

자동차 엔진 크랭크축의 진동해석을 위한 자유도 저감법 개발에 관한 연구

최명진*, 오택열*, 이동명**

A Proposed Reduction Method for Vibration Analysis of Automobile Engine Crankshafts

Myung jin Choi, Taek yul Oh, Dong myung Lee

Abstract

High speed engines with high power are increasingly on demands and almost engines employ crankshafts. Such problems as bending and torsional vibrations become the point at issue in crankshaft analysis and design.

In this study, to overcome the difficulty with the large amount of computation in finite element vibration analysis of a crankshaft, a reduction method based on influence coefficient and lumped parameter is presented, which reduces the computation amount effectively and can be used in vibrational analysis and design of any types of crankshafts. Crank journal and pin parts are modelled as elements with 6 degrees of freedom per node. Crank web part is modelled using equivalent mass and stiffness matrices, based upon lumped parameter and influence coefficient, respectively, to reduce total degrees of freedom considerably.

To confirm the scheme of the study, the results are compared with the known data and they are coincident. Also a simple crankshaft is designed and manufactured for experiments. The calculated results using reduction method and the experimental results agree well. The scheme of this study can be utilized in evaluation and development of high speed engine.

Keywords : Reduction method(자유도 저감법), Critical speed(임계속도), Crankshaft(크랭크축), Lumped parameter(집중질량), Influence coefficient(영향계수), Finite element(유한요소)

1. 서 론

자동차의 크랭크축은 커넥팅로드를 통해 전달된 실린더의 동력을 한 곳으로 모아주는 역할을 한다. 커넥팅로

드는 피스톤의 왕복운동을 크랭크축의 회전운동으로 변환시킨다. 실린더의 최대압력을 견디기 위해, 베어링 저어널의 투사면적은 알맞게 선택되어야한다. 초기에는 엔진 디자인시 직경이 작은 저어널을 사용했으나, 마찰

* 경희대학교 기계공학과

** 한국 과학기술 연구원

부분의 연구와 재료의 표면가공기술의 발전으로 크랭크축의 강성도를 증가시키며, 길이가 짧고 직경이 큰 저어널을 사용하는 추세로 변화하였다. 크랭크축은 카운터 웨이트를 고려하여 설계되어진다. 카운터 웨이트는 크랭크축이 축을 중심으로 회전할 때 크랭크핀과 웨브에 의해 생기는 원심력을 상쇄시키는 역할을 한다. 만약 이것이 고려되지 않는다면 메인 베어링에 편심하중으로 인한 비틀림과 굽힘이 발생하게 된다. 이를 막기 위해 각각의 크랭크웨브는 크랭크핀의 반대방향으로 늘려져 동적 균형을 이루게 된다. 크랭크축은 적절한 강성, 인성, 경도, 피로강도와 같은 특성을 고려하여 가동 용이한, 열처리된 재질로 만들어진다. 일반적으로 크랭크축은 필요한 특성을 갖도록 단련되어지며, 주철기술의 발전으로 주철 크랭크축이 선호되고 있다.

크랭크 기구는 왕복운동을 회전운동으로 전환시키는 가장 대표적인 기계 기구중의 하나이다. 자동차 엔진과 같은 왕복동 엔진에서의 크랭크축은 엔진의 크기, 속도 등의 작동조건에 부합하여 설계하여야 하고, 기존 엔진 개발에서 얻어진 크랭크축의 설계 사양을 새로운 엔진 개발에 적용할 수가 없다. 즉 크랭크 축은 작동 조건에 따라 배변 요구되는 기능에 부합하도록 설계되어야 하며, 설계시 고려해야 할 가장 중요한 특성중의 하나로 임계속도(critical speed)를 들 수 있는데, 지금까지는 크랭크 축의 복잡한 형상을 단 순화시켜 rule of thumb에 의거하여 임계속도를 예측하는 것이 보편화되어있다.

이러한 크랭크축에 대한 최근의 연구동향을 살펴보면 많은 경우에 있어서 경험적으로 축을 순수 비틀림 계로 생각하여 임계 속도를 추정하거나, Holzer's method를 이용하여 축부분과 디스크부분으로 근사하여 진동 특성을 연구하였다[1][2]. Ochiai와 Nakano[3]는 고속 디젤 엔진의 크랭크 축의 비틀림 진동에 따른 엔진 소음에 대해서 실험을 했고, Bagci[4]는 finite line element를 구성하여 크랭크 축의 임계속도를 계산하였지만, 이 모델은 광폭의 크랭크 웨브를 갖는 크랭크 축에는 적합하지 않고, gyroscopic effect를 무시하였다. Kamiya[5]는 새로운 형태의 크랭크 축 pulley의 적용으로 축 전면의 굽힘진동에 의한 소음 감소를 연구하였고, 이와 유사하게, Kinoshita[6]는 굽힘과 비틀림 진동을 고려한 damper pulley에 대해 연구했고, 축 전면 끝에서 반경 방향의 진동이 축 방향 진동에 비해 우

세함을 보였다. 또한 Okamura[7]는 크랭크축의 3차원 진동에 관한 연구논문을 발표하였는데, 축과 웨브를 각각 원형과 사각형 단면의 보요소(Beam element)로 근사화하고, 각 요소에 대한 동적 강성행렬을 유도하여 크랭크축의 진동 특성을 해석하였지만 타당성있는 해석근거를 제시하지 못하고 있다. Fujii[8]는 gyroscopic term과 축의 비대칭을 고려한 굽힘진동 모델을 개발하였다. 최명진[9]은 크랭크 축의 유한요소의 의한 진동모형을 발표하였는데, 여기에서는 자유도 저감법이 채택되지 않았고, 크랭크 웨브부분의 절점구성시 refinement를 회피하여 시스템 행렬을 구성함으로써 과대한 계산량의 증가를 어느 정도 완화하였다.

대체적으로 크랭크 축에 대하여 유한요소에 의한 진동 해석의 시도는 미흡하였고, 전술 한 바와 같이 형상을 간소화하여 해석하는 것이 일반적인 경향이였다. 다만 유한 요소법은 정적인 응력해석에 이용되어 왔다. 유한 요소법에 의한 지배 방정식은 계산량이 많아서 문제를 해석하는데에는 큰 제약이 갖고 있으며, 정적인 문제에 비해 계산량이 많은 동적인 문제를 해석하는데에는 자유도 저감법의 차용이 필수적인 일이라 볼 수 있다. 본 연구에서는 승용차 운전실 소음의 주원인으로 알려져 있는 크랭크축의 진동 특성을 정확히 예측하기 위하여 크랭크축의 복잡한 형상을 고려한 유한요소법을 사용하는 경우, 과대한 계산량을 현저하게 감소시킬 수 있는 자유도 저감법을 제시하고자 한다. 이러한 자유도 저감법의 개발은 신형 엔진 개발 초기 단계에서 행해지는 기본 설계 기간을 단축시킬 수 있고, 크랭크축의 설계 및 크랭크축으로 인한 진동·소음제어에 이용될 수 있다.

2. 본론

크랭크축은 크게 크랭크웨브, 주-저어널, 핀저어널로 구분되며, 본 연구에서는 크랭크축의 임계속도, 즉 자유진동이 주요 관심이므로 외력이 계산하고자 하며, 이를 없을 때 크랭크축 자체의 고유진동수를 위해 크랭크웨브 부분에 대해 역학적으로 단순화하는 과정을 통해 본 연구의 주제인 자유도 저감법을 이용한 크랭크축의 진동해석을 설명하고자 한다.

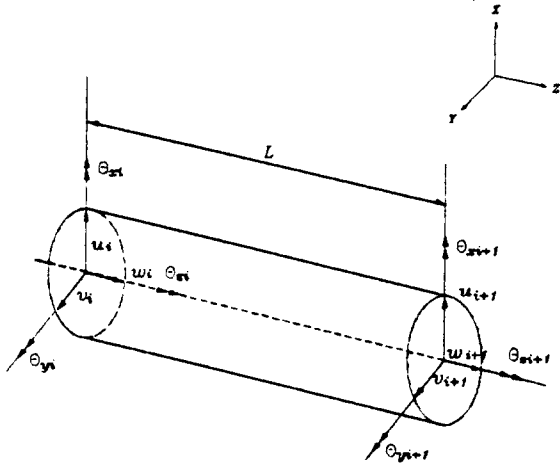


Fig 1. Typical beam finite element

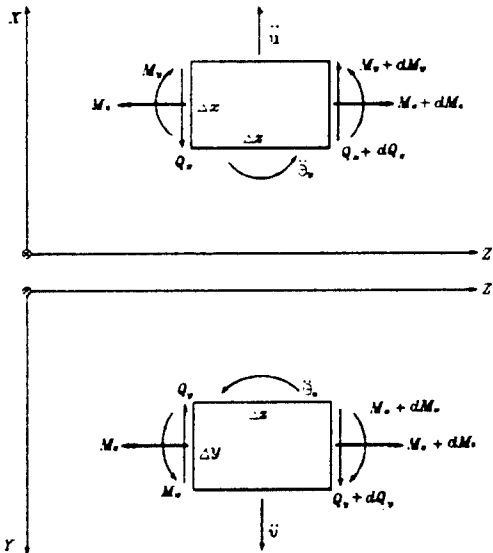


Fig 2. Freebody diagram of beam element

2-1 크랭크 핀과 축의 질량행렬과 강성행렬 구성

그림 1은 길이가 L이고 단면이 원형인 보요소이며,

각각의 절점에서의 변위와 회전을 표시하였다. 보요소는 2절점 요소로서 절점당 3개의 병진과 3개의 회전 자유도 즉 6자유도를 갖는 총 12자유도를 갖는 요소이다. 그림 2는 해석하고자 하는 축 요소의 자유 물체도를 나타낸다. 자유 물체도로 부터 축 요소 운동방정식을 6개의 편미분 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho A \ddot{u} &= \frac{\partial Q_x}{\partial z} \\ \rho I_y \ddot{\theta}_y &= \frac{\partial M_y}{\partial z} + Q_x \\ \rho I_z \ddot{v} &= \frac{\partial Q_y}{\partial z} \\ \rho I_x \ddot{\theta}_x &= \frac{\partial M_x}{\partial z} + Q_y \\ \rho I_x \ddot{\omega} &= \frac{\partial Q_z}{\partial z} \\ \rho I_z \ddot{\theta}_z &= \frac{\partial M_z}{\partial z} \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ 는 변위, 그리고 G 는 전단 탄성 계수를 나타낸다. 식 (1)에 전단 변형을 고려한 Timoshenko beam이론을 적용하면 Z-X 평면에서의 전단 및 굽힘 변형은 $\frac{\partial u}{\partial z} - \theta_y$ 와 $\frac{\partial \theta_z}{\partial z}$, Y-Z 평면에서는 $\frac{\partial v}{\partial z} + \theta_x$ 와 $\frac{\partial \theta_x}{\partial z}$ 이다.

응력 - 변형율의 관계로부터 다음과 같이 쓸 수 있다

$$\begin{aligned} Q_x(z, t) &= kAG \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \theta_y \right) \\ Q_y(z, t) &= kAG \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \theta_x \right) \\ Q_z(z, t) &= EA \frac{\partial \omega}{\partial z} \\ M_x(z, t) &= EI \frac{\partial \theta_x}{\partial z} \\ M_y(z, t) &= EI \frac{\partial \theta_y}{\partial z} \\ M_z(z, t) &= GI_p \frac{\partial \theta_z}{\partial z} \end{aligned} \tag{2}$$

식 (2)에서 E 는 Young 탄성 계수, k 는 전단 상수이다. 식 (1)은 식 (2)에 의해 다음과 같이 표현할

수 있다.

$$\begin{aligned}
 \rho A \ddot{u} &= kAG \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial \theta_y}{\partial z} \right) \\
 \rho I_y \ddot{\theta}_y &= EI \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial z^2} + kAG \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \theta_y \right) \\
 \rho A \ddot{v} &= kAG \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\theta_x}{\partial z} \right) \quad (3) \\
 \rho I_x \ddot{\theta}_x &= EI \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial z^2} + kAG \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \theta_x \right) \\
 \rho A \ddot{\omega} &= EA \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \\
 \rho I_z \ddot{\theta}_z &= GI_z \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial z^2}
 \end{aligned}$$

변위 함수는 형상 함수(Shape function)와 절점 변위의 선형 조합으로 나타낼 수 있으며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u &= [N_1(\xi) \ N_2(\xi) \ N_3(\xi) \ N_4(\xi)] \{U\}_e = N_u(\xi) \{U\}_e \\
 v &= [N_1(\xi) \ -N_2(\xi) \ N_3(\xi) \ -N_4(\xi)] \{U\}_e = N_v \\
 &\quad (\xi) \{U\}_e \\
 w &= [N_9(\xi) \ -N_{10}(\xi)] \{W\}_e = N_w(\xi) \{U\}_e \quad (4) \\
 \theta_x &= [N_5(\xi) \ N_6(\xi) \ N_7(\xi) \ N_8(\xi)] \{U\}_e \\
 &= N_{\theta_x}(\xi) \{U\}_e \\
 \theta_y &= [N_5(\xi) \ -N_6(\xi) \ N_7(\xi) \ -N_8(\xi)] \{U\}_e \\
 &= N_{\theta_y}(\xi) \{U\}_e \\
 \theta_z &= [N_{11}(\xi) \ N_{12}(\xi)] \{\theta\}_e = N_{\theta_z}(\xi) \{U\}_e
 \end{aligned}$$

식 (4)에서 $N_1(\xi)$, $N_2(\xi)$, $N_3(\xi)$, \dots , $N_{12}(\xi)$ 은 형상 함수를 나타내고, $\{U\}_e^T$, $\{V\}_e^T$, $\{W\}_e^T$, $\{\theta\}_e^T$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 \{U\}_e^T &= \{u_i \ \theta_{y_i} \ u_{i+1} \ \theta_{y_{i+1}}\} \\
 \{V\}_e^T &= \{v_i \ \theta_{x_i} \ v_{i+1} \ \theta_{x_{i+1}}\} \\
 \{W\}_e^T &= \{W_z, \ W_{z_{i+1}}\} \\
 \{\theta\}_e^T &= \{\theta_z, \ \theta_{z_{i+1}}\}
 \end{aligned}$$

따라서 크랭크 축 요소의 질량 행렬, $[M]_s$ 과 강성 행렬, $[K]_s$ 는 다음과 같다.

$$[M]_s = \rho A \int_0^L N_T^T N_T dz + \rho A \int_0^L N_W^T N_W dz$$

$$+ \rho I \int_0^L N_r^T N_r dz + \rho I_p \int_0^L N_\psi^T N_\psi dz \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 [K]_s &= EI \int_0^L (N_T^T)^T N_T^T dz + EA \int_0^L (N_W^T)^T (N_W^T) dz \\
 &\quad + kAG \int_0^L (N_r^T)^T N_r^T dz + GI_p \int_0^L (N_\psi^T)^T N_\psi^T dz
 \end{aligned}$$

식 (5)에서 $N_i(\xi)$ 는 $[\frac{\partial N_i(\xi)}{\partial \xi}]$, $N_i''(\xi)$ 는 $[\frac{\partial^2 N_i(\xi)}{\partial \xi^2}]$ 를 각각 나타내며, N_T , N_r , N_ψ , N_W 는 다음과 같다.

$$N_T = \begin{bmatrix} N_u(\xi) \\ N_v(\xi) \end{bmatrix}$$

$$N_r = \begin{bmatrix} N_{\theta_x}(\xi) \\ N_{\theta_y}(\xi) \end{bmatrix}$$

$$N_\psi = [N_{\theta_z}(\xi)]$$

$$N_W = [N_w(\xi)]$$

2-2. 자유도 저감법에 의한 크랭크 웨브의 질량행렬과 강성행렬 구성

광폭의 크랭크 웨브 부분을 유한요소법으로 해석할 경우 절점수의 과다로 인해 계산량이 거대해지는 단점을, 역학적 특성을 유지하는 몇 개의 절점을 사용하여 자유도를 현저히 저감시킴으로써 극복하게 된다. 크랭크 웨브부분을 Fig. 3와 같이 네 개의 절점으로 단순화하였으며 이 점들이 웨브의 동역학적 특성을 대표할 수 있게 하였다.

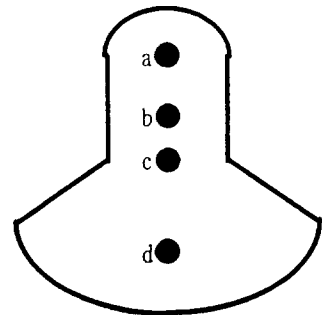


Fig 3. Crank web

2-2-1. 웨브의 증가적인 질량행렬 구성

Fig. 3과 같이 x, y, z 방향으로 각각 병진과 회전
의 자유도를 가지는 질점당 자유도가 6인 네 점 a, b,
c, d 를 고려하였으며, 여기에 질량이 집중되어있다고
가정하였다. 웨브가 균질하다고 보면 웨브의 두께를 알
고 면적을 알 때, 네 점의 할당된 질량을 구할 수 있다.
이 중 a는 크랭크핀에 c는 축부분에 연결되는 부분이며,
d는 카운터 웨이트를 고려한 질점이다.

따라서 a, b, c, d의 질량을 각각 m_1, m_2, m_3, m_4
라고 하면, $[M_1] [M_2] [M_3] [M_4]$ 의 집중질량
행렬을 구성할수 있고 웨브 체의 질량행렬은 다음과 같
이 구성될 수 있다.

$$[M_{web}] = \begin{bmatrix} [M_1] & & & \\ & [M_2] & & \\ & & [M_3] & \\ & & & [M_4] \end{bmatrix}_{24 \times 24}$$

웨브가 동역학적으로 증가되기 위해서는 다음과 같은 특
성이 고려되어야 한다.

- ① 전체의 질량이 같고, 운동에너지가 같아야 한다.

즉, $[\dot{x}]^T [M] [\dot{x}] = [\dot{x}']^T [M'] [\dot{x}']$

이 성립해야 한다.

(여기서 좌항은 일반적으로 요소 분할된 경우의 운동
에너지이고, 우항은 자유도 저감법을 적용하였을 때의
운동에너지이다.)

- ② 중력중심이 같아야 한다.
- ③ 질량 관성 모멘트가 같아야 한다.

2-2-2 웨브의 증가적 강성행렬 구성

웨브의 증가적인 강성행렬을 구하기 위해서 유연도법
을 적용하였으며, 유연도법은 다음과 같이 설명될 수 있
다.

한 시스템의 힘과 변위와의 관계는 $\bar{F} = [k] \bar{x}$ 또
는 $\bar{x} = [a] \bar{F}$ 로 나타낼 수 있으며,

$\bar{x} = [a] \bar{F} = [a][k] \bar{x} = [I] \bar{x}$ 가 되며, 따
라서 $[a][k] = [I]$ 의 관계를 가진다. 그러므로

$[k] = [a]^{-1}$ 또는 $[a] = [k]^{-1}$ 가 된다.
이때 $[a]$ 를 유연도 영향계수, $[k]$ 를 강성 영향계수
라 한다.

웨브에 유연도법을 적용하기 위하여, c점이 축에 연결되
어 있으므로 c점에 구속조건을 주었으며, 각점 a, b, c,
d에 x, y, z 방향의 단위 힘과 단위 모멘트를 주었을 때
각점의 변위로 구성되는 유연도 영향계수 행렬을 구성하
였다. 그리고 이것의 역행렬을 구하여 웨브를 대표할 수
있는 강성행렬을 구하였다. 따라서 이 강성행렬은 웨브
의 네 점만 고려되면서 웨브전체를 대표할 수 있는 증가
적인 행렬이 된다.

즉, 웨브에서의 유연도행렬(Fexibility matrix)와 강성
행렬(Siffness matrix)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$[a]_{web} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$[k]_{web} = [a]^{-1}_{web} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & & k_{nn} \end{bmatrix}$$

따라서 위의 방법으로 웨브부분을 동역학적 특성이 고
려된 증가적인 질량행렬과 강성행렬로 대체할 수 있게
된다.

여기에서 유연도법을 이용한 웨브의 강성행렬은 상용
프로그램인 MSC/NASTRAN을 사용하여 계산하였다.

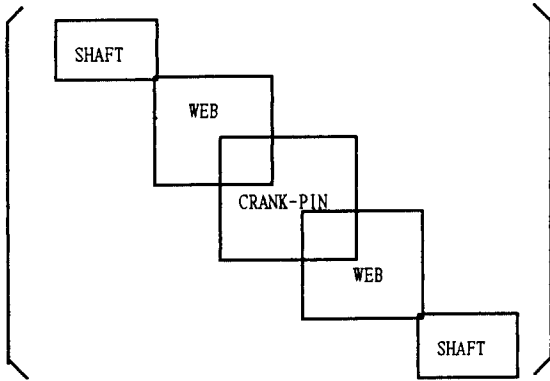
2-3. 크랭크축 계의 강성행렬과 질량행렬 구성

앞에서 크랭크핀과 축, 그리고 웨브부분의 강성행렬과
질량행렬이 구성되었다. 전체 시스템의 강성행렬과 질량
행렬의 구성을 위해 각각의 행렬이 조합되어야 한다. 이
때 웨브에서 축과 연결되는 부분에 구속조건을 주어 해
석하였으므로 이 부분에는 축과의 연성향이 없게 된다.
단지 크랭크핀과 연성되는 항이 있을 뿐이다.

따라서 크랭크축의 전체 행렬은 다음과 같이 구성될
수 있다.

그러므로 시스템의 지배방정식은 다음과 같이 구성될 수
있다.

$$[M][\ddot{x}] + [K][x] = [0]$$



2-4 고유치 계산

계의 강성행렬과 질량행렬을 구성한 다음, 고유치와 고유벡터를 구하기 위해서, 본 연구에서는 Jacobi method를 사용하였다. Jacobi method는 동시에 모든 고유치와 고유벡터를 구할 수 있다.

본 연구에서 사용한 Jacobi method는 다음과 같이 설명될 수 있다.

Real symmetric matrix $[A] = [a_{ij}]$ 가 있을 때 Real orthogonal matrix인 rotation matrix $[R]$ 을 곱하여 diagonalizing시킬 수 있다.

즉, Identity matrix $[I]$ 의 (i, i) , (j, j) ,

(j, i) , (i, j) 의 위치에 Sine과 Cosine 값을 갖는 다음과 같은 Rotation matrix를 곱하여

$$[R_1]_{n \times n} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & & & \\ 0 & 1 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \cos \theta & -\sin \theta & \\ & & & \sin \theta & \cos \theta & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$a_{ij} = a_{ji} = 0$ 이 되게 하여 대각화시킨다. 따라서

$$[D] = [R_3]^T [R_2]^T [R_1]^T [A] [R_1]$$

$$[R_2] [R_3] \dots$$

이 되며, 이때 $[D]$ 는 대각행렬이 되어, 대각성분 값은 고유치를 나타내고,

$[R] = [R_1][R_2][R_3] \dots$ 는 고유벡터를 나타내게 된다.

축요소 해석 및 고유치 계산의 타당성을 검증하기 위해 J.Jara-Almonte[10] 문헌에서 구해진 세 가지의 경우에 대하여 본 프로그램을 가지고 비교하여 보았다. 물성치는

$$E = 2.07 \times 10^{11} \text{ N/m}^2, \rho = 7.81 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3,$$

$$G = 79.9 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

으로 세 경우가 동일하다.

(A) 양단고정의 단순 보

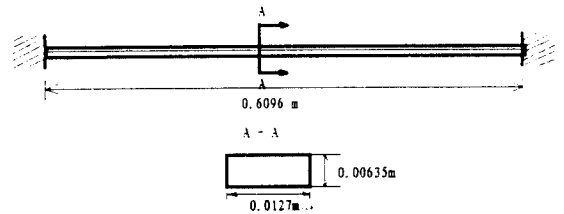


Fig. 4 Frame structure 1

Table 1. Results of frame structure 1

| Mode | Almonte (Hz) | This Program(Hz) |
|------|--------------|------------------|
| 1 | 90.4 | 90.6 |
| 2 | 249.4 | 251.7 |
| 3 | 488.6 | 499.2 |
| 4 | 807.7 | 944.4 |
| 5 | 1206.6 | ----- |

(B) Portal arch

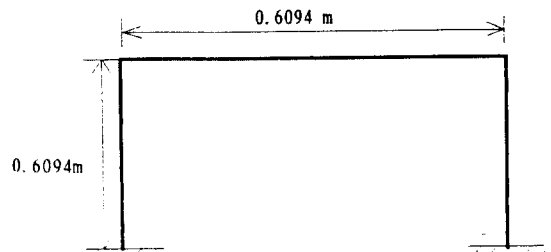


Fig. 5 Frame structure 2

Table 2. Results of frame structure 3

| Mode | Almonte [Hz] | This Program[Hz] |
|------|--------------|------------------|
| 1 | 13.0 | 15.8 |
| 2 | 51.1 | 52.1 |
| 3 | 83.3 | 81.6 |
| 4 | 90.4 | 91.4 |
| 5 | 182.5 | 181.2 |

(C) Verdeel truss

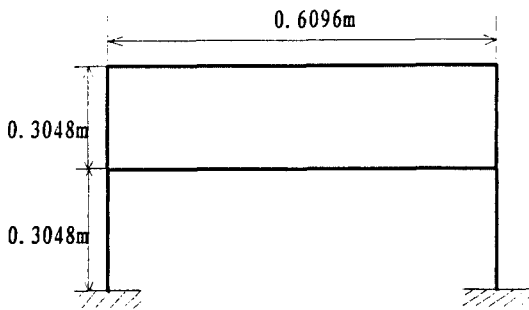


Fig. 6 Frame structure 3

Table 3. Results of frame structure 3

| Mode | Almonte [Hz] | This Program[Hz] |
|------|--------------|------------------|
| 1 | 17.1 | 15.3 |
| 2 | 60.1 | ----- |
| 3 | 63.2 | 63.82 |
| 4 | 75.7 | 74.9 |
| 5 | 175.0 | 189.5 |

위에서와 같이 축, 핀부분에 쓰이는 보요소 해석 및 고유치계산 프로그램의 타당성을 기존의 데이터를 기초로 비교한 결과, 그 타당성을 검증할 수 있었다. 따라서 본 프로그램의 타당성을 기반으로 본 연구의 주요 관심인 자유도 저감법을 이용하여 크랭크축의 고유진동수를 계산하고자 한다.

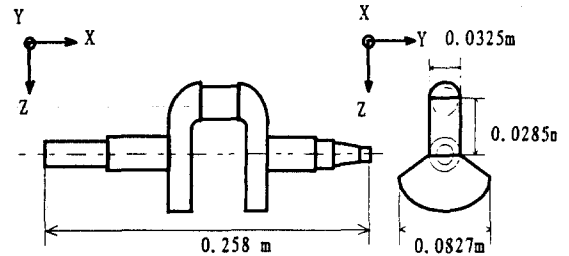


Fig. 7 Single-cylinder crankshaft

2-5 자유도 저감법에 의한 크랭크축의 고유 진동수

다음 Table 4, 5는 Fig. 7의 SINGLE-CYLINDER 크랭크축의 고유진동수를 각각 상용프로그램인 MSC/NASTRAN으로 구했을 경우와 본 논문의 관심인 자유도 저감법을 이용해서 구했을 경우의 두 값을 비교한 것이다.

Table 4. Natural frequency of single cylinder (In-plane)

| Mode | MSC/NASTRAN | 자유도저감법 | Difference (%) |
|------|-------------|--------|----------------|
| 1 | 1129 | 1081 | 4.25 |
| 2 | 2735 | 2967 | 8.48 |
| 3 | 3142 | ----- | ----- |
| 4 | 5096 | 4605 | 9.64 |
| 5 | 7119 | ----- | ----- |

IN-PLANE [Hz]

Table 5. Natural frequency of single cylinder (Out-plane)

| Mode | MSC/NASTRAN | 자유도저감법 | Difference (%) |
|------|-------------|--------|----------------|
| 1 | 1248 | 1275 | 2.16 |
| 2 | 1678 | ----- | ----- |
| 3 | 3519 | 3787 | 7.62 |
| 4 | 5355 | 5532 | 3.31 |
| 5 | 7356 | 7454 | 1.33 |

OUT-PLANE [Hz]

다음은 실제 제작된 크랭크축의 단순화된 모델을 자유

도 저감법을 이용하여 해석한 것이다.

Fig.8은 단순화된 모델링을 나타내며 회전시의 balancing을 고려하여 설계, 제작된 것이다. Fig.8에서와 같이 웨브에 해당되는 평판부분을 유연도법을 이용하여 등가적인 강성행렬과 질량행렬을 구성한 뒤 이를 전체 시스템 행렬에 대입하여 고유진동수를 구하였다. Fig.9는 유연도법 적용시 고려된 절점을 나타내며 절점 한 개는 6개의 자유도를 가지므로 웨브는 18 by 18의 강성행렬과 질량행렬로 구성된다.

$$E = 1.95 \times 10^{11} \text{ N/m}^2, \nu = 0.3,$$

$$\rho = 7710 \text{ Kg/m}^3 \text{ 이다.}$$

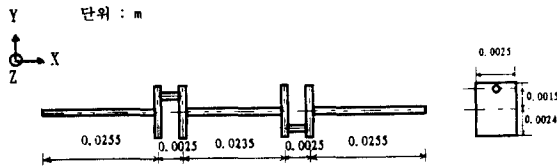


Fig. 8 Crankshaft for experiments

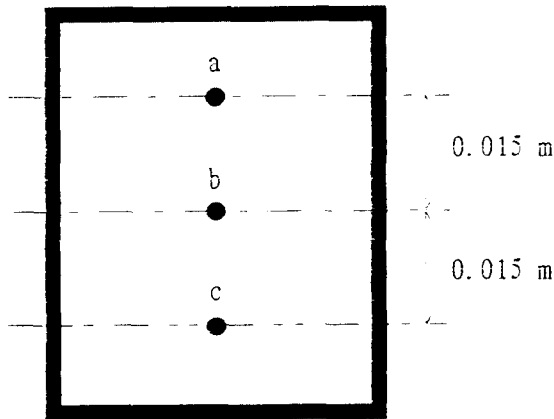


Fig. 9 Web of sampling

위의 모델링을 상용프로그램, 자유도 저감법, 실험을 통해 그 고유진동수를 구하였다. MSC/NASTRAN으로 해석할 때는 sampling의 축부분을 보요소로, 웨브부분을 평판요소로 모델링하였다.

그리고 자유도 저감법을 이용할 때는 축과 편부분을 보요소로, 웨브부분을 세 개의 절점으로 단순화함으로써 자유도 저감법을 이용하여 웨브의 등가적 질량, 강성행렬을 구하여 크랭크축의 고유진동을 해석하였다.

그리고 실험은 위험속도 측정장치를 이용하여 sampling을 설치한 후 rpm을 올려가며 회전시켰을 때, 진폭이 급속히 커지때의 rpm값의 범위를 측정하여 임계속도값을 구하였다. 이때 진폭이 커졌다 작아지는 범위의 rpm값의 평균값을 취하여 Hz단위로 환산한 것이다.

다음은 위의 sampling에 대한 고유진동수 결과값으로 상용프로그램인 MSC/NASTRAN으로 해석한 값과 본 연구의 방향인 자유도 저감법을 이용하여 구한 값, 그리고 실험값을 비교한 것이다.

Table 6. Natural frequency of sampling

(단위 : Hz)

| Mode | MSC/NASTRAN | 자유도저감법 | 실험 |
|------|-------------|--------|-------|
| 1 | 11.28 | 10.12 | 10.53 |
| 2 | 16.40 | 15.19 | 15.42 |
| 3 | 34.05 | 33.40 | 31.53 |
| 4 | 48.44 | 41.57 | ----- |

3. 결론

본 연구에서는 크랭크축의 진동특성을 해석하기 위해 크랭크축을 단순화하여 모델링하는 방법 - 자유도 저감법 -을 제시하고자 하였으며, 이 방법은 유한요소 해석 시 계산량이 커지는 웨브부분을 유연도법을 사용하여 몇 개의 절점으로 단순화하여 강성행렬과 질량행렬을 구하였다. 그리고 전체 시스템행렬 즉, 강성행렬과 질량행렬을 구성하여 고유진동수를 구하였다.

본 연구에서 자유도 저감법을 single-cylinder 크랭크축에 적용하였으며 single-cylinder 크랭크축의 고유진동수를 MSC/NASTRAN과 자유도 저감법을 이용하여 구한 것을 비교하였다. 이 때 자유도 저감법을 적용하였을 때의 그 타당성을 검증할 수 있었다.

또한 자유도 저감법의 타당성을 검토하기 위하여 Fig.8 에 나타난 제작된 모델을 가지고 이 방법을 적용

하였고, 실제로 실험을 수행하였다. 그리고 이 값을 MSC/NASTRAN으로 해석했을 경우, 자유도 저감법을 이용하여 해석하였을 경우, 실험을 수행하였을 경우의 세 경우에 대해서 비교하였으며 그 결과가 잘 일치하는 것을 알 수 있었다.

본 연구를 통하여 유한요소법에 의한 크랭크축의 진동 해석 시 크랭크 웨브의 기하학적 형상으로 인한 거대한 계산량을 현저히 감소시키면서, 동역학적 타당성을 지니는 해석방법인 자유도 저감법을 제시하였다. 따라서 자유도 저감법은 크랭크축의 고유진동해석시 상당한 계산 줄이는 효과를 가진다고 볼 수 있으며, 본 연구에서는 새로운 방법을 제시하였다는데 그 의미를 두고자 한다.

후 기

이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음. 이에 감사를 드립니다.

참고 문헌

1. Shaikh, N., "A Direct Method for Analysis of Branched Torsional System", ASME Paper 73-DET-134, 1973
2. Vierck, R. K., "Vibration Analysis", 2nd edition, pp. 333~357, Harper and Row Publishers, New York, 1979
3. Ochiai, k. and Nakano, M., "Relation Between Crankshaft Torsional Vibration and Engine Noise" Diesel Engine Noise Conference , p-80, pp185~192
4. Bagci, C. and Falconer, D. R., "Spatial Finite Line Element Method for

- Determining Critical Speeds of Multi-Throw Crankshafts Considering Actual Throw Geometry", ASME Paper 81-DET-141, 1981
5. Kamiya, T., Atsumi, T. and Tasaka, K., "Toyota's New Type of Crankshaft Pulley to Improve the Compartment Tone", SAE Paper 880078
6. Kinoshita, M., Sakamoto, T. and Okamura, H., "An Experimental Study of a Torsional-/Bending Damper Pulley for an Engine Crankshaft", SAE Paper 891127
7. Okamura, H. and Shinno, A., "A dynamic stiffness matrix approach to the analysis of three-dimensional vibrations of automobile engine crankshafts", JSME Page 88-0912A, 88-0913A
8. Fujii, K., "A Simulation of Crankshaft Bearing Vibration", SAE Paper 912495
9. Choi, M., "Dynamics and Vibrations of High Speed Rotor Bearing System Containing Camshafts and Crankshaft", Ph.D Dissertation, North Carolina State University, 1992
10. Jara-Almonte, J., "Extraction of Eigen-Pairs from Beam Structures Using an Exactased on a Continuum Formulation and The Finite Element Method", Ph. d Dissertation, Virginia Polytechnic & State University, 1985