
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 33 卷 第 2 號 1996年 5月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 33, No. 2, May 1996

자유표면을 동반하는 시리즈 60 ($C_B=0.6$) 선형 주위 유동장의 수치계산

신명수*, 강국진*

Numerical Simulation of Free-Surface Flows around a Series 60($C_B=0.6$) Model Ship

by

Myung-Soo Shin* and Kuk-Jin Kang*

요 약

이 논문은 자유표면을 포함하는 시리즈 60 ($C_B=0.6$) 선형 주위 유동장에 대한 계산결과를 보여 준다. 지배 방정식으로는 3차원 Navier-Stokes 방정식을 사용하고, 높은 레이놀즈수에서의 난류 유동장을 계산하기 위하여 Baldwin-Lomax 난류모형을 채용하였으며 계산시간을 줄이기 위해 물체 표면에서는 벽법칙을 채용하였다. 지배 방정식은 유한 차분법에 의해 차분화되었으며, 음해법[1]에 의해, 압력 Poisson 방정식은 완화법 (successive-over-relaxation method)에 의해 프로그램을 구성하였다.

자유표면 유동을 정확히 계산하기 위해서는, 동역학적 자유표면 경계조건식의 수치해법이 매우 중요하다. 이 논문에서는 세 가지의 수치해법을 채용하여 그 결과를 실험결과와 비교하였다.

결론적으로, 계산된 저항계수 (C_F , C_P) 와 파형은 실험 값과 잘 일치하고 있다.

Abstract

This paper presents calculated results of the free-surface flow around a Series 60 ($C_B=0.6$) model. Three-dimensional Navier-Stokes equations are solved and Baldwin-Lomax algebraic

발 표 : 1994년도 대한조선학회 춘계연구발표회('94. 4. 23)

접수일자 : 1995년 5월 18일, 재접수일자 : 1995년 10월 28일

*정회원, 선박해양공학연구소터

turbulence model is adopted to simulate the high Reynolds-number flow. To reduce computational efforts, velocity components near the wall are extrapolated with a the wall function. Governing equations are discretized by the finite-difference schemes and solved by using the Implicit Approximate Factorization method[2].

The successive-over-relaxation method is used for solving pressure-Poisson equation when obtaining the pressure field projecting the divergence-free velocity field.

To simulate the free-surface flows more precisely, the numerical scheme solving the equation for the kinematic boundary condition is very important. In this paper, three numerical schemes are employed and the results are compared with the available experimental data.

As a conclusion, calculated drag coefficients (C_D , C_F) and wave profiles show generally good agreement with the experiment.

1. 서론

선체주위 유동장의 특징은 자유표면이 존재하며, 선체의 속도가 증가함에 따라 선수 쇄파 현상 등 이론적으로 해석이 곤란한 현상이 발생한다는 점과 선체가 3차원의 복잡한 형상을 갖고 있기 때문에 선체주위의 유동장이 구조적으로 복잡한 난류 경계층이며, 선미 부근에서 발달된 난류경계층이 자유표면과 상호간섭을 일으키고 있다는 것일 것이다. 이러한 물리적으로 복잡한 유동장의 보다 정도 높고, 효과적인 계산을 수행하기 위해 많은 노력이 이루어져 왔다.

최근에 이르러, 선체주위 유동장의 계산기법과 계산결과와 가시화 처리기법이 급속히 향상되고 있다. 특히 선형주위의 국부유동 해석기법은 다양한 계산기법 및 시험기법의 향상에 힘입어 정도가 점점 향상되어 가고 있다.

본 연구에서는 이러한 경향에 발 맞추어 기존의 연구인 Wigley선형주위 유동장의 계산기법[1]을 시리즈60선형의 계산에 도입, 계산을 수행하였다. 자유표면을 동반한 선형을 제대로 시뮬레이션 하기 위해서는 높은 Reynolds수의 흐름에 알맞은 선체표면 주위 유동의 난류처리가 중요하다. 이를 위해서는 정도 높은 난류 모형의 도입이 필수적이며 선체주위에 형성된 자유표면 유동을 계산하기 위해서는 Froude수의 파장에 대응되는 최소한의

격자 간격이 요구된다. 또한, 이러한 많은 격자 점에서 계산을 빠르게 수행하기 위해서는 음해법에 의한 계산기법의 도입 및 개발이 필수적이다 [2,3,4,5,6].

본 연구에서는 계산 영역뿐만 아니라 자유표면의 유동계산에 있어서도 음해법으로 프로그램을 구성하였으며, 계산시간의 단축을 위하여 선체표면에서는 벽법칙을 도입하였다. 난류모델로서는 Baldwin-Lomax의 난류모델을 채택하였으며 $Fn=0.16$ ($Rn=2.0 \times 10^6$)과 $Fn=0.316$ ($Rn=4.0 \times 10^6$)에서 계산을 수행, 실험 결과[7,8]와 비교하여 계산기법 및 결과의 타당성을 검토하였다.

2. 계산기법

2.1 지배 방정식

자유표면을 동반하는 선체주위의 유동장을 시뮬레이션 하기 위해 본 연구에서는 비압축성 3차원 Navier-Stokes방정식을 지배방정식으로 채택하였다.

무차원화된 N-S 방정식 및 연속방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 u_t + uu_x + vv_y + ww_z &= P_x + \left(\frac{1}{Rn} + \nu_t\right) \cdot \nabla^2 u \\
 v_t + uv_x + vv_y + ww_z &= -P_y + \left(-\frac{1}{Rn} + \nu_t\right) \cdot \nabla^2 v \\
 w_t + uw_x + vw_y + ww_z &= -P_z + \frac{1}{Fn^2} + \left(-\frac{1}{Rn} + \nu_t\right) \cdot \nabla^2 w \\
 u_x + v_y + w_z &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기에서 u, v, w 는 각각 x, y, z 방향의 속도 성분이며 식 중의 변수는 다음과 같이 무차원화 되었다. 길이 변수 (x, y, z)는 물체의 단위길이 L 로, 속도 (u, v, w)는 균일유속 U_0 로 시간 t 는 L/U_0 로, 압력은 ρU_0^2 (ρ 는 물의 밀도)로 무차원화 하였다. 또한 아래첨자 x, y, z, t 는 각 성분에 대한 편미분을 의미한다. ν_t 는 무차원화된 난류 동점성계수 (eddy viscosity)이며, $Rn (= U_0 L / \nu)$ 은 Reynolds 수, $Fn (= U_0 / \sqrt{gL})$ 은 Froude 수, ν_t 는 유체의 동점성계수, g 는 중력가속도이다.

상술한 3차원 N-S 방정식을 벡터 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 q_t + Fq_x + Gq_y + Hq_z &= \\
 R(q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}) + S &
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$q = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} v & 0 & 0 \\ 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & v \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} w & 0 & 0 \\ 0 & w & 0 \\ 0 & 0 & w \end{bmatrix}$$

$$R = \left(\frac{1}{Rn} + \nu_t\right) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$\Phi = P - \frac{z}{Fn^2}$$

본 연구에서는 물체적합 좌표계에서 3차원 유동장의 계산을 수행하기 위해 물리적 유동장(x, y, z)을 다음과 같이 가상적 유동장(ξ, η, ζ)으로 변환한다.

$$\xi = \xi(x, y, z), \quad \eta = \eta(x, y, z), \quad \zeta = \zeta(x, y, z) \tag{3}$$

그러면,

$$\begin{aligned}
 \partial_x &= a\partial_\xi + b\partial_\eta + c\partial_\zeta \\
 \partial_y &= d\partial_\xi + e\partial_\eta + f\partial_\zeta \\
 \partial_z &= g\partial_\xi + h\partial_\eta + i\partial_\zeta
 \end{aligned} \tag{4}$$

여기에서 아래 첨자는 그 방향으로의 편미분을 의미하며

$$\begin{aligned}
 a &= \xi_x = (y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta) / J, \\
 b &= \eta_x = (y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta) / J, \\
 c &= \zeta_x = (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) / J, \\
 d &= \xi_y = (z_\eta x_\xi - z_\xi x_\eta) / J, \\
 e &= \eta_y = (z_\xi x_\xi - z_\xi x_\xi) / J, \\
 f &= \zeta_y = (z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi) / J, \\
 g &= \xi_z = (x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) / J, \\
 h &= \eta_z = (x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta) / J, \\
 i &= \zeta_z = (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) / J,
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 J &= x_\xi y_\eta z_\zeta + x_\eta y_\zeta z_\xi + x_\zeta y_\xi z_\eta \\
 &\quad - x_\xi y_\zeta z_\eta - x_\zeta y_\eta z_\xi - x_\eta y_\xi z_\zeta
 \end{aligned}$$

이다. J 는 Jacobian이며 물리적으로 본 연구에서는 단위격자의 체적을 의미한다. 2차미분도 같은 방법으로 유도할 수 있다.

$$\nabla^2 = \hat{a}\partial_{\xi\xi} + \hat{b}\partial_{\eta\eta} + \hat{c}\partial_{\zeta\zeta} + \hat{d}\partial_{\xi\eta} + \hat{e}\partial_{\eta\zeta} + \hat{f}\partial_{\xi\zeta} + \hat{g}\partial_{\xi\eta} + \hat{h}\partial_{\eta\zeta} + \hat{i}\partial_{\xi\zeta}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{a} &= a^2 + d^2 + g^2, & \hat{b} &= b^2 + e^2 + h^2, \\ \hat{c} &= c^2 + f^2 + i^2, & \hat{d} &= 2(ab + de + hg), \\ \hat{e} &= 2(bc + ef + hi), & \hat{f} &= 2(ca + fd + ig), \\ \hat{g} &= aa_{\xi} + ba_{\eta} + ca_{\zeta} + dd_{\xi} + ed_{\eta} + fd_{\zeta} + gg_{\xi} + hg_{\eta} + ig_{\zeta}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{h} &= ab_{\xi} + bb_{\eta} + cb_{\zeta} + de_{\xi} + ee_{\eta} + fe_{\zeta} + gh_{\xi} + hh_{\eta} + ih_{\zeta}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{i} &= ac_{\xi} + bc_{\eta} + cc_{\zeta} + df_{\xi} + ef_{\eta} + ff_{\zeta} + gi_{\xi} + hi_{\eta} + ii_{\zeta}, \end{aligned}$$

$$a_{\xi} = -\frac{J_{\xi}}{J} a + \frac{1}{J} (y_{\xi\eta}z_{\xi} + y_{\eta\zeta}z_{\xi} - y_{\xi\zeta}z_{\eta} - y_{\zeta\xi}z_{\eta})$$

$$b_{\xi} = -\frac{J_{\xi}}{J} b + \frac{1}{J} (y_{\xi\zeta}z_{\xi} + y_{\zeta\xi}z_{\xi} - y_{\xi\xi}z_{\zeta} - y_{\xi\zeta}z_{\xi})$$

$$c_{\xi} = -\frac{J_{\xi}}{J} c + \frac{1}{J} (y_{\xi\xi}z_{\eta} + y_{\xi\zeta}z_{\eta} - y_{\eta\xi}z_{\xi} - y_{\eta\zeta}z_{\xi})$$

$$\begin{aligned} J_{\xi} &= J(ax_{\xi\xi} + bx_{\xi\eta} + cx_{\xi\zeta} + dy_{\xi\xi} + ey_{\xi\eta} + fy_{\xi\zeta} + gz_{\xi\xi} + hz_{\xi\eta} + iz_{\xi\zeta}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{\eta} &= J(ax_{\eta\xi} + bx_{\eta\eta} + cx_{\eta\zeta} + dy_{\eta\xi} + ey_{\eta\eta} + fy_{\eta\zeta} + gz_{\eta\xi} + hz_{\eta\eta} + iz_{\eta\zeta}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{\zeta} &= J(ax_{\zeta\xi} + bx_{\zeta\eta} + cx_{\zeta\zeta} + dy_{\zeta\xi} + ey_{\zeta\eta} + fy_{\zeta\zeta} + gz_{\zeta\xi} + hz_{\zeta\eta} + iz_{\zeta\zeta}) \end{aligned}$$

2.2 음해법에 의한 계산기법

본 연구에서는 차분 계산기법으로서 IAF (Implicit Approximate Factorization) 기법을 도입하였다. 이 방법에서는 대류항을 인수분해 (Factorization) 하여 선형화하며 각 계산면의 (ξ, η, ζ) 방향으로 독립적으로 sweep하여 해를 구한다.

지배방정식을 반변(contravariant)속도 성분 U, V, W를 사용, 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{q^{n+1} - q^n}{\Delta t} + (Uq_{\xi})^{n+1} + (Vq_{\eta})^{n+1} + (Wq_{\zeta})^{n+1} &= \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right)(\nabla^2 q)^{n+1} + S \quad (7) \end{aligned}$$

여기에서,

$$\begin{aligned} U &= (au + dv + gw) \\ V &= (bu + ev + hw) \\ W &= (cu + fv + iw) \end{aligned} \quad (8)$$

이다.

윗첨자 (n+1)은 시간 단계를 나타내며, 본 방법은 시간에 대한 음해법이다.

대류항들을 선형화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (Uq_{\xi})^{n+1} &= U^{n+1}q_{\xi}^{n+1} \\ &= \left(U^n + \frac{\partial U^n}{\partial t} \Delta t\right)(q_{\xi}^n + \frac{\partial q_{\xi}^n}{\partial t} \Delta t) \\ &= U^n q_{\xi}^n + \frac{\partial U}{\partial t} \Delta t q_{\xi}^n + U^n \frac{\partial q_{\xi}^n}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial U^n}{\partial t} \frac{\partial q_{\xi}^n}{\partial t} (\Delta t)^2 \\ &= U^n q_{\xi}^n + \Delta U^n q_{\xi}^n + U^n \Delta q_{\xi}^n + O(\Delta t^2) \end{aligned} \quad (9)$$

여기에서

$$\begin{aligned} \Delta U^n &= \frac{\partial U^n}{\partial t} \Delta t = \frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta t} \Delta t \\ &= U^{n+1} - U^n \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \Delta q_{\xi}^n &= \frac{\partial q_{\xi}^n}{\partial t} \Delta t \\ &= \frac{q_{\xi}^{n+1} - q_{\xi}^n}{\Delta t} \Delta t = q_{\xi}^{n+1} - q_{\xi}^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (Vq_{\eta})^{n+1} &= V^n q_{\eta}^n + (\Delta V)^n q_{\eta}^n + \\ &V^n \Delta q_{\eta}^n + O(\Delta t)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (Wq_{\zeta})^{n+1} &= W^n q_{\zeta}^n + (\Delta W)^n q_{\zeta}^n \\ &+ W^n \Delta q_{\zeta}^n + O(\Delta t)^2 \\ \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) (\nabla^2 q)^{n+1} &= \\ \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) \nabla^2 q^{n+1} + \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) \nabla^2 (\Delta q)^n &O(\Delta t)^2 \end{aligned}$$

이다. (9)식의 우변 두번째 항인 $\Delta U^n q_{\xi}^n$ 은 다음과 같이 국부 선형화 된다.

$$\begin{aligned} \Delta U \cdot q_{\xi}^n &= \Delta (au^n + dv^n + gw^n) \cdot \begin{bmatrix} u_{\xi}^n \\ v_{\xi}^n \\ w_{\xi}^n \end{bmatrix} \\ &= (au_{\xi} + dv_{\xi} + gw_{\xi}) \cdot \begin{bmatrix} \Delta u^n \\ \Delta v^n \\ \Delta w^n \end{bmatrix} \quad (11) \\ &= \hat{U} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u^n \\ \Delta v^n \\ \Delta w^n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

V, W도 마찬가지로 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{V} = (bu_{\eta} + ev_{\eta} + hw_{\eta}), \quad \hat{W} = (cu_{\zeta} + fv_{\zeta} + iw_{\zeta}) \quad (12)$$

\hat{U} , \hat{V} , \hat{W} 는 대류항의 선형화 과정에서 유도되었다. 이것을 이용하여 (7)식을 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\frac{\Delta q^n}{\Delta t} + (U^n q_{\xi}^n + \hat{U} \Delta q^n + U^n \Delta q_{\xi}^n) \quad (13) \\ &+ (V^n q_{\eta}^n + \hat{V} \Delta q^n + V^n \Delta q_{\eta}^n) \\ &+ (W^n q_{\zeta}^n + \hat{W} \Delta q^n + W^n \Delta q_{\zeta}^n) \\ &= \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) \nabla^2 q^n + \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) \nabla^2 (\Delta q^n) + S \end{aligned}$$

상기 식에 Δt 를 좌우 변에 곱하고 좌변을 Δq 로 묶어 인수분해하면 다음과 같이된다.

$$\begin{aligned} (\Delta q^n) \cdot [I + \Delta t \{ \hat{U} + U \frac{\partial}{\partial \xi} - \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) \\ \left(\hat{a} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \hat{g} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \}] \\ \cdot [I + \Delta t \{ \hat{V} + V \frac{\partial}{\partial \eta} - \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) \\ \left(\hat{b} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \hat{h} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \}] \\ \cdot [I + \Delta t \{ \hat{W} + W \frac{\partial}{\partial \zeta} - \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) \\ \left(\hat{c} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \hat{i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \right) \}] \\ = \Delta t \cdot Q^n \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,

$$\begin{aligned} Q^n &= -Uq_{\xi}^n - Vq_{\eta}^n - Wq_{\zeta}^n \\ &+ \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) (\hat{a}q_{\xi\xi} + \hat{b}q_{\eta\eta} + \hat{c}q_{\zeta\zeta} + \hat{d}q_{\xi\eta} \\ &+ \hat{e}q_{\eta\zeta} + \hat{f}q_{\xi\zeta} + \hat{g}q_{\xi\xi} + \hat{h}q_{\eta\eta} + \hat{i}q_{\zeta\zeta})^n \\ &+ \left(\frac{1}{Rn} + \nu_i\right) (\hat{\Delta} \Delta q_{\xi\eta} + \hat{\Delta} \Delta q_{\eta\zeta} \\ &+ \hat{J} \Delta q_{\xi\xi})^n + S^n \end{aligned} \quad (15)$$

이며 I는 3×3의 단위 Matrix이다. 인수분해에 의해 3차원 편미분 방정식이 3개의 ODE(Ordinary Differential Equations)로 변환된다. 또한 Δq 를 포함하지 않은 나머지 항들은 오른쪽으로 이동하게 되며, 좌변에 포함되지 않기 때문에 (n-1) 시간의 값을 사용하게 된다.

이러한 과정을 거쳐 공간 미분인자인 ξ , η , ζ 방향으로 분리하여 정리하면 다음과 같다.

ξ - sweep

$$[I + \Delta t \{ \hat{U} + U \frac{\partial}{\partial \xi} - (\frac{1}{Rn} + \nu_i) (\hat{a} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \hat{g} \frac{\partial}{\partial \xi}) \}] \Delta q^* = \Delta t Q^n \quad (16)$$

$$u^{n+1} = (L^n - \Phi_x^n) \Delta t \quad (20)$$

$$v^{n+1} = (M^n - \Phi_y^n) \Delta t$$

$$w^{n+1} = (N^n - \Phi_z^n) \Delta t$$

η - sweep

$$[I + \Delta t \{ \hat{V} + V \frac{\partial}{\partial \eta} - (\frac{1}{Rn} + \nu_i) (\hat{b} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \hat{h} \frac{\partial}{\partial \eta}) \}] \Delta q^{**} = \Delta q^* \quad (17)$$

여기에서

$$L^n = \frac{u^n}{\Delta t} + (\frac{1}{Rn} + \nu_i) \nabla u^2 - (u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z})$$

ζ - sweep

$$[I + \Delta t \{ \hat{W} + W \frac{\partial}{\partial \zeta} - (\frac{1}{Rn} + \nu_i) (\hat{c} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \hat{i} \frac{\partial}{\partial \zeta}) \}] \Delta q^n = \Delta q^{**} \quad (18)$$

$$M^n = \frac{v^n}{\Delta t} + (\frac{1}{Rn} + \nu_i) \nabla v^2 - (u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z})$$

$$N^n = \frac{w^n}{\Delta t} + (\frac{1}{Rn} + \nu_i) \nabla w^2 - (u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z})$$

(16)식과 같이 ξ 방향으로 sweep하여 구해진 Δq^* 는 η 방향의 sweep을 수행하는 (17)식의 좌변으로 들어가게 된다. 또 한번의 이러한 과정을 거쳐, (18)식에서 Δq^n 이 구해지면 (n+1)시간 단계에서의 속도는 다음과 같이 구한다.

$$q^{n+1} = q^n + \Delta q^n \quad (19)$$

모든 공간 미분에 대해서는 중심차분을 사용하였으며 대류항의 차분에는 4차 중심차분에 3차의 수치 확산항이 추가된 Agarwal Scheme을 사용하였다. 높은 Rn수에서는 물리적 확산 항이 매우 적으므로 3차 확산항이 속도항의 진동을 막기 위해 필요하게 된다. 또한 이것은 5점 차분의 형태로 취해지므로, 각 방향으로 sweep할 경우 결과적으로 penta-diagonal matrix가 되며, penta-diagonal matrix solver에 의해 풀린다.

한편 압력 항은 통상적인 MAC 방법으로 매 시간 단계마다 Poisson방정식을 반복법으로 계산하여 구한다. 상술한 N-S방정식을 시간 항에 1차 전진 차분을 적용하여 정리하면 다음과 같다.

이다. 압력에 관한 Poisson 방정식을 구하기 위해 (20)식을 각각 x, y, z 방향으로 미분하여 더하면

$$\nabla^2 \Phi = \frac{L_x^n + M_y^n + N_z^n}{\Delta t} - (u_x^{n+1} + v_y^{n+1} + w_z^{n+1}) \quad (21)$$

이 된다. 여기서, (n+1)시간 단계에서는 연속방정식을 만족시키는 것으로 가정하고 우변 마지막 항은 0으로 한다. 이 압력에 관한 Poisson 방정식은 SOR (Successive Over Relaxation) 방법을 사용하여 풀리게 된다.

2.3 난류모형 및 경계조건

수치계산에 의해 유동장의 물리적인 특성을 파악하기 위해서는 높은 Rn수에서의 계산이 필수적이다. 이를 위해서는 난류모형의 선정 및 특성

과약이 중요하다. 본 연구에서는 난류모형의 구조적 특성이 비교적 간단하고 정도가 높은 것으로 알려진 Baldwin-Lomax 난류모형을 채용하여 계산을 시도하였다.

Baldwin-Lomax 난류모형은 난류영역을 내부영역, 외부영역의 두영역으로 분리하여 난류 동점성계수를 고체 벽면으로부터의 거리에 의한 함수로 표시한 0-방정식 난류 모형이다. 적용된 난류 모형의 각종 계수는 참고문헌 [5]의 표준 상수를 사용하였다.

높은 Rn 수의 흐름을 시뮬레이션 함에 있어 물체면 속도를 0으로 하는 경우 난류 경계층내 계산 격자의 최소 간격은 Rn 수가 증가함에 따라 점차 작아지므로 많은 계산 격자를 필요하게 된다. 또한 시간증분 Δt 를 작게 해야 하므로 거대한 양의 계산시간을 필요로 하게 된다. 본 연구에서는 계산시간의 절약을 위해서 고체벽면의 경계조건으로서 다음과 같은 벽법칙을 도입하였다.

$$\frac{q}{u_\tau} = \frac{1}{0.42} \ln y^+ + 5.52 \quad (22)$$

여기에서 q 는 벽 바로 위의 계산 격자의 속도 성분이며 u_τ 는 마찰속도, y^+ 는 $Rn y u_\tau$ (y 는 고체 벽면으로부터의 거리)이다.

벽면 바로 위 2개의 계산격자 ($j=2, 3, j=1$ 은 벽면)는 난류영역의 로그법칙이 적용되는 영역에 놓여 있다고 가정하여 $j=3$ 에서의 속도성분으로 마찰속도(u_τ)를 구하고, 이 마찰속도로부터 $j=2$ 의 속도크기를 내삽한다. 이때 $j=2$ 와 3에서의 y^+ 값은 50 ~ 500의 범위에 들게 하였다. 이 법칙을 사용하는 것에 의해 고체벽면의 최소격자를 10배이상 키울 수 있기 때문에 계산시간을 크게 절약할 수 있다.

2.4 자유표면 계산기법

본 연구에서의 자유표면 계산기법은 Euler개념을 따른다. 자유표면의 경계조건식인 압력, 운동

역학적 경계조건은 다음과 같다.

$$P = 0 \quad (23)$$

$$h_t + u \cdot h_x + v \cdot h_y - w = 0 \quad (24)$$

(23)식은 압력방정식인 Poisson방정식을 풀 때 경계조건으로 사용되며, 자유표면 형상은 (24)식을 이산화 하여 음해(implicit)법으로 푼다. 그 다음 gh 를 상하로 움직여 다음 시간단계로 이동한다.

본 연구에서 (24)식의 좌변 둘째, 셋째 항이 Navier-Stokes방정식의 대류항과 같기 때문에 수치오차 및 자유표면 계산방법의 효율성 검증을 위해 다음과 같은 세 가지 경우에 대하여 계산을 수행하였다.

CASE I) 1차풍상차분

$$u h_x = \frac{1}{2\Delta x} \{ u(-h_{i-1} + 2h_i - h_{i+1}) + |u|(h_{i+1} - h_{i-1}) \} \quad (25)$$

CASE II) 1차풍상차분, 자유표면에서의 2중 격자계(계산영역 한 개의 격자에 9개의 자유표면격자)

$$u h_x = \frac{1}{2\Delta x} \{ u(-h_{i-1} + 2h_i - h_{i+1}) + |u|(h_{i+1} - h_{i-1}) \} \quad (26)$$

CASE III) 3차풍상차분 (Agarwal Scheme)

$$u h_x = \frac{1}{12\Delta x} \{ u(h_{i-2} - 8h_{i-1} + 8h_{i+1} - h_{i+2}) + |u|(h_{i-2} - 4h_{i-1} + 6h_i - 4h_{i+1} + h_{i+2}) \} \quad (27)$$

윗식에서 첨자 i 는 격자점 위치를 뜻한다. 또한 자유표면의 계산에 있어서도 계산영역과 마찬가지로 시간에 대하여 음해법을 채택하였다. 음

해법을 채용하는 것에 의해 큰 Δt 에 대하여서도 계산의 안정성이 확보되며 계산시간도 절약된다. 식 (25) (26)의 1차 풍상차분에 의한 계산에서는 tridiagonal matrix system이 되며 (27)식의 3차 풍상차분에 의한 계산에서는 pentadiagonal matrix solver에 의해 풀린다.

자유표면 경계조건을 좀 더 정확하게 풀기 위해서는 (24)식의 좌변 두째, 세째항에서 나오는 수치 확산항을 줄일 필요가 있다. 또한, 고체 경계면에 발달된 경계층안의 유동은 속도성분이 중요한 변수이고 압력은 거의 일정한 값을 나타내고 있으나 자유표면 유동은 파고(압력)가 중요한 변수이고 속도 성분은 완만하게 변화한다는데 그 특징이 있다. 따라서 파고(자유표면)를 좀 더 정도 높게 처리하기 위해 CASE II와 같이 계산영역의 격자점보다 많은 marker particle을 분포하였다 (Fig. 1). 자유표면상의 x, y방향으로 각각 1개의 계산 격자에 3개씩 marker particle을 분포하였기 때문에 결국 1개의 격자에 9개의 marker particle이 분포되었으며, 분포된 위치의 particle속도는 계산영역 격자 점의 속도로부터 내삽한다. 이는 (24)식의 대류항에 해당하는 좌변의 둘째, 셋째항의 수치오차를 줄이는 효과가 있어 계산정도를 향상시키면서 계산시간은 그다지 증가하지 않는다는 잇점이 있다.

CASE III는 차분법의 차수를 올리는 것에 의해 수치 오차를 줄이려 하였으며 이들 세가지방법에 의한 계산결과가 논의된다.

3. 계산결과 및 고찰

본 계산기법을 이용하여 실험 데이터가 있는 시리즈 60 ($C_B=0.6$) 선형의 $Fn=0.16$ 과 0.316 에 대하여 계산을 수행하였다. 계산에 사용된 O-H 타입의 계산격자도를 Fig. 2에 보인다. 원점은 정수중의 배의 중앙에 놓여 있기 때문에 선수(FP)와 선미(AP)는 각각 $x=-0.5$ 와 0.5 이다. 계산영역 및 격자 수는 $Fn=0.16$ 과 0.316 이 같으며, 계산 조건을 Table 1에 보인다.

본 연구에서는 물체 경계조건으로 벽법칙을 사용하였으므로 최소격자 간격이 no-slip조건을 사용했을 때에 비해서 10배 이상 커져 있음을 알 수 있다. 또한, 해법이 음해법이기에 때문에 양해법(explicit methods)보다 상당히 큰 Δt 로 계산이 수행되었음을 알 수 있다. 이러한 이유로 계산시간이 매우 줄어들게 된다. 참고로 Table 1에서의 계산시간이 상당히 긴 이유는 사용된 계산기의 기억 용량이 부족하여 가상 기억용량 상에서 계산이 수행되었기 때문이다.

계산중의 압력과 마찰에 의한 저항계수 변화도를 Fig. 3에 보인다. 유동장은 정지 상태에서부터 균일류에 도달할 때까지 400시간 단계를, 무차원화 시간 $T=0 \sim 1$ 에 걸쳐 가속하였다. 정상유동은 $Fn=0.16$ 과 0.316 공히 무차원화 시간 $T=4.0$ 정도에서 도달되었다. 계산된 결과로부터 얻어진 저항계수와 실험 값은 Table 2에 보이고 있다. 여기서 압력계수 C_p 는 $\frac{1}{2} \rho U_0^2$ 으로 무차원화 되었다.

$Fn=0.16$ 에서 압력저항(C_F)계수는 실험 값보다 작은 값을 보이는데, 이는 계산에 사용된 격자가 $Fn=0.16$ 에서 파장이 짧은 파도를 정도 높게 해석하기에는 격자 간격이 너무 크기 때문으로 판단되며, 대용량의 전산기를 사용하여 격자간격을 줄이면 정도가 향상될 것이다.

파장이 좀 더 길어지는 $Fn=0.316$ 의 경우에 CASE II로 계산된 압력 저항계수는 실험 값과 대체적으로 잘 일치하고 있어 이러한 추론이 타당함을 알 수 있다. 마찰저항계수(C_F)는 모든 경우에 있어 실험 값보다 약 10% 정도 큰 값을 보여 주고 있다. 이는 모형선의 선수 부근에 층류에서 난류로 천이 하는 천이역이 존재하나 본 계산에서는 벽법칙에 의해 선체 전부를 난류유동장으로 취급했다는 점, 또한 벽법칙 자체가 벽면으로부터 수직방향의 격자간격에 따라 변한다는 점등이 원인으로 생각된다. 계산된 압력저항계수는 실험의 잉여저항 값과 대체적으로 잘 일치하고 있다. 또한, CASE I의 압력저항 계수가 CASE III에 비해 실험 값에 가까운 값을 보여주고 있으나 수치오차

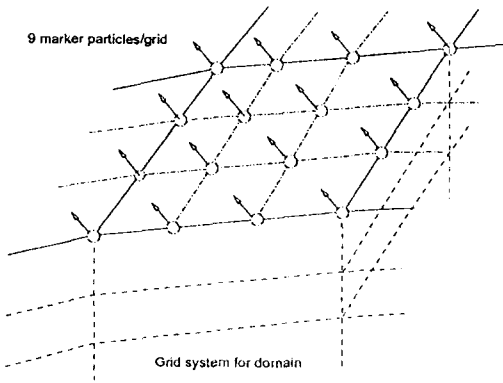


Fig.1 Distribution of marker particles on free-surface

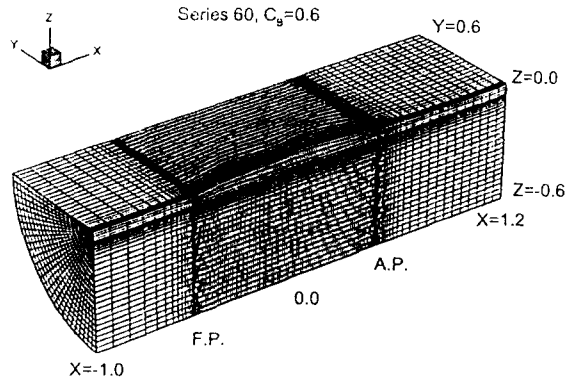


Fig.2 Grid system and domain of computation

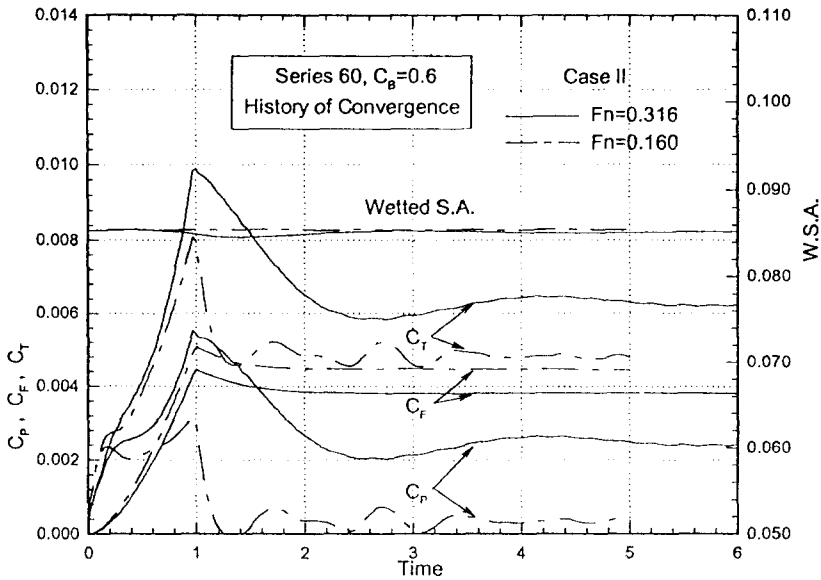


Fig. 3 Time history of drag coefficients

Table 1 Computational Conditions

	Fn=0.16, Rn= 2.0×10^6	Fn=0.316, Rn= 4.0×10^6
Domain of computation	$-1.0 \leq x \leq 1.2$ $0.0 \leq y \leq 0.6$ $-0.6 \leq z \leq 0.0$	$-1.0 \leq x \leq 1.2$ $0.0 \leq y \leq 0.6$ $-0.6 \leq z \leq 0.0$
Reynolds number	2.0×10^6	4.0×10^6
Minimum grid spacing	0.001	0.001
Time increment	0.0025	0.0025
Approximate number of cell	131,130	131,130
Total time step	2,000	2,400
CPU time	4.2 days by HP Model 715	5 days by HP Model 715

Table 2 Comparison of the drag coefficients between Calculation and experimental data

	Fn=0.16, Rn= 2.0×10^6		Fn=0.316, Rn= 4.0×10^6			
	Experiment $\times 10^{-3}$ by Toda	Present Cal. $\times 10^{-3}$	Experiment $\times 10^{-3}$ (by Toda)	Present Cal. $\times 10^{-3}$		
				CASE I (1st order)	CASE II (1st order, 9particles/grid)	CASE III (3rd order)
C_R (C_F)	$0.371 \leq C_R \leq 0.546$	0.359	2.45	2.284	2.427	2.173
C_F	4.054	4.459	3.541	3.969	3.819	3.954
C_T	$4.2 \leq C_T \leq 4.3$	4.817	5.991	6.253	6.246	6.127

가 적은 CASE III가 실제의 동역학적 경계 조건을 좀 더 만족시키고 있다고 판단된다. 이는 계산된 파고도의 비교에서 확인할 수 있다.

계산된 속도 벡터 및 반류 분포도를 Fig. 4에 보인다. 계산된 횡방향의 속도 및 반류분포는 Toda[7,8]의 실험결과와 정성적으로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그러나 실제의 모형시험에서 존재하는 $x=0.5$, $z=-0.04$ 부근의 hook형상 반류분포가 계산에서는 보이지 않고 있다. 이는 여러가지 원인이 있을수 있으나 본 연구에서 물체 경계 조건으로서 벽법칙을 사용한 것이 하나의 원인으로 생각된다[11].

Fig. 5는 $Fn=0.16$ 에서의 선체표면 압력분포 비교를 보여주고 있다. 비록 계산과 실험의 Rn 수가 조금 틀리고 실험 모형선은 프로펠러 축을 갖고 있기 때문에 정확한 비교는 할 수 없지만 전체적인 경향은 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 6은 계산된 파고와 실험 값과의 비교도이다. 계산된 파고의 등고선도는 선체 전반부 부근에서는 세 경우 모두 실험결과와 잘 일치하고 있다. 그러나 $x=0.4$, $y=-0.2$ 부근의 파형을 비교하면, CASE III가 가장 잘 계산된 것을 알 수 있다. 또한, 세 가지 경우 모두 선미부근 이후의 파도는 실험결과와 많은 차이를 보여주고 있다. 이는 현재의 파도를 시뮬레이션 하기에는 아직은 격자수가 부족하기 때문이며 3차의 차분법으로 계산된 CASE III가 실제의 실험에 가장 가까운 결과를 보여주고 있다. 선체에서 횡방향으로 떨어진 부분의 파도를 잘 계산하기 위해서는 발산 파의 y 방향 파장에 적합한 격자 계의 구성이 중요하다.

선체표면에서의 파고분포를 Fig.7에 보인다. 계산된 파고는 실험 값과 잘 일치하고 있는 것으로 판단된다. 특히 $Fn=0.316$ 에 있어 CASE I, CASE II, CASE III 모두 약간의 차이는 있지만 비슷한 결과를 보여주고 있다. 선체에서 조금 떨어진 곳에서의 계산된 파고가 매우 큰 차이를 보였던 것을 고려하면 선체표면에서의 파고는 거의 차이가 없다고 할 수 있으며, 이런 면에서 선체표면 및 선체부근의 파도는 자유표면 경계조건의 처리법에 크게 영향을 받지 않는다고 할 수 있을 것이다.

선체에서 횡방향으로 $y=0.0755$, 0.1247 , 0.1239 , 0.2231 떨어진 곳에서의 파고 분포와 실험 값과의 비교를 Fig.8에 보인다. 선체에서 가까운 $y=0.0755$ 에서는 실험과 잘 일치하고 있지만 멀리 떨어질수록 차이가 커지는 것을 볼 수 있다. 전체적으로, 동역학적 경계조건에 1차 차분기법을 도입한 CASE I에 비해 3차정도의 CASE III에 의한 파고가 상대적으로 크게 계산이 되고 있음을 알 수 있다. 실험에 대응할만한 정도를 얻기 위해서는 아직은 현재의 격자간격이 너무 크고 격자수가 부족하다는 것을 알 수 있다. 그러나, 계산 기성능의 향상과 함께 이는 격자수 및 격자간격을 조정하는 것에 의해 해결이 가능하기 때문에 앞으로 많은 가능성은 갖고 있다고 판단된다.

4. 결론

자유표면을 동반하는 시리즈 60모형선 주위 유동장에 대한 계산을 수행하였다. 본 연구를 통하여 얻어진 결론은 다음과 같다.

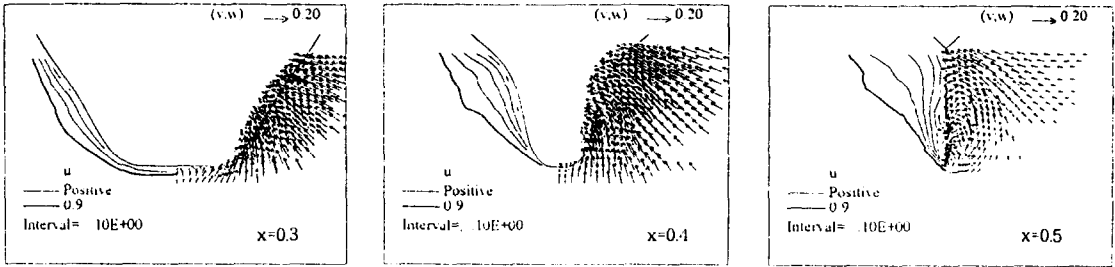
(1) 본 계산에 채용된 벽법칙과 음해법은 계산 시간을 줄이는데 크게 기여하기 때문에 실제 선형 주위의 유동장을 차분법으로 계산할 때 매우 유효한 계산기법이라고 판단된다.

(2) 계산결과에서 선미 프로펠러축 부근의 hook형상 반류는 보여주고 있지 못하지만 그 외의 영역에서 계산된 속도 및 압력분포는 실험 값과 정성적으로 잘 일치하고 있다.

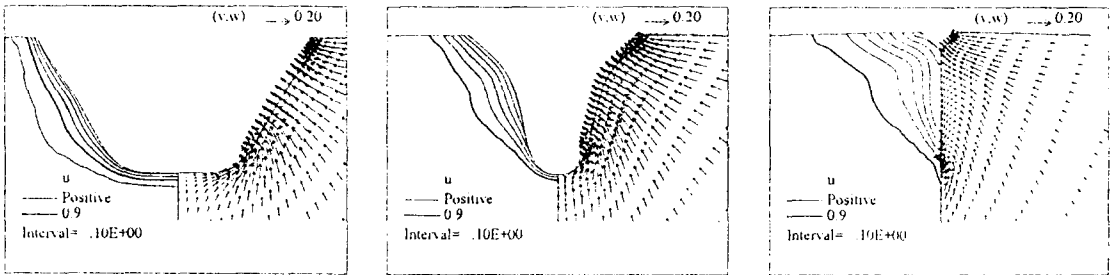
(3) 계산된 파고 분포는 실험결과와 정성적으로 잘 일치하고 있으나 격자수 및 격자간격이 불충분하기 때문에 선체에서 조금 떨어진 부근에서는 파고가 감쇄되고 있다. 이의 해결 및 개선을 위해 동역학적 경계조건의 취급법을 비교 검토하였다. 3차정도의 차분법을 도입한 계산이 정면에서는 가장 우수하며 실험치와 가장 가까운 파고 분포를 얻을 수 있다.

(4) 계산된 마찰, 압력 저항계수는 실험 값과 상당히 근접한 값을 보여주고 있다. 마찰저항계수는 실험값에 비해 약 10%정도 크게 계산이 되었고 압력저항 계수는 실험값에 상당히 근접한 값을

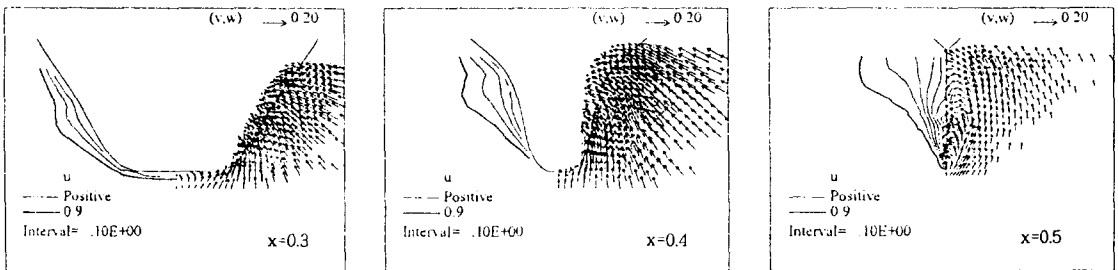
• Exp. by Toda et al. [7], $Fn=0.16$, $Rn=2 \times 10^6$



• Present calculation, $Fn=0.16$, $Rn=2 \times 10^6$



• Exp. by Toda et al. [7], $Fn=0.316$, $Rn=4 \times 10^6$



• Present calculation, $Fn=0.316$, $Rn=4 \times 10^6$

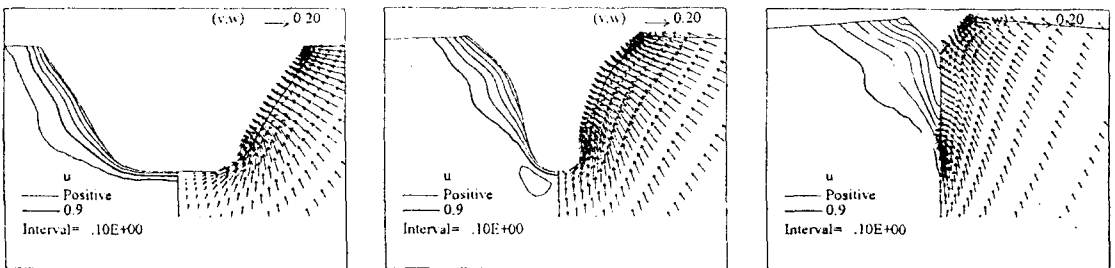


Fig. 4 Comparison of velocity profiles

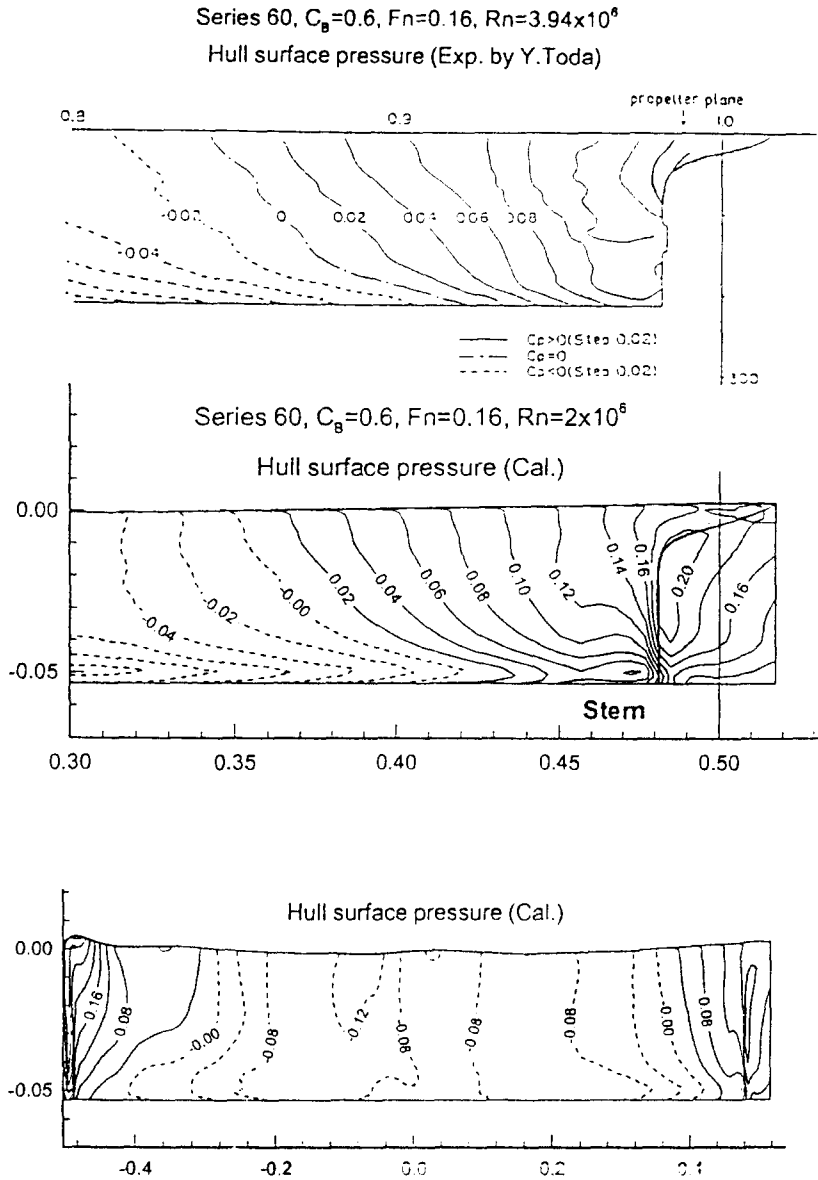


Fig. 5 Comparison of pressure distribution on hull surface($Fn=0.16$)

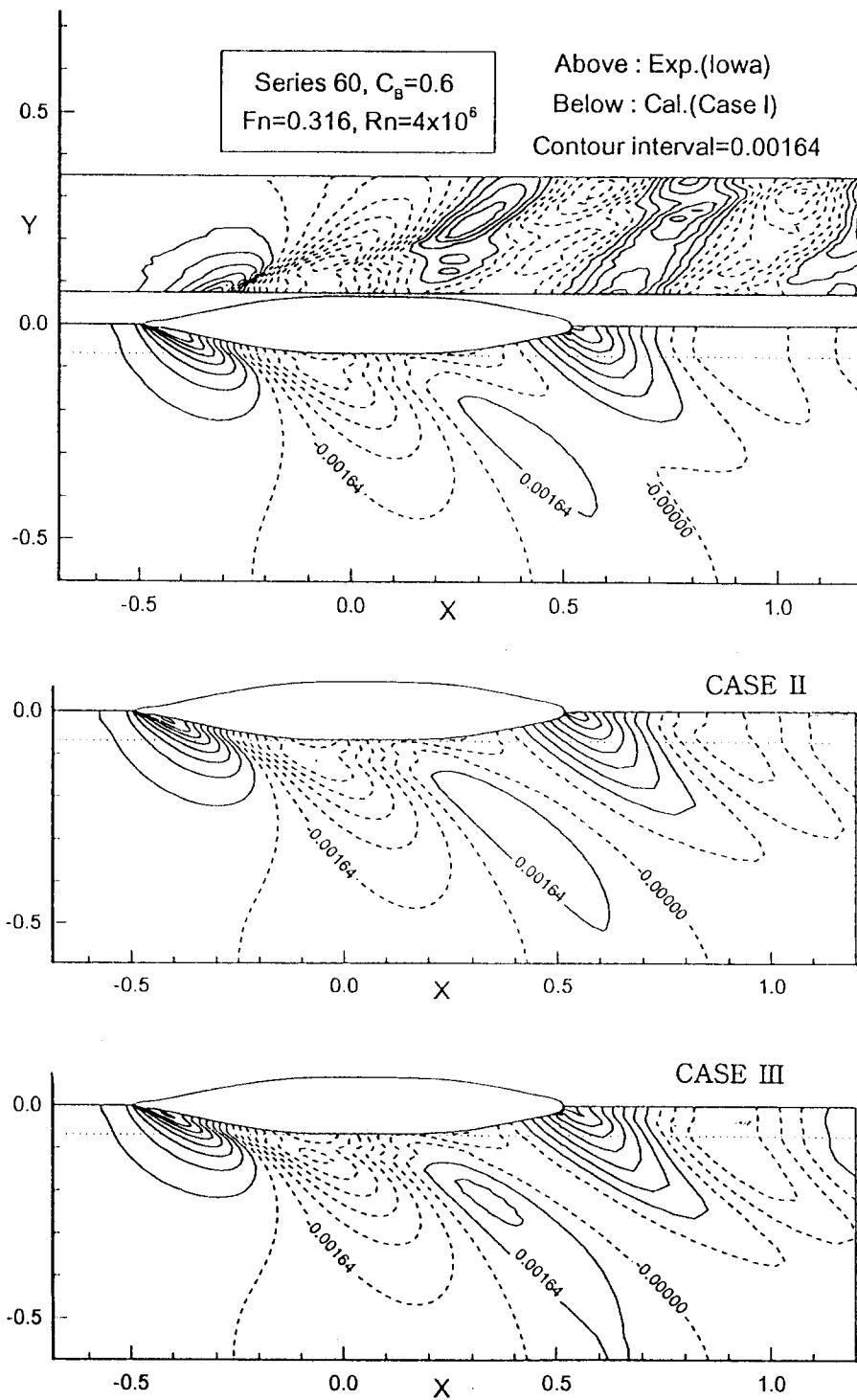


Fig. 6 Comparison of wave contours

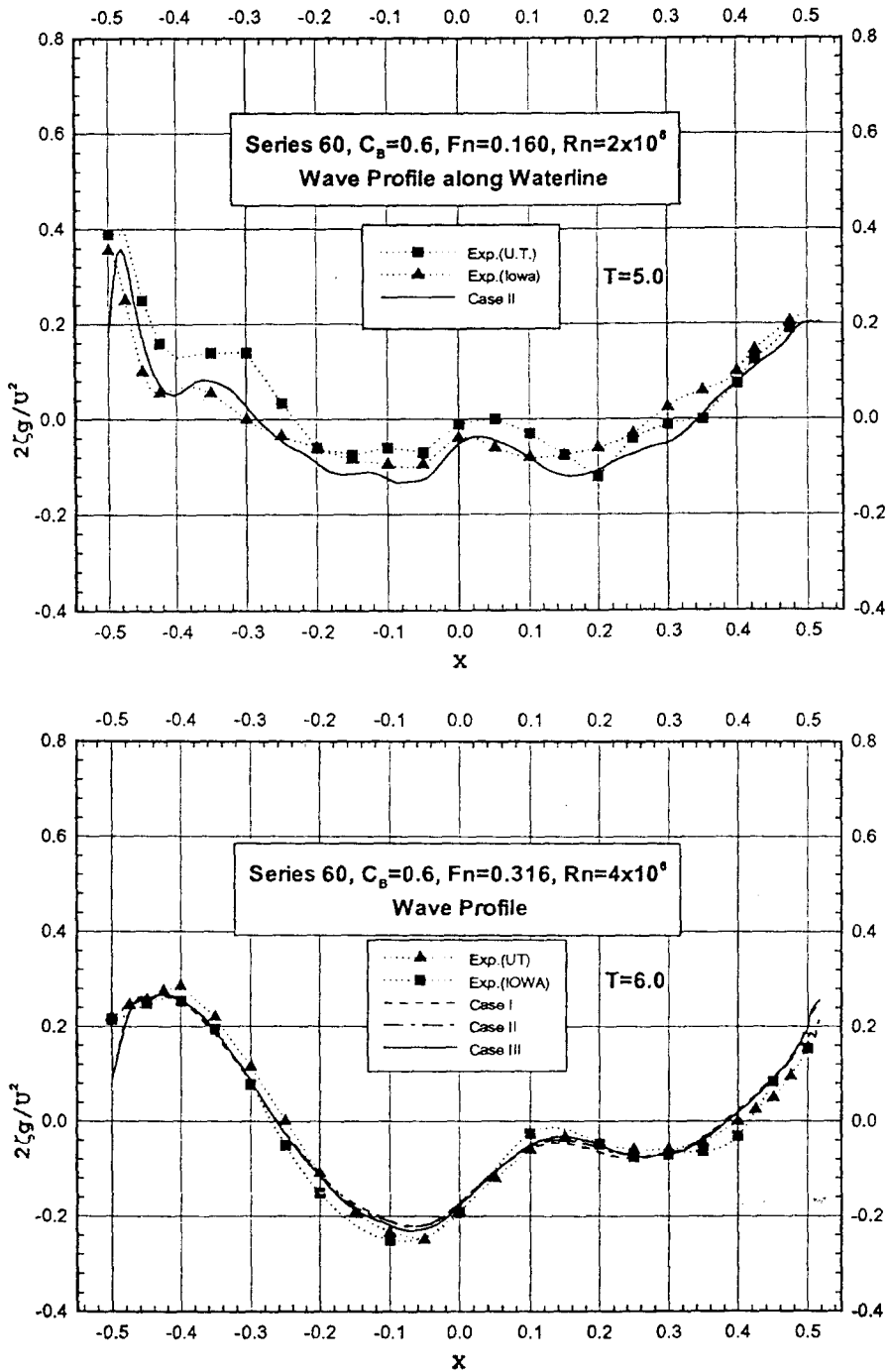


Fig. 7 Comparison of wave profile along hull surface

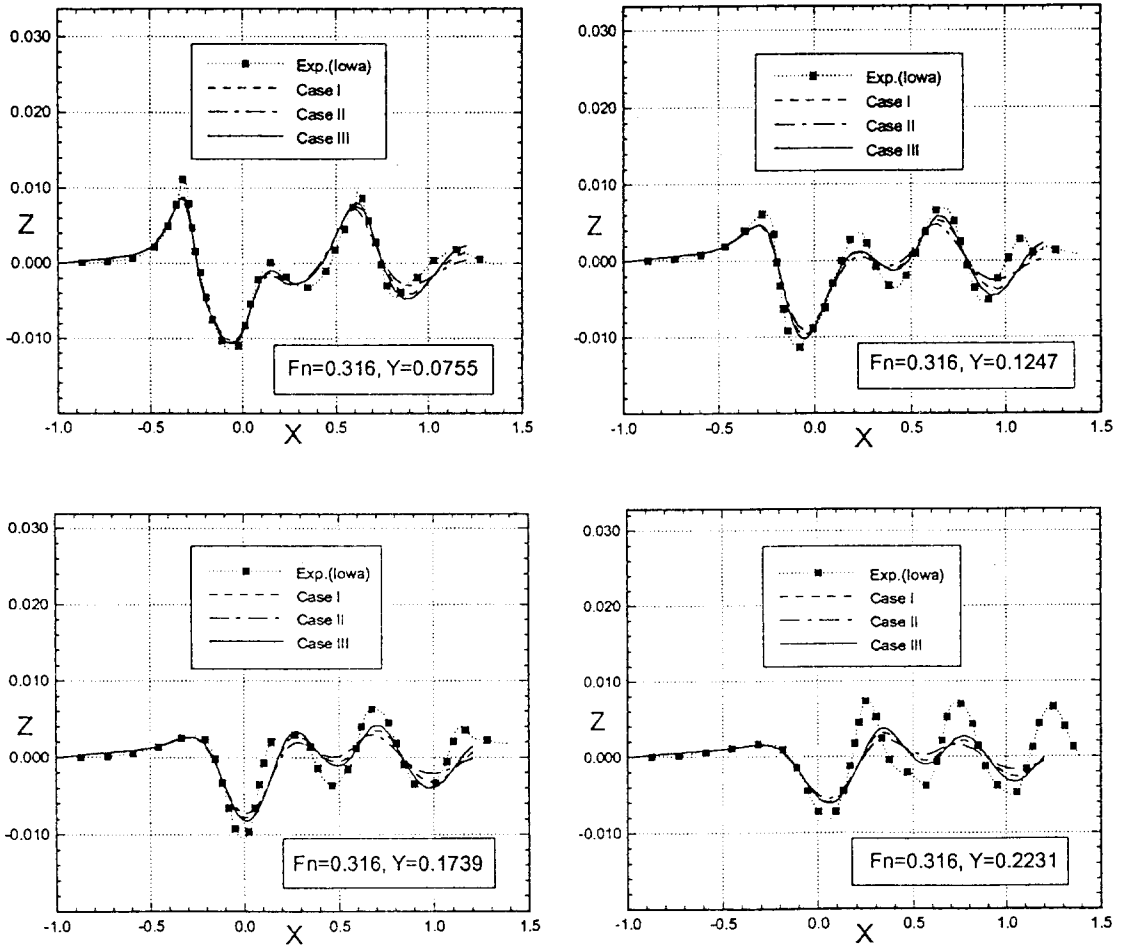


Fig. 8 Comparison of wave profiles($y=0.0755, 0.1247, 0.1739$ and 0.2231)

보여주고 있어 본 계산기법이 유효함을 보여주고 있다.

상선의 모형시험 수준인, 높은 Reynolds수, 낮은 Froude 수에서의 파고계산의 정확도 향상을 위한 계산기법 및 자유표면 처리기법의 개발이 앞으로의 과제이다.

참 고 문 헌

- [1] 신명수, 양승일, "인수분해 음해법에 의한 Wigley 선형 주위 유장의 수치계산", 1992 추계조선학회 학술강연회, pp. 275-283, 1992.
- [2] Y. Kodama, "Computation of High Reynolds Number Flows Past a Ship Hull Using the OAF", Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.161, pp. 24-38, 1987.
- [3] V. C. Patel, H. C. Chen and S. Ju, "Solutions of the Fully-Elliptic Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations and comparisons with Experiments", IIHR Report No.323, 1988.
- [4] J. L. Steger, "Implicit Finite Difference Simulation of Flow about Arbitrary Two-dimensional Geometries", AIAA Journal, Vol.16, No.7, pp. 679-686, 1978.
- [5] B. Baldwin and H. Lomax, "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows", AIAA Paper, No. 78-257, 1978.
- [6] 광승현, "인수분해 음해법에 의한 3차원 Navier-Stokes 방정식의 계산", 대한조선학회 논문집, vol. 31, No. 1, pp. 63-70, 1994.
- [7] Y. Toda, F. Stern, I. Tanaka and V. C. Patel, "Mean-flow Measurements in the Boundary Layer and Wake of a Series 60 $C_B=0.6$ Model Ship with and without propeller", Journal of Ship Research, Vol. 34, No. 4., pp. 225-252, Dec. 1990.
- [8] Y. Toda, F. Stern, and J. Longo, "Mean-flow Measurements in the Boundary Layer and Wake and Wave Field of a Series 60 $C_B=0.6$ Ship Model for Froude Numbers 0.16 and 0.316", IIHR Report No. 352, August 1991.
- [9] M. S. Shin, K. J. Kang, S. H. Van and S. I. Yang, "Numerical Simulation of Free-Surface Flows around an Advancing Twin Hull Form", Proceedings of the Second International Conference on Fast Sea Transportation (FAST '93), pp. 421-432, 1993.
- [10] K. J. Kang, M. S. Shin and S. H. Van, "Numerical Simulation of Free-Surface Flows around a Series 60 ($C_B=0.6$) Model Ship", Proceedings of CFD Workshop Tokyo, pp. 66-75, 1994.
- [11] Y. Kodama et. al, Proceedings of CFD Workshop Tokyo, 1994.