

멀티레이트 표본 데이터 제어 시스템의 안정화

Stabilization for Multirate Sampled-Data Control Systems

이 상 정, 김 영 백
(Sang Jeong Lee and Young Baek Kim)

Abstract : This paper proposes a stabilizing controller for the multirate sampled data systems which have a periodic output measurement scheme. A sufficient condition for maintaining observability in the multirate sampled-data system is derived and a design strategy for disturbance rejection is proposed. The proposed controller has IMC structure, and can be decomposed into the disturbance estimator and the inverse of the fast uniform sampled plant. We assume that the plant is open-loop stable and the disturbance consists of a sum of finite number of sinusoids with different frequencies. An example is presented for illustrations.

Keywords : multirate systems, IMC(Internal Model Control), disturbance rejection

I. 서론

멀티레이트 디지털 제어는 1950년대 초부터 시작되어 많은 사람들이 지속적인 관심을 보여 온 연구 분야이다. 초기에 멀티레이트 디지털 제어에 관한 연구는 항공 분야에서 제어기 구현상의 필요성 때문에 시작되었으나 곧 이어 여러 가지 분산 시스템에 대한 제어 분야에도 응용되기 시작했다 [1]. 최근 들어 주기적인 멀티레이트 이산 제어기로 선형 시불변 플랜트를 제어하는 문제가 활발히 연구되고 있으며 영점 배치[2][3][4], 강인성 개선[2][5][6], 모델 matching과 비결합[7]등의 여러 제어 문제에 종래의 선형 시불변 제어기보다 주기성을 갖는 멀티레이트 제어기가 우수하다는 것이 발표되었다. 한편으로 화학 공정이나 기계 공정들 중에는 주기적인 특성을 갖는 플랜트들이 많이 있어서 이에 대한 제어 문제는 자연스럽게 주기적인 모델로 표현된 플랜트에 멀티레이트 제어 방식이나 주기적인 제어 방식을 사용하게 되었다[8][9].

본 논문에서는 주기적인 출력 측정 방식을 취하는 멀티레이트 표본 데이터 시스템의 안정화 제어기 설계 방법을 제안한다. 먼저 2장에서 본 논문에서 다룬 멀티레이트 표본 데이터 시스템과 설계 문제를 설명하고, 멀티레이트 플랜트에 대한 안정화 제어기의 매개 변수화 결과를 살펴보고 이들 결과는 본 논문에서 다루는 문제에 적용할 수 없음을 보인다. 3장에서는 이 문제를 해결하기 위해 개루프 상태에서 안정한 플랜트에 대한 2단계 설계 과정을 제안한다. 주어진 멀티레이트 제어 시스템의 안정화 제어기 설계 문제를 외란 추정기와 일정한 샘플링 주기로 이산화한 플랜트의 전달함수를 이용한 수정된 IMC 제어기의 설계 문제로 해결할 수 있음을 보이고 예제를 통해 성능을 검증한다. 마지막으로 4장에서 결론을 맺는다.

II. 문제 설정

그림 1의 멀티레이트 표본 데이터 폐환 시스템을 고려해 보자. 여기서 G_p 는 안정한 시불변 연속 시간 플랜트, K 는 이산화 제어기, $u(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 제어 입력, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 출력, $d(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 외란, $r(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 기준 입력, H_T 는 주기가 Δ 인 zero-order hold 이다. 본 논문에서 다루는 주기적인 출력 측정 방식은 그림 2에 나타나 있고 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

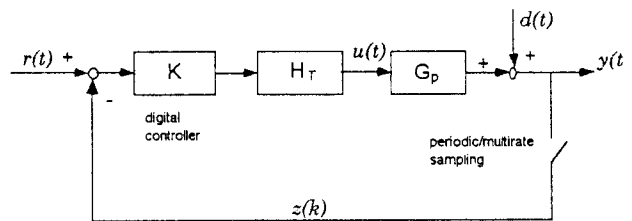


그림 1. 주기적인 측정을 하는 멀티레이트 표본 데이터 시스템.

Fig. 1. Sampled-data feedback system with periodic measurement.

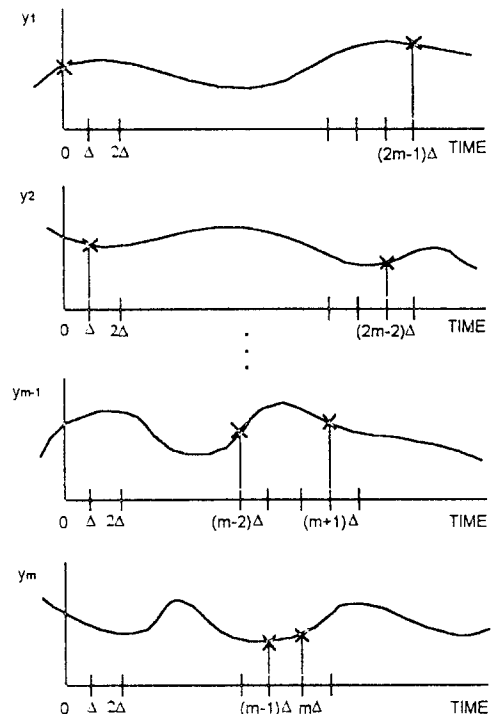


그림 2. 지그재그 출력 측정 방식.

Fig. 2. Zigzag output measurement scheme.

$$z(k) = \begin{cases} y_1(k\Delta) & \text{if } k=0, 2m-1, 2m, 4m-1, \dots \\ y_2(k\Delta) & \text{if } k=1, 2m-2, 2m+1, 4m-2, \dots \\ \vdots \\ y_m(k\Delta) & \text{if } k=m-1, m, 3m-1, 3m, \dots \end{cases}$$

접수일자 : 1996. 1. 22., 수정완료 : 1996. 5. 15.

이상정 : 충남대학교 전자공학과

김영백 : 충남대학교 전자공학과, 국방과학연구소

* 이 논문은 1994년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

이 출력 측정 방식에 의하면 매 샘플링 순간마다 출력 신호들 중에서 항상 하나의 신호만 샘플링 되고 각 출력 신호에 대한 샘플링 간격은 일정하지 않게 된다. 그 중에서 가장 짧은 주기 Δ 를 '기본 샘플링 주기'(basic sampling period)라 하고, 가장 긴 주기 $2m\Delta$ 를 '프레임 샘플링 주기'(frame sampling period)라 부르기로 한다. 또한 프레임 샘플링 주기 $2m\Delta$ 동안 각각의 출력에 대한 샘플링 회수는 항상 2회가 됨을 알 수 있다. 이런 방식의 주기적인 측정 방식은 산업 공정에서 그 실제적인 예를 찾아볼 수 있는 데 hot-dip 아연 도금 공정이나 제지 공정에서 볼 수 있는 지그재그 측정 방식이 위와 같은 주기적 측정 방식이다[10][11].

이제 $G_p(s)$ 의 ZOH 등가 상태 공간 모델을 다음과 같이 두자.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \tag{2.1}$$

$$y(k) = Cx(k) + d(k). \tag{2.2}$$

측정된 출력 $z(k)$ 는

$$z(k) = P(k)y(k) \tag{2.3}$$

으로 표시할 수 있으며 여기서

$$P(k) = \text{diag} \{ p_i(k) \} \text{ for } i = 1, 2, \dots, m \tag{2.4}$$

$$p_i(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } k=i-1, \\ & 2m-i, 2m+i-1, \\ & 4m-i, 4m+i-1, \dots \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{2.5}$$

이다. 따라서 본 논문에서 다루는 멀티레이트 표본 데이터 시스템의 상태 공간 모델은 다음과 같다:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \tag{2.6}$$

$$z(k) = C(k)x(k) + P(k)d(k). \tag{2.7}$$

여기서,

$C(k) = P(k)C$, $C(k+N) = C(k)$, $P(k+N) = P(k)$ 이다. N 은 측정 주기로 $N = 2m$ 이며 $C(k)$ 와 $P(k)$ 는 주기적인 측정 방식 때문에 주기 함수이며 모든 k 에서 한 행 외에는 모든 행이 영이 되는 특징을 갖는다.

이와 같은 시스템에 본 논문에서 다루는 제어기 설계 문제는 다음과 같다:

“안정된 연속 시간 플랜트의 출력을 주기적으로 샘플링한 시스템 (2.6)(2.7)을 내부적으로 안정(internally stable)되게 하고 외란의 영향을 최소화하는 이산화 제어기를 설계하라.”

주기적 시스템(periodic system) 또는 멀티레이트 시스템의 안정화 제어기 설계 문제는 최근에 많은 연구 결과가 발표 되었으며[2-7, 12-16], 특히 M. A. Dahleh는 주기성을 갖는 제어기가 주기적인 시스템을 안정화할 수 있는 이유를 규명 하였다[12]. 주기적 시스템의 LQ 최적 제어에 대해서는 S. Bittanti등이 주기적인 리카티식의 해에 의한 주기적인 제어 법칙으로 주어짐을 보였다[13]. 또한 S. Bittanti등은 주기적인 시스템에 대한 LQG문제의 해가 주기적임을 보였고 L. Xie와 C. E. de Souza는 주기적인 시스템의 infinite horizon H_∞ 상태 추정 문제도 주기성을 갖는 sign indefinite 리카티식의 해를 통해 주기성을 갖는 상태 추정기로 구할 수 있음을 보였다[14]. 최근에, Youla의 매개 변수화 결과를 lifting technique[2][3]을 이용하여 멀티레이트나 주기적인 시스템의 경우로 확장한 안정화 제어기 매개 변수화 결과[12,15,16]가 발표되었으며, 이들 결과에 근거하여 본 논문에서 다루는 제어기 설계 문제를 해결하고자 한다. 즉, lifting technique을 이용하여 주어진 멀티레이트 또는 주기적인 시스템을 shift-invariant 형태로 변환하게 되면 주어진 시스템에 대한 해석이 시변 영역이 아니라 시불변 영역에서 가능해지므로 안정화 제어기는 lifted system에 대해서 IMC 구조를 갖도록 구현할 수 있다.

정리 2.1: [12][15][16]: $\bar{G}(z)$ 를 주어진 멀티레이트 또는

주기적인 플랜트로부터 lifting technique를 이용하여 구한 shift-invariant equivalent system이라 하고, $N(z)M^{-1}(z) = \bar{M}^{-1}(z)\bar{N}(z)$ 는 다음 식을 만족하는 $\bar{G}(z)$ 의 right, left coprime factorization이라 한다.

$$\begin{bmatrix} \bar{R} & \bar{S} \\ -\bar{N} & \bar{M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M & -S \\ N & R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

여기서,

$$S(\infty) = \bar{S}(\infty) = 0,$$

$$R(\infty) = \bar{R}(\infty) = M(\infty) = \bar{M}(\infty) = I,$$

$$N(\infty) = \bar{N}(\infty) = \bar{G}(\infty) \text{ 이다.}$$

이때 멀티레이트 또는 주기적인 플랜트에 대한 안정화 제어기는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{C}_s &= (\bar{R} + \bar{Q}\bar{M})^{-1}(\bar{S} - \bar{Q}\bar{M}) \\ &= (S - M\bar{Q})(R + N\bar{Q})^{-1}. \end{aligned} \tag{2.9}$$

여기서 $Q(z)$ 는 $Q(\infty)$ 가 (P_i, M_i) causality condition[14]를 만족하는 임의의 안정한 전달함수 행렬이다.

주어진 플랜트가 안정하다면 멀티레이트 또는 주기적 시스템에 대한 안정화 제어기는 그림 3과 같이 IMC 구조로 구현할 수 있다.

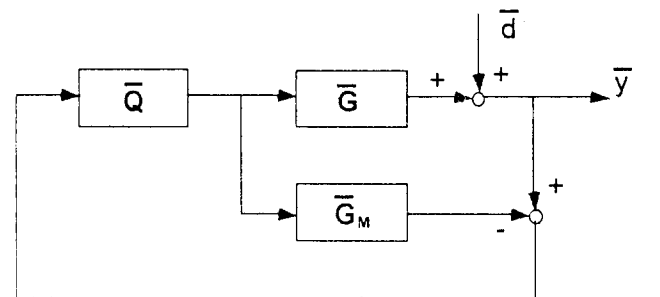


그림 3. Lifted 시스템의 IMC 구조.

Fig. 3. IMC structure for lifted system.

여기서 모델과 플랜트가 일치한다면 즉, $\bar{G} = \bar{G}_M$ 이면 외란을 제거하기 위한 perfect controller[17]는 $\bar{Q} = \bar{G}_M^{-1}$ 로 두면 된다. 그러나 플랜트에 시간 지연 요소나 비최소 위상 영점이 있으면 플랜트 전달함수의 역을 직접 사용한 perfect controller는 구현이 불가능하거나 불안정한 제어기가 된다. 또한 모델링 오차에 지나치게 민감해 지므로 perfect controller를 IMC 제어기로 직접 사용하는 것이 불가능할 경우가 많다. 따라서 실제적인 IMC 제어기 Q 는 플랜트 전달함수에 포함된 비최소 위상 영점이나 시간 지연 요소를 제외하여 플랜트 전달함수의 역을 구하고, 제어기의 전달함수가 improper가 되는 것을 방지하기 위해 전치 필터를 추가하여 사용하는 것이 일반적이다. 그런데 본 논문에서 다루는 문제는 플랜트 전달함수 행렬의 역을 구하는 그 자체가 불가능한 경우이다.

정리 2.2 : N 주기의 측정 방식을 취하는 멀티레이트 표본 데이터 시스템 (2.6) - (2.7)에 대한 lifted system의 전달함수 행렬은 singular이다.

증명 : lifted system의 전달함수 행렬 \bar{G} 는 다음과 같다.

$$\bar{G} = \bar{C}(zI - \bar{A})^{-1} + \bar{D} \tag{2.10}$$

여기서,

$$\bar{A} = A^N, \tag{2.11}$$

$$\bar{B} = [A^{N-1}B \ A^{N-2}B \ \dots \ AB \ B] \quad (2.12)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C(0) \\ C(1)A \\ \vdots \\ C(N-1)A^{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C(1)B & 0 & 0 \\ C(2)AB & C(2)B & 0 \\ C(3)A^2B & C(3)AB & C(3)B \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C(N-1)A^{N-2}B & C(N-1)A^{N-3}B & C(N-1)A^{N-4}B \\ \vdots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & C(N-1)B & 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$C(0) = \begin{bmatrix} C_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad C(1) = \begin{bmatrix} 0 \\ C_2 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots \quad C(m-1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix}$$

$$C(m) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix} \quad C(m+1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ C_{m+1} \end{bmatrix} \quad \dots \quad C(N-1) = \begin{bmatrix} C_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

이때 (2.15)에서 C_i 는 C 행렬의 i 번째 행이다. $\Phi = (zI - A)^{-1}$ 라 두면 전달함수 행렬은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} C(0)\Phi A^{N-1}B \\ C(1)(A\Phi A^{N-1} + I)B \\ C(2)A(A\Phi A^{N-1} + I)B \\ \vdots \\ C(N-1)A^{N-2}(A\Phi A^{N-1} + I)B \\ \vdots \\ C(0)\Phi A^{N-2}B & \vdots & C(0)\Phi B \\ C(1)A\Phi A^{N-2}B & \vdots & C(1)A\Phi B \\ C(2)(A^2\Phi A^{N-2} + I)B & \vdots & C(2)A^2\Phi B \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C(N-1)A^{N-3}(A^2\Phi A^{N-2} + I)B & \vdots & C(N-1)A^{N-1}\Phi B \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

\bar{G} 의 i 번째 블록은 $C(i)H_{ij}$ 형태를 갖으며 H_{ij} 는 행렬 A 와 B 로 구성되는 $n \times m$ 행렬이다. $C(i)$ 는 (2.15)의 형태를 취하므로 \bar{G} 는 $N(m-1)$ 개의 0 행을 갖는다. 그러므로 \bar{G} 는 singular이다. ■

III. IMC구조를 갖는 제어기

이 절에서는 개루프 상태에서 안정한 플랜트에 대해서 주어진 멀티레이트 표본 데이터 시스템의 lifted system 전달함수 행렬이 singular인 문제점을 해결하기 위한 설계 과정을 제안한다.

본 논문에서 제안하는 설계 기법의 개념을 설명하기 위해 2주기(=2Δ)마다 한번씩 출력을 샘플링하는 다음과 같은 스칼라 시스템을 예로 들어보자.

$$x(k+1) = \alpha x(k) + \beta u(k),$$

$$y(k) = x(k) + d(k).$$

이 시스템에 대한 lifted system은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{x}(k+1) = \alpha^2 \bar{x}(k) + [\alpha\beta \ \beta] \bar{u}(k)$$

$$\bar{y}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{x}(k) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{d}(k)$$

여기서, $\bar{x}(k) = x(2k)$, $\bar{u}(k) = [u(2k) \ u(2k+1)]^T$, $\bar{y}(k) = [y(2k) \ y(2k+1)]^T$, $\bar{d}(k) = [d(2k) \ d(2k+1)]^T$ 으로 정의된다.

이 시스템의 전달함수 행렬은 명백히 singular이다. 따라서 lifted 시스템의 전달함수의 역을 이용해서 IMC 제어 시스템을 구현하는 것은 불가능하다. 그러나 출력 샘플링이 빠진 순간 ($k = \text{odd}$)의 신호를 적절히 예측할 수 있다면 샘플링 주기가 2Δ인 lifted system의 전달함수 대신 샘플링 주기가 Δ인 전달함수를 이용하여 IMC 제어 시스템을 구현할 수 있을 것이다. 그림 4는 zero-order hold로 외란 신호 중 샘플링 과정에서 빠진 부분을 예측해서 샘플링주기가 Δ인 플랜트 전달함수 G_d 의 역을 IMC 제어기로 사용한 예를 나타낸다. 그림 4에서 \bar{G} 는 플랜트의 lifted system 전달함수이고, \bar{G}_M 은 플랜트 모델의 lifted system 전달함수이다. λ는 2주기마다 한번씩 행하는 샘플링 동작을 나타낸다. 이 예를 통해 IMC 제어기 Q를 출력 샘플링이 빠진 순간의 신호를 예측하는 부분과 기본 샘플링 주기로 빠르게 이산화한 플랜트 전달함수의 역으로 분리하는 것이 유용한 설계 방안이며 제어기의 성능은 출력 샘플링이 빠진 순간의 신호를 어떻게 정확히 예측해 내는가에 달려 있음을 알 수 있다. 일반적으로 IMC 제어 시스템에서 궤환 되는 신호는 플랜트 모델링 오차에 의한 성분과 외란 성분이다.

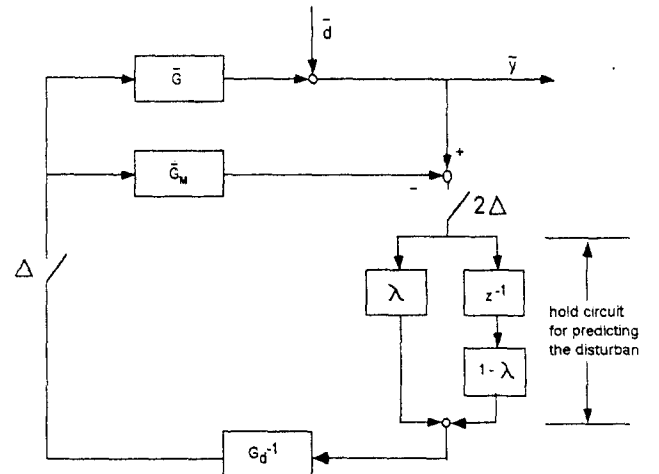


그림 4. 실제적인 IMC 구조. Fig. 4. A practical IMC structure.

플랜트 모델이 정확하다고 가정하면 IMC 제어 시스템의 궤환 신호는 외란 성분이 되고 주기적인 측정 방식에 의해 샘플링이 빠진 순간의 신호를 예측하는 것은 외란 신호를 예측해 내는 것이라 할 수 있다. 외란이 매우 천천히 변화하는 신호라고 하면 외란 추정기로 그림 4와 같이 zero-order hold를 사용하는 것이 실제적인 것이다. 그러나 일반적으로 외란은 고주파 성분을 포함하고 있으므로 외란의 신호 특성에 맞는 외란 추정기를 설계하는 것이 바람직하다. 따라서 2절에서 정의하였던 설계 문제를 다시 정리하면 다음과 같다. “주기적인 출력 측정 방식을 취하는 안정한 연속 시간 시스템의 이산화 IMC제어기를 설계하기 위해 외란을 정확히 추정해 낼 수 있는 적절한 외란 추정기를 구하라.” 본 논문에서는 외란이 유한개의 정현파의 합으로 구성되었

다고 가정하고 관측기 형태의 외란 추정기를 구현하고자 한다. 유한개의 정현파의 합으로 구성된 외란의 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x}_d(t) = A_c x_d(t), \tag{3.1}$$

$$d(t) = C x_d(t) + v(t). \tag{3.2}$$

여기서,

$$A_c = \text{diag} [A_{c1} A_{c2} \cdots A_{cn}] \tag{3.3}$$

$$A_{ci} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{3.4}$$

$$C = [c_1 \ 0 \ c_2 \ 0 \ \cdots \ c_n \ 0] \tag{3.5}$$

$$x_d^T(0) = [0 \ \omega_1 \ 0 \ \omega_2 \ \cdots \ 0 \ \omega_n] \tag{3.6}$$

이며 $v(t)$ 는 스펙트럼 밀도가 r 인 백색 가우시안 잡음(white Gaussian noise)이고 편의상 $\omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_n$ 라고 가정한다.

(3.5)에서 열 벡터 c_i 들은 외란을 구성하는 정현파들의 가중치를 나타내는 것으로 영(zero) 벡터가 되면 무의미하게 된다. 따라서 c_i 가 영 벡터가 아니면 위의 정현파의 합으로 구성된 외란의 모델이 가관측성을 갖는 것을 쉽게 알 수 있다. 일반적으로 연속 시간 시스템을 일정하게 샘플링 하여 이산화할 때, 이산 시스템은 샘플링 주기에 따라 가관측성을 상실할 수 있다[18]. 그러나 신호가 유한개의 정현파로 구성되었을 때, 샘플링 주기가 나이키스트 샘플링 기준을 만족하면 이산화 후에도 가관측성을 유지할 수 있다는 것을 쉽게 보일 수 있다.

주기적인 샘플링인 경우에도 유사한 결과를 얻을 수 있다. 주어진 외란 모델 (3.1)(3.2)을 멀티레이트 표본 데이터 시스템으로 이산화한 결과는 다음과 같다.

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k), \tag{3.7}$$

$$d(k) = P(k)C x_d(k) + P(k)v(k). \tag{3.8}$$

여기서

$$A_d = \text{diag} [A_{d1} A_{d2} \cdots A_{dn}],^T$$

$$A_{di} = \begin{bmatrix} \cos \omega_i \Delta & \frac{1}{\omega_i} \sin \omega_i \Delta \\ -\omega_i \sin \omega_i \Delta & \cos \omega_i \Delta \end{bmatrix} \text{이며}$$

$P(k)$ 는 N 을 주기로 갖는다. 즉, $P(k+N) = P(k)$ 이다.

이 주기적인 시스템을 lifting 하여 shift-invariant 형태 [12,15,16]로 변환하면 다음과 같다.

$$\bar{x}_d(k+1) = \bar{A} \bar{x}_d(k), \tag{3.9}$$

$$\bar{d}(k) = \bar{C} \bar{x}_d(k) + \bar{v}(k). \tag{3.10}$$

여기서,

$$\bar{x}_d(k) = x_d(kN), \tag{3.11}$$

$$\bar{d}(k) = [d(kN) \ d(kN+1) \ \cdots \ d(kN+N-1)],^T \tag{3.12}$$

$$\bar{v}(k) = [P(0)v(kN) \ P(1)v(kN+1) \ \cdots \ P(N-1)v(kN+N-1)]^T, \tag{3.13}$$

$$\bar{A} = A_d^N = \text{diag} [A_{d1}^N \ A_{d2}^N \ \cdots \ A_{dn}^N],^T \tag{3.14}$$

$$A_{di}^N = \begin{bmatrix} \cos N\omega_i \Delta & \frac{1}{\omega_i} \sin N\omega_i \Delta \\ -\omega_i \sin N\omega_i \Delta & \cos N\omega_i \Delta \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} P(0)C \\ P(1)CA_d \\ \vdots \\ P(N-1)CA_d^{N-1} \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

이다. 어떤 신호를 일정하지 않은 간격으로 샘플링(irregularly spaced sampling)했을 때, 주파수의 중첩(aliasing)을 피하기 위해서는 샘플링 주기가 평균 나이키스트 주기보다 작아야 한다[19]. 즉, $\omega_n \Delta < (M/N) \pi$ 의 조건을 만족하면 noncausal filter로 원래의 연속 시간 신호를 복원할 수 있다. 여기서 M 은 주기 $N\Delta$ 내에서 행한 샘플링의 수이다. 본 논문에서 다루는 외란 모델에 대해 멀티레이트 샘플링을 했을 경우, 위의 조건은 가관측성을 유지하기 위한 충분조건도 아울러 된다.

정리 3.1 : 샘플링 주기가 $N\omega_n \Delta < M\pi$ 조건을 만족하면 유한개의 정현파의 합으로 표현되는 외란 모델 (3.1)(3.2)에 대해 멀티레이트 표본 데이터 시스템 (3.7)(3.8)의 lifted system (3.9)(3.10)은 가관측성을 갖는다.

증명 : 부록 참조

정리 3.1은 본 논문의 핵심 결과로서 이것의 의미는 본 논문에서 다루는 외란의 경우 샘플링 주기가 평균 나이키스트 주기보다 작으면 noncausal filter가 아닌 causal filter를 사용하여 외란 신호를 복원할 수 있다는 것이다. 즉, 잘 알려져 있는 칼만 필터를 사용하여 멀티레이트 샘플링된 외란 신호로부터 임의의 일정한(uniform) 주기의 외란 신호를 복원할 수 있다. 한편, (3.9)(3.10)으로 주어지는 외란 모델은 시스템의 모든 근이 z 평면상의 단위원 위에 존재하고 필터의 관점에서 볼 때 unstaibilizable하다. 따라서, 이와 같은 시스템에 대한 칼만 필터는 다음과 같은 결과를 이용하여 구현해야 한다.

정리 3.2[20] : 시스템의 출력 행렬과 시스템 행렬을 각각 C, A 라 할 때

- 1) (C, A) 가 관측 가능하고
- 2) $(\Sigma_0 - \Sigma_s) > 0$ or $\Sigma_0 = \Sigma_s$

이면

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Sigma(k) = \Sigma_s$$

이다. 여기서 $\Sigma(k)$ 는 Σ_0 를 초기 조건으로 갖는 차분 리카티식의 해이고 Σ_s 는 대수 리카티식의 유일한 해이다. 이때 대수 리카티식과 칼만 필터의 동역학식은 다음과 같이 주어진다.

$$\Sigma = A \Sigma A^T - A \Sigma C^T (C \Sigma C^T + R)^{-1} C \Sigma A^T, \tag{3.17}$$

$$x(k+1) = Ax(k) + K(k) [y(k) - Cx(k)], \tag{3.18}$$

$$K(k) = A \Sigma(k) C^T (C \Sigma(k) C^T + R)^{-1}, \tag{3.19}$$

$$\Sigma(k+1) = A \Sigma(k) A^T - A \Sigma(k) C^T (C \Sigma(k) C^T + R)^{-1} C \Sigma(k) A^T, \tag{3.20}$$

$$\Sigma(0) = \Sigma_0. \tag{3.21}$$

정리 3.2의 칼만 필터를 이용하면 외란 신호를 프레임 샘플링 주기마다 추정해 낼 수 있다. 따라서 칼만 필터의 추정값과 기본 샘플링 주기로 일정하게 이산화한 외란의 모델을 이용하여 프레임 샘플링 주기 사이의 외란을 추정하는 보간기(interpolator)를 사용하면 매 샘플링 순간의 외란 신호를 추정해 낼 수 있다.

이상의 결과를 요약하면, 지그재그 형태의 출력 측정 방식을 취하는 주어진 멀티레이트 표본 데이터 시스템에서 플랜트가 개루프 상태에서 안정하고 외란이 유한개의 정현파의 합으로 주어질 때, 외란을 최적으로 제거할 수 있는 안정화 제어기를 IMC구조로 구현할 수 있다. 이때 IMC제어기는 외란을 추정하는 칼만 필터와 보간기 및 기본 샘플링 주기로 일정하게 이산화한 플랜트 모델의 역으로 구현할 수 있다. 제안된 IMC 제어 시스템은 그림 5와 같다.

예제

다음과 같은 전달함수를 갖는 시스템을 생각하자.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(3s+1)} & \frac{0.1}{(2s+1)(3s+1)} \\ 0 & \frac{1}{(2s+1)} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

출력의 초기치는 0.5로 두고 외란은 서로 다른 주파수를 갖는 두개의 정현파의 합으로 표현되며 각 출력 단에서 외란은 두개의 정현파가 서로 다른 비율로 더하여져 각각 다른 형태의 파형으로 나타난다고 가정한다. 즉,

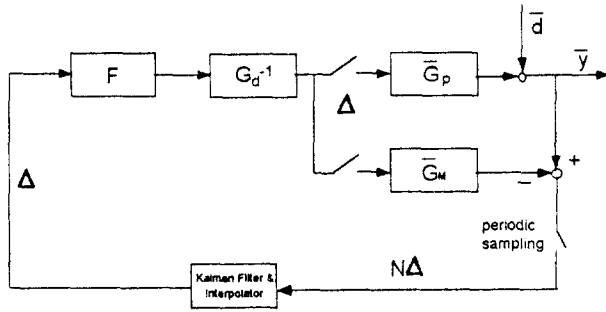


그림 5. 외란 추정기가 있는 IMC 구조.
Fig. 5. Proposed IMC structure with the disturbance estimator.

$$d_1(t) = \sin t + \sin 2t,$$

$$d_2(t) = \sin t + 0.5 \sin 2t$$

라 가정한다. 프레임 샘플링 주기는 $N\Delta = 2m\Delta = 4\Delta$ 이고 프레임 샘플링 주기내의 각 출력의 샘플링 회수 M 은 2가 된다. 이 경우 외란의 연속 시간 모델은 다음과 같이 표현할 수 있고 그 파형은 그림 6과 같다.

$$\dot{x}_d(t) = A_c x_d(t), \quad (3.23)$$

$$d(t) = C x_d(t) + v(t). \quad (3.24)$$

여기서,

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$x_d^T(0) = [0 \ 1 \ 0 \ 2] \quad (3.27)$$

로 주어진다.

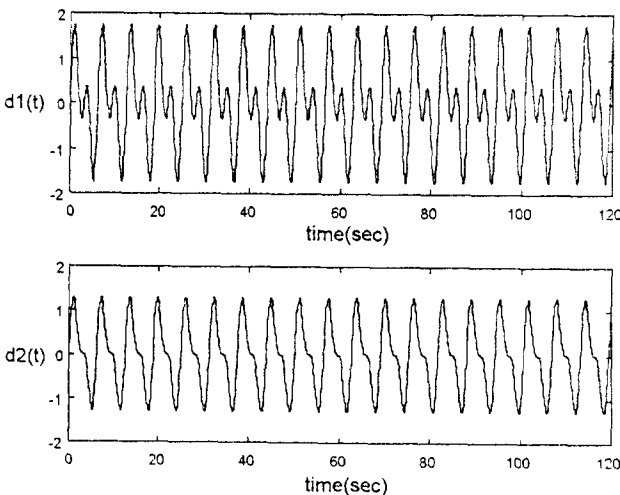


그림 6. 외란 파형.
Fig. 6. The disturbance waveforms.

정리 3.1의 조건에 따라 기본 샘플링 주기 Δ 를 0.5초로 두고 정리 3.2를 이용하여 외란 추정기를 설계하면 그림 7과 같이 외란을 잘 추정해 가는 것을 볼 수 있다.

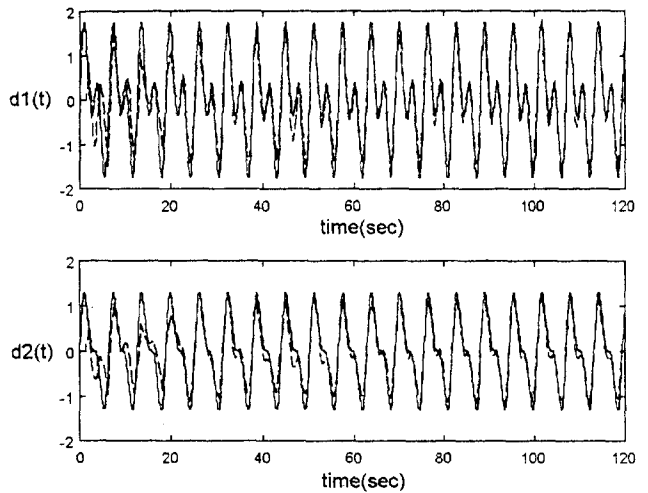


그림 7. 외란 추정 결과(— 실제값, ---- 추정값).
Fig. 7. Disturbance estimation results(— true, ---- estimated).

이제 이상적인 IMC 제어기는 플랜트의 전달함수 행렬이 nonsingular이므로

$$\hat{q} = G^{-1}(s) = \begin{bmatrix} (3s+1) & -0.1 \\ 0 & (2s+1) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

으로 표현되고 전치 필터를 다음과 같이 설정하면

$$F(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(0.1s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(0.1s+1)} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

실제적인 IMC제어기는

$$Q = \hat{q} F = \begin{bmatrix} \frac{(3s+1)}{(0.1s+1)} & \frac{-0.1}{(0.1s+1)} \\ 0 & \frac{(2s+1)}{(0.1s+1)} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

으로 설계된다. 연속 시간 IMC 제어기를 기본 샘플링 주기로 이산화하고 앞에서 구한 외란 추정기로 그림 5와 같은 IMC 제어 시스템을 구현했을 경우, 외란 제거 특성을 그림 8에 보였다.

본 논문의 IMC 제어 시스템에서 외란의 제거 특성은 기본 샘플링 주기와 전치 필터의 시정수에 의해 좌우되는데 샘플링 주기의 선정은 정리 3.1의 조건을 만족하는 범위 내에서 가급적 큰 값을 갖도록 선정하는 것이 외란의 추정 결과나 제거 특성이 좋아 지는 것을 확인할 수 있었다. 이는 너무 빠른 샘플링 주기의 선정은 이산화 과정에서 비최소 위상 영점을 추가하여 과도 응답 특성을 나쁘게 하기 때문이다. 또한 전치 필터의 시정수는 일반적으로 그 값을 크게 할수록 플랜트 모델링에 오차에 대한 강인성이 증대되는데 [17], 외란의 제거 특성도 전치 필터의 시정수가 클수록 향상된다. 그림 8에서 설계된 IMC 제어 시스템의 외란 제거 특성은 시간이 지남에 따라 같은 시정수 값을 갖는 전치 필터로 구현한 연속 시간 IMC 제어 시스템으로 얻을 수 있는 외란 제거 특성에 거의 근접해 가는 것을 볼 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 지그재그 형태의 주기적인 출력 측정 방식을 갖는 멀티레이트 표본 데이터 시스템에 대해 외란 제거 특성을 갖는 IMC 구조의 안정화 제어기 설계방법을 제안하

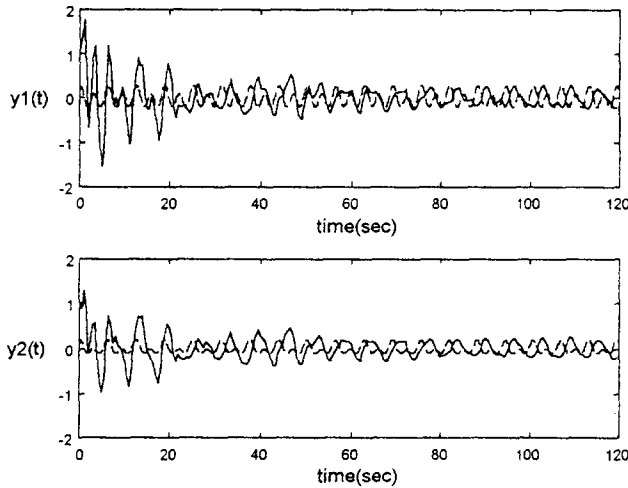


그림 8. IMC 제어 시스템의 외란 제거 특성(— 출력, ---- 연속 시간 IMC 시스템의 출력).

Fig. 8. The disturbance rejection performance of the proposed IMC system(— outputs, ---- outputs of continuous IMC system).

였다. 일반적으로 IMC 구조의 제어 시스템에서 설계 변수인 Q는 제어 목적에 따라 달리 선정할 수 있는데, perfect controller의 경우 외란을 제거하기 위해서는 플랜트 전달함수의 최소 위상 부분의 역에 전치 필터를 부가하여 사용하는 것이 일반적이다. 그런데 지그재그 형태의 주기적인 출력 측정 방식을 취할 경우에는 시스템의 lifted 모델이 singular가 되어 플랜트 전달함수의 역을 구하는 것 자체가 불가능해져 지금까지의 결과로는 IMC 구조의 제어 시스템을 구현할 수 없게 된다. 본 논문에서는 IMC 제어 시스템에서의 제한 신호인 외란을 기본 샘플링 주기로 추정함으로써 이 문제를 해결하였다. 즉, 제한 신호인 외란이 매 샘플링 순간 존재하면, IMC 제어기 Q를 설계하는 데 플랜트의 lifted 모델이 아니라 일정하게 샘플링된 플랜트의 전달함수를 사용할 수 있으므로 IMC 구조를 갖는 안정화 제어를 설계할 수 있음을 보였다. 이와 같은 설계 방법은 일반적인 외란을 제거하는 제어기 설계 방법이라고는 볼 수 없으나 유한개의 정현파의 합으로 이루어진 외란의 경우 멀티레이트 샘플링에 의해서도 평균 나이키스트 주기를 만족하면 외란 모델의 가관측성이 유지되므로 유용한 설계 기법이 될 수 있다. 즉, 본 논문에서는 주어진 멀티레이트 표본 데이터 시스템에 대해 외란 제거 특성을 갖는 IMC 구조의 안정화 제어기 설계 문제를 외란을 추정하는 칼만 필터의 설계 과정과 플랜트를 기본 샘플링 주기로 일정하게 이산화한 모델의 역을 이용하여 IMC 제어를 설계하는 과정으로 이원화하여 해결하는 설계 방법을 제안하였다. 앞으로의 연구 과제로는 개루프 상태에서 불안정한 플랜트의 경우에도 본 논문의 결과를 적용하는 것을 들 수 있다.

부록

1. 정리 3.1증명

(3.9)(3.10)으로 표현되는 lifted system이 가관측성을 갖기 위해서는 모든 λ_i 에 대하여

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \lambda_i I - \bar{A}_c \\ \bar{C} \end{bmatrix} = 2n \tag{A.1}$$

를 만족하여야 한다. 여기서 λ_i 는 \bar{A} 의 고유 값으로

$$\lambda_i = \cos Nw_i\Delta \pm j \sin Nw_i\Delta \tag{A.2}$$

의 형태를 갖으며 이때 i 는 1, 2, ..., n의 값을 갖는다. 증명은 (A.2)의 부호에 상관없이 같은 결과를 얻게 되

므로 $\lambda_i = \cos Nw_i\Delta + j \sin Nw_i\Delta$ 인 경우만 고려한다.

$\begin{bmatrix} \lambda_i I - \bar{A} \\ \bar{C} \end{bmatrix}$ 의 각 열은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\mathbf{b}_{2l-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \cos Nw_i\Delta - \cos Nw_i\Delta + j \sin Nw_i\Delta \leftarrow (2l-1)\text{th} \\ w_i \sin Nw_i\Delta \leftarrow (2l)\text{th} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \dots \\ p_1(0) c_{1l} \leftarrow (2n+1)\text{th} \\ p_2(0) c_{2l} \\ \vdots \\ p_m(0) c_{ml} \\ \dots \\ p_1(1) c_{1l} \cos w_i\Delta \leftarrow (2n+m+1)\text{th} \\ p_2(1) c_{2l} \cos w_i\Delta \\ \vdots \\ p_m(1) c_{ml} \cos w_i\Delta \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ p_1(N-1) c_{1l} \cos(N-1)w_i\Delta \\ p_2(N-1) c_{2l} \cos(N-1)w_i\Delta \\ \vdots \\ p_m(N-1) c_{ml} \cos(N-1)w_i\Delta \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

$$\mathbf{b}_{2l} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\frac{1}{w_i} \sin Nw_i\Delta \\ \cos Nw_i\Delta - \cos Nw_i\Delta + j \sin Nw_i\Delta \leftarrow (2l)\text{th} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \leftarrow (2n+1)\text{th} \\ \vdots \\ 0 \\ \dots \\ L_1(1) c_{1l} \frac{1}{w_i} \sin w_i\Delta \leftarrow (2n+m+1)\text{th} \\ p_2(1) c_{2l} \frac{1}{w_i} \sin w_i\Delta \\ \vdots \\ p_m(1) c_{ml} \frac{1}{w_i} \sin w_i\Delta \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ p_1(N-1) c_{1l} \frac{1}{w_i} \sin(N-1)w_i\Delta \\ p_2(N-1) c_{2l} \frac{1}{w_i} \sin(N-1)w_i\Delta \\ \vdots \\ p_m(N-1) c_{ml} \frac{1}{w_i} \sin(N-1)w_i\Delta \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

이때 i 는 1, 2, ..., n의 값을 갖고 \mathbf{b}_{2l} 과 \mathbf{b}_{2l-1} 은 $\begin{bmatrix} \lambda_i I - \bar{A} \\ \bar{C} \end{bmatrix}$ 의 (2l) 번째, (2l-1) 번째 열을 나타내며 c_{il} 은 열 벡터 \mathbf{c}_l 의 i 번째 element이다. (A.1)의 조건을 만족하려면 (A.3)과 (A.4)로 표현되는 각 열들이 선형 독립이어야 한다. 즉,

$$\sum_{s=1}^{2n} a_s \mathbf{b}_s = 0 \quad (A.5)$$

에서 모든 a_s 는 0 이어야 한다. 여기서 a_s 는 복소수이다. (A.5)로부터 다음의 식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \cos Nw_i\Delta - \cos Nw_l\Delta + j\sin Nw_i\Delta & \frac{-1}{w_l} \sin Nw_l\Delta \\ w_l \sin Nw_l\Delta & \cos Nw_i\Delta - \cos Nw_l\Delta + j\sin Nw_i\Delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{2l-1} \\ a_{2l} \end{bmatrix} = 0, \quad (A.6)$$

$$[w_i \sin Nw_i\Delta \quad j\sin Nw_i\Delta] \begin{bmatrix} a_{2i-1} \\ a_{2i} \end{bmatrix} = 0 \quad (A.7)$$

$$P(k) \sum_{i=1}^n c_i \begin{bmatrix} \cos kw_i\Delta & \frac{1}{w_i} \sin kw_i\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{2i-1} \\ a_{2i} \end{bmatrix} = 0 \quad (A.8)$$

여기서 k 는 $0, 1, \dots, N-1$ 의 값을 갖고 c_i 은 (3.5) C의 $(2l-1)$ 번째 열이고 $P(k)$ 는 (2.4)(2.5)에 정의되어 있다.

먼저 $\sin Nw_i\Delta = 0$ 인 경우를 고려해 보자.

그러면 (A.7)은 의미가 없어지고 (A.6)으로부터, 만약 $\cos Nw_i\Delta \neq \cos Nw_l\Delta$ 라면 $l \neq i$ 인 모든 l 에 대해 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$a_{2l-1} = a_{2l} = 0. \quad (A.9)$$

$\cos Nw_i\Delta \neq \cos Nw_l\Delta$ 인 관계는 $M \leq 3$ 일 때만 성립하고 이 문제에서는 $M = 2$ 이므로 (A.9)는 성립한다. 그러므로 $a_{2i-1} = a_{2i} = 0$ 만 증명하면 된다. (A.9)를 이용하면 (A.8)은 $0, 1, 2, \dots, N-1$ 의 값을 갖는 모든 k 에 대해 다음과 같이 된다.

$$P(k) c_i \begin{bmatrix} \cos kw_i\Delta & \frac{1}{w_i} \sin kw_i\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{2i-1} \\ a_{2i} \end{bmatrix} = 0 \quad (A.10)$$

이제 c_i 의 r 번째 element인 c_{ri} 가 0이 아니라고 하면 (A.10)은 모든 k 에 대해 다음과 같이 된다.

$$p_r(k) c_{ri} \begin{bmatrix} \cos kw_i\Delta & \frac{1}{w_i} \sin kw_i\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{2i-1} \\ a_{2i} \end{bmatrix} = 0 \quad (A.11)$$

$p_r(k)$ 의 성질을 이용하면 (A.11)은 다음과 같이 된다.

$$c_{ri} \begin{bmatrix} \cos(r-1)w_i\Delta & \frac{1}{w_i} \sin(r-1)w_i\Delta \\ \cos(N-r)w_i\Delta & \frac{1}{w_i} \sin(N-r)w_i\Delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{2i-1} \\ a_{2i} \end{bmatrix} = 0 \quad (A.12)$$

(A.12)에서, $\sin(N-1)w_i\Delta$ 은 0이 될 수 없으므로 $a_{2i-1} = a_{2i} = 0$ 임을 알 수 있다.

이제 $\sin Nw_i\Delta \neq 0$ 인 경우를 고려해 보자.

(A.7)은 다음과 같이 된다.

$$a_{2i} = jw_i a_{2i-1}. \quad (A.13)$$

(A.6)에서 $l \neq i$ 인 모든 l 값에 대해 $\cos Nw_i\Delta \neq \cos Nw_l\Delta$ 이면

$$a_{2l-1} = a_{2l} = 0 \quad (A.14)$$

이고, $\cos Nw_i\Delta = \cos Nw_l\Delta$ 이면

$$a_{2l} = jw_l a_{2l-1} \quad (A.15)$$

을 얻을 수 있다.

(A.15)는 $\sin Nw_i\Delta \neq 0$ 이고, $\cos Nw_i\Delta = \cos Nw_l\Delta$ 라면 $0 < Nw_i\Delta, Nw_l\Delta < 2\pi$ 인 $Nw_i\Delta$ 에 대해 $\sin Nw_i\Delta = -\sin Nw_l\Delta$ 인 관계가 성립한다는 사실로부터 구할 수

있다. 또한 (A.15)는 $0 < Nw_l\Delta < 2\pi$ 인 모든 l 에 대해 한번만 성립한다.

이제 문제를 쉽게 하기 위해 $i = 1$ 이라 하고 (A.15)가 $l = 2$ 일 때 성립한다고 가정하면

$$a_2 = jw_1 a_1, \quad (A.16)$$

$$a_4 = jw_2 a_3 \quad (A.17)$$

이고 $l = 5, 6, \dots, 2n$ 에 대해

$$a_l = 0 \quad (A.18)$$

이 된다.

(A.16), (A.17), (A.18)을 이용하면 0에서 $N-1$ 의 값을 갖는 모든 k 에 대해 (A.8)은 다음과 같이 된다.

$$P(k) \sum_{i=1}^2 c_i e^{jkw_i\Delta} a_{2i-1} = 0. \quad (A.19)$$

c_1 과 c_2 의 nonzero element를 각각 c_{q1} 과 c_{r2} 라 하면 (A.19)에서 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$p_q(k) \sum_{i=1}^2 c_{qi} e^{jkw_i\Delta} a_{2i-1} = 0, \quad (A.20)$$

$$p_r(k) \sum_{i=1}^2 c_{ri} e^{jkw_i\Delta} a_{2i-1} = 0. \quad (A.21)$$

$$p_i(k) = \begin{cases} 1 & \text{for } k=i-1, N-i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (A.22)$$

인 관계를 이용하면 (A.20)과 (A.21)로부터 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} c_{q1} e^{j(q-1)w_1\Delta} & c_{q2} e^{j(q-1)w_2\Delta} \\ c_{q1} e^{j(N-q)w_1\Delta} & c_{q2} e^{j(N-q)w_2\Delta} \\ c_{r1} e^{j(r-1)w_1\Delta} & c_{r2} e^{j(r-1)w_2\Delta} \\ c_{r1} e^{j(N-r)w_1\Delta} & c_{r2} e^{j(N-r)w_2\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_3 \end{bmatrix} = 0. \quad (A.23)$$

모든 l 에 대해 $0 < Nw_l\Delta < 2\pi$ 이므로

$$e^{j(q-1)w_1\Delta} \neq e^{j(q-1)w_2\Delta}$$

$$e^{j(N-q)w_1\Delta} \neq e^{j(N-q)w_2\Delta}$$

$$e^{j(r-1)w_1\Delta} \neq e^{j(r-1)w_2\Delta}$$

$$e^{j(N-r)w_1\Delta} \neq e^{j(N-r)w_2\Delta}$$

이 성립하고, 또한 $N (= 2m)$ 이 짝수이고 $N-q \neq q-1$ 과 $N-r \neq r-1$ 이므로

$$e^{j(q-1)(w_2-w_1)\Delta} \neq e^{j(N-q)(w_2-w_1)\Delta}$$

$$e^{j(r-1)(w_2-w_1)\Delta} \neq e^{j(N-r)(w_2-w_1)\Delta}$$

이 성립한다. 그러므로 c_{q1} 과 c_{r2} 의 값에 상관없이

$a_1 = a_3 = 0$ 이고, (A.16)과 (A.17)에 의하여 $a_2 = a_4 = 0$ 이다. 따라서 (A.5)에서 모든 a_s 는 0이므로 (A.1)의 조건을 만족한다. ■

참고문헌

- [1] D. P. Glasson, "Development and applications of multirate digital control," *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 2-8, Nov. 1983.
- [2] B. A. Francis and T. T. Georgiou, "Stability theory for linear time-invariant plants with periodic digital controllers," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-33, no. 9 pp. 820-832, 1988.
- [3] P. P. Khargonekar, K. Poolla and A. Tannenbaum, "Robust control of linear time invariant plants using periodic compensation," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-30, no. 11 pp. 1088-1096, 1985.
- [4] C. Zhang, "A dual rate digital compensator for zero assignment," *Systems and Control Letters*, vol. 19,

- pp. 225-232, 1992.
- [5] P. Alberto, "Block multirate input-output model for sampled-data control systems," *IEEE Trans. Automatic Contr.*, vol. AC-33, no. 9 pp. 1085-1088, 1990.
- [6] T. Mita, Y. Childa, Y. Kaku and H. Namasato, "Two delay robust digital control and its applications avoiding the problem on unstable zeros," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-33, no. pp. 962-970, 1990.
- [7] D. G. Meyer, "A new class of shift varying operators, their shift-invariant equivalents and multirate digital systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-35, no. pp. 429-433, 1990.
- [8] K. Onogi and M. Matsubara, "Structure analysis of periodically controlled chemical process," *Chem. Eng. Sci.*, vol. 34, pp. 1009-1019, 1980.
- [9] K. Schadlich, U. Hoffman and H. Hoffman, "Periodical operation of chemical process and evaluation of conversion improvements," *Chem. Eng. Sci.*, vol. 38, pp. 1375-1384, 1983.
- [10] W. J. Edwards et al., "Coating mass control design for a continuous galvanizing line," *Automatica*, vol. 12, pp. 225-235, 1976.
- [11] C. Lindenberg, "A process model of moisture variations," *Pulp and Paper Canada*, vol. 87, no. 4, pp. 42-147, 1986.
- [12] M. A. Dahleh, P. G. Voulgaris and L. S. Valavani, "Optimal and robust controllers for periodic and multirate systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-37, no. 1, pp. 90-99, Jan. 1992.
- [13] S. Bittanti, P. Colani and G. De Nicolao, "Periodic regulators with incomplete and noisy measurements," *Proc. 29th Conf. Decision Contr.*, Honolulu, USA, 1990.
- [14] L. Xie and C. E. Souza, "H state estimation for linear periodic systems," *Proc. 29th Conf. Decision Contr.*, pp. 1388-1393, Honolulu, USA, 1990.
- [15] D. G. Meyer, "A parameterization of stabilization controllers for multirate sampled-data systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-35, no. 2, pp. 233-236, Feb. 1990.
- [16] R. Ravi, P. P. Khargonekar, K. D. Minto and C. N. Nett, "Controller parameterization for time-varying multirate plants," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-35, no. 11, pp. 1259-1262, Nov. 1990.
- [17] C. E. Garcia and Manfred Morari, "Internal model control. 1. a unifying review and some new results," *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, vol. 21, no. 2, pp. 308-323, 1982.
- [18] C. T. Chen, *Linear System Theory and Design*, CBS College Publishing, New York, 1984.
- [19] Abidal J. Jerry, "The Shannon sampling theorem-its various extensions and applications: a tutorial review," *Proc. IEEE*, vol. 65, no. 11, pp. 1565-1596, Nov. 1977.
- [20] S. W. Chan, G. C. Goodwin and K. S. Sin, "Convergence properties of the Riccati difference equation in optimal filtering of nonstabilization systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 29, no. 2, pp. 110-118, 1984.



김영백

1960년 2월 1일 생. 1982년 부산대학교 공과대학 전기공학과 졸업. 1984년 부산대학교 대학원 전기공학과 졸업(공학 석사). 1993년 ~ 현재 충남대학교 대학원 전자공학과(박사과정). 1984년 ~ 현재 국방과학연구소 선임 연구원.



이상정

1957년 8월 15일 생. 1979년 서울대학교 공과대학 전자공학과 졸업. 1981년 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학 석사). 1987년 서울대학교 대학원 제어계측공학과 졸업(공학 박사). 1988년 ~ 현재 충남대학교 공과대학 전자공학과 부교수.