스튜워트 플랫폼 메카니즘의 기구학적/동역학적 최적설계

Kinematic/Dynamic Optimal Design of A Stewart Platform Mechanism

이 병 주, 김 희 국, 허 금 강
(Byung-Ju Yi, Whee-Kuk Kim and Kum-Kang Huh)

Abstract : This work deals with the kinematic and dynamic optimal design of a six degree-of-freedom Stewart Platform mechanism, which is actuated by six prismatic cylinders. Composite design index is employed to deal with multi-criteria based design in a systematic manner, and a sequential design method is suggested, in which the results from the kinematic optimization are employed in the following dynamic optimization.

Keywords : stewart platform, parallel mechanism, composite design index, optimal design

I. 서론

병렬형 메카니즘은 그동안 많이 사용되어 왔던 직렬형 메카니즘과 비교해 볼 때 다른 측면에서 많은 장점들을 지니고 있음을 알 수 있다. 기저부로 연결되는 여러 개의 체인으로 말미암아 큰 강성을 지니고 있고 큰 하중을 지지할 수 있으며 체인간의 상호구속으로 인하여 정밀한 운동을 제어하기에 적합하다.

Stewart는 최초로 6 자유도를 지닌 병렬형 메카니즘을 소개하였는데 이 메카니즘은 그림 1과 같이 상판과 하판이 여섯 개의 미끄럼 엑츄에이터로 연결되어 있는 메카니즘이다. 이러한 메카니즘은 실제로 비행 시뮬래이터로 사용되고 있다. 이 밖에 많은 병렬형 메카니즘이 최근에 다른 많은 분야에 적용되고 있으며 앞으로 더 많은 적용이 예상된다[1-4].

그러나, 아직까지도 병렬형 메카니즘 성능의 판단기준이 되는 다양한 설계지수에 근거한 최적인자를 구하는 과정이 매우 복잡하여 많은 시간과 비용이 소요되기 때문에 스튜워트 메카니즘과 같은 병렬형 메카니즘에 관한 기구학적/동역학적 최적설계에 관한 연구는 아직도 많은 개선이 요구되는 실정이다. 또한 6 자유도를 지닌 병렬형 메카니즘에 대한 기구학적 최적설계는 기존에 연구되고 있는 반면에[6-7] 동역학적 최적설계는 고려되지 않았음을 살펴볼 수 있다. 본 논문에서는 미끄럼 관절로 구동되는 병렬구조를 갖는 스튜워트 플랫폼 시스템의 기구학적 최적설계를 수행하고 이러한 결과를 동역학적 최적설계에 적용하는 순차적인 최적설계 방식을 제시하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같이 요약된다. 첫째로, 스튜워트 메카니즘의 위치해석, 기구학적 모델, 동역학적 모델에 관하여 기술한다. 둘째로, 본 연구에서 사용되는 기구학적 설계지수들과 동역학적 설계지수들에 관하여 논한다. 셋째로, 최적화 방식으로서 여러가지 설계 지수들을 Fuzzy 이론의 Preference 개념을 도입하여 양적으로 하나의 값으로 융합하여 나타내는 복합식 설계지수 방식을 최적설계에 활용한다[5-7]. 마지막으로, 최적화된 스튜워트 메카니즘의 성능에 관한 결과를 논한다.

II. 스튜워트 플랫폼의 위치해석

1. 스튜워트 플랫폼의 기구학적 구조

본 논문에서 조사하려는 스튜워트 플랫폼의 구조는 상판과 하판, 그리고 이를 연결하는 여섯 개의 미끄럼 구동관절들로서 구성된다. 그림 1에서와 같이 하판(base plate)에 고정된 기준 좌표계 $(x_b,\ y_b,\ z_b)$를 설정하고 기준 좌표계의 원점으로부터 여섯 개 각각의 미끄럼 관절들과 교차하는 곳에 위치한 2 자유도 유니버셜 관절 중심까지의 위치벡터를 각각 R_{b_i}라고 정의한다. 마찬가지로 상판(top plate)에 고정되고 그 중심의 위치에 원점을 갖는 상판 좌표계 $(x_t,\ y_t,\ z_t)$을 설정하고 상판 좌표계의 원점으로부터 여섯 개 각각의 미끄럼 관절들과 교차하는 곳에 위치한 3 자유도 ball & socket 관절들까지의 위치벡터를 각각 $r_i^{(T)}$ 라고 정의한다. 또한 하판 좌표계의 원점으로부터 상판좌표계의 원점까지의 위치벡터를 R_t라고 하고 기준 좌표계로부터 상판 좌표계로의 회전변환을 $[{}^B_T R]$ 라고 정의한다. 상판의 방위를 나타내는 이 회전 변환행렬은 다음과 같은 Roll, Pitch, Yaw angles로서 정의하기로 한다. 즉, 먼저 하판에 고정된 기저 좌표계의 x_b축에 대하여 상판에 고정된 상판 좌표계를 γ각도(Roll angle) 만큼 회전시키고, 다시 기저 좌표계의 y_b축에 대하여 회전된 상판 좌표계를 β각도(Pitch angle) 만큼 회전시키고, 마지막으로 기저 좌표계의 z_b축에 대하여 또 다시 회전된 상판 좌표계를 각도 α(Yaw angle) 만큼 회전시킴으로서 얻어지는 회전 변환행렬은

$$ {}^B_T R = Rot(z,\alpha)\ Rot(y,\beta)\ Rot(x,\gamma) \tag{1} $$

또는

$$ {}^B_T R = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \tag{2} $$

와 같이 표현된다. 그리고 z축을 중심으로 대칭인 구조를 갖도록 미끄럼 관절들과 상판 그리고 하판과의 교차점의 위치를 Fig. 1에서와 같이 하판은 r의 원상에 그리고 각각 0°, 120°, 240°를 중심으로, 상판은 R의 원상에 그리고 각각 60°, 180°, 300°을 중심으로 $\pm\mu$의 위치에 대칭으로 배치하였다. 예를 들면, 하판과 첫번째 교차점 그리고 여섯번째 교차점까지의 위치벡터는 각각

$$ R_1 = (R\cos\mu,\ R\sin\mu,\ 0)^T \tag{3} $$

$$ R_6 = (R\cos(-\mu),\ R\sin(-\mu),\ 0)^T \tag{4} $$

으로 표현되며 상판과 첫번째 교차점 그리고 여섯번째 교차점까지의 상판 좌표계로 표현되 위치벡터는

$$ r_1^{(T)} = (r\cos(60^\circ-\mu),\ r\sin(60^\circ-\mu),\ 0)^T \tag{5} $$

$$ r_6^{(T)} = (r\cos(300^\circ+\mu),\ r\sin(300^\circ+\mu),\ 0)^T \tag{6} $$

으로 표현된다.

2. 기구학적 모델링

본 절에서는 스튜워트 메카니즘의 정위치 해석, 역위치 해석, 그리고 기구학적 모델에 대한 결과식 만을 기술한다[7][8].

접수일자 : 1995. 10. 9., 수정완료 : 1996. 2. 27.
김희국, 허금강 : 고려대 제어계측공학과
이병주 : 한양대 제어계측공학과

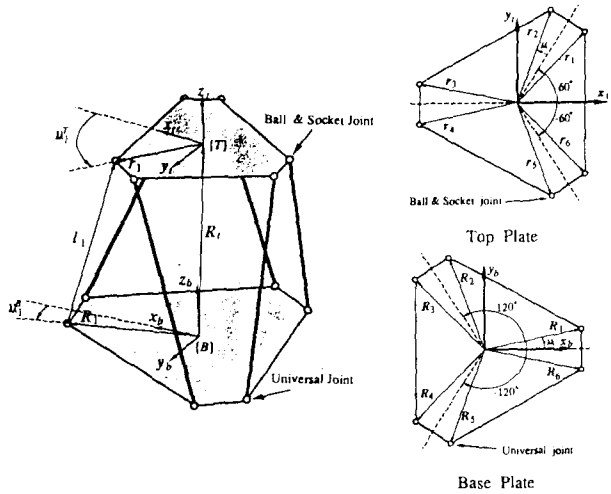

그림 1. 스튜워트 플랫폼 메카니즘. a) 상판, b) 기저판, c) 전체 스트워트 플랫폼.

Fig. 1. Stewart platform mechanism. a) top plate, b) base plate, c) total stewart platform.

역위치 해석 :

미끄럼 관절의 길이를 각각 $l_i\ (i = 1,2,...6)$라 할 때, l_i는 다음의 식으로부터 구해진다.

$$l_i = \sqrt{l_i \cdot l_i} = \sqrt{(R_t + r_i - R_{bi}) \cdot (R_t + r_i - R_{bi})} \tag{7}$$

여기서

$$r_i = {}^{T}_{B}R\, r_i^{(T)} \tag{8}$$

기구학적 모델링 :

기준 좌표계에 대한 상판의 선형속도벡터(transaltional velocity vector)와 각속도벡터(angular velocity vector)를 각각 다음과 같이 정의하자.

$$\omega = [\ \omega_x\ \omega_y\ \omega_z\ ]^T \tag{9}$$

$$\dot{R}_t = [\ \dot{R}_{tx}\ \dot{R}_{ty}\ \dot{R}_{tz}\ ]^T \tag{10}$$

이때 전체 출력속도벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{u} = \begin{pmatrix} \dot{R}_t \\ \omega \end{pmatrix} = [\ \dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z}\ \omega_x\ \omega_y\ \omega_z\ ]^T \tag{11}$$

이때, 스튜워트 플랫폼의 출력변수들에 관한 미끄럼 관절변수들의 역방향 속도/가속도 관계식은 다음과 같다.

$$\dot{l} = [\ G_u^l\ ]\ \dot{u} \tag{12}$$

$$\ddot{l} = [\ G_u^l\ ]\ \ddot{u} + \dot{u}^T [\ H_{uu}^l\ ]\ \dot{u} \tag{13}$$

여기서

$$[\ G_u^l\ ] = \begin{bmatrix} \hat{l}_1^T & (r_1 \times \hat{l}_1)^T \\ \hat{l}_2^T & (r_2 \times \hat{l}_2)^T \\ \vdots & \vdots \\ \hat{l}_6^T & (r_6 \times \hat{l}_6)^T \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$[\ H_{uu}^l\ ] = \begin{bmatrix} [\ H_{uu}^{l_1}\ ] \\ [\ H_{uu}^{l_2}\ ] \\ \vdots \\ [\ H_{uu}^{l_6}\ ] \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$[\ H_{uu}^{l_i}\ ] = \frac{1}{l_i} \begin{bmatrix} [I] - \hat{l}_i \hat{l}_i^T & -r_i \times [I] - \hat{l}_i (r_i \times \hat{l}_i)^T \\ r_i \times [I] - (r_i \times \hat{l}_i)\hat{l}_i^T & (\hat{l}_i - r_i) r_i^T - [I](\hat{l}_i - r_i)^T r_i - (r_i \times \hat{l}_i)^T (r_i \times \hat{l}_i) \end{bmatrix} \tag{16}$$

이고, $[\ H_{uu}^l\ ]$는 Hessian을 나타내는 2차 기구학적 영향계수로서 $(6\times6\times6)$의 3차원 행렬이며, 1차 기구학적 영향계수를 나타내는 시스템 자코비안 $[\ G_u^l\ ]$의 작업공간의 변위벡터에 대한 변화량 $\frac{\partial [\ G_u^l\ ]}{\partial u}$을 의미한다. 그리고, $[\ G_u^l\ ]$가 비특이하다면 다음과 같이 스튜워트 플랫폼의 출력변수들에 관한 미끄럼 관절변수들의 정방향 속도/가속도 관계식을 구할 수 있다.

$$\dot{u} = [\ G_l^u\ ]\ \dot{l} = [\ G_u^l\ ]^{-1}\ \dot{l} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= [\ G_l^u\ ]\ \ddot{l} + \dot{l}^T [\ H_{ll}^u\ ]\ \dot{l} \\ &= [\ G_l^u\ ]\ \ddot{l} + \dot{l}^T [\ G_l^u\ ]^T (-[\ G_u^l\ ]^{-1} \cdot [\ H_{uu}^l\ ])[\ G_l^u\ ]\ \dot{l} \end{aligned} \tag{18}$$

위 식에서 사용된 돗 프로덕트 $(\cdot)$ 오퍼레이터는 행렬 A가 $(r\times p)$ 이고 행렬 B는 p개의 $(m\times n)$행렬로 이루어지는 3차원 행렬 $(p\times(m\times n))$이라고 할 때,

$$[\ C\ ]_{pij} = [\ A \cdot B\ ]_{pij} = \sum_{k=1}^{r} A_{ik} B_{kij} \tag{19}$$

의 기능을 갖는 오퍼레이터로 정의된다[8]. 여기서 C는 $(r\times(m\times n))$의 3차원 행렬이다.

3. 동력학 모델링

스튜워트 플랫폼의 상판을 제외한 나머지 여섯 개의 부속 직렬 매니퓰레이터의 동역학식은 다음과 같이 표현된다.

$$T_\phi^l = [\ I_{\phi\phi}^*\ ]\ \ddot{\phi} + \dot{\phi}^T [\ P_{\phi\phi\phi}^*\ ]\ \dot{\phi} \tag{20}$$

여기서, ϕ는 관절의 변위벡터를 나타내며, T_ϕ^l는 각 부속 직렬 매니퓰레이터의 관절공간에서의 관성력을 나타내고, $[\ I_{\phi\phi}^*\ ]$는 관성행렬(Inertia Matrix), $[\ P_{\phi\phi\phi}^*\ ]$는 코리올리 스힘(Coriolis Force)과 원심력(Centrifugal Force)의 영향을 나타내는 3차원 행렬(Inertia Power Array)을 나타낸다.

각 직렬 부속 체인의 스트워트 플랫폼의 출력공간에 대한 동력학 모델은 각각 다음과 같이 표현될 수 있다.

$${}_iT_u^l = [\ {}_iI_{uu}^*\ ]\ \ddot{u} + \dot{u}^T [\ {}_iP_{uuu}^*\ ]\ \dot{u} \tag{21}$$

여기서 $[\ {}_iI_{uu}^*\ ]$와 $[\ {}_iP_{uuu}^*\ ]$는 각각 직렬 체인의 작업공간에서의 동역학적 영향계수를 나타낸다[8]. 이들과 상판에 관한 동역학식을 합함으로서 스튜워트 플랫폼의 출력공간에 대한 전체 동력학 모델은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$T_u^l = [\ I_{uu}^*\ ]\ \ddot{u} + \dot{u}^T [\ P_{uuu}^*\ ]\ \dot{u} \tag{22}$$

위 식에서 $[\ I_{uu}^*\ ]$와 $[\ P_{uuu}^*\ ]$는 전체 스트워트 메카니즘에 대한 동력학적 영향계수를 나타내며 각각 다음과 같이 구해진다.

$$T_u^l = \sum_{i=1}^{N} {}_iT_u^l \tag{23}$$

$$[\ I_{uu}^*\ ] = [\ I_{uu}\ ] + \sum_{i=1}^{6} [\ {}_iI_{uu}^*\ ] \tag{24}$$

$$[\ P_{uuu}^*\ ] = [\ P_{uuu}\ ] + \sum_{i=1}^{6} [\ {}_iP_{uuu}^*\ ] \tag{25}$$

여기서 $[\ I_{uu}\ ]$와 $[\ P_{uuu}\ ]$는 상판과 상판에 부착될 다른 어떤 물체들에 관한 동력학적 영향계수를 나타낸다. 실제의 매니퓰레이터 설계에서는 작업공간에서의 하중용량, 속도와 가속도, 그리고 구동장치의 구동력 T_l^l의 관계를 나타내주는 동력학식이 필요되는데, 이것은 스튜워트 플랫폼의 역방향 기구학적 모델을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T_l^l = [\ I_{lu}^*\ ]\ \ddot{u} + \dot{u}^T [\ P_{luu}^*\ ]\ \dot{u} \tag{26}$$

여기서,

$$[\ I_{lu}^*\ ] = [\ G_l^u\ ]^T [\ I_{uu}^*\ ] \tag{27}$$

$$[\ P_{luu}^*\ ] = [\ G_l^u\ ]^T \cdot [\ P_{uuu}^*\ ] \tag{28}$$

이며, $[\ I_{lu}^*\ ]$와 $[\ P_{luu}^*\ ]$는 각각 출력공간의 가속도와 속도가 미끄럼관절의 구동력에 미치는 영향과 관련이 있음을

알 수 있다.

III. 매니퓰레이터의 성능지수

1. 기하학적 기준

매니퓰레이터의 가장 기본적인 설계기준으로서 먼저 작업구간(workspace)의 크기를 들 수 있다. 작업구간은 다음과 같이 두가지로 분류할 수 있는데, 첫째는 다다를 수 있는 작업구간(reachable workspace)으로 매니퓰레이터의 말단점의 방위와는 상관없이 다다를 수 있는 구간을 나타낸다. 둘째는, 자유자재한 작업구간(dexterous work- space)으로 말단점이 다다를 수 있을 뿐 만 아니라 그 점에서 모든 방향으로의 임의의 방위를 가질 수 있는 구간을 나타낸다. 이러한 작업구간 크기의 정량적인 지표로서 현재까지 많은 기준들이 제안되었으며 활동구간의 부피, 활동구간의 크기등이 있다.

2. 기구학적 성능지수

매니퓰레이터의 기구학적 설계에 있어서 가장 중요한 기준이 되는 성질은 기구학적 성능이라 할 수 있다. 기구학적 성능은 정적인 입출력 힘관계와 입출력 속도관계로 결정되기 때문에 시스템의 자코비안의 특성을 조사함으로서 분석될 수 있으며 여러가지 형태의 기구학적 특성을 나타내는 지수에 관하여 간략하게 기술한다.

속도/힘 전달 특성

매니퓰레이터의 입출력 속도사이에 관계식이 다음과 같다고 하자.

$$\dot{u} = [\ G_{\phi}^{u}]\ \dot{\phi} \tag{29}$$

$[\ G_{\phi}^{u}]$ 의 특이값 σ의 제곱 즉, 행렬 $[\ G_{\phi}^{u}]^{T}[\ G_{\phi}^{u}]$ 의 eigenvalue들을

$$\sigma_{\min}^{2} = \sigma_{1}^{2} \le \cdots \le \sigma_{6}^{2} = \sigma_{\max}^{2} \tag{30}$$

이라고 할 때, (31)로부터 다음과 같은 출력속도 norm의 상하 한계를 얻을 수 있다[9].

$$\sigma_{\min} \| \dot{\phi} \| \le \| \dot{u} \| \le \sigma_{\max} \| \dot{\phi} \| \tag{31}$$

이 부등식으로 부터 $[\ G_{\phi}^{u}]$ 의 특이값(singular value)들이 입출력속도의 전달특성과 직접 관계가 있음을 알 수 있다. (32)는 관절공간에서 단위크기의 관절속도를 가하였을 경우에(즉, $\| \dot{\phi} \| = 1$)출력속도의 크기는 적어도 $\sigma_{\min}$보다는 크고, $\sigma_{\max}$보다는 작다는 것을 의미한다.

마찬가지로 시스템의 관절에 가해진 입력힘을 T_{ϕ}, 매니퓰레이터의 출력힘을 T_{u}라 할 때, 이 두 힘 사이에는 다음과 같은 관계가 있으며

$$T_{\phi} = [\ G_{\phi}^{u}]^{T} T_{u} \tag{32}$$

이 식으로 부터 다음과 같은 출력힘 norm의 상하한계를 얻을 수 있다.

$$\sigma_{\min} \| T_{u} \| \le \| T_{\phi} \| \le \sigma_{\max} \| T_{u} \| \tag{33}$$

이 식은 출력공간에서 단위크기의 힘을 요구되었을 경우에 (즉, $\| \boldsymbol{T}_{u} \| = 1$) 관절힘의 크기는 적어도 $\sigma_{\min}$보다는 크고, $\sigma_{\max}$보다는 작다는 것을 의미한다.

기구학적 등방성 지수(Kinematic Isotropic Index)

일반적인 매니퓰레이터의 이상적인 특성중의 하나는 그 시스템의 작업공간내의 어떤 위치에서 모든 방향으로 균일한 속도와 힘의 전달특성을 갖도록 하는 것이며 이러한 특성은 다음과 같은 기구학적 등방성지수(Kinematic Isotropic Index)로 정의될 수 있다[6].

$$\sigma_{KI} = \frac{\sigma_{\min}([\ G_{\phi}^{u}]\ )}{\sigma_{\max}([\ G_{\phi}^{u}]\ )} \tag{34}$$

등방성지수는 작업공간에서 모든방향으로 골고른 힘 또는 속도전달 성능을 나타내므로 클수록 바람직하다.

최대힘전달비(Maximum Force Transmission Ratio)

(34)로부터 단위출력의 힘을 내기 위한 최대의 관절 입력힘은 다음과 같이 최대힘전달비(maximum force transmission ratio)로 정의된다[6].

$$\sigma_{F} = \sigma_{\max}([\ G_{\phi}^{u}]\ ) \tag{35}$$

최대힘전달비는 작업공간에서 단위크기의 힘을 지지하기 위하여 필요되는 구동력의 크기를 나타내므로 작게 되도록 설계하는 것이 좋다

3. 동력학적 설계지수

기구학적인 설계는 단지 매니퓰레이터의 형상으로부터 결정되는 중력이나 외부하중과 같은 정적인 힘의 전달비나, 속도의 전달비만을 고려하였다. 그러나, 실제 관절 구동부에 요구되는 구동력을 줄이기 위해 구동력이 각 관절에 골고루 분포되었는 가를 평가할 수 있는 동력학적인 성능지수가 필요하다. 본 절에서는 몇가지의 동역학적 성능지수에 관해 기술한다.

동역학적 등방성지수(Isotropic index of inertial matrix)

(25)로부터 관성에 의한 관절힘중 출력가속도에 의한 부분을 다음과 같이 표기하자.

$$T_{i}^{A} = [\ I_{lu}^{*}]\ \ddot{u} \tag{36}$$

Rayleigh의 원리로 부터 다음의 관계가 성립하며

$$\sigma_{\min}([\ I_{\phi u}^{*}]\ ) \| \ddot{u} \| \le \| T_{\phi}^{A} \| \le \sigma_{\max}([\ I_{\phi u}^{*}]\ ) \| \ddot{u} \| \tag{37}$$

이 부등식의 역관계식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{\sigma_{\max}([\ I_{\phi u}^{*}]\ )} \| T_{\phi}^{A} \| \le \| \ddot{u} \| \le \frac{1}{\sigma_{\min}([\ I_{\phi u}^{*}]\ )} \| T_{\phi}^{A} \| \tag{38}$$

이로부터 $[\ I_{\phi u}^{*}]$ 의 최소특이값과 최대특이값의 차이가 작을수록 모든 방향으로 고른 출력가속도를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그러므로 동력학적 등방성지수(Dynamic Isotropic Index)는 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma_{DI} = \frac{\sigma_{\min}([\ I_{\phi u}^{*}]\ )}{\sigma_{\max}([\ I_{\phi u}^{*}]\ )} \tag{39}$$

관성행렬 최대특성값(Maximum eigenvalue of inertial matrix)

(39)로부터 단위 크기의 출력 가속도를 확보하기 위한 최소한의 구동력은 $\sigma_{\max}([\ I_{\phi u}^{*}]\ )$이라는 것을 알 수 있다. 이 값이 작을수록 작은 구동력으로 출력공간에서 큰 가속력을 얻을 수 있음을 알 수 있고, 이는 매니퓰레이터 성능의 좋은 지표로 사용될 수 있다. 그러므로, 최대 가속도 전달비(Maximum Acceleration Transmission Ratio)는 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma_{AF} = \sigma_{\max}([\ I_{\phi u}^{*}]\ ) \tag{40}$$

관성률행렬 최대특성값들의 평균(Average of maximum eigenvalues of inertial power matrix)

관성에 의한 관절힘중 출력속도에 의한 부분을 다음과 같이 표기하자.

$$T_{i}^{V} = \dot{u}^{T}[\ P_{luu}^{*}]\ \dot{u} \tag{41}$$

여기서 $[\ P_{luu}^{*}]$ 는 세 개의 행렬이 누적된 삼차원 행렬의 꼴을 가지며 i번째 행렬은 출력속도가 i번째 관절에 미치는 영향을 나타낸다. 최대 가속도 전달비에서와 마찬가지로 최대 속도 전달비(Maximum Velocity Transmission Ratio)는 다음과 같이 각 평면 $[\ P_{luu}^{*}]_{i}$의 최대 특성값들의 평균으로 다음과 같이 정의되며 여기서 σ_{VF}의 값이 작아짐은 적은 관절힘으로 출력공간에서 큰 속도를 얻을 수 있음을 의미한다.

$$\sigma_{VF} = \frac{1}{N_{j}} \sum_{i=1}^{N_{j}} \sigma_{\max}([\ P^{*}{}_{luu}]_{i}) \tag{42}$$

4. 전역성능지수

본 논문에서 지금까지 소개한 매니퓰레이터의 성능지수들은 매니퓰레이터 출력공간의 한 위치에서의 성능을 나타내는 국부성능지수이다. 임의의 국부성능지수를 (PI)라 할때, 이에 상응하는 전역성능지수(global performance index)는 다음과 같이 정의된다[5].

$$GPI = \frac{\int_W PI\, dW}{\int_W dW} \tag{43}$$

여기서 W는 자유자재한 작업구간을 의미한다.

5. 복합식설계지수

매니퓰레이터의 설계는 많은 기구학적 설계지수들과 동역학적 설계지수들을 고려하는 다기준설계(multi-criteria based design)라 할 수 있다. 그러나, 여러가지 설계지수들은 서로 단위가 다르며 각각 그 물리적인 의미가 다르므로 서로 간의 비교가 어렵다. 따라서, 임의로 표준화되거나 가중치를 부여할 수 없으므로 정성적인 비교분석이 바람직하다고 하겠다. 이러한 방법의 하나로 최근에 제안된 복합식 설계 기법에 대하여 간략하게 기술한다[6].

먼저 설계지수들을 $DI_1, DI_2, \cdots, DI_N$이라고 하자. 이들 각각의 설계지수의 값에 선호도 정보(preference information)를 부여하여 0과 1사이의 Fuzzy Domain값으로 전환한다. 즉, 최대화 또는 최소화 시키고자 하는 설계지수는 각각

$$\widehat{DI}_i = \frac{DI_i - DI_{i\,\min}}{DI_{i\,\max} - DI_{i\,\min}} \tag{44}$$

$$\widehat{DI}_i = \frac{DI_{i\,\max} - DI_i}{DI_{i\,\max} - DI_{i\,\min}} \tag{45}$$

의 과정을 통하여 표준화된다. 여기서, $\widehat{DI}_i$는 표준화된 설계지수임을 나타내고 있다. 여기서 0과 1사이의 선호도 정보는 1에 가까울 수록 선호도가 높은 것을 나타낸다. 실제로, 설계지수의 최대값(DI_{imax})과 최소값(DI_{imin})은 설계인자의 탐색영역에서의 최대, 최소를 각각 취하거나, 설계자의 전문적 지식으로부터 임의로 설정할 수도 있다. 위와 같이 표준화된 설계지수들은 다음과 같이 복합식 설계지수로 조합된다[6-7].

$$CDI = \widehat{DI}_1^{\,w_1} \wedge \widehat{DI}_2^{\,w_2} \wedge \cdots \wedge \widehat{DI}_N^{\,w_N} \tag{46}$$

여기서 $\wedge$는 "Fuzzy Intersection"을 의미하며 w_i는 설계자가 지정하는 각 설계지수에 대한 가중치를 나타낸다. 이러한 각 설계지수의 값에 부여되는 선호도는 설계자의 경험에 의하여 결정되며 서로 다른 가중치를 각각의 설계지수에 부여할 수 있으므로 설계에 있어서 유연성을 제공해 준다. 설계인자들에 대하여 계산된 복합식 설계지수들의 값은 0과 1 사이의 fuzzy domain의 값을 나타므로 각 복합식설계지수들에 대한 가중치는 normal, very, more or less, absolutely 등의 fuzzy measure에 근거하여 결정한다. Normal은 1, very는 2.0, more or less는 0.5, absolutely는 ∞의 값들로 각각 defuzzify하여 사용한다. 모든 설계인자들에 대한 가중치가 1로 주어진다면 모든 설계인자를 균등히 고려하는 설계가 될 것이며, 가중치가 크면 클수록 그 설계인자가 나빠지는 설계결과를 초래하고 작으면 작을수록 그 설계인자가 더 많이 고려되는 설계결과를 가지게 된다.

IV. 스튜워트 플랫폼의 최적설계

매니퓰레이터의 최적설계에서는 기하학적, 기구학적/동역학적, 전역 설계지수들을 동시에 고려하는 최적화를 수행하여야 한다. 그러나, 이러한 형태의 최적 설계는 매우 엄청난 전산량이 요구된다. 그러므로, 본 연구에서는 이러한 최적설계를 두 가지의 과정으로 나누어 수행하였다. 먼저, 기구학적 인자들에 대한 최적화를 수행하여 최적의 기구학적 인자들을 구하고 이러한 기구학적 최적인자들에 근거하여 메카니즘의 동역학적 인자들에 대하여 최적화를 수행한다.

이러한 각각의 최적화과정에 있어서는 설계인자들에 대한 설계지수들(예를 들면, 활동구간의 크기, 기구학적 등방성비, 최대힘전달비)은 모든 연산점에 대하여 계산하여 평균값을 구한다. 여기서 연산점을 잘게 짜르면 보다 정확한 결과를 얻을 수 있으나 전산량이 급격히 증가하므로 본 논문에서는 작업공간 상의 한 방향에 대한 모의시험을 통하여 적절한 연산점수를 정하여 시뮬레이션을 수행하였다. 결정된 선형방향과 회전방향의 격자간격은 각각 0.1과 10°이다.

1. 스튜워트 플랫폼의 기구학적 최적설계

스트워트 메카니즘은 대칭의 형태를 가지며 여섯 개의 미끄럼 관절들을 사용한다. 본 연구에서는 그림 2와 같이 단위 길이를 갖는 실린더와 단위 길이를 갖는 실린더 로드(cylinder rod)를 스트워트 메카니즘의 미끄럼 관절로서 사용한다고 가정하였다. 그리고 이들은 각각 상판과 하판과의 교차점에 유니버셜 관절과 볼이 소켓 관절에 연결되며 단위 값의 행정구간을 갖는다고 가정하였다. 그리고, 하판의 반경도 역시 단위 값을 갖는다고 가정하였다. 이 때, 스튜워트 플랫폼 매카니즘의 기구학적 설계인자는 하판의 반경에 대

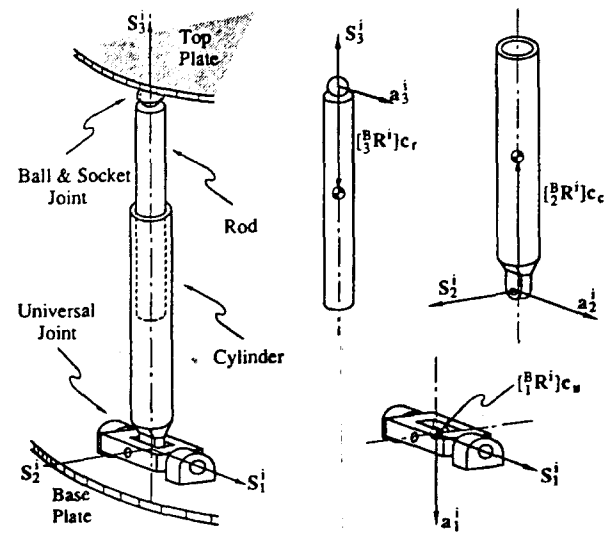

그림 2. 스튜워트 플랫폼 메카니즘의 미끄럼 실린더.
Fig. 2. Prismatic cylinder of stewart platform mechanisms.

한 상판 반경의 비(r/R)와 그림 1(c)에서의 위치각도(μ)로 결정된다.

기구학적 성능기준으로 사용된 설계지수들은 자유자재한 활동구간의 크기(W), 기구학적 등방성비(σ_{KI})와 최대 힘전달비(σ_F)이다. 여기서 자유자재한 활동구간은 각 점에서 각 방향으로 $-30^\circ < \alpha, \beta, \gamma < 30^\circ$ 회전이 가능한 구간으로 정한다. 힘 대 토크비는 1:1로 정하였고 주어진 설계지수들에 단위 가중치를 부여하고 이들을 복합식설계지수(Composite Design Index)로 조합하여 이에 대한 최적화를 수행하였다.

그림 3은 두 설계인자들의 변화에 따른 기구학적 설계지수들의 복합식 설계지수 그림을 나타내며 이로부터 다음과 같은 기구학적 최적인자를 얻을 수 있다.

$$r/R_{opt} = 0.25, \quad \mu_{opt} = 2^\circ \tag{47}$$

이 그림은 복합식 설계지수의 값이 최적 부근에서(즉, $0^\circ \le \mu \le 7^\circ$) μ의 변화에는 민감하지 않으나 r/R의 변화에는 상대적으로 매우 민감하다는 것을 보여주고 있다. 이러한 최적설계의 결과를 분석하면, $R = 1000mm$일 때에 $r = 250$

mm 이므로 상판에 연결된 조인트들 간의 거리는 약 $17mm$가 되므로 실제로 구현하기 어렵다. 이러한 경우에는 그림 3으로부터 3차원 plot의 능선을 따라서 최적구간이 존재함을 알 수 있으므로 구현가능한 μ의 값을 선택할 수 있다. 약 4°인 경우에 최적치로부터는 조금 벗어나는 결과이나 $35mm$의 간격을 가지게 되므로 적절하다고 하겠다.

본 논문에서는 기구학적 최적설계의 파라메터가 두 개인 경우이므로 그림 3의 plot으로부터 최적의 설계값들을 쉽게 판별할 수 있다. 그러나, 세 개 이상의 설계 파라메터를 가지며 구속방정식(e.g., $\mu \leq 4^{\circ}$)을 고려하여야 하는 경우에는 적절한 최적화 기법을 사용하여야 할 것이다.

일반적으로 활동구간에 대한 가중치가 클수록 r/R의 비가 작은 범위에서 최적을 나타내며, 등방성비에 대한 가중치가 클수록 r/R 비는 너무 크지 않은 범위에서 최적을 나타내며, 최대 힘전달비에 대한 가중치가 큰 경우는 활동구간과 비슷한 경향을 보인다. 그리고 μ는 등방성비에 대한 가중치가 클 때만 3°보다 작은 범위안에서 최적을 나타내며, 활동구간과 최대 힘전달비에 대한 가중치가 클 때는 5°보다 작은 범위안에서 최적을 나타낸다[7].

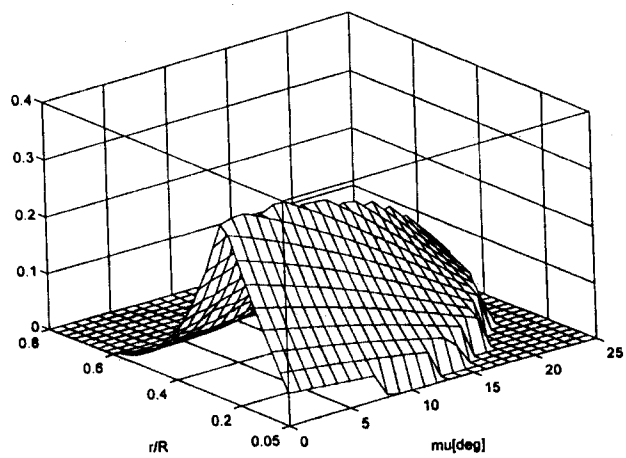

그림 3. 기구학 복합식 설계지수.
Fig. 3. Kinematic composite design index.

그림 4, 5와 6, 7은 $y=0$인 $x-z$평면에서와 $z=1.1$인 $x-y$평면에서 플랫폼이 갖는 기구학적 지수들의 등고선 그림을 나타낸다. 이러한 메카니즘은 실린더 로드의 제한된 행정거리로 인하여 전체 자유자재한 활동구간이 그림 8과 같은 형태를 가지며 그림 7에서 굵은 선은 이러한 작업구간의 경계를 나타낸다. 그러므로, 경계선 밖의 부분은 실린더 로드의 행정거리에 제한을 두지 않은 경우에 대한 등고선 그림을 나타낸다. 그림으로부터 기구학적으로 최적화된 스트워트 메카니즘은 전체 작업구간에 대하여 대체적으로 균일한 기구학적 성능을 보이고 있음을 알 수 있다.

2. 스튜워트 플랫폼의 동력학적 최적설계

본 연구에서는 스튜워트 메카니즘 상판은 원형 디스크 형태를 가지며 미끄럼관절 엑츄에이터로서는 실린더 형태의 유압 또는 공압기기를 사용한다고 가정하였다. 디스크 형태의 상판은 반경이 r, 두께 L, 질량 m_{pl}이며 관성행렬은 다음과 같은 대각행렬로 표현된다.

$$[\ \Pi_{pl}] = diag[\ m_{pl}(3R_{pl}^2+L_{pl}^2)/12, m_{pl}(3R_{pl}^2+L_{pl}^2)/12, \\ m_{pl}R_{pl}^2/2] \qquad (48)$$

유니버셜 관절의 질량 및 관성행렬은 엑츄에이터에 비하여 매우 미소하므로 무시하였다. 실린더는 외반경 R_o, 내반경 R_i, 질량 m_c의 원통형태를 지니며 실린더 로드는 반경 R_r, 길이 L_r, 질량 m_r의 원기둥 형태를 가지고 각각의 관성행렬은 대각행렬로서 다음과 같은 대각요소를 갖는다.

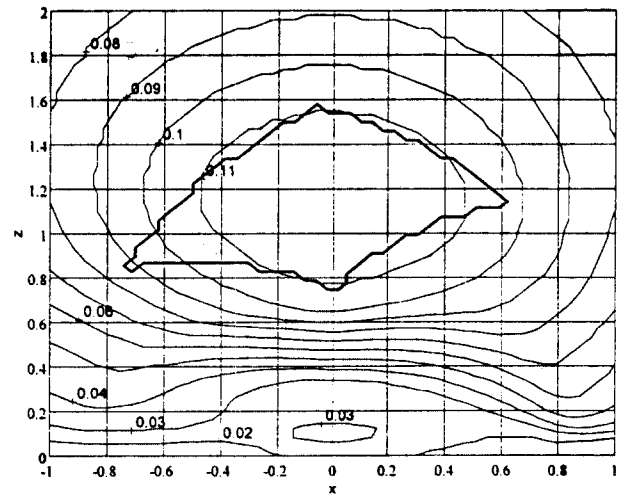

그림 4. 기구학적 등방성지수(x-z 평면).
Fig. 4. Kinematic isotropic index(x-z plane).

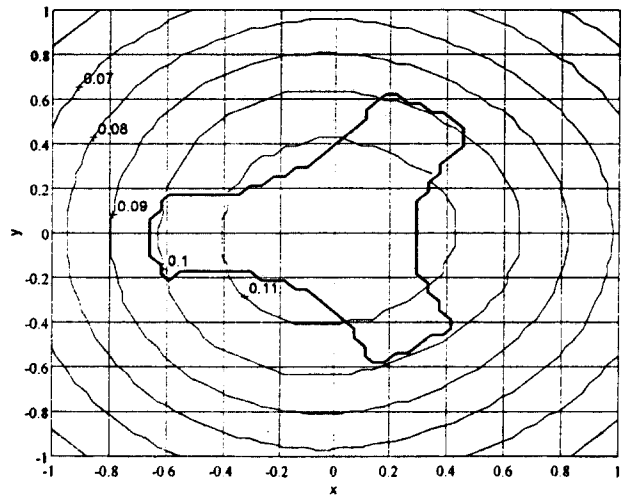

그림 5. 기구학적 등방성지수(x-y 평면).
Fig. 5. Kinematic isotropic index(x-y plane).

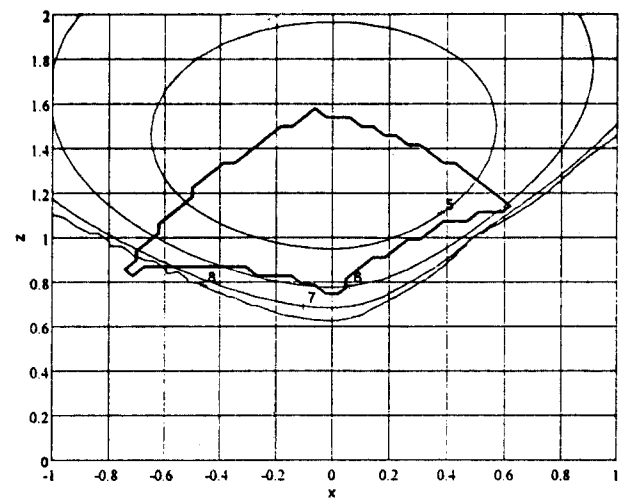

그림 6. 최대힘전달비(x-z 평면).
Fig. 6. Maximum force transmission ratio(x-z plane).

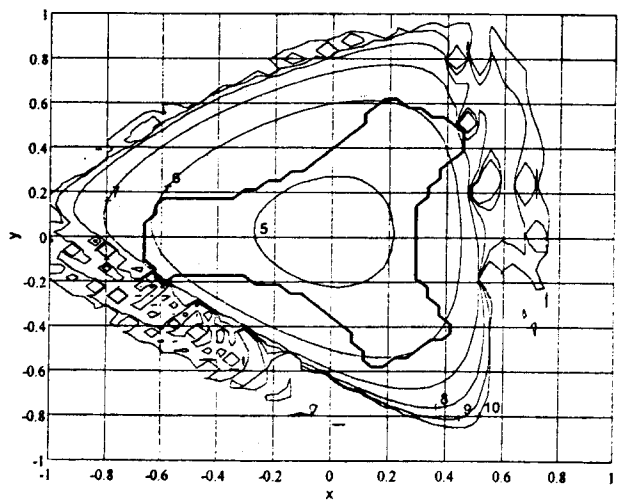

그림 7. 최대힘전달비(x-y 평면).
Fig. 7. Maximum force transmission ratio(x-y plane).

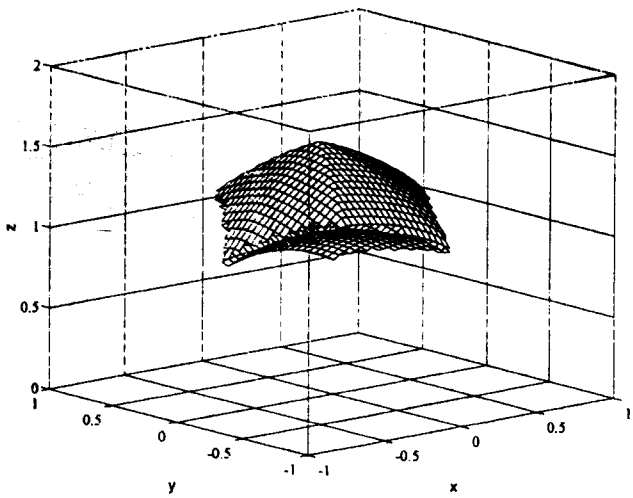

그림 8. 자유자재한 작업공간.
Fig. 8. Dextrous Workspace.

$$[\ I\!I_r] = diag[\ m_r(3R_r^2+L_r^2)/12, m_r(3R_r^2+L_r^2)/12, m_rR_r^2/2] \quad (49)$$

$$[\ I\!I_c] = diag[\ m_c(3R_c^2+3R_r^2+L_r^2)/12, m_c(R_r^2+R_r^2)/2, m_c(3R_c^2+3R_r^2+L_r^2)/12] \quad (50)$$

또한 실린더와 로드의 길이는 기구학적 최적설계에서 사용된 미끄럼 관절의 행정구간은 (1−2 m)이므로 $L_r = L_c = 1[\ m]$ 로 결정된다. 실린더와 로드의 재질은 강철($\rho = 7830 kg/m^3$)을 사용하였다고 가정하였으며, 일반적으로는 스튜워트 플랫폼의 다리부분의 질량은 무시하여 왔으나 여기서는 다음과 같은 구속조건하에 다리부분의 질량이 전체 동역학성능에 미치는 영향을 살펴본다. 또한 실린더에 관한 구속조건이 아래와 같이 가정하였다.

$$R_r = 0.7R_c \quad (51)$$

$$m_c + m_r = 300[\ kg] \quad (52)$$

스튜어트 플랫폼 매카니즘의 동역학적 설계인자는 상판의 두께-대-반경비와 상판의 질량으로 정하며, 동력학적 최적설계의 성능지수들로는 동력학적 등방성지수(σ_{DI}), 최대 가속힘전달비(σ_{AF}), 최대 속도힘전달비(σ_{VF})를 사용하였다. 그림 9, 10, 11은 각각 상판의 질량 m_{pl}을 1000, 10000, 30000[kg] 으로 고정하고 상판의 두께 대 반경비에 관한 동역학적 설계지수의 값들을 나타낸다. 이 그림들로부터 최대 가속힘전달비(σ_{AF})와 최대 속도힘전달비(σ_{VF})의 값은 상판의 두께-대-반경비가 증가됨에 따라 최대값이 접근하는 경향이 있으며 또한 상판의 질량이 증가함과 무관하게 유사한 경향을 나타내는 것을 확인할 수 있다. 반면에 동력학적 등방성지수(σ_{DI})의 경우는 상판의 질량이 다리부분의 질량보다 점차 증가함에 따라 최적의 두께 대 반경비가 커지는 경향이 있으며 이러한 증가추세는 상판의 관성이 등방성을 유지하는 형상이 되는 경우까지 지속되는 것을 쉽게 예측할 수 있다. 세가지의 설계지수를 살펴보면 등방성이 주어진 설계범위에서 가장 적은 값을 가지므로 복합식 설계기준 방식에 근거하여 최적의 파라메터를 찾아내는 기준으로 삼을 수 있다. 표 1은 다양한 상판의 질량의 값에 대하여 이러한 동적설계지수들에 복합적설계기법을 적용하여 얻은 동역학적 설계인자들에 대한 최적값을 나타낸다.

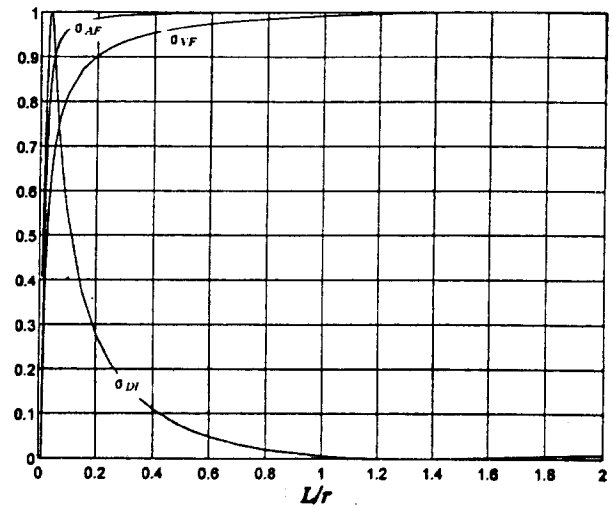

그림 9. 동역학 복합지수 ($m_{pl} = 1000 Kg$).
Fig. 9. Dynamic composite index ($m_{pl} = 1000 Kg$).

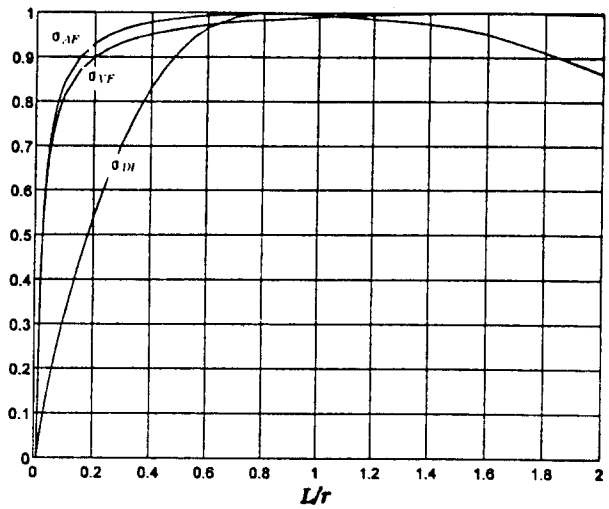

그림 10. 동역학 복합지수 ($m_{pl} = 10000 Kg$).
Fig. 10. Dynamic composite index ($m_{pl} = 10000 Kg$).

V. 결론

본 논문에서는 스튜워트 메카니즘의 설계과정을 통하여 일반적인 매니퓰레이터의 기구학적/동력학적 최적 설계과정을 제시하였다. 먼저, 스튜워트 플랫폼에 대한 위치 해석, 기구학적 해석, 동력학적 해석과 이를 바탕으로 기구학적/동력학적 최적설계가 수행 되었다. 본 논문에서의 최적화 과정을 요약하면 다음과 같다 :

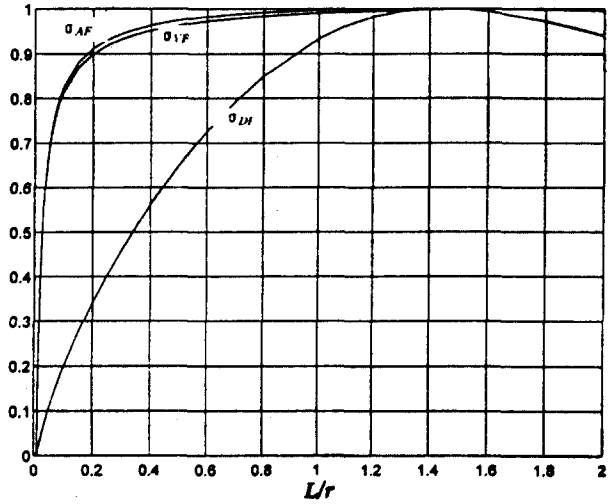

그림 11. 동역학 복합지수 ($m_{pl} = 30000\,Kg$).

Fig. 11. Dynamic composite index ($m_{pl} = 30000\,Kg$).

표 1. 동역학적 최적설계의 결과.

Table 1. Results of dynamic optimal design.

m_{pl}[kg]	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000
r[m]	0.864	0.843	0.822	0.806	0.808	0.799	0.788	0.771	0.757	0.726
L[m]	0.054	0.116	0.180	0.250	0.311	0.382	0.458	0.547	0.638	0.770

기구학적 최적화 :

1) 대칭구조를 활용함으로서 상판대 하판의 반경비(r/R)와 미끄럼 관절축과 상판과 하판의 교차점의 배치각도 (μ) 를 기구학적 설계인자들로 설정하였다.
2) 시스템의 예상되는 작업범위를 설정하고 그 범위내에서 기구학적 설계지수로서 활동범위, 전역등방성지수, 전역 최대힘전달비를 구하였다. 여기서 출력 힘 대 토 크비는 1:1의 값을 가진다고 가정하였다.
3) 이러한 세가지 설계지수들을 융합하여 나타내는 복합식 설계지수기법을 사용하여 최적치를 구하였다.
4) 기구학적으로 최적화된 메카니즘의 전역특성을 조사하였다.

동역학적 최적화 :

1) 구해진 기구학적 최적인자들의 값을 가지는 메카니즘을 사용한다고 가정하였다.
2) 메카니즘의 미끄럼관절의 질량을 고정하고 상판이 디스크 형태를 가진다고 가정하고 이 경우에 동역학적 설계인자들로서 상판의 두께-대-반경비와 상판의 질량으로 설정하였다.
3) 동역학적 설계지수로서는 동력학적 등방성지수(σ_{DI}), 최대 가속힘전달비(σ_{AF}), 최대 속도힘전달비(σ_{VF})를 사용하였다
4) 1:1의 출력 힘 대 토크비에 대한 동역학적 전역성능 지수들의 값들을 구하였고, 마찬가지로 복합식 설계지수의 가중치로서 균일한 단위 가중치를 가지는 경우에 대한 최적인자들의 값을 구하였다.

이상과 같은 동역학적 최적화과정을 스튜워트 메카니즘에 적용한 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 기구학적 최적설계 결과:

$$r/R_{opt} = 0.25,\ \mu_{opt} = 2^{\circ}.$$

2) 동역학적 최적설계 결과:
세가지의 동역학적 성능지수의 분포를 살펴볼 때 등방성 성능지수를 최적 파라메터를 결정하는 기준으로 삼을 수 있었다.

참 고 문 헌

[1] G. Stewart, "A platform with 6 degrees of freedom," *Proc. of Institution of Mechanical Engineers*, Part 1, no. 15, pp. 371-386, 1965-1966, 1980.

[2] R. Kurz. and W. Hayward, "Multiple-goal kinematic mechanism optimization of a parallel spherical mechanism with actuation redundancy," *Trans. IEEE J. of Robotics and Automation*, vol. 8, no. 5, pp. 644-651, 1992.

[3] D. Ma and J. Angeles, "Architectural singularity of platform manipulators," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Scramento, CA*, vol. 2, pp. 1542-1547, 1991.

[4] C. C. Nguyen, S. S. Antrazi, Z. L. Zhou, C.E. Campbell, 6 Jr., "Analysis and experimentation of a stewart platform-based force/torque sensor," *Int'l Journal of Robotics and Automation*, vol. 7, no. 3, pp. 133-140, 1992.

[5] T. Terano, K. Asai and M. Sugeno, "Fuzzy systems theory and its applications," *Academic Press*, Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, 1992.

[6] B. J. Yi and W. K. Kim, "Optimal design of a redundantly actuated 4-legged six degree of freedom parallel manipulator using composite design Index," *KSME Journal*, vol. 8, no. 4, pp 385-403, 1994.

[7] 허금강, 이병주, 김희국, "복합식 설계지수를 활용한 비행 시뮬레이터 메카니즘의 최적설계," 한국정밀공학회 '94년도 춘계학술대회논문집, pp. 384-389,

[8] R. A. Freeman and D. Tesar, "Dynamic modeling of serial and parallel mechanisms/robotic systems, Part I : methodology, Part II : applications," *Trends and Developments in Mechanisms, Machines, and Robotics, 20th Biennial Mechanism Conf., Kissimmee*, FL. DE. vol. 15-2, pp. 7-21, 1988.

[9] G. Strang, *Linear Algebra and Its Applications*, Harcourt Brace Jovanovich, Sam Diago, 1988.

이 병 주

1984년 한양대학교 기계공학과를 졸업하였음. 1986년과 1991년에 각각 미국 오스틴 소재 텍사스 주립대학 기계공학과에서 석사 및 박사 학위를 취득하였고 그 후 8개월동안 동대학에서 Post. Doc.으로 있었음. 1992년 9월부터 한국기술교육대학교 제어기계공학과에 재직하였으며 1995년 3월부터 현재까지 한양대학교 제어계측공학과에 조교수로 근무하고 있음. 주요관심 연구분야로는 Mulitple Arm Dynamics and Control, Biomechanical System Modeling and Analysis, Fault Tolerant Manipulator Architecture, Assembly Device Design, Dynamic System Animation 등이 있음.

김 희 국

1980년에 고려대학교 기계공학과를 졸업하였음. 1985년과 1990년에 각각 미국 오스틴 소재 텍사스 주립대학 기계공학과에서 석사 및 박사학위를 취득하였으며 그 후 일년동안 동대학에서 Post. Doc.으로 있었음. 1991년부터 현재까지 고려대학교 제어계측공학과에 재직중이며 현재 직위는 부교수임. 주요관심 연구분야로는 로봇 공학(여유자유도/잉여구동 로봇시스템, 로봇 메카니즘설계 및 해석, 로봇 말단효과장치, 원격로봇시스템, 모빌로봇/보행로봇), 시스템 제어(H_∞ 제어, Fuzzy 제어), 마이크로 프로세서 응용시스템등이 있음.

허 금 강

1993년 고려대학교 제어계측공학과를 졸업하였음. 1995년에 동대학에서 석사학위를 취득하였고 그 후 만도기계(주) 중앙연구소에서 연구원으로 근무하고 있으며 BLDC Motor Control에 관하여 연구중. 주요관심 연구분야로는 Manipulator Dynamics and Control, System and Control Theory, Traction and Servo Control of BLDC Motor 등이 있음.