

# 신경회로망을 이용한 상호 연결된 시스템의 비집중 제어와 평면 로봇 매니퓰레이터에의 응용

## Decentralized Control of Interconnected Systems Using a Neuro-Coordinator and an Application to a Planar Robot Manipulator

정희태, 전기준  
(Hee Tae Chung and Gi Joon Jeon)

**Abstract :** It is inevitable for local systems to have deviations which represent interactions and modeling errors originated from the decomposition process of a large scale system. This paper presents a decentralized control scheme for interconnected systems using local linear models and a neuro-coordinator. In the proposed method, the local system is composed of a linear model and unknown deviations caused by linearizing the subsystems around operating points or by estimating parameters of the subsystems. Because the local system has unmeasurable deviations we define a local reference model which consists of a local linear model and a neural network to estimate the deviations indirectly. The reference model is reformed into a linear model which has no deviations through a transformation of input variables and we obtain an optimum feedback control law which minimizes a local performance index. Finally, we derive a decentralized feedback control law which consists of local linear states and neural network outputs. In the decentralized control, the neuro-coordinator generates a corrective control signal to cancel the effect of deviations through backpropagation learning with the errors obtained from the differences of the local system outputs and reference model outputs. Also, the stability of local system is proved by the degree of learning of the neural network under an assumption on a neural network learning index. It is shown by computer simulations that the proposed control scheme can be applied successfully to the control of a biased two-link planar robot manipulator.

**Keywords:** neural network, decentralized control, reference model, planar robot manipulator, local linear model, neuro-coordinator

### I. 서론

실제 여러 분야에서 제어 대상이 되고 있는 시스템들은 점점 규모가 커지고 다양한 성능이 요구됨에 따라 시스템 변수들간의 비선형성과 구조적 불확실성이 증가되어 고도의 기능을 가진 제어 기법을 필요로 한다. 이러한 제어기법 중 대규모 시스템의 비집중 제어 방법은 전체 시스템의 정보 교환이 용이하지 않고 계산량이 많은 제어 시스템에 효과적으로 적용되어 왔다. 초기에는 계층적 분산제어 방식으로 상호 연결된 선형 대규모 시스템을 비집중 제어하는 방법들이 제시되었고[1], 점차적으로 비선형성을 가지는 상호 연결된 시스템의 제어와 개인화 비집중 분산 제어기 개발의 방향으로 연구가 진행되고 있는 추세에 있다. 이 중 Mao등[2]은 비선형 모델 오차와 상호작용이 존재하는 상호 연결된 시스템을 모델 추종 방법을 이용하여 완전히 비집중 제어하는 방법을 제안하여 주목을 받고 있다. 다른 한편으로는 제어 대상 시스템이 복잡해짐으로써 제어 대상 시스템의 환경이 쉽게 변하는데 적응하는 자기동조 기능을 가지는 적응제어 방법도 제한된 시스템의 불확실성에 대해서 안정성을 보장하면서 제어 성능을 개선하는 방향으로 연구되고 있다[3,4]. 최근에는 신경회로망의 입출력 정보를 이용한 비선형 함수의 표현과 병렬 분산처리 능력 때문에 로봇제어[5], 적응제어[6]등 여러 분야에도 널리 이용되고 있다. 특히, 로봇제어에서 신경회로망의 이용은 로봇 시스템의 역 특성을 학습하여 제어기로 이용하는 방법[7]과 기존의 선형 제어기와 병렬로 이용하는 방법[8] 그리고 신경회로망을 조정기로 이용하여 직접 제어하는 방법[9]등이 있다.

신경회로망을 이용한 제어에서는 신경회로망의 복잡성과 비선형성 때문에 신경회로망을 포함한 전체 시스템의 안정도에 관한 증명이나 수렴성에 관한 연구는 미흡한 실정이다. 그러나 신경회로망을 이용한 임의의 비선형 함수의 학습과 수렴성에 관해서는 여러 논문에서 다양한 신경회로망 모델을 사용하여 증명하고 있다[10,11]. 또한, 제어 대상 시스템이 불안정한 시스템일 경우 신경회로망을 제어기로 학습하기 위해서는 기존의 제어기나 시스템의 제어 정보를 이용하지 않고는 학습에 어려움이 있다[12]. 지금까지는 이러한 불안정한 시스템을 신경회로망 제어기로 제어할 경우 나타나는 문제점을 기존의 제어기로부터 제어 정보를 이용하여 신경회로망 제어기를 학습하거나 기존의 제어기와 신경회로망 제어기를 병렬로 사용하여 해결하고 있다[13].

본 논문에서는 상호 연결된 지역 시스템으로 이루어진 대규모 시스템을 각 지역 시스템의 비집중화된 선형 모델과 한 개의 신경회로망 조정기를 이용하여 비집중 제어하는 알고리듬을 제안하고 신경회로망 학습지수를 정의하여 각 지역 시스템의 안정성을 보인다. 제안한 방법에서는 먼저 지역 시스템의 매개변수를 동작점 부근에서 선형화하거나 또는 매개변수 추정을 통하여 구하고 아울러 지역 시스템간의 비선형 상호작용이나 모델 오차를 편차벡터로 정의하여 지역 시스템 모델을 구성한다. 다음으로는 지역 시스템을 구성하는 선형 매개변수와 신경회로망 조정기로 편차벡터를 추정하기 위한 지역 기준 모델을 정의한다. 지역 기준 모델은 지역 상태 변수에 대해서 비선형 상태 방정식으로 표현되므로 지역 기준 모델에 대해서 새로운 입력 변수를 정의하고 변수 치환을 통하여 지역 기준 모델을 완전히 분리된 지역 선형 모델로 변환하여 지역 성능지수를 최소로 하는 최적 제어법칙을 구한다. 이 제어법칙으로 각 지역 시스템에 대한 비집중 제어법칙을 지역 선형 시스템에 의한 선형

궤환과 신경회로망 조정기를 통한 상태변수의 비선형 궤환으로 유도하여 지역 시스템의 출력이 선형 기준 모델을 추종하도록 하면서 신경회로망 조정기가 각 지역 시스템에 나타나는 편차벡터의 영향을 보상하도록 한다.

동일 저자들은 지역 시스템의 편차벡터를 신경회로망으로 간접 추정하여 시스템을 비집중 제어하는 방법[14]을 제안한 바 있는데 본 논문에서는 이 방법을 변형하여 지역 시스템에 대해서 완전히 분리된 지역 모델을 구하고 편차벡터를 가지는 지역 시스템이 지역 기준 모델의 출력을 따라가게 신경회로망 조정기를 학습하는 방법을 제안하였고 신경회로망 조정기의 학습 정도로 지역 시스템의 안정성을 알 수 있는 학습지수를 새로 정의하였다. 그리고 신경회로망의 학습 정도를 나타내는 학습지수로서 신경회로망의 학습 정도를 나타내어 신경회로망 조정기의 학습 조건과 지역 시스템의 안정도를 증명한다. 제안한 비집중 제어 구조는 기존의 제어기와는 달리 지역 제어기와 병렬로 지역 시스템의 편차벡터를 보상해주는 신경회로망 조정기를 이용함으로서 지역 시스템이 불안정 할 경우에도 전체 시스템이 안정화되게 제어기를 설계하였고 또한 지역 선형 정보를 최대한으로 반영함으로써 제어기 설계 단계를 간단히 하였다. 제안한 알고리듬을 상태변수들 간에 비선형 결합을 가지며 축이 편향되어 정확한 모델링이 어려운 평면 로봇 매니퓰레이터에 적용하여 우수한 제어 성능과 제어 시스템의 안정성을 보여주고 더욱 복잡한 시스템의 비집중 제어의 가능성을 확인하였다.

## II. 문제설정

일반적으로  $N$ 개의 지역 시스템들이 상호 연결되어 전체 시스템을 구성하거나 전체 시스템을  $N$ 개의 지역 시스템으로 나눌 때  $i$ 번째 지역 시스템을 이산시간 상태공간 모델로 나타내면

$$\begin{aligned} X_i(k+1) = & f_i(X_i(k), U_i(k)) \\ & + g_i(X_1(k), \dots, X_i(k), \dots, X_N(k)) \quad (1) \\ & (i, j=1, 2, \dots, N, j \neq i) \end{aligned}$$

과 같다. 여기서  $X_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ ,  $U_i \in \mathbb{R}^{m_i}$ ,  $f_i(\cdot)$ 은 각각 상태변수, 입력 및  $i$ 번째 지역 시스템의 비선형 함수이고  $g_i$ 는  $i$ 번째 지역 시스템에 작용하는 상호작용 요소를 나타내는 비선형 함수이다. 그리고 전체 시스템의 상태변수는  $X \in \mathbb{R}^n$  ( $n = n_1 + n_2 + \dots + n_N$ ) 이고 입력은  $U \in \mathbb{R}^m$  ( $m = m_1 + m_2 + \dots + m_N$ ) 이다. (1)은 시스템의 입출력 변수에 대해서 비선형이고 지역 시스템간의 상호작용 요소를 포함하고 있기 때문에 기존의 선형 제어 이론으로 제어기를 구성하기가 어렵다. 그래서 (1)과 같이 나타나는 시스템을 지역 동작점 부근에서 선형화하거나 지역 시스템의 선형 매개변수 추정을 통하여 각 지역 시스템을 선형 모델과, 비선형 모델 오차를 포함한 지역 시스템간의 상호작용을 나타내는 변수  $Z$ 로

$$X_i(k+1) = A_i X_i(k) + B_i U_i(k) + Z_i(k) \quad (2) \quad (i=1, \dots, N)$$

과 같이 나타낼 수 있다. 여기서  $(A_i, B_i)$ 는 제어 가능하다고 가정하고  $Z_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ 는  $i$ 번째 지역 시스템에 대해서는 편차벡터로서 모르는 변수이다. 전체 시스템을 구성하는  $N$ 개의 지역 시스템을 (2)와 같이 나타낼 때 각 비집중 제어기는 다음과 같은 지역 성능함수

$$J_i = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \{ X_i^T(k+1) Q_i X_i(k+1) + U_i^T(k) R_i U_i(k) \} \quad (3) \quad (i=1, \dots, N)$$

를 최소로 하는 제어 법칙을 발생하는 것이 목적이다. 여기서  $R_i \in \mathbb{R}^{m_i \times m_i}$ ,  $Q_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ 는 양한정 및 반양한정

하중행렬이다. (2)에서 편차벡터가 영인 경우 (3)을 최소로 하는 최적제어 입력을 최적제어 이론으로부터 구하면

$$\begin{aligned} U_i^*(k) = & -K_i X_i(k) \\ K_i = & (R_i + B_i^T P_i B_i)^{-1} B_i^T P_i A_i \end{aligned} \quad (4)$$

와 같고  $K_i$ 는 최적 궤환이며,  $P_i$ 는 다음과 같은 Riccati 방정식의 해이다.

$$P_i = A_i^T P_i A_i - A_i^T P_i B_i (R_i + B_i^T P_i B_i)^{-1} B_i^T P_i A_i + Q_i \quad (5)$$

그러나 실제 각 지역 시스템은 (2)의  $Z_i$ 와 같이 측정 불가능한 편차벡터를 포함하고 있기 때문에 (3)을 최소로 하는 제어법칙을 최적제어 방법으로 직접 구할 수 없다.

다음 두 장에서는 측정이 어려운 편차벡터를 신경회로망으로 간접 추정하기 위한 지역 기준 모델을 정의하고 간접 추정한 편차벡터를 이용하여 지역 시스템의 출력이 편차벡터의 영향이 없는 지역 기준 모델의 출력을 따라가게 하는 지역 제어 법칙을 구한다. 또한, 편차벡터를 간접 추정하여 각 지역 시스템에서 편차벡터의 영향을 보상하는 신경회로망 조정기의 학습 알고리듬과 신경회로망의 학습지수를 정의하여 학습된 신경회로망 조정기를 포함한 지역 시스템의 안정성에 관해서 기술한다.

## III. 비집중 제어기 구성

지금부터는 각 지역 시스템의 편차벡터와 기준 모델 그리고 비집중 제어 법칙이 같은 방법으로 구해지기 때문에 이후로는  $i$ 번째 지역 시스템에 대해서만 다룬다. 제어 대상 시스템이 (2)에서와 같이 모르는 편차벡터를 포함하고 있기 때문에 먼저 편차벡터를 신경회로망 조정기로 간접 추정하기 위하여  $i$ 번째 지역 시스템에 대한 기준 모델을 지역 시스템의 선형 매개변수와 보조 입력으로

$$\hat{X}_i(k+1) = A_i \hat{X}_i(k) + B_i V_i(k) \quad (6)$$

$$V_i(k) = U_i(k) + K_i [X_i(k) - \hat{X}_i(k)] + G_i \hat{Z}_i(k) \quad (7)$$

과 같이 정의하였다. 보조 입력  $V_i$ 는 지역 시스템의 입력, 지역 시스템의 상태변수와 모델의 오차, 그리고 신경회로망 조정기의 출력 항으로 구성한다. 여기서  $\hat{X}_i$ 는 지역 기준 모델의 상태변수,  $K_i$ 는 편차벡터가 없는 지역 시스템의 최적제어,  $G_i$ 는 편차벡터를 신경회로망 조정기로 간접 추정하기 위하여 신경회로망 조정기 출력에 곱하는 이득으로 나중에 설정하는 요소이고  $\hat{Z}_i$ 는 신경회로망 조정기의 출력으로

$$\hat{Z}_i(k) = NN[X_1(k), \dots, X_i(k), \dots, X_N(k), U_1(k-1), \dots, U_N(k-1), W] \quad (8)$$

과 같이 각 지역 시스템의 입출력 변수와 신경회로망 조정기의 가중치 요소  $W$ 로 나타내었다.

지역 시스템에서 모델링되지 않은 편차벡터를 신경회로망 조정기 학습을 통하여 보상하여 편차벡터의 영향이 없는 지역 기준 모델의 상태변수 캐치를 따라가게 하는 것이 제안한 비집중 분산제어의 목적이므로 보조 입력을 이용한 완전히 분리된 지역 기준 모델에 대해서 (3)의 입력  $U_i$  대신 보조 입력  $V_i$ 로 대신하여 이 지수를 최소로 하는 제어법칙을 구하면

$$V_i(k) = -K_i \hat{X}_i(k) \quad (9)$$

과 같다. 여기서  $K_i$ 는 (4)에서와 같은 지역 기준 모델의 궤환 이득이다. 이 식을 (7)에 대입하여 정리하면 신경회로망 조정기의 보상 입력을 포함한 지역 시스템의 제어 입력은

$$U_i(k) = -K_i X_i(k) - G_i \hat{Z}_i(k) \quad (10)$$

과 같이 된다. (10)으로부터 지역 시스템의 비집중 제어 입

력을 지역 시스템의 선형 궤환과 신경회로망 조정기의 출력으로 나타낼 수 있다. 그리고 (9)와 (10)을 (6)에 대입하면 폐루프 기준 모델의 상태 방정식은

$$\begin{aligned}\widehat{X}_i(k+1) &= (A_i - B_i K_i) \widehat{X}_i(k) \\ \widehat{X}_i(0) &= X(0)\end{aligned}\quad (11)$$

가 되고 (10)을 (2)에 대입하면 지역 시스템의 폐루프 상태 방정식은

$$X_i(k+1) = (A_i - B_i K_i) X_i(k) + Z_i(k) - L_i \widehat{Z}_i(k) \quad (12)$$

가 된다. 여기서  $L_i = B_i G_i$  이다.

지금까지는 측정 불가능한 편차벡터로 인하여 구하기 어려운 지역 제어 법칙을 지역 상태변수의 궤환과 신경회로망 조정기의 출력으로 구하였다. 그러나 (10)의 지역 시스템의 제어법칙은 편차벡터의 영향이 없는 완전히 분산된 시스템의 제어법칙인 (4)와는 다를 수 있다. (10)의 제어법칙이 편차벡터가 존재하는 지역 시스템에 대해서 비선형 편차벡터를 보상하면서 최적제어 법칙으로 지역 시스템에 적용되기 위해서는 지역 시스템에서 측정이 어려운 편차벡터를 신경회로망 조정기로 보상하도록 신경회로망 조정기를 학습해야 한다. 지역 시스템과 기준 모델과의 출력 오차와 편차벡터의 오차를 각각

$$E_i(k) = X_i(k) - \widehat{X}_i(k) \quad (13)$$

$$\widehat{Z}_i(k) = Z_i(k) - L_i \widehat{Z}_i(k) \quad (14)$$

로 정의하면 오차 방정식은 (11)과 (12)로부터

$$\begin{aligned}E_i(k+1) &= (A_i - B_i K_i) E_i(k) + Z_i(k) - L_i \widehat{Z}_i(k) \\ &= A_i^* E_i(k) + \widehat{Z}_i(k)\end{aligned}\quad (15)$$

으로 나타낼 수 있다. 이 식으로부터 신경회로망 조정기의 가중치를

$$\min_{\eta \in \mathbb{R}^{N \times N}} \eta \cdot E_i^T(k+1) E_i(k+1) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (16)$$

이 되게 학습하면 지역 시스템이 지역 기준 모델을 추종하는  $\widehat{Z}_i$ 를 신경회로망 조정기 학습을 통하여 구할 수 있고 (10)에서 구한 비집중 제어 입력의 비선형 궤환 부분은 지역 시스템에서 편차벡터의 영향을 보상하는 보상 제어 입력 역할을 하게된다.

다음은 신경회로망 조정기의 학습 정도를 가지고 지역 시스템의 안정성을 보기 위해 신경회로망의 학습 정도를 나타내는 학습지수를

$$e_i^l = l \cdot \lim_{k \rightarrow \infty} \|L_i(\widehat{Z}_i(k) - \widehat{Z}_i(k))\| \quad (17)$$

$(i=1, 2, \dots, N)$

과 같이 정의하였다. 여기서  $l$ 은 동작점 근처에서의 상태변수의 여러 초기치에 대한 신경회로망 조정기의 반복 학습횟수이고  $\widehat{Z}_i$ 는 (15)의 오차 합수가 안정하게 되는 최적해 그리고  $\|\cdot\|$ 는 Euclidean Norm이다.

신경회로망 학습지수를 (17)과 같이 정의하여 신경회로망 조정기를 포함하는 비집중 제어 시스템의 안정성을 보기 위하여 먼저 (15)의 오차 방정식을 안정되게 하는 최적해  $\widehat{Z}_i$ 를 구하기 위해 오차 방정식에 대해서 다음과 같은 성능지수를 정의한다.

$$J_E = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \{E_i^T(k+1) Q_E E_i(k+1) + \widehat{Z}_i^T(k) R_E \widehat{Z}_i(k)\} \quad (18)$$

$(i=1, 2, \dots, N)$

여기서  $Q_E = \eta I_n$ 로 신경회로망 조정기의 학습률과 같게 정의하고  $R_E$ 를 아주 작게 선택하면 성능지수 합수는

$$J_E \simeq \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \eta \cdot \{E_i^T(k+1) E_i(k+1)\} \quad (19)$$

$(i=1, 2, \dots, N)$

가 되어 (16)의 신경회로망의 학습함수와 같은 형태가 된다.

$(A_i^*, I_n)$ 가 제어 가능하다고 가정하고 (15)와 (18)로부터 오차 합수의 성능지수를 최소로 하는 최적  $\widehat{Z}_i^*$ 를 구하면

$$\begin{aligned}\widehat{Z}_i^*(k) &= -S_i E_i(k) \\ S_i &= (R_E + D_i)^{-1} D_i A_i^*\end{aligned}\quad (20)$$

과 같다. 여기서  $D_i$ 는 다음과 같은 Riccati 방정식의 해이다.

$$D_i = A_i^{*T} D_i A_i^* - A_i^{*T} D_i (R_E + D_i)^{-1} D_i A_i^* + Q_E \quad (21)$$

그러나 실제 제어 시스템은 신경회로망 조정기의 가중치 학습을 통하여 오차 합수의 성능지수를 반복적으로 최소가 되도록 학습하기 때문에 오차 방정식을 안정하게 하는 최적

$\widehat{Z}_i^*$ 과 신경회로망 조정기 학습을 통해서 구해지는  $\widehat{Z}_i$ 를 비교하여 (17)에서 정의한 신경회로망의 학습지수를 오차 합수로 다시 나타내기 위해 (14)로부터 오차 합수의 최적 입력을

$$\widehat{Z}_i(k) = Z_i(k) - L_i \widehat{Z}_i^*(k) \quad (22)$$

으로 나타내어 (20)에 대입하면

$$Z_i(k) = L_i \widehat{Z}_i(k) - S_i E_i(k) \quad (23)$$

이 되고 이 식을 다시 (15)에 대입하면 오차 방정식을

$$E_i(k+1) = (A_i^* - S_i) E_i(k) + L_i \{ \widehat{Z}_i(k) - \widehat{Z}_i^*(k) \} \quad (24)$$

과 같이 신경회로망 조정기의 최적 학습 목표값과 신경회로망 조정기의 출력과의 오차값으로 표현할 수 있다.

정리 1 : 오차 합수의 시스템 행렬  $(A_i^*, I_n)$ 이 제어가능하고 신경회로망 조정기가 시스템 상태변수의 여러 초기치에 대해서 오차 합수 (16)을 최소로 하도록 학습하여 학습지수  $e_i^l$ 가

$$e_i^l \leq \epsilon_i < \infty \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (25)$$

를 만족하는 유한한 양의 상수  $\epsilon_i$ 가 존재하면 제안한 비집중 제어 법칙인 (10)으로서 지역 시스템 (2)를 안정시킬 수 있다.

증명 :  $(A_i^*, I_n)$ 가 제어 가능하면 (24)의 오차 방정식을 얻을 수 있고 이 식의 양변에 뉴(Norm)을 취하면

$$\begin{aligned}\|E_i(k+1)\| &\leq \|(A_i^* - S_i) E_i(k)\| + \\ &\quad \|L_i \{ \widehat{Z}_i(k) - \widehat{Z}_i^*(k) \}\| \quad \forall k\end{aligned}\quad (26)$$

이 되고  $k$ 에 대한 극한값을 구하면

$$\begin{aligned}\lim_{k \rightarrow \infty} \|E_i(k+1)\| &\leq \lim_{k \rightarrow \infty} \|(A_i^* - S_i) E_i(k)\| + \\ &\quad \lim_{k \rightarrow \infty} \|L_i \{ \widehat{Z}_i(k) - \widehat{Z}_i^*(k) \}\| \\ &= \frac{1}{l} e_i^l\end{aligned}\quad (27)$$

과 같다. 가정에 의해  $\lim_{k \rightarrow \infty} \|E_i(k+1)\| \leq \frac{1}{l} \epsilon_i$  이므로

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \lim_{k \rightarrow \infty} E_i(k+1) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (28)$$

이 되어 오차 방정식은 수렴한다. 따라서 지역 시스템의 상태변수는 (11)의 안정한 지역 기준 모델의 상태궤적을 따라가게 되므로 안정하게 된다. ■

제안한 알고리듬을 비집중 분산 제어 시스템으로 구성하면 그림 1과 같다.

#### IV. 신경회로망 조정기 학습

신경회로망 조정기가 지역 시스템의 편차벡터를 간접적으로 학습하면서 지역 시스템 출력이 지역 기준 모델을 추종하도록 하기 위해 (17)에서 정의한 오차를 이용하여 전체 시스템에 대한 오차함수를 나타내면

$$J = \frac{1}{2} E^T(k+1) E(k+1) \quad (29)$$

$$E(k+1) = [ E_1^T(k+1) E_2^T(k+1) \cdots E_N^T(k+1) ]^T \quad (30)$$

과 같다. 정의된 오차함수는 각 지역 시스템과 지역 기준 모델의 출력오차를 학습함수로 나타낸것으로 신경회로망 조정기를 학습하는데 사용한다. 학습에 사용된 신경회로망 조정기의 구조는 입력층과 출력층 그리고 1개의 은닉층을 가지는 다층 신경회로망으로 구조는 그림 2와 같다.

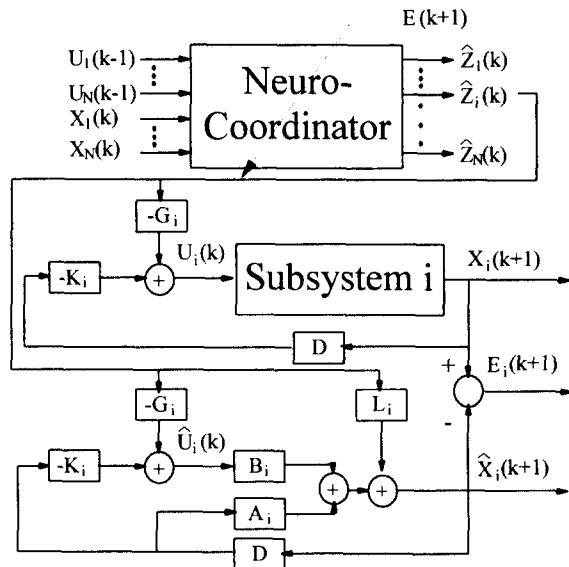


그림 1. 비집중 제어 시스템의 구성도.

Fig. 1. Structure of decentralized control system.

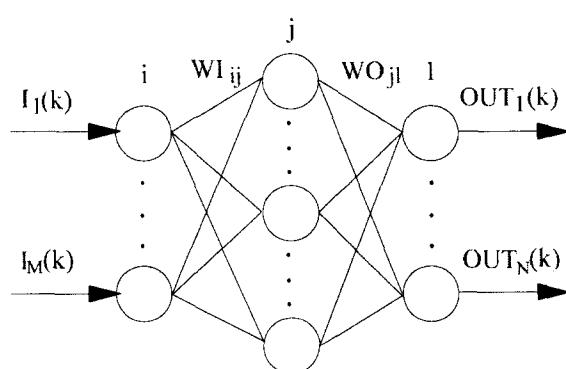


그림 2. 다층 신경회로망 구조.

Fig. 2. Structure of multilayer neural network.

이와 같은 다층 신경회로망 모델을 수학적으로 표현하면

$$\begin{aligned} R_i(k) &= \sum_i W_{ij} \cdot I_i(k) \\ H_j(k) &= f(R_j(k)) \\ OUT_i(k) &= \sum_j W_{ij} \cdot H_j(k) \end{aligned} \quad (31)$$

과 같고  $I_i(k)$ ,  $H_j(k)$ ,  $OUT_i(k)$ 는 각각 신경회로망의 입력, 은닉층의 출력 그리고 신경회로망의 출력을 나타낸다. 또한  $W_{ij}$ ,  $W_{ij}$ 는 입력과 출력층에서의 가중치이다. 그리고 입력과 출력 노드에서는 선형 함수를 사용하였고 은닉층에서는

$$f(x) = \frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} \quad (32)$$

과 같은 비선형 함수를 사용하였다. 신경회로망 모델에 대한 학습 알고리듬은 여러 가지 방법이 제시되었지만 여기에

서는 일반적으로 많이 사용되고 있는 역전파 알고리듬을 사용하였다. 학습을 위해 신경회로망 조정기의 출력을

$$OUT_i(k) = \hat{z}_i(k) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (33)$$

로 두고 신경회로망 조정기 학습을 위한 가중치에 대한 오차 함수의 기울기를 구하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial W_{jl}} &= \left\{ \frac{\partial E^T(k+1)}{\partial \hat{Z}(k)} \cdot \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial E(k+1)} \right\}^T \cdot \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial W_{jl}} \\ &= -E^T(k+1) \cdot L^T \cdot \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial W_{jl}} \\ &= -[ E_1^T(k+1) \cdot L_1^T E_2^T(k+1) \cdot L_2^T \cdots E_N^T(k+1) \cdot L_N^T ] \cdot \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial W_{jl}} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial W_{jl}} &= \left[ \frac{\partial \hat{z}_1(k)}{\partial W_{jl}} \frac{\partial \hat{z}_2(k)}{\partial W_{jl}} \cdots \frac{\partial \hat{z}_l(k)}{\partial W_{jl}} \cdots \frac{\partial \hat{z}_n(k)}{\partial W_{jl}} \right]^T \\ &= [ 0 \ 0 \cdots H_j(k) \cdots 0 ]^T \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial W_{jl}} &= \left( \frac{\partial E^T(k+1)}{\partial \hat{Z}(k)} \cdot \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial E(k+1)} \right)^T \cdot \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial W_{jl}} \\ &= -[ E_1^T(k+1) \cdot L_1^T E_2^T(k+1) \cdot L_2^T \cdots E_N^T(k+1) \cdot L_N^T ] \cdot \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial W_{jl}} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial W_{jl}} &= \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial H_j(k)} \frac{\partial H_j(k)}{\partial R_j(k)} \frac{\partial R_j(k)}{\partial W_{jl}} \\ &= \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial H_j(k)} \cdot f'[R_j(k)] \cdot I_j(k) \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{Z}(k)}{\partial H_j(k)} &= \left[ \frac{\partial \hat{z}_1(k)}{\partial H_j(k)} \frac{\partial \hat{z}_2(k)}{\partial H_j(k)} \cdots \frac{\partial \hat{z}_n(k)}{\partial H_j(k)} \right]^T \\ &= [ W_{j1} \ W_{j2} \ \cdots \ W_{jn} ]^T \end{aligned} \quad (38)$$

과 같다. 여기서  $\hat{Z}(k) = [\hat{Z}_1^T(k) \ \hat{Z}_2^T(k) \ \cdots \ \hat{Z}_N^T(k)]^T$ ,  $L = \text{diag}[L_1 \ L_2 \ \cdots \ L_N]$  이다. 그리고 기울기를 이용한 신경회로망 가중치의 교정식은

$$W(s+1) = W(s) + \eta \cdot \left( -\frac{\partial J}{\partial W} \right) + \alpha \delta W(s) \quad (39)$$

$$W(s+1) = W(s) + \eta \cdot \left( -\frac{\partial J}{\partial W} \right) + \alpha \delta W(s) \quad (40)$$

과 같다. 여기서  $S$ 는 가중치 개선을 위한 시간지표이고  $\eta$ ,  $\alpha$ 는 각각 학습률과 모멘텀률이다.

## V. 평면 로봇 매니퓰레이터 제어에의 적용

제안한 알고리듬을 축이 편향된 두 축 평면 로봇 매니퓰레이터 제어에 적용하였다. 두 축 평면 로봇 매니퓰레이터는 수평으로 직선과 회전운동을 하며 수직 축이 비정상적으로 최대  $\phi=4.5$  도로 기울어져 있고 회전축의 중심 무게와 거리는  $m_1, r_1$ , 회전축 팔의 길이와 부하의 무게는  $r, m_2$ 로 표시되며 그림 3과 같다. 수직으로 편향된 각도로 인하여 축 중심과 부하는  $m_1r_1\sin((\pi-\theta)/40), m_2r\sin((\pi-\theta)/40)$ 의 위치 에너지를 가지므로 Lagrangian으로부터 시스템 방정식을 구하면

$$\begin{aligned} m_1r_1^2\ddot{\theta} + 2m_2rr\dot{\theta} + m_2r^2\ddot{\theta} - \\ \frac{1}{40}g(m_1r_1 + m_2r)\cos((\pi-\theta)/40) + B_\theta\dot{\theta} = T(t) \\ m_2\ddot{r} - m_2r\dot{\theta}^2 + m_2g\sin((\pi-\theta)/40) + B_r\dot{r} = F(t) \end{aligned}$$

이된다. 여기서  $T(t), F(t)$ 는 입력 토크와 힘이며  $\theta(t)$ ,  $r(t)$ 는 회전변수와 직선 운동변수이고  $B_\theta, B_r$ 은 각각 회전운동과 직선 운동의 점성 마찰 계수이다. 시스템 방정식에서 알 수 있듯이 편향된 로봇 매니퓰레이터는 비선형성을 가지며 상태변수간의 비선형 결합으로 나타난다.

로봇 매니퓰레이터의 제어 목적은 초기의 임의의 위치로부터 지역 성능지수를 최소로 하면서 원점으로 되돌아오는 동작을 하는 것이다. 적정 제어를 위하여 성능지수

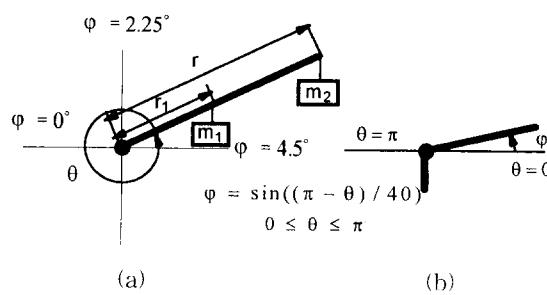


그림 3. 축이 수직으로 기울어진 두 축 평면 로봇 매니퓰레이터의 도식도. (a) 평면도, (b) 측면도.

Fig. 3. Schematic diagram of biased two-link planar robot manipulator.

- (a) Plane schematic diagram,
- (b) Lateral schematic diagram.

의 가중치 행렬을

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, Q_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, R_1 = 1, R_2 = 1$$

와 같이 두고 변수 값은  $B_\theta = 2.2 [ Nt \cdot m \cdot s/rad ]$ ,  $B_r = 2.8 [ Nt \cdot s \cdot m ]$ ,  $r_1 = 0.2 [ m ]$ ,  $m_1 = 10 [ Kg ]$ ,  $m_2 = 8 [ Kg ]$ 로 하였다[5]. 상태변수를

$$\begin{aligned} X_1^T &= [ X_{11}(t) \ X_{12}(t) ] = [ \theta(t) \ \dot{\theta}(t) ] \\ X_2^T &= [ X_{21}(t) \ X_{22}(t) ] = [ \varphi(t) \ \dot{\varphi}(t) ] \\ &[ U_1(t) \ U_2(t) ] = [ T(t) \ F(t) ] \end{aligned}$$

로 정의하여 2개의 지역 시스템으로 나누고 샘플링 시간을 0.05초로 하여  $X_1 = [ 0 \ 0 ]^T$ ,  $X_2 = [ 0 \ 0 ]^T$ 에서 이산시간 모델로 선형화하여 지역 시스템을 지역 선형 상태변수와 편차벡터로써 나타내면

$$\begin{aligned} X_1(k+1) &= A_1 X_1(k) + B_1 U_1(k) + Z_1(k) \\ X_2(k+1) &= A_2 X_2(k) + B_2 U_2(k) + Z_2(k) \end{aligned}$$

와 같다. 여기서 각 지역 시스템에 대한 선형 매개변수는 다음과 같다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0437 \\ 0.0001 & 0.7596 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.0029 \\ 0.1093 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0496 \\ 0.0000 & 0.9827 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.0002 \\ 0.0062 \end{bmatrix}$$

각 지역 시스템은 편차벡터가 영일 때 시스템 1은 극점이 1.0000, 0.7596에 시스템 2는 1.0000, 0.9827에 존재하는 임계 안정한 시스템이다. 이와 같은 지역 시스템으로부터 지역 선형 최적 이득을 구하면

$$K_1 = [ 2.8012 \ 1.5651 ], \ K_2 = [ 3.1085 \ 5.4021 ]$$

와 같다. 신경회로망 조정기의 학습을 통하여 시스템 안정도를 보기 위해서 오차 방정식의 성능지수 함수의 가중치를

$$Q_{E_1} = Q_{E_2} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}, R_{E_1} = R_{E_2} = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix}$$

와 같이 두고  $S_i$ 를 계산하여 신경회로망 조정기의 학습지수를 구하였다. 신경회로망 조정기의 이득은 신경회로망의 학습률과 상호 보완 관계에 있기 때문에  $G_1 = [ 1.0 \ 1.0 ]$ ,

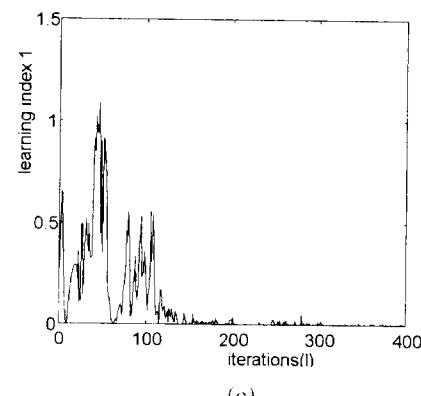
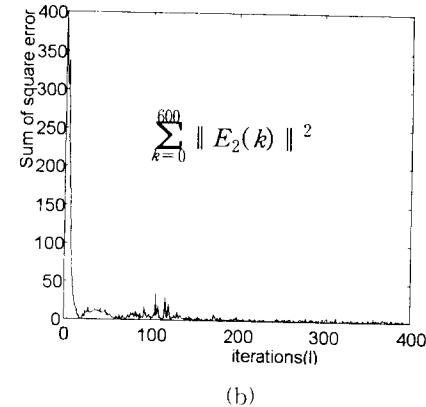
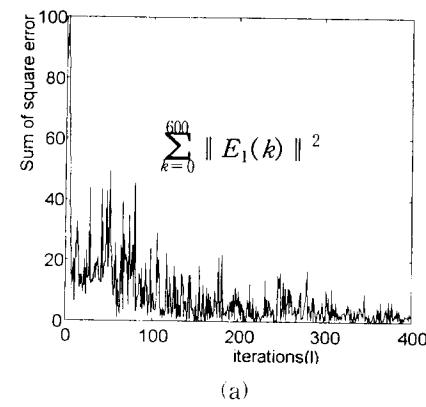
$G_2 = [ 10. \ 10. ]$ 로 임의로 선택하고 조정기의 입력과 출력 변수를

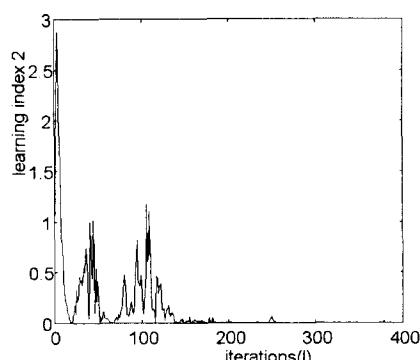
$$\begin{aligned} I(k) &= [ x_1(k) \ x_2(k) \ x_3(k) \ x_4(k) \ U_1(k-1) \ U_2(k-1) ]^T \\ OUT(k) &= [ \hat{z}_1(k) \ \hat{z}_2(k) \ \hat{z}_3(k) \ \hat{z}_4(k) ]^T \end{aligned}$$

로, 그리고 은닉층의 노드수를 15개로 하였다. 신경회로망 조정기의 학습률  $\eta$ 와 모멘텀률  $\alpha$ 를 각각 0.01, 0.01로 하고

신경회로망의 가중치 초기 값을 (-0.01, 0.01)사이의 랜덤값으로 그리고 각 시스템 변수의 초기 값을  $X_{11}(0)$ 은 (-1.5, 1.5),  $X_{12}(0)$ 은 (-0.05, 0.05),  $X_{21}(0)$ 은 (-1.0, 1.0),  $X_{22}(0)$ 은 (-0.05, 0.05)사이의 랜덤값으로 두고 400회 반복적으로 신경회로망을 오프라인 학습하는 과정을 그림 4의 (a)-(d)에 나타내었다.

그림 4의 (a)-(b)는 각 초기치에 대한 학습 오차의 사상의 합을 보여주고 그림 4의 (c)-(d)는 시스템을 안정하게 하는 각 지역 시스템의 학습지수 값의 변화를 나타내었다. 그림에서 시스템은 330번 반복 학습을 통하여 완전히 안정됨을 볼 수 있고 학습횟수를 반복함에 따라 학습 오차가 감소함을 볼 수 있다. 오프라인 학습후 시스템의 초기치를  $X(0) = [ 1.0 \ 0.0 \ 0.6 \ 0.0 ]^T$ 로 하여 시스템의 응답을 다른 제어 방법과 비교하였다. 방법 1은 편차가 존재하는 ( $Z_1 \neq 0, Z_2 \neq 0$ ) 시스템을 신경회로망 조정기를 사용하지 않고 지역 선형 최적 제어기로 분산 제어한 결과이고 방법 2는 편차벡터가 없는 지역 기준 모델의 상태변수 궤적이고 방법 3은 제안한 비집중 제어 방법으로 시스템을 제어한 결과이다. 각 방법에서 시스템 입력과 상태변수를 그림 5부터 그림 10까지에 나타내었다. 그리고 그림 11은 제안한 방법에서의 신경회로망 조정기의 출력값을 보여준다.





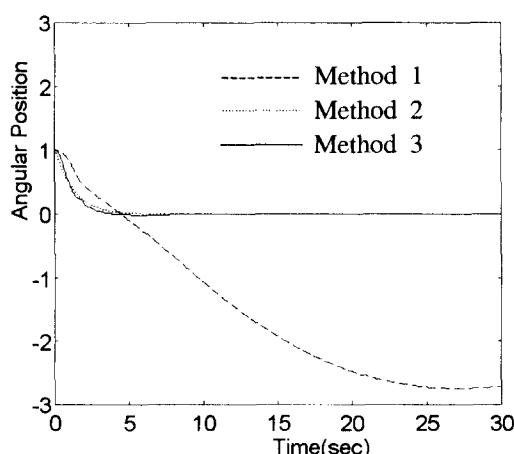
(d)

그림 4. 랜덤 초기치에 대한 학습오차와 학습지수.  
 (a) 시스템 1에 대한 학습오차의 자승의 합,  
 (b) 시스템 2에 대한 학습오차의 자승의 합,  
 (c) 시스템 1의 학습지수,  
 (d) 시스템 2의 학습지수.

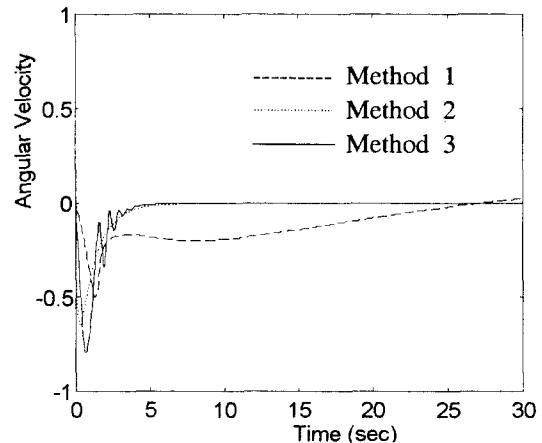
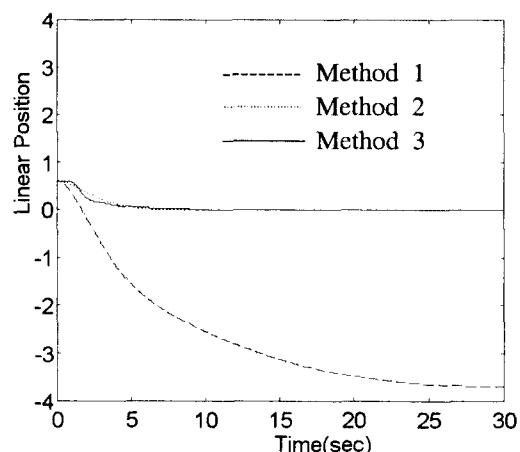
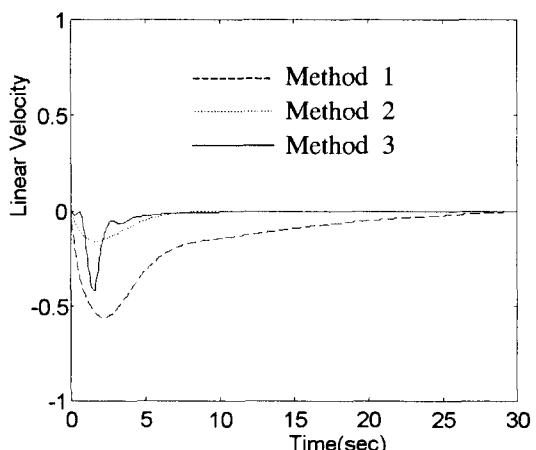
Fig. 4. Sum of squared errors and learning index for random initial conditions.

- (a) Sum of squared errors for system 1,
- (b) Sum of squared errors for system 2,
- (c) Learning index for system 1,
- (d) Learning index for system 2.

이 결과들로부터 지역 시스템을 지역 선형 최적 제어기만으로 제어한 결과는 지역 시스템의 편차벡터를 고려하지 않았기 때문에 각 지역 시스템을 안정화하는데 실패함을 볼 수 있고 신경회로망 조정기와 지역 기준 모델을 이용한 비집중 제어기는 비선형 상호작용 요소가 있는 시스템을 효과적으로 비집중 제어하고 있음을 보여주고 있다. 그리고 신경회로망의 학습지수로부터 신경회로망 조정기가 충분한 반복 학습을 한 다음 신경회로망 조정기를 포함하는 각 지역 시스템이 안정됨을 볼 수 있고 학습 횟수가 많아질수록 오차가 감소함을 확인할 수 있다. 또한, 제안한 제어 알고리듬은 비선형 상호작용과 모델 오차가 있는 시스템을 신경회로망 조정기를 통하여 비선형 케환 형태로 각 지역 시스템의 편차벡터를 보상하여 지역 시스템의 출력이 편차벡터의 영향이 없는 지역 기준 모델의 특성을 따라가게 하는 제어기로 동작함을 볼 수 있다.

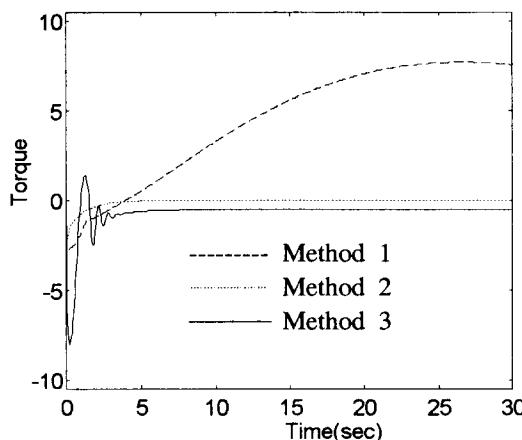
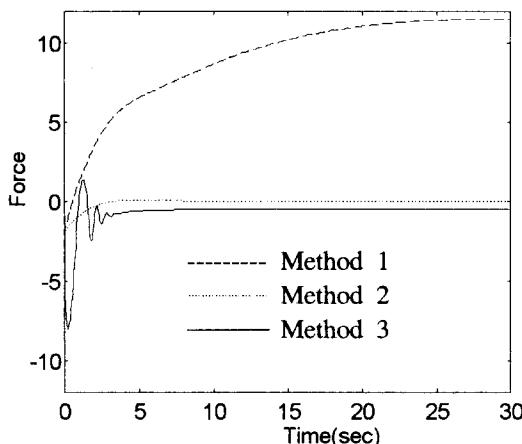
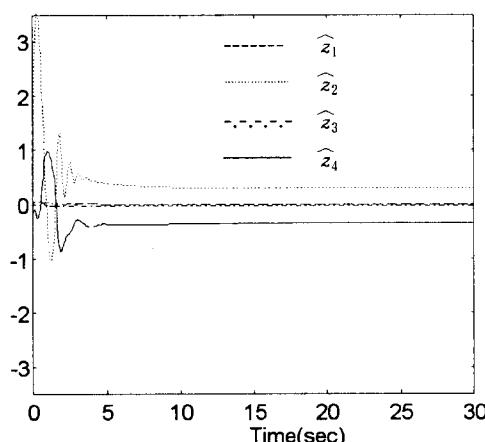
그림 5. 각변위 출력( $\theta$ ).Fig. 5. State trajectories of angular positions( $\theta$ ).

상호 연결된 비선형 다변수 시스템을 신경회로망 조정기와 지역 기준 모델을 통하여 비집중 제어하는 알고리듬을 제안하였고 편향 축을 가지는 두 축 평면 로봇 매니퓰레이터에 적용하여 제어 성능을 확인하였다. 그리고 신경회로망의 학습지수를 정의하여 신경회로망의 학습 정도로서 지역 시스템의 안정성을 보여 주었다.

그림 6. 각변위 출력( $\theta$ ).Fig. 6. State trajectories of angular positions( $\theta$ ).그림 7. 선형변위 출력( $\gamma$ ).Fig. 7. State trajectories of linear positions( $\gamma$ ).그림 8. 선형속도 출력( $\gamma$ ).Fig. 8. State trajectories of linear velocities( $\gamma$ ).

## VI. 결론

본 논문에서는 비선형 모델 오차와 상호작용이 존재하는

그림 9. 토크입력( $T$ ).Fig. 9. The torque input( $T$ ).그림 10. 힘 입력( $F$ ).Fig. 10. The force input( $F$ ).그림 11. 신경회로망 조정기 출력( $\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3, \hat{z}_4$ ).Fig. 11. Outputs of neuro-coordinator( $\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3, \hat{z}_4$ ).

제안한 방법은 실제 시스템의 비집중 제어에 있어서 존재할 수 있는 지역 시스템간의 비선형 상호작용과 또는 선형화나 매개변수 추정을 통하여 구한 모델의 모델 오차 등을 직접 측정할 수 없는 경우 지역 기준 모델과 신경회로망 조정기 학습을 통하여 편차벡터의 영향을 보상하는 알고리듬으로

대규모 비선형 시스템의 비집중 제어의 가능성을 보여 주었다. 지역 시스템의 선형 매개변수로서 구한 선형 케환과 신경회로망 조정기의 출력으로 구성된 비선형 케환 제어 법칙을 비집중 제어 법칙으로 이용함으로써 제어 대상 시스템이 불안정하거나 부분적으로 알려져 있는 경우에도 효과적으로 적용할 수 있을 것으로 본다. 앞으로의 연구 과제는 신경회로망이 학습 가능하게 되는 지역 시스템간의 상호 작용의 경계 조건을 구하는 것과 상태변수 추적 문제에 적용하는 것이다.

### 참고문헌

- [1] M. G. Singh, M. F. Hassan and A. Titli, "Multi-Level feedback control for interconnected dynamical systems using the prediction principle," *IEEE Trans. Syst., Man and Cyber.*, vol. SMC-6, pp. 223-239, June, 1976.
- [2] C. J. Mao and W. S Lin, "Decentralized control of interconnected systems with unmodelled non-linearity and interaction," *Automatica*, vol. 26, no. 2, pp. 263-268, 1990.
- [3] P. A. Ioannou, "Decentralized adaptive control of interconnected systems," *IEEE Trans. Auto. Cont.*, vol. AC-31, no. 4, Apr. 1986.
- [4] H. Trinh and M. Aldeen, "Decentralized feedback controllers for uncertain interconnected dynamic systems," *IEE Proc.-D*, vol. 140, no. 6, Nov. 1993.
- [5] K. Ahmet, I. S. Subramania and K. S. Malur, "Identification and decentralized adaptive control using dynamical neural networks with application to robotic manipulators," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 4, no. 6, Nov. 1993.
- [6] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 1, no. 1, Mar. 1990.
- [7] K. Saga, T. Sugasaki, M. Sekiguchi, S. Nagata and K. Asakawa, "Mobil robot by neural networks using self-supervised learning," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 39, no. 6, Dec. 1992.
- [8] A. Ishiguro, T. Furuhashi, S. Okuma and Y. Uchikawa, "A neural network compensator for uncertainties of robotics manipulators," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 39, no. 6, Dec. 1992.
- [9] X. Cui and K. G. Shin, "Direct control and coordination using neural networks," *IEEE Trans. Syst. Man and Cyber.*, vol. 23, no. 3, May/June, 1993.
- [10] M. J. Willis, C. D. Massimo, G. A. Montague, M. T. Tham and A. J. Morris, "Artificial neural networks in process engineering," *IEE Proc.-D*, vol. 138, no. 3, May, 1991.
- [11] A. U. Levin and K. S. Narendra, "Control of nonlinear dynamical systems using neural networks: controllability and stabilization," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 4, no. 2, Mar. 1993.
- [12] M. S. Ahmed and I. A. Tasadduq, "Neural-Net controller for nonlinear plants: design approach

- through linearisation," *IEE Proc.-D*, vol. 141, no. 5, Sep. 1994.
- [13] Y. Iiguni, H. Sakai and H. Tokumaru, "A nonlinear regulator design in the presence of system uncertainties using multilayered neural networks," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 2, no. 4, July. 1991.
- [14] 정희태, 전기준, "신경회로망 조정기를 이용한 비선형 시스템의 비집중 제어," 대한전자공학회지 제33권 6호, 1996.



#### 정희태

1964년 2월 1일생. 1986년 경북대학교 전자공학과 졸업. 1988년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1988년 ~ 현재 동 대학원 박사과정. 주관심분야는 퍼지 시스템, 인공 신경회로망을 이용한 제어, 대규모 시스템제어등임.

#### 전기준

제어·자동화·시스템공학회 논문지 제 2권, 제 1호 참조.