

$$\begin{aligned}
 x_t^T &= [y_{t-1} \cdots y_{t-n} \quad u_{t-1} \cdots u_{t-n}] \\
 g^T &= [0 \cdots 0 \mid 1 \ 0 \cdots 0] \\
 \theta^{*T} &= [\theta_1^* \cdots \theta_{2n}^*] \\
 &= [-\alpha_1 \cdots -\alpha_n, 0 \cdots 0 \quad \beta_1 \cdots \beta_n, 0 \cdots 0]
 \end{aligned}$$

이고 Z^T 는 Z 의 transpose를 의미한다. 이 모델의 controllable subspace V_c 는 다음과 같이 표시된다.

$$V_c \triangleq \text{span} \{ g, F(\theta^*)g, F^2(\theta^*)g, \dots \}$$

차수가 $n-n_s$ 보다는 크지 않은 임의의 정규화된 다항식, $\gamma(z^{-1}) = 1 + \gamma_1 z^{-1} + \dots + \gamma_m z^{-m}$,에 대하여 다음 식을 만족하는 벡터 $\bar{\theta}$ 들의 집합을 Θ_s 라고 정의한다.

$$1 - \bar{\theta}_1 z^{-1} - \dots - \bar{\theta}_n z^{-n} = \alpha(z^{-1})\gamma(z^{-1}) \quad (5)$$

$$\bar{\theta}_{n+1} z^{-1} + \dots + \bar{\theta}_{2n} z^{-n} = \beta(z^{-1})\gamma(z^{-1}) \quad (6)$$

그러면 $\theta^* \in \Theta_s$ 이고 (1), (5), (6)과 x_t 의 정의에 의하여 $t \geq n + n_s$ 이면 $y_t = x_t^T \bar{\theta}$ 이고 $\bar{\theta} \in \Theta_s$ 임을 알 수 있다. 그러므로 매개변수 벡터 $\bar{\theta} \in \Theta_s$ 는 시스템의 실제 매개변수 벡터인 θ^* 의 추정치로서 가장 적합하다고 간주할 수 있다. 여기에서 시스템의 실제 매개변수 벡터 θ^* 와 벡터 $\bar{\theta}$ 의 관계는 [1]의 정리로 요약된다.

정리 2.1 : $\bar{\theta}$ 와 θ^* 는 다음의 관계를 만족한다.

$$i) F^i(\bar{\theta})g = F^i(\theta^*)g, \quad \forall i \in Z_0^-, \quad \bar{\theta} \in \Theta_s$$

$$ii) F^{n-n_s}(\theta^*)x \in V_c, \quad \forall x \in R^{2n}.$$

정리 2.1과 (4)에서 모든 $t \geq n + n_s$ 에 대하여 $x_t \in V_c$ 임을 알 수 있다. 본 논문에서 사용하는 변수 l 과 lZ 를 $l = 4n$ 와 $lZ \triangleq \{0, l, 2l, 3l, \dots\}$ 로 정의한다. 그러면 (3)을 l 번 반복시키면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$x_{k+l} = A^* x_k + D^* u_k^{(1)} + B^* u_k^{(2)}, \quad k \in lZ \quad (7)$$

여기서 $A^* \triangleq F^l(\theta^*)$, $D^* \triangleq [F^{l-1}(\theta^*)g \cdots F^{2n}(\theta^*)g]$, $B^* \triangleq [F^{2n-1}(\theta^*)g \cdots F(\theta^*)g \ g]$, 그리고 입력은 $u_k^{(1)} \triangleq [u_k \ u_{k+1} \cdots u_{k+2n-1}]^T$, $u_k^{(2)} \triangleq [u_{k+2n} \ u_{k+2n+1} \cdots u_{k+l-1}]^T$ 이다. (7)의 반복 상태 방정식은 시스템의 입력과 출력 관계를 길이 l 의 시간을 한 단위 구간으로 고려한 것이다. 다음 장에서 제시되는 적응 제어 알고리즘은 (7)을 근거로 구성된다.

III. 적응 제어 알고리즘

입력 벡터 $u_k^{(1)}$ 와 $u_k^{(2)}$ 를 x_k 의 함수로 만들기 위해 아래와 같은 비선형, 조정 가능 케환 규칙을 설정한다.

$$u_k^{(1)} = e_{2n} \|x_k\| \quad (8.a)$$

$$u_k^{(2)} = H_k x_k + h_k \|x_k\| \quad (8.b)$$

여기에서 $e_{2n} = [0 \cdots 0 \ 1]^T \in R^{2n}$ 이다. (8.a)은 입력이 여기 조건을 만족시키기 위하여 $2n$ 번째 원소를 x_k 의 norm으로 만든다. 하지만 x_k 가 0으로 수렴하게 되면 $u_k^{(1)}$ 의 모든 원소 역시 0이 되므로 영구 여기 조건은 아니다. (8.a)와 (8.b)를 (6)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$x_{k+l} = (A^* + B^* H_k) x_k + (D^* e_{2n} + B^* h_k) \|x_k\| \quad (9)$$

(9)에서 A^* , B^* 와 D^* 는 실제 시스템의 매개변수 θ^* 로 구성되는 일정한 값이지만 미지의 값이다. 따라서 측정된 x_k

로부터 x_{k+l} 의 추정치 \bar{x}_{k+l} 을 다음과 같이 정의한다.

$$\bar{x}_{k+l} \triangleq (A_k + B_k H_k) x_k + (D_k e_{2n} + B_k h_k) \|x_k\| \quad (10)$$

여기서 $A_k \triangleq F^l(\theta_k)$, $B_k \triangleq [F^{2n-1}(\theta_k)g \cdots F(\theta_k)g \ g]$, $D_k \triangleq [F^{l-1}(\theta_k)g \cdots F^{2n}(\theta_k)g]$ 이다. 뒤에서 제시될 케환 이득 조정 규칙은 (10)을 토대로 구성된다. 다음으로 시간이 $k \in lZ$ 일 때 θ^* 의 추정치 θ_k 를 생성하는 파라미터 추정 규칙을 [1]과 같이 정한다.

$$\theta_{k+l} = \theta_k - (I + R_k R_k^T)^{-1} R_k (R_k^T \theta_k - r_k) \quad (11)$$

여기서 $R_k \triangleq [x_k \ x_{k+1} \cdots x_{k+l}]$, $r_k^T \triangleq [y_k \ y_{k+1} \cdots y_{k+l}]$ 이며 θ_k 의 초기치 θ_0 는 임의의 값이다. 위의 매개변수 추정 규칙(11)은 매개변수 벡터 θ_k 를 매시간마다 조정하지 않고 l 번, 즉 $4n$ 번에 한번씩 조정한다. 그러므로 모든 $t \in [k, k+l]$ 에 대하여 θ_t 와 θ_k 의 관계는 $\theta_t = \theta_k$ 을 만족한다. 파라미터를 매 $4n$ 마다 조정하는 이유는 이론적인 측면에서 안정성의 증명이 용이하기 때문이다. 매시간마다 조정하게 되면 이론적인 측면에서 여기조건등의 문제점을 증명하기가 매우 어렵게 된다.

다음으로 시간이 $k \in lZ$ 일 때 케환 이득 H_k 와 h_k 의 조정 규칙에 대하여 살펴보자. 케환이득의 조정방법은 기본적으로 (10)의 $(A_k + B_k H_k)x_k$ 와 $(D_k e_{2n} + B_k h_k)$ 을 영으로 만들어 추정치를 원점으로 보내어 만약 실제치가 추정치와 별로 차이가 없으면 실제치도 원점근방에 있도록 하는 방법을 사용한다. 먼저 다음과 같은 정의가 필요하다.

정의 3.1 : 임의의 행렬 $M \in R^{n \times n}$ 의 singular value를 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$ 라 하고 이 행렬의 SVD (singular value decomposition)를 $M = U \Sigma V^T$, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$, 이라 하자. 그러면 주어진 $\epsilon > 0$ 에 대하여 행렬 M 의 ϵ -pseudo inverse를 다음과 같이 정의한다.

$$(M^\epsilon)^{-1} = V(\Sigma^\epsilon)^{-1} U^T$$

여기에서 $\sigma_k \geq \epsilon > \sigma_{k+1}$ 일때 $(\Sigma^\epsilon)^{-1} = \text{diag}(1/\sigma_1, \dots, 1/\sigma_k, 0, \dots, 0)$ 를 의미한다. 즉 ϵ 보다 작은 singular value는 영으로 가정하여 pseudo-inverse를 구한 것이다.

만약 $\epsilon = 0$ 이면 ϵ -pseudo-inverse는 일반적인 pseudo inverse가 된다. 정의 3.1을 이용하여 다음과 같이 케환이득조정 규칙을 정한다. 우선 B_k 의 SVD를 다음과 같이 표현한다.

$$B_k = U_k \Sigma_k V_k^T \quad (12)$$

여기에서 q_k 가 B_k 의 rank일때 $\Sigma_k \triangleq \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{q_k}, 0, \dots, 0)$ 의 형태를 갖는다. 그러면 주어진 ϵ 에 대하여 ϵ -pseudo inverse를 이용하여 상태변수의 크기를 줄일 수 있는 다음과 같은 케환 이득 조정 규칙을 세운다.

$$H_{k+l} = - (B_k^\epsilon)^{-1} A_k = - V_k (\Sigma_k^\epsilon)^{-1} U_k^T A_k \quad (13.a)$$

$$h_{k+l} = - (B_k^\epsilon)^{-1} D_k e_{2n} = - V_k (\Sigma_k^\epsilon)^{-1} U_k^T D_k e_{2n} \quad (13.b)$$

여기에서 H_k 와 h_k 의 초기치 H_0 와 h_0 는 임의의 값이다.

위의 (13.a)와 (13.b)로 표현되는 케환 이득 조정 규칙은 파라미터 추정규칙과 같이 케환 이득 H_k 와 h_k 를 매시간마다 조정하지 않고 l 번, 즉 $4n$ 번에 한번씩 조정한다. 그러므로 모든 $t \in [k, k+l]$ 에 대하여 $H_t = H_k$, $h_t = h_k$ 을 만족한다.

IV. 페루프 적응 제어 시스템

페루프 적응 제어 시스템은 시스템 (1), 입력 케환 규칙 (8.a,b), 파라미터 적응 추정법칙 (11) 그리고 ϵ -pseu

do-inverse를 이용한 제한 이득 조정 규칙 (13.a,b)로 구성 되어 있다. 적응 제어기의 구성도는 아래의 그림 1에 나타나 있다. 여기에서 페루프 적응 제어 시스템에서 파라미터 추정치 θ_k 의 성질을 [1]로부터 요약하면 그림 1과 같다.

정리 4.1: 적응 제어 시스템의 각 궤적에 대하여 파라미터 추정치 θ_k 는 다음 2가지를 만족한다.

- i) 모든 $0 \neq k \in \mathbb{Z}$ 에 대하여 $\|\theta_k - \theta^*\| \leq \|\theta_l - \theta^*\|$ 이다.
- ii) 만일 $k \in \mathbb{Z}$ 인 k 에 대하여 $\|x_k\|^2$ 이 불가산적이라면

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \theta_k = \bar{\theta} \in \Theta_s \text{이다.}$$

위의 정리에서 보듯이 가산성 조건을 만족하지 못하

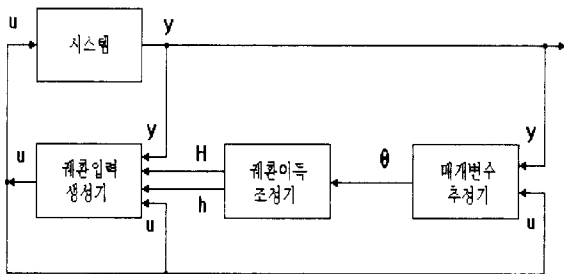


그림 1. 적응 제어기의 구성도.

Fig. 1. Block diagram of the adaptive control system.

는 적응 제어 시스템의 궤적은 파라미터의 추정치 θ_k 가 $\bar{\theta} \in \Theta_s$ 로 수렴하는 성질이 있으므로 $\lim_{k \rightarrow \infty} B_k = B^*$ 그리고 $\lim_{k \rightarrow \infty} D_k = D^*$ 을 만족하게 된다. 즉, $\|x_k\|^2$ 이 불가산적이라면 θ^* 의 정확한 값은 구할 수 없지만 B^* 와 D^* 의 정확한 값은 구할 수 있다. 다음으로 페루프 궤적에 대한 제한 이득 조정 규칙은 다음과 같은 성질이 있다.

정리 4.2: 적응 제어 시스템의 각 궤적에 대하여 $k \in \mathbb{Z}$ 일때 주어진 $\epsilon > 0$ 에 대하여 (13.a,b)에서 정의된 제한 이득 H_k 와 h_k 는 한정(bound)되어 있다.

증명: (13.a)와 (13.b)에서 $\|U_k\| = \|V_k\| = 1$ 이고 A_k 와 D_k 는 정리 4.1에 의하여 θ_k 가 한정되어 있으므로 한정되어 있다. 또한 $\|(\Sigma_k^\epsilon)^{-1}\| \leq 1/\epsilon < \infty$ 이므로 역시 한정되어 있다. 그러므로 H_k 와 h_k 는 한정(bound)되어 있음이 증명된다. ■

정리 4.3: 어떤 $\bar{\epsilon}$ 가 있어 임의의 $0 < \epsilon \leq \bar{\epsilon}$ 에 대한 ϵ -pseudo-inverse를 이용한 제한규칙 (13.a,b)를 사용하여 얻어진 궤적 $\|x_k\|^2$, $k \in \mathbb{Z}$ 는 가산적이다.

증명: 모순을 유도하기 위하여 $\|x_k\|^2$ 가 불가산적이라고 가정하자. 그러면 위에서 언급한 바와 같이 다음이 만족된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} B_k = B^* \tag{14}$$

여기서 B_k 의 p 번째 singular value $\sigma_{p,k}$ 를 0이 아닌 최소의 singular value라 하고 σ^* 를 B^* 의 0이 아닌 최소의 singular value라면 (14)에 의하여 다음의 식이 만족된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_{p,k} = \sigma^* \tag{15}$$

그러므로 $\bar{\epsilon} = \sigma^*/2$ 라 놓으면 (14)에 의하여 모든 $k \geq \bar{k}$ 에 대하여 $0 < \bar{\epsilon} \leq \sigma_{p,k}$ 를 만족하는 \bar{k} 가 존재한다. 그러면 임의

의 $0 < \epsilon \leq \bar{\epsilon}$ 에 대하여 모든 $\bar{k} \leq k$ 에 대하여 B_k 의 0이 아닌 모든 singular value는 ϵ 보다 크므로 B_k 의 ϵ -pseudo-inverse는 일반적인 pseudo-inverse가 되므로 다음 식이 성립한다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} h_k = -B^{*-1} D^* e_{2n} \tag{16}$$

여기에서 B^{*-1} 는 B^* 의 일반적인 pseudo-inverse이다. 따라서 (16)과 B^* 와 D^* 가 모두 controllable subspace에 포함된다는 사실을 이용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} (D^* e_{2n} + B^* h_k) &= \lim_{k \rightarrow \infty} (D^* e_{2n} - B^* (B_k^\epsilon)^{-1} D_k e_{2n}) \\ &= D^* e_{2n} - B^* B^{*-1} D^* e_{2n} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{17}$$

따라서 다음이 만족된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|D^* e_{2n} + B^* h_k\| \|x_k\| = 0 \tag{18}$$

또한 정리 4.1에 의하여 다음이 성립한다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A_k = F^l(\bar{\theta}) \triangleq \bar{A} \tag{19}$$

그러면 (19)에 의하여 다음 식이 만족된다.

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} (A^* + B^* H_k) &= \lim_{k \rightarrow \infty} (A^* - B^* (B_k^\epsilon)^{-1} A_k) \\ &= A^* - B^* B^{*-1} \bar{A} \end{aligned} \tag{20}$$

또한 x_k 는 정리 2.1에 의하여 $k > n + n_s$ 일 때 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x_k = \sum_{i=1}^{2n} c_i F(\theta^*)^{i-1} g = \sum_{i=1}^{2n} c_i F(\bar{\theta})^{i-1} g \tag{21}$$

그러므로 (21)에 의하여 다음과 같은 식이 만족된다.

$$\begin{aligned} A^* x_k &= F^l(\theta^*) \sum_{i=1}^{2n} c_i F(\theta^*)^{i-1} g \\ &= c_1 F^l(\theta^*) g + c_2 F^{l+1}(\theta^*) g + \dots + c_{2n} F^{l+2n-1}(\theta^*) g \\ &= c_1 F^l(\bar{\theta}) g + c_2 F^{l+1}(\bar{\theta}) g + \dots + c_{2n} F^{l+2n-1}(\bar{\theta}) g \\ &= F^l(\bar{\theta}) \sum_{i=1}^{2n} c_i F(\bar{\theta})^{i-1} g \\ &= \bar{A} x_k \end{aligned} \tag{22}$$

(22)와 $A^* x_k$, $\bar{A} x_k$ 그리고 B^* 가 모두 controllable subspace에 들어있다는 성질을 이용하면 다음과 같은 식이 만족된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (A^* + B^* H_k) x_k = (A^* - B^* B^{*-1} \bar{A}) x_k = 0 \tag{23}$$

여기에서 제한 이득 조정 규칙 (13.a)와 (13.b)에 의하여 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} A^* + B^* H_k &= A^* - B^* (B_k^\epsilon)^{-1} A_k \\ &= A^* - B^* B^{*-1} \bar{A} + B^* B^{*-1} \bar{A} \\ &\quad - B^* B^{*-1} A_k + B^* B^{*-1} A_k - B^* (B_k^\epsilon)^{-1} A_k \\ &= (A^* - B^* B^{*-1} \bar{A}) + B^* B^{*-1} (\bar{A} - A_k) \\ &\quad + B^* B^{*-1} A_k - B^* (B_k^\epsilon)^{-1} A_k \end{aligned} \tag{24}$$

(24) 양변에 x_k 를 곱하면 다음 식이 만족된다.

$$\begin{aligned} (A^* + B^* H_k) x_k &= \{(A^* - B^* B^{*-1} \bar{A}) \\ &\quad + B^* B^{*-1} (\bar{A} - A_k) + B^* B^{*-1} A_k - B^* (B_k^\epsilon)^{-1} A_k\} x_k \end{aligned} \tag{25}$$

여기에서 $(A^* - B^* B^{*-1} \bar{A})x_k = 0$ 이고 $\|B^* B^{*-1}\| = 1$ 이므로 (9)에서 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|x_{k+l}\| &\leq \|(\bar{A} - A_k)x_k + (B^* B^{*-1} A_k - B^* (B_k^e)^{-1} A_k)x_k\| \\ &\quad + \|(D^* e_{2n} + B^* h_k)x_k\| \\ &\leq \|\bar{A} - A_k\| \|x_k\| + \|B^*\| \|A_k\| \|B^{*-1}\| \\ &\quad - (B_k^e)^{-1} \|x_k\| + \|D^* e_{2n} + B^* h_k\| \|x_k\| \quad (26) \\ &= (\|\bar{A} - A_k\| + \|B^*\| \|A_k\| \|B^{*-1}\| \\ &\quad - (B_k^e)^{-1} + \|D^* e_{2n} + B^* h_k\|) \|x_k\| \\ &= P_k \|x_k\| \end{aligned}$$

여기서 $P_k \equiv \|\bar{A} - A_k\| + \|B^*\| \|A_k\| \|B^{*-1}\| - (B_k^e)^{-1} + \|D^* e_{2n} + B^* h_k\|$ 이다. (26)에서 $\|A_k\|$ 는 정리 4.1에 의하여 한정되어 있고 $\|B^*\|$ 역시 정해진 값이므로 한정되어 있다. 또한 $\|\bar{A} - A_k\|$, $\|B^{*-1} - (B_k^e)^{-1}\|$ 그리고 $\|D^* e_{2n} + B^* h_k\|$ 은 k 가 무한대로 증가함에 따라 0으로 수렴하므로 임의의 $0 < \delta < 1$ 에 대하여 $k \geq k_\delta$ 이면 $0 < P_k \leq \delta$ 를 만족하는 k_δ 가 존재한다. 즉 모든 $k \geq k_\delta$ 에 대하여 $\|x_{k+l}\| \leq \delta \|x_k\|$ 이다. 여기서 $k \geq k_\delta$ 이면 $\|x_k\| \leq \delta^{k-k_\delta} \|x_{k_\delta}\|$ 이므로 $\sum_{k=k_\delta}^{\infty} \|x_k\|^2 \leq \frac{\|x_{k_\delta}\|^2}{1-\delta^2}$ 이고 $\sum_{k=0}^{k_\delta-1} \|x_k\|^2$ 는 어떤 한정된 값이므로 $\|x_k\|^2$ 가 불가산적이라는 가정에 모순되어 정리 4.3이 증명된다.

다음으로 과모델(overmodel)된 경우에 위에서 언급한 알고리즘을 이용한 적응 제어의 안정성에 대하여 서술해 보자.

정리 4.4 : 케환 규칙(8), 적응 추정기(11) 그리고 ϵ -pseudo-inverse를 이용한 케환 이득 조정 규칙(13.a,b)를 이용한 적응 제어 알고리즘은 차수가 $n_s \leq n$ 인 모든 시스템을 점근적으로 안정시킨다. 즉 어떤 $\bar{\epsilon}$ 가 존재하여 모든 $0 < \epsilon \leq \bar{\epsilon}$ 에 대하여 임의의 초기치 x_0, θ_0, H_0, h_0 에 대하여 페루프 시스템의 상태변수 x_t, θ_t, H_t, h_t 들은 균일하게 한정(uniformly bounded)되어 있고 시간이 무한대로 감에 따라 입력력 u_t, y_t 는 점근적으로 안정된다.

증명 : 정리 4.1에 의하여 θ_k 는 균일하게 한정되어 있고 정리 4.2와 정리 4.3에 의하여 x_k 와 H_k, h_k 도 역시 균일하게 한정되어 있다. 또한 $x_t, t \in [k, k+l], k \in \mathbb{Z}$ 는 (4)에 의하여 알 수 있듯이 x_k 와 균일하게 한정되어 있는 케환 이득을 가지면서 $\|x_k\|$ 의 크기에 비례하여 (8)에 의하여 만들어진 제어 입력 $u_t, t \in [k, k-2]$ 에 선형 종속이므로 x_t 역시 균일하게 한정되어 있다. 또한 정리 4.3에 의하여 $\|x_k\|^2$ 가 가산적이므로 t 가 무한대로 감에 따라 x_t 는 영으로 수렴됨을 알 수 있다. ■

V. 모의실험 분석

여기에서는 위에서 언급한 알고리즘과 Kreisselmeier가 제안한 알고리즘[1]을 토대로 안정한 시스템과 불안정한 시스템에 대하여 모의실험을 통하여 비교하였다. 본 모의실험에 이용된 안정한 시스템과 불안정한 시스템은 각각 다음과 같다.

안정한 시스템 :

$$\alpha(z^{-1}) = 1 + 0.7z^{-1} + 0.1z^{-2} \quad (27)$$

$$\beta(z^{-1}) = z^{-1} + 2z^{-2} \quad (28)$$

불안정한 시스템 :

$$\alpha(z^{-1}) = 1 + 2.5z^{-1} + 1.5z^{-2} \quad (29)$$

$$\beta(z^{-1}) = z^{-1} + 2z^{-2} \quad (30)$$

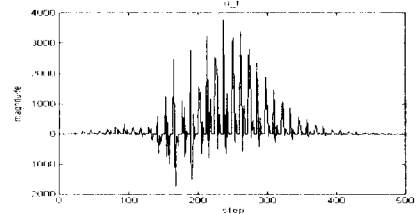
여기에서 H_k, h_k, θ_k 그리고 x_k 의 각각의 초기치 H_0, h_0, θ_0 그리고 x_0 는 각각 다음과 같다. Kreisselmeier가 제안한 알고리즘[1]에서도 같은 초기치가 사용되었다.

$$H_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.1 & 0.2 & 0 & 0 \\ 1.0 & 0.3 & 0.03 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0.61 & 0 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.81 & 0 & 2.1 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0.9 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.4 & 0.2 \end{bmatrix} \quad h_0 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 2.1 \\ 0.05 \\ 0 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

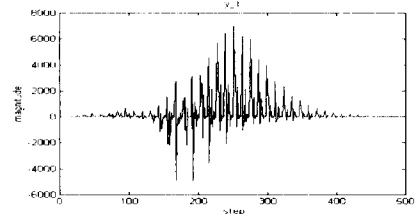
$$\theta_0 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.7 \\ 1 \\ 0.1 \\ 0.6 \\ 0.8 \end{bmatrix} \quad x_0 = \begin{bmatrix} -3.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$

그림 2와 그림 3에서 나타나듯이 본 논문에서 제시한 알고리즘을 안정한 시스템에 적용한 결과가 Kreisselmeier가 제안한 알고리즘[1]을 이용하여 얻은 결과보다 입력과 출력이 더 빨리 영으로 수렴되고 입력과 출력의 크기가 더 작은 범위 내에 있음을 알 수 있다.

그림 4와 그림 5에서 나타나듯이 본 논문에서 제시한 알고리즘을 불안정한 시스템에 적용한 결과가 안정한 시스템에 대한 결과와 마찬가지로 Kreisselmeier가 제안한 알고리즘[1]을 이용하여 얻은 결과보다 입력과 출력이 더 빨리 영으로 수렴되고 입력과 출력의 크기가 (그림 4는 10^{15} 의 크기이고 그림 5는 10^7 의 크기) 더 작은 범위 내에 있음을 알 수 있다.



(a) 입력



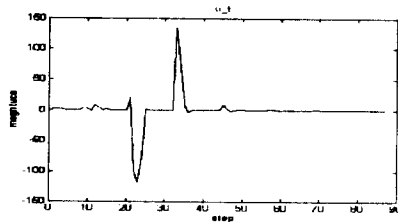
(b) 출력

그림 2. Kreisselmeier가 제안한 알고리즘을 이용한 안정한 시스템의 입력(a)와 출력(b).

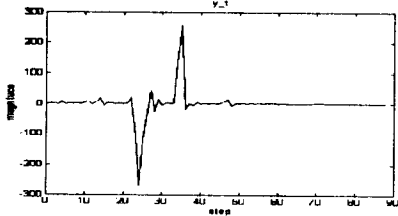
Fig. 2. Input(a) and output(b) of the stable system using the algorithm presented by Kreisselmeier.

본 논문의 결과가 [1]의 결과보다 더 나은 이유는 다음과 같은 이유로 설명될 수 있다. 제어입력 (8.a,b)는 1 시간 구간에서 여기조건을 만족하므로 파라미터 추정규칙 (11)에 의하여 추정되는 파라미터는 일반적으로 θ_s 의 원소로 매우 빠르게 접근하게 된다 (이는 파라미터 값들이 서너 번의 조정후에 θ_s 의 원소로 접근한다는 사실로 입증된다). 그러면

정리2.1에 의하여 실제 상태변수 x_k 는 controllable sub-space에 머물러 있게 되고 $A_k x_k$ 는 $A^* x_k$ 와, B^k 는 B^* 와, 그리고 D_k 는 D^* 와 비슷하게 되어 (10)에 의하여 추정치 \hat{x}_k 는 x_k 와 비슷하게 되는데 이때 궤환이득 조정규칙 (13.a,b)에 의하여 추정치는 원점으로 보내지게 되어 상대적으로 실제 상태변수도 원점 근방으로 보내지게 된다. [1]은 이러한 사실을 간접적으로 이용하였기 때문에 점근적인 안정성이 본 논문의 점근적인 안정성보다 나빠지게 된 것으로 생각된다.



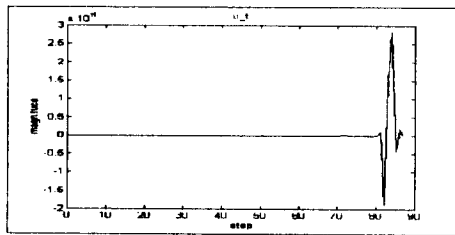
(a) 입력



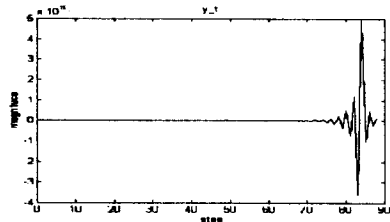
(b) 출력

그림 3. ϵ -pseudo-inverse 알고리즘을 이용한 안정한 시스템의 입력(a)와 출력(b).

Fig. 3. Input(a) and output(b) of the stable system using ϵ -pseudo-inverse algorithm.



(a) 입력



(b) 출력

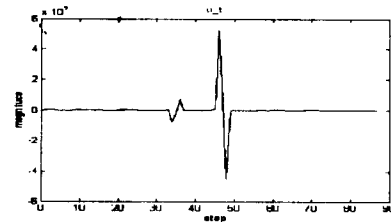
그림 4. Kreisselmeier가 제안한 알고리즘을 이용한 불안정한 시스템의 입력(a)와 출력(b).

Fig. 4. Input(a) and output(b) of the unstable system using the algorithm presented by Kreisselmeier.

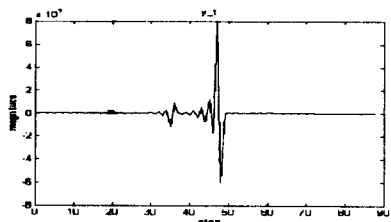
VI. 결론

본 논문에서는 미지의 선형 시불변, 단일 입출력, 이산

시간 시스템을 제어할 때 필수적으로 요구되었던 시스템에 대한 몇 가지 가정들 중 제어기의 성능 향상에 가장 큰 제약이 되어왔던 시스템의 차수에 대한 가정을 완화시켜 시스템의 차수의 상한 값만을 알 때 그 시스템을 점근적으로 안정화시키는 파라미터 적응 제어기의 알고리즘에 대하여 다루었다. 본 논문에서 제시한 제어기는 기본적으로 비선형 조정 가능 궤환 규칙, 시스템 파라미터 적응 추정기 그리고 ϵ -pseudo-inverse을 이용한 궤환 이득 조정 규칙으로 구성되어 있다. 궤환 이득 조정 규칙에서 기존의 least-square 알고리즘과는 다른 ϵ -pseudo-inverse를 이용하여 제어한 결과 시스템의 입력과 출력은 한정되어 있으며 점근적으로 영으로 수렴함을 수학적 증명과 모의 실험을 통하여 보였으며 또한 모든 상태들 역시 한정되어 있음을 보였다. 또한 추정된 매개변수들을 이용하여 구성한 추정 전달 함수는 시스템의 실제 전달 함수와는 다르지만 결과적으로 같은 성질을 가짐을 모의실험을 통하여 알 수 있었다.



(a) 입력



(b) 출력

그림 5. ϵ -pseudo-inverse 알고리즘을 이용한 불안정한 시스템의 입력(a)와 출력(b)

Fig. 5. Input(a) and output(b) of the unstable system using ϵ -pseudo-inverse algorithm.

참고문헌

- [1] G. Kreisselmeier, "Parameter adaptive control: A solution to the overmodeling problem," *IEEE Trans. Automatic Contr.*, vol. 39, no. pp. 1819-1824, 1994.
- [2] G. Kreisselmeier and M. C. Smith, "Stable adaptive regulation of arbitrary n_{th} order plants," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-31, no. pp. 299-305, 1986.
- [3] G. Kreisselmeier, "An indirect adaptive controller with a self-excitation capability," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-34, pp. 524-528, 1989.
- [4] R. Lozano-Leal, "Robust adaptive regulation without persistent excitation," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 34, no. pp. 1260-1267, 1989.
- [5] F. Giri, M. M'Saad, L. Dugard and J. M. Dion, "Robust adaptive regulation with minimal prior knowledge," *IEEE Trans. Automatic Contr.*, vol. 37, pp. 305-315, 1992.
- [6] R. Ortega and Y. Tang, "Robustness of adaptive

controllers-a survey," *Automatica*, vol. 25, pp. 651-677, 1989.

[7] F. M. Pait and A. S. Morse, "A cyclic switching

strategy for parameter adaptive control," Tech. Rep., Dept. Elec. Eng., Yale Univ., New Haven, CT, Feb. 1992.



양 현 석

1961년 4월 7일생. 1984년 Purdue University 전자전기공학부 졸업(공학사). 1991년 Univ. of California, Berkeley 전자공학과 졸업(공학박사). 1992년 3월 ~ 현재 홍익대학교 전자전기공학부 조교수. 연구분야는 최적제어, 적응

제어, 비선형제어, 견실제어 등.



이 호 신

1970년 12월 1일생. 1994년 홍익대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1996년 동 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 1996년 2월 ~ 현재 고등기술연구소 연구원. 관심 분야는 적응제어, Computer Numerical Control 등.