≪연구논문≫ The Journal of Optical Society of Korea (Korean Edition) Volume 7, Number 3, September 1996

윤대 동구에 대한 Gaussian Apodization

송영란 · 이민희
인하대학교 이과대학 물리학과

이 상 수
한국과학기술원 물리학과

(1996년 4월 25일 받음)

Gauss 동함수 변조(Gaussian apodization, $e^{-\omega^2/4\sigma^2}$, ω는 동구 위의 공간 각주파수 스펙트럼)가 이루어진 윤대구경(외반경 $\omega_0=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\alpha_0}{l}$, 내반경 $\omega_0'=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\alpha_0'}{l}$)에서 얻어지는 LSF(Line spread function, $C_1e^{-\sigma^2x^2}$)가 전 구경(full aperture)으로 구해지는 LSF($C_0e^{-\sigma^2x^2}$)와 같다는 사실을 증명하였다. C_0, C_1은 윤대의 기하학적 구조에 따라서 정해지는 정수이고, 진폭 감소율을 a로 잡을 때 $\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}<\sigma\leq\left(\frac{1-a}{2a}\right)^{1/2}\omega_0$의 조건을 얻었다. $a=e^{-1}$, $\lambda=0.013\,\mu$m (연 X-선)일 때, $\alpha_0'\leq0.34\alpha_0=1.7$ cm의 조건을 만족하는 초분해능 윤대구경계로서, $l=20$ cm, $\alpha_0=5$ cm (NA=0.25)일 때, 내경의 최대치 1.7 cm보다 약간 작은 $\alpha_0'=1.5$ cm의 반사경계를 제안하였다.

I. 서 론

Cassegrain이나 Gregory형의 이중 반사경 광학계에서는 윤대(annular) 동구를 반드시 고려해야 한다.[1-3] 그림 1과 그림 2에 각각 윤대 동구들과 윤대 동구를 사용한 굴절 광학계와 반사 광학계를 나타내었다. 윤대 동구를 동함수의 진폭이 일정한 Rayleigh 동구에서 사용하여 분해능을 향상시킬 수 있으므로, 결상 광학계에서 윤대 동구를 사용하여 회절상의 분해능을 향상시키기 위한 많은 연구가 있었다.[4-8] 따라서 본 논문은 1차원으로 Gaussian apodization ($e^{-\omega^2/4\sigma^2}$)이 되어 있는 윤대 동구가 이루는 회절상의 분해능에 관한 것으로 LSF(Line spread function)에 의한 윤대 동구의 분해한계와 윤대의 외동구와 내동구의 공간 각주파수 스펙트럼($\omega_0=k\frac{a}{l}$, $\omega_0'=k\frac{a_0'}{l}$) 사이의 관계를 조사하였으며, 이때 회절상의 강도(intensity)의 감소율을 a라 할 때, $\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}<\sigma\leq\left(\frac{1-a}{2a}\right)^{1/2}\omega_0$의 결과를 얻었다. σ, a, ω_0, ω_0'가 서로 연관되어 있으며, 여기서 얻어지는 관계식들은 윤대 동구를 설계할때 만족되어야 하는 조건이 되고 있다.

II. 윤대 동구의 Gaussian Apodization

상면의 최초 회절상 $U_0(x)=e^{-\sigma^2x^2}$(분해한계 $\Delta x=\frac{\sqrt{\log 2}}{\sigma}$)의 inverse Fourier transform으로 동함수 $A(\omega)$를 얻는다.[9]

$$A(\omega)=\frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}e^{-\omega^2/4\sigma^2} \tag{1}$$

$$\omega=k\frac{a}{l},\ k=\frac{2\pi}{\lambda},\ a;\ \text{동구위의 좌표}$$

또한 회절상 $U(x)$는 윤대 동구의 스펙트럼 ω에 대해서, $-\omega_0\sim-\omega_0'$와 $\omega_0'\sim\omega_0$ (1차원 취급)위에서 유한적분해서 구한다.
즉,

$$U(x)=\int_{-\omega_0}^{-\omega_0'}A(\omega)e^{-i\omega x}d\omega+\int_{\omega_0'}^{\omega_0}A(\omega)e^{-i\omega x}d\omega \tag{2}$$

이고, 강도에 대한 LSF는 $|U(x)|^2$이다. 따라서 (2)식의 적분은

$$U(x)=\frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}\int_{-\omega_0}^{+\omega_0}e^{-\omega^2/4\sigma^2-i\omega x}d\omega-\frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}\int_{-\omega_0'}^{+\omega_0'}e^{-\omega^2/4\sigma^2-i\omega x}d\omega$$

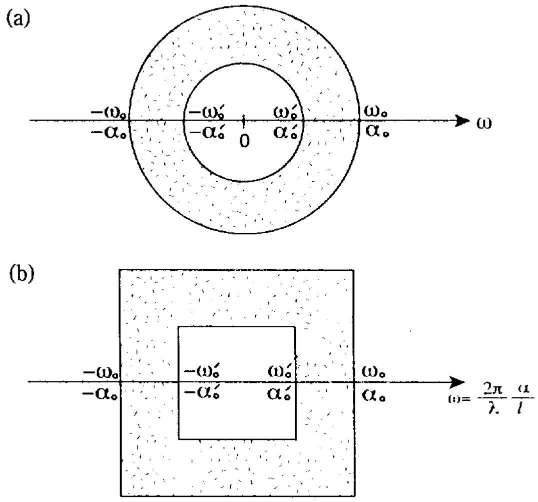

그림 1. (a) 원형 윤대 동구
(b) 사각형 윤대 동구.

$$=\frac{\sqrt{\pi}}{\sigma}e^{-\sigma^2x^2}\left\{\int_{-\omega_0}^{+\omega_0}e^{-\omega^2/4\sigma^2}d\omega-\int_{-\omega_0'}^{+\omega_0'}e^{-\omega^2/4\sigma^2}d\omega\right\}$$

$$=2\pi e^{-\sigma^2x^2}\left\{(1-e^{-\omega_0^2/2\sigma^2})^{1/2}-(1-e^{-\omega_0'^2/2\sigma^2})^{1/2}\right\} \quad (3)$$

이다. 전 구경(full aperture)일 때 $\omega_0'=0$이며, 이때의 진폭 LSF를 $U_{(x),0}$라 하면,

$$U_{(x),0}=2\pi e^{-\sigma^2x^2}(1-e^{-\omega_0^2/2\sigma^2})^{1/2} \quad (4)$$

이고,

$$\frac{|U(x)|^2}{|U_{(x),0}|^2}\geq a^2,$$

또는

$$\frac{U(x)}{U_{(x),0}}\geq a,\ U(x),\ U_{(x),0}>0 \quad (5)$$

이고, a^2은 강도(intensity)의 감소율을, a는 진폭(amplitude)의 감소율을 나타낸다.

(3)식과 (4)식에서 얻은 $U(x)$와 $U_{(x),0}$를 (5)식에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$1-\frac{(1-e^{-\omega_0'^2/2\sigma^2})^{1/2}}{(1-e^{-\omega_0^2/2\sigma^2})^{1/2}}\geq a \quad (6)$$

(6)식의 평방근안에 있는 $e^{-\omega_0'^2/2\sigma^2}$와 $e^{-\omega_0^2/2\sigma^2}$는 1보다 작으므로 $\frac{\omega_0'^2}{2\sigma^2}, \frac{\omega_0^2}{2\sigma^2}$ <1 또는 $\sigma>\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}(\omega_0>\omega_0')$의 조

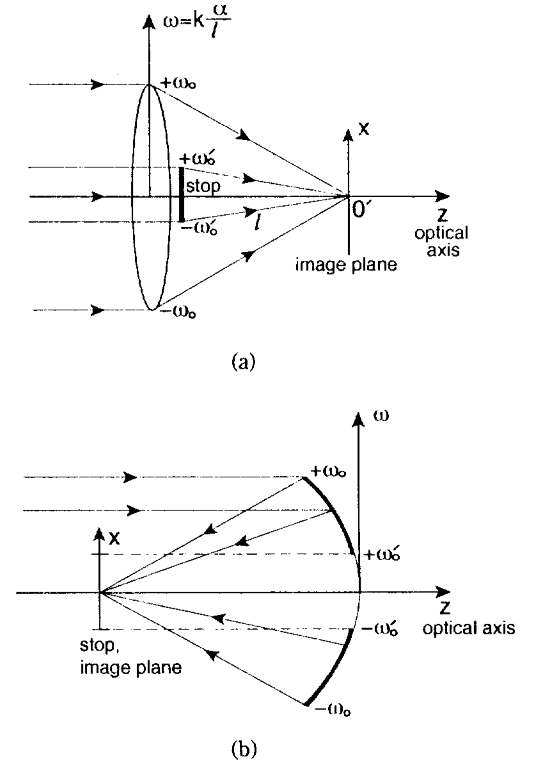

그림 2. (a) 굴절광학계의 윤대 동구
(b) 반사광학계의 윤대 동구.

건하에서

$$(1-e^{-\omega_0'^2/2\sigma^2})^{1/2}\simeq 1-\frac{1}{2}e^{-\omega_0'^2/2\sigma^2}\simeq 1-\frac{1}{2}\left(1-\frac{\omega_0'^2}{2\sigma^2}\right),$$

$$(1-e^{-\omega_0^2/2\sigma^2})^{1/2}\simeq 1-\frac{1}{2}e^{-\omega_0^2/2\sigma^2}\simeq 1-\frac{1}{2}\left(1-\frac{\omega_0^2}{2\sigma^2}\right), \quad (7)$$

의 근사 표현을 얻어서 (6)식에 대입하면,

$$\frac{(\omega_0^2-\omega_0'^2)}{2\sigma^2+\omega_0^2}\geq a \quad (8)$$

이고, 이는 다시

$$\omega_0'^2\leq\omega_0^2-a(2\sigma^2+\omega_0^2)=(1-a)\,\omega_0^2-2a\sigma^2$$

이다. 따라서

$$\omega_0'\leq\omega_0\left\{(1-a)-a\left(\frac{2\sigma^2}{\omega_0^2}\right)\right\}^{1/2} \quad (9)$$

를 얻는다. 이 식에서

$$(1-a)-a\left(\frac{2\sigma^2}{\omega_0^2}\right)>0 \tag{10}$$

이어야 하므로 σ값에 대해서 다음과 같은 조건이 성립한다. 즉,

$$\sigma<\left(\frac{1-a}{2a}\right)^{1/2}\omega_0 \tag{11}$$

III. σ, ω_0', ω_0 사이의 관계와 OTF

먼저 (6)식이 성립하기 위한 조건에서 부터 σ 값은 $\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$ 값보다 크나 임의로 크게 잡을 수는 없다는 것을 알 수 있다. 즉, (11)식에서와 같이 σ값은 $\left(\frac{1-a}{2a}\right)^{1/2}\omega_0$ 값보다 작아야 한다. 이 점이 윤대 동구에서 Gaussian apodization을 시행할 때 주의하여야 할 점이다. σ는 초기에 정해 주어야 하나, 이때 (11)식의 조건이 만족되어야 한다.

한편, (6)식을 도입할때 $\frac{\omega_0^2}{2\sigma^2}<1$, 즉 $\sigma>\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$의 조건을 사용하여 지수함수를 근사하였다. 이 조건과 (11)식을 함께 고려하면,

$$\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}<\sigma<\left(\frac{1-a}{2a}\right)^{1/2}\omega_0 \tag{12}$$

의 관계식을 얻는다.

윤대 동구의 OTF(optical transfer function) $\Psi(\omega)$는 $|U(x)|^2$의 Fourier transform을 규격화하면 얻어진다. 즉,

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty}&|U(x)|^2e^{-i\omega x}\,dx\\&=4\pi^2\{(1-e^{-\omega_0^2/2\sigma^2})^{1/2}-(1-e^{-\omega_0'^2/2\sigma^2})^{1/2}\}^2\\&\quad\int_{-\infty}^{-\infty}e^{-2\sigma^2x^2}e^{-i\omega x}\,dx\\&=\frac{4\pi^2}{\sqrt{2}\sigma}\{(1-e^{-\omega_0^2/2\sigma^2})^{1/2}-(1-e^{-\omega_0'^2/2\sigma^2})^{1/2}\}^2\\&\quad\sqrt{\pi}e^{-\omega^2/8\sigma^2}\end{aligned} \tag{13}$$

이니, OTF는

$$\Psi(\omega)=e^{-\omega^2/8\sigma^2} \tag{14}$$

를 얻는다. 이는 전 구경 ($-\omega_0\sim+\omega_0$)의 OTF와 같으며, 이 점이 Rayleigh 동구의 경우와 다른 중요한 점으로서 우리는 Gaussian apodization이 이루어진 윤대 동구에서 내경의 크기를 어떠한 값으로 하던지, 상의 분해능에는 아무런 관계가 없이 전 구경 ($\omega_0'\rightarrow 0$)인 경우의 분해능을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

IV. 초분해능을 지닌 윤대동구 광학계의 예

파장 $\lambda=0.013\,\mu$m(연 X-선), NA(numerical aperture)가 0.25인 광학계에서의 Rayleigh의 분해한계 ε_R는 $2\lambda=0.026\,\mu$m이다. 초분해능을 갖는 Gaussian apodization인 광학계의 분해한계를 $\Delta x=0.008\,\mu\mathrm{m}=\frac{1}{2}$(FWHM)이라 하면, 이때 $\sigma=\frac{\sqrt{\log 2}}{\Delta x}$이니 $\sigma=10\times10^5$이 된다. 다음으로는 주어진 a값을 사용하여 (9)식에서 부터 ω_0, ω_0'를 정하고자 한다. ω_0 값은 $\omega_0=\frac{2\pi}{\lambda}(\mathrm{NA})=12\times10^5$이고 진폭감소율 a를 e^{-1} (intensity는 e^{-2})로 하면, (12)식에서 부터 $\left(\frac{1-a}{2a}\right)^{1/2}\omega_0=11\times10^5$의 값을 가지므로 (12)식의 우변의 조건을 만족한다. 또한, (12)식에서 부터 $\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}=8.5\times10^5$ 보다 커야하는 좌변의 조건도 만족하고 있다.

(9)식에서 부터 ω_0'를 σ, ω_0와 a가 정해지면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\omega_0'\leq\omega_0\left\{(1-a)-a\left(\frac{2\sigma^2}{\omega_0^2}\right)\right\}^{1/2}=0.34\,\omega_0$$

좌변 ω_0'는 $\frac{2\pi}{\lambda}\frac{a_0'}{l}=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{a_0}{l}\frac{a_0'}{a_0}=\omega_0\frac{a_0'}{a_0}$ 이므로 $a_0'\leq0.34a_0$이다. 따라서 윤대 동구의 내경 a_0'는 외경 a_0의 0.34배 보다 작아야 한다.

본 연구의 광학계는 $l=20$ cm, $a_0=5$ cm (NA=0.25)이므로 내경의 반경은 1.7 cm보다 작아야 한다.

V. 결 론

본 연구에서는 Gaussian apodization이 되어 있는 윤대구경의 회절상, 즉 LSF(Line spread function)의 반치폭이 Rayleigh 동구의 경우와 다르게 전 구경(full aperture)을 사용할 때와 같다는 중요한 사실을 알아냈다. 즉, 윤대 동구의 OTF가 전구경의 OTF와 같다.

다음으로 연 X-선 ($\lambda=0.013\,\mu$m)에 대한 광학계를 초분해능의 성능을 갖도록 설계하였다. 즉, $l=20$ cm, $a_0=5$ cm인 NA=0.25인 광학계에서 $\Delta x=0.008\,\mu$m (<Rayleigh limit ($\varepsilon_R=0.026\,\mu$m))의 초분해능을 갖고 있고, 진

폭 감소율 $a=e^{-1}$인 윤대구경의 외반경이 5 cm일 때, 내반경은 최대치 1.7 cm보다 약간 작은 1.5 cm로 하였다.

이 윤대 동구의 회절상의 세기가 전 구경에서 얻은 회절상의 세기의 e^{-2}배보다 커야한다는 조건하에서, 내반경이 1.7 cm보다 작아야 하고, 위의 설계에서 내반경을 1.5 cm로 하면 윤대 동구의 회절상의 세기는 전구경으로 얻은 상의 e^{-2}배보다 약간 더 크다.

감사의 글

본 연구는 교육부 산하 학술진흥재단의 연구비 (1995년 9월 1일～1996년 8월 31일) 지원으로 수행하였다. 동재단의 재정지원에 깊이 감사하며, 이 연구를 행정적으로 지원해준 대한민국 학술원에 또한 깊이 감사한다.

참 고 문 헌

[1] 'XUV 리소그라피 반사결상 광학계 연구' 연구보고서, 한국과학기술원, 1995.
[2] 조영민, 이상수, 대한민국학술원 논문집, **33**, 11 (1994).
[3] 조영민, 이상수, 한국광학회지, **4**(3), 252(1993).
[4] 홍경희외 2인, 새물리, **30**(6), 646(1990).
[5] 한순희, 정창섭외 6인, 새물리, **32**(3), 312(1992).
[6] J. T. McCrickerd, Appl. Opt., **10**(10), 2226(1971).
[7] R. Blank and A. A. Friesem, Opt. Eng., **31**(3), 544 (1992).
[8] J. Durnin and J. J. Miceli, Jr., Phy. Rev. Lett., **58** (15), 1499(1987).
[9] 송영란, 이민희, 이상수, 한국광학회지, **7**(2), 89 (1996).

Gaussian Apodization for Annular Pupil

Young Ran Song and Min Hee Lee
Department of Physics, College of Science, Inha University, Inchon 402-751, Korea

Sang Soo Lee
Department of Physics, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Taejon 305-701, Korea

(Received: April 25, 1996)

The amplitude LSF(Line spread function, $C_1 e^{-\sigma^2 x^2}$ or amplitude impulse) of the Gaussian apodized annular pupil is found to be same to that of the full aperture LSF($C_0 e^{-\sigma^2 x^2}$). C_0 and C_1 depending on σ, $\omega_0=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{a_0}{l}$ and $\omega_0'=\frac{2\pi}{\lambda}\frac{a_0'}{l}$ which are the geometric parameter and pupil coordinates of the annular pupil. The important inequality relation among ω_0, ω_0', a (fraction of diffraction amplitude) and σ is obtained. It is $\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}<\sigma\leq\left(\frac{1-a}{2a}\right)^{1/2}\omega_0$, and in the case of $a=e^{-1}$, $a_0'\leq 0.34a_0$. The case of $\lambda=0.013\ \mu m$, $l=20$ cm, $a_0=5$ cm and $a_0=0.34a_0=1.7$ cm give a Gaussian apodized super-resolution ($\Delta x=\frac{\sqrt{\log 2}}{\sigma}=0.008\ \mu m$) annular pupil with the intensity signal equal to e^{-2} times the signal obtainable by using the full aperture system($a=1$).