통계적 정보가 출력으로 전달되는 것을 확인할 수 있었고 이는 빛의 이중성 즉 파동성과 입자성의 역할을 더욱 자세하게 구분하여 이해할 수 있는 기초가 된다. 그러나 여기서 주의할 점은 위에서 언급한 P 함수는 고전적인 확률 분포가 아닌 양자론적 유사확률 분포이므로 비고전적인 빛의 상태에서는 고전적인 경우에 대한 유사성의 한계가 있다는 점이다. 광자 수 상태의 빛의 경우에서 Q 값이 -1이 되는 것이 하나의 좋은 예이다.

정규차례 연산자로 표시되는 기대값과 실제 측정에 관계되는 기대값의 구분은 추측위상과 측정위상의 구분을 낳는다. 양자론적인 빛의 기술에 있어서 위상의 정의 및 측정 결과의 해석은 여러 가지의 논란을 빚어 온 문제이다. 현재 여러 가지의 접근 방법이 시도 되고 있는 실정에서 본 논문의 분석 방법은 위상의 조작적 정의에 따르는 이론 들과 합치하며 위상의 정의가 원래 파동의 성질에서 연유하는 것을 생각할 때 고전적인 위상의 개념과 일관성 있는 결과를 보여 준다. 위에서 얻은 결과로서 Q 파라미터의 보존과 진폭성분 요동량의 보존은 빛의 세기 및 위상에 관한 여러 가지 양자론적 이론 들의 정당성을 확인하는 기초가 될 수 있으며 또한 실험 결과의 해석에도 도움이 되리라고 믿는다.

참 고 문 헌

[1] Physica Scripta T48 (1993)에 기재된 review paper 들을 참조.

[2] R. J. Glauber, Phys. Rev. Lett. **10**, 84(1963).

[3] E. C. G. Sudarshan, Phys. Rev. Lett. **10**, 277 (1963).

[4] Z. Y. Ou, C. K. Hong and L. Mandel, Opt. Commun. **63**, 118(1987).

[5] J. R. Klauder, Phys. Rev. Lett. **16**, 534(1966).

[6] A. Einstein, Physik Z. **10**, 185(1909), 영문번역: *The Collected Papers of Albert Einstein,* Vol. 2 (Princeton University Press, Princeton, NJ, 1989), p. 357.

[7] L. Mandel, Opt. Lett. **4**, 205(1979).

[8] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, University of Cambridge, New York, 1995) p. 642.

[9] J. W. Noh, A. Fougeres ad L. Mandel, Phys. Rev. **A 45**, 424(1992).

[10] J. W. Noh, A. Fougeres ad L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **71**, 2579(1993).

[11] Peter Rieglerand and Krzysztof Wodkiewicz, Phy. Rev. **A49**, 1387(1994).

[12] E. Arthurs and J. L. Kelly, Jr., Bell Sys. Tech. J., **44**, 725(1965).

[13] Stig Stenholm, Ann. Phys. **218**, 233(1992).

Effect of Vacuum on Amplitude and Phase Fluctuation

Jaewoo Noh and Kisik Kim
Department of Physics, Inha University, Inchon 402-751, Korea

(Received: February 23, 1996)

The wave-particle duality of light plays important role in quantum optics and it often produces a result different from that of classical wave theory. In this paper, we study the intensity and phase fluctuation of light which show certain change after light goes through a beam splitter, and show the difference between the classical and quantum theory. We show quantitatively that the uncertainty of phase increases at the output of a beam splitter due to the contribution of vacuum fluctuation, even though classical theory predicts no such change in phase fluctuation. The expectation values of normally ordered operators are introduced where the vacuum effect is naturally eliminated, and it is shown that the classical informations are recovered in this way. Analysis on the expectation values produces a distinction between measured phase and inferred phase values and they are related through the contribution of vacuum field.