

---

---

論文

---

大韓造船學會論文集  
 第33卷第2號 1996年5月  
 Transactions of the Society of  
 Naval Architecture of Korea  
 Vol. 33, No. 2, May 1996

## 선체 상부구조 진동의 능동제어시스템 실용화 연구

정태영\*, 문석준\*, 박희창\*\*, 허영철\*\*\*, 한성용\*\*\*

Practical Application of the Active Vibration Control System  
 to Ship Superstructure

by

T. Y. Chung\*, S. J. Moon\*, H. C. Park\*\*, Y. C. Huh\*\*\* and S. Y. Han\*\*\*

### 요약

선체 상부구조 진동의 제어를 위하여 유압식 능동제어시스템을 구성하였다. 구성된 시스템은 3톤의 보조질량이 10Hz이하에서 최대  $\pm 5\text{mm}$ 의 스트roke를 갖도록 설계되었으며, 이 때 최대 제어력은 약 60kN이다. 본 시스템을 삼성중공업(주)에서 건조한 4,400TEU급 컨테이너선에 적용하여 기진기를 이용한 성능시험을 수행한 결과 공진구역에서 진동을 20%수준으로 제어하는 효과를 확인하였다.

### Abstract

A hydraulic type active control system has been developed for the purpose of vibration suppression of ship superstructures. The active mass of the developed system weighs about three tons and is designed to have  $\pm 5\text{mm}$  stroke below 10Hz. Thus maximum control force of the system is about 60kN. Performance test of the developed system has been carried out on a 4,400TEU container carrier built in Samsung Heavy Industry Co., LTD. Through the exciter tests, it has been confirmed that the vibration levels of the superstructure can be reduced to about 20% of the uncontrolled levels near resonant frequency.

---

접수일자 : 1996년 2월 3일, 재접수일자 : 1996년 4월 4일

\* 정회원, 한국기계연구원 구조시스템연구부

\*\* 한국기계연구원 장비개발실

\*\*\* 삼성중공업(주) 선박해양연구소

## 1. 서 론

최근 에너지 절약형선의 개발이 활발히 진행되면서 주기관인 디젤기관은 소수실린더, 대구경, 장행정, 저회전수등 효율을 높이기 위한 여러 특성을 갖게 되었는데, 이러한 고효율 주기관은 선체에 저회전수의 커다란 기진력을 주게되며 선박구조의 경량화와 함께 선체진동측면에서 매우 불리하다. 한편 거주구역인 상부구조에 대한 진동수준 규제가 심화되고 있어 전 세계적으로 ISO 6954 등 국제기준을 만족하는 무진동 고품질 선박을 건조하려는 노력이 경주되고 있다.

선체 상부구조의 과도한 진동은 과도한 선체거더 진동의 전달 또는 상부구조 자체의 공진에 의해 유기된다. 선체거더의 진동을 유기하는 주기관의 불평형모멘트는 선박의 운항상태에 따라 변동하지 않으면 일정한 위상을 갖으므로 이것과 역위상의 힘을 가하여 선체거더 진동을 저감시킬 수 있다. 이러한 제진장치로는 전기식 및 기계식 balancer 등이 개발되어 실용화된지 오래이다. 이에 반하여 상부구조의 진동은 프로펠러와 주기관 등에서 오는 기관 회전수의 고차 조화성분이 기진원이 되며, 이를 기진력은 기진점부터 상부구조까지의 복잡한 전달기구의 존재로 인하여 크기와 위상이 배의 운항상태에 따라 크게 변한다. 따라서 상부구조의 진동제어를 위해서는 진폭변동과 위상변동에 따른 복수의 진동성분에 대해서도 쉽게 대응할 수 있는 능동적인 진동제어 장치의 개발이 필요하다.

일본을 위시한 선진 조선국에서는 이러한 선체상부구조 진동의 제어를 위한 능동제어시스템 개발이 상당히 활발하게 진행되고 있다. Ohtaka 등[1]이 선체상부구조를 변단면 Timoshenko 보로 치환하여 텐던(tendon)에 의한 제어를 수치실험으로 검토하였고, Kakinouchi 등[2]이 유압식 능동질량감쇠장치(active mass damper)방식에 의한 선박용 제진장치를 개발하여 소형 모델에 대해 실험적 연구를 수행하였다. Takeda 등[3]은 선체상부구조의 진동제어용 유압식 능동질량감쇠장치를 개발하여 150,000DWT 유조선에 적용하였다. 한편 국내에서는 문등[4]이 구조물 진동제어용 소형 유압식 능동질량구동장치(active mass driver)를 개발하여 약 500kg의 4기동기지지 후판구조물에 대한 제어성

능 검증시험을 수행하였으며, 조등[5]이 기계식 구동기를 이용한 능동제어시스템을 개발하여 실선적 용시험을 수행하였다.

본 연구는 선체 상부구조 진동의 능동제어시스템 개발을 위한 실용화 연구로서 prototype의 유압식 능동제어시스템을 제작하고, 이를 삼성중공업(주)에서 건조한 4,400TEU급 콘테이너선에 탑재하여 실선적용시험을 수행하였다.

## 2. 능동형 진동제어시스템 구성

### 2.1 제어시스템 사양

실선 적용용 능동형 진동 제어시스템은 선체상부구조의 전후 방향 1차 진동형이 프로펠러 기진력이나 기관 기진력과 공진하여 과도한 진동을 보일 때, 이를 효과적으로 제어할 수 있도록 설계되었다. 설계기준으로는 선박의 상부구조 1차 진동수가 10Hz이하이고 해당 유효질량은 300ton일 때가 고려되었다. 제작한 제어시스템의 보조질량은 대상 유효질량의 1%인 3ton이고, 10Hz이하에서 최대  $\pm 5\text{mm}$ 의 스트로크를 갖을 수 있도록 하였다. 이 때 최대제어력은 약 60kN이 된다. 제어시스템은 제어장치, 유압장치 및 액추에이터 장치로 구성되어 있다[6].

### 2.2 제어장치

제어장치는 진동하고 있는 선체상부구조의 진동신호를 가속도계로 측정하여 A/D변환기를 사용하여 디지털값을 컴퓨터에 입력시켜 상태량을 연산하고, 제어 알고리듬에 의해 산정된 제어신호를 D/A 변환기를 통하여 유압 서보제어기에 내보낸다. 제어장치는 상부구조의 진동가속도를 계측하는 가속도계와 charge amplifier, 컴퓨터와 신호를 주고 받기 위한 A/D & D/A 보드와 terminal 보드 및 제어 알고리듬 등으로 구성되어 있으며, 컴퓨터 등 주변장치 내장을 위해 표준 19" rack mount type cabinet을 제작하였다(Fig. 1 참조).

본 19" rack에는 주 제어기인 컴퓨터 본체와 14" color CRT를 중앙에 탑재하고, 서보밸브를 power drive하는 서보제어기와 가속도 측정용 charge amplifier를 rack하단에 설치하였다. Rack 상단에는 2채널 오실로스코프를 내장하여 시험에 필요한 신호를 서보제어기의 전면에 있는 test

point로부터 신호케이블을 연결하여 LVDT(Linear Variable Displacement Transducer) 되먹임신호, 명령입력신호, 서보밸브 구동전류신호등을 관찰할 수 있도록 하였다. Rack내부의 뒷면에는 A/D & D/A보드와 연결되는 terminal보드를 부착하여 신호선을 연결할 수 있도록 하였다. 제작한 controller rack mount system에 설치된 장비의 기본사양을 요약하면 Table 1과 같다.

### 2.3 유압장치

유압장치는 컴퓨터로부터 제어신호를 받아 유압동력장치로부터 발생된 유압을 이용하여 선체 상부구조에 설치된 액추에이터와 이에 연결된 보조



Fig. 1 Front view of the controller rack mount system

질량을 움직여 관성력을 발생케하여 상부구조의 진동을 억제한다(Fig. 2참조). 서보 제어기는 MOOG사 제품으로 컴퓨터에서 계산된 제어신호를 D/A 변환기를 통하여 입력받아 LVDT로부터의 변위 되먹임 신호와 비교하여 서보밸브를 구동하는 장치이며, 서보밸브는 전류구동방식으로 설정하여 높은 출력 임피던스가 얻어져서 코일의 인덕턴스에 의한 영향이 적으며, 저항값 변화에 따른 전류변화를 최소로 하였다. 개발된 유압장치의 주요구성부품은 Table 2에 요약하였다.

Table 1 Specific ations of the control unit

Element	Specification
Computer	HP Vectra 486/66VL
Accelerometer	B&K type 4384
Charge Amplifier	B&K type 2635
A/D & D/A Board	DT 2831/12bit resolution
Oscilloscope	Hitachi V-212/2channels

### 2.4 액추에이터 장치

액추에이터장치는 크게 유압실린더와 보조질량으로 구성되어있다. 유압실린더는 유압공급장치로부터 유압을 받아 보조질량을 움직이며 관성력을 발생한다(Fig. 3참조). 보조질량은 무게 약 3ton의 주물제품이다. 보조질량을  $\pm 5\text{mm}$ 의 스트로크로 원활히 직선운동시키기 위하여 바닥에 linear motion guide rail을 설치하였다. 이는 선박의 항해중 pitching, rolling 및 yawing등 다방향의 운동을 할 것을 대비하여 고하중용임은 물론 다방향에 동일한 하중과 모멘트를 견딜 수 있도록 하였다.

액추에이터장치는 선체 상부구조 상부에 설치되므로 우천시 보호를 위하여 커버를 제작하여 설치했으며, 전후 및 상면은 유지보수 작업을 용이하게 하기 위해 door 형식으로 제작하였다. 제작한 액추에이터장치의 기본사양을 요약하면 Table 3과 같다.

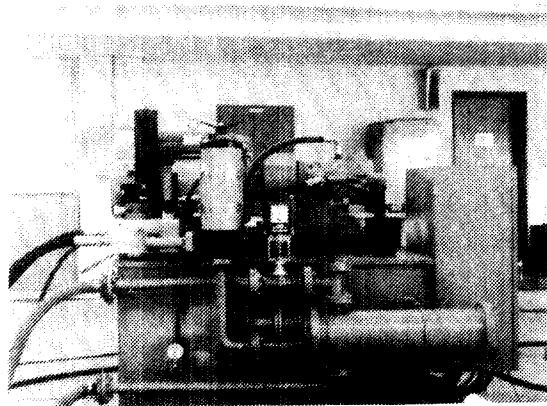


Fig. 2 View of the hydraulic power supply unit

Table 2 Specifications of the hydraulic unit

Element		Specification
Electric Motor	Power	75kW(100hp) 4P
	Supply Voltage	220V/440V
Servo Valve	Model/Maker	J72-102/MOOG
	Max. Supply Pressure	3000psi(210bar)
	Rated Flow	15L/min
LVDT	Normal Range	$\pm 25\text{mm}$
	Output Voltage	$\pm 10\text{V dc}$
Hydraulic Oil	Type	Mobil DTE 25
	Tank Capacity	600L

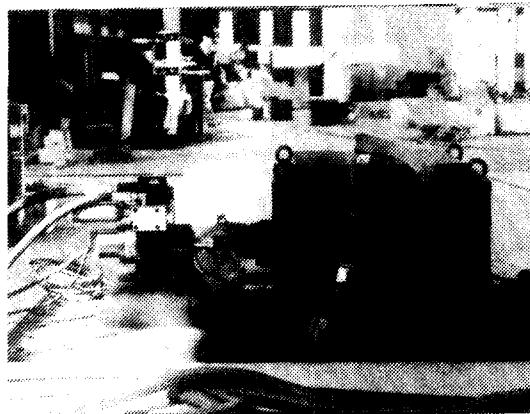


Fig. 3 View of the linear actuator and the active mass

## 2.5 동특성 파악

Prototype 능동질량구동장치는 유압공급장치의 공급압력, 유압서보밸브의 입력신호 크기 및 주파수에 따라 동특성이 변화한다. 따라서 주관심 주파수대역인 12Hz이하에서의 동특성파악을 위한 실험을 수행하였다. 실험에서는 유압서보제어기의 입력전압 및 주파수 변화에 따른 보조질량 변위 출력전압을 계측하였으며, 이때 공급압력은 약

200kgf/cm<sup>2</sup>이다. 실험결과 및 이를 곡선근사한 결과는 Fig. 4와 같으며, 이를 전달함수로 나타내면 다음과 같다.

Table 3 Specifications of the actuator unit

Element		Specification
Hydraulic Cylinder	Outer Diameter	105mm
	Inner Diameter	60mm
Active Mass	Weight	abt. 3ton
	Dimension	L×W×H= 900×700×600(mm)
Max. Allowable Frequency		10Hz
Allowable Stroke		$\pm 5\text{mm}$
LM Guide Rail & Block		THK, HSR-35TB type

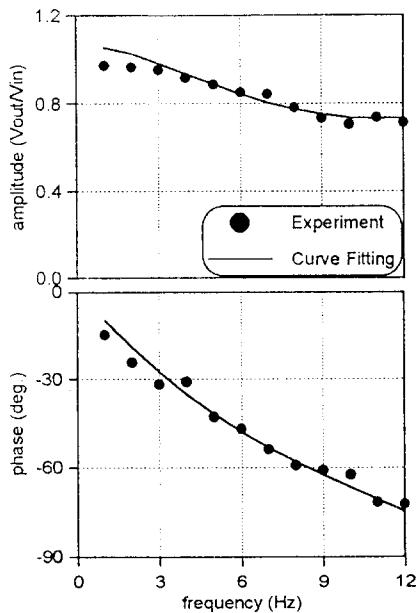


Fig. 4 System identification of the prototype active mass driver

$$G(s) = \frac{9.6419 \times 10^3}{s^2 + 2.1430 \times 10^2 s + 9.0968 \times 10^3} \quad (1)$$

### 3. 제어 성능시험

#### 3.1 적용된 최적제어이론

제어대상 선체 상부구조를 1자유도계로 모델링 한 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = -m_1 \ddot{x}_0 + u \quad (2)$$

$$u = m_2 (\ddot{x}_2 + \ddot{x}_0) \quad (3)$$

$$x_2 = \alpha G(s) e \quad (4)$$

여기서  $\ddot{x}_0, x_1$  및  $x_2$ 는 각각 지반가속도, 지반에 대한 상부구조의 상대변위 및 보조질량의 상대변위이며,  $u$ 는 제어력이다.  $m_1, c_1, k_1$  및  $m_2$ 는 선체 상부구조의 유효질량, 감쇠, 강성 및 보조질량의 크기를 나타낸다.  $\alpha$ 는 전압에 대한 변위의 비례상수이며,  $e$ 는 유압서보제어기의 입력전압이다. (2), (3) 및 (4)를 상태방정식으로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + Hf(t) \quad (5)$$

$$\text{여기서 } z(t) = \{x_1 \ x_2 \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2\}^T$$

제어계의 2차 성능지수(quadratic performance index)는 다음과 같이 정의한다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [z^T Q z + u^T R u] dt \quad (6)$$

여기서 상첨자 T는 전치 매트릭스를 나타내고,  $Q$  및  $R$ 은 각각 실수값을 갖는 positive semi-definite 및 positive definite 대칭매트릭스로, 그 크기는 상태량 벡터와 제어력 벡터에 대한 상대 중요도에 따라 결정되는 가중매트릭스이다.

최적의 제어력을 구하기 위해 (5)를 만족하면서 (6)의 성능지수를 최소로 하는 제어력 벡터  $u$ 를 구하면 다음과 같다.

$$u = -R^{-1}B^T P z = G z \quad (7)$$

여기서  $P$ 는 Riccati 매트릭스이다.

(7)의 제어력을 (5)에 대입하면 상태방정식은 다음과 같이 귀착된다.

$$\dot{z}(t) = (A + BG)z + Hf \quad (8)$$

위에서 기술한 바와 같이 최적제어는 제어대상 구조계와 제어계의 성능지수함수에 대하여 최적의 제어력을 구하며, Riccati 방정식의 해를 이용하여

제어이득을 산정하는 과정으로 이루어진다. 계측하지 못한 상태량을 구하기 위해 Kalman filter의론 등을 이용하여 관측기를 설계하고, 설계한 관측기의 이득을 산정함으로서 제어 알고리듬이 구성된다. 그러나 계측된 상태량보다 추정해야하는 상태량이 많은 경우 또는 계측한 상태량으로부터 다른 상태량을 추정하기가 어려운 경우에는 관측기를 이용하지 않고 계측된 상태량만을 사용하여 되먹임 제어하는 출력상태량 되먹임제어를 이용한다. 본 연구에서는 출력상태량 되먹임제어의 한 방법으로서 Kosut[7]가 제안한 준최적화(suboptimal control)방법을 사용하여 산정된 제어이득을 수정하므로서 출력 상태량만으로 되먹임제어를 하는 준최적화 방법을 도입한다. 전체 시스템의 상태량벡터  $z$ 는  $(n \times 1)$  벡터로  $n$ 개의 상태변수를 가지는 반면 출력벡터  $y$ 는  $(m \times 1)$  벡터로  $m$ 개의 상태변수를 가진다면 상태량 벡터  $z$ 와 출력벡터  $y$ 와의 관계는 다음과 같다.

$$y = Dz \quad (9)$$

여기서  $D$ 는 출력 매트릭스이며  $(m \times n)$  매트릭스이다. 제어력 및 수정된 제어이득  $G^*$ 은 다음과 같다.

$$u = G^* y \quad (10)$$

$$\text{여기서 } G^* = GD^T (DD^T)^{-1}$$

본 연구에서는 준최적화방법이 대상 제어계의 안정성을 항상 보장하지는 못하므로, 수정된 제어이득에 의한 대상 구조제어계의 안정성을 확인한 후 성능검증시험을 수행하였다.

#### 3.2 제어시스템 설치 및 상부구조 동특성파악

선체 상부구조 진동의 능동제어 성능검증을 위해서 삼성중공업(주)에서 건조한 4,400TEU급 콘테이너선을 대상으로 시험을 수행하였다. 대상선박은 고속화물선으로서 이에 따른 주기관의 출력이 크고, 다른 선종에 비해 거주구가 높아 고유진동수가 비교적 저주파 특성을 보이므로, 기진원과의 공진가능성이 큰 특징을 갖고 있다. 대상선박의 사양은 Table 4 와 같다.

상부구조 상부에 설치된 능동제어시스템의 위치는 Fig. 5와 같다. 능동제어시스템 중 유압장치와 액추에이터 장치만 C/D(Coffer Dam)갑판에 설치하고 컴퓨터를 비롯한 제어장치는 항해갑판의 조

Table 4 Main particulars of the test ship

Particular		Test Ship
Type		4,400TEU Container Carrier
L.O.A		294.00 m
L.B.P.		281.60 m
Breadth(moulded)		32.25 m
Depth(moulded)		21.40 m
Draft(designed)		12.00 m
Deadweight		67,000 ton
Main Engine	Type	B&W 10K 90MC
	MCR	58,700 BHP*94.0RPM
Blade No. of Propeller		6

타실내에 설치하였다. 진동제어효과를 최대화하기 위해서는 제어시스템이 최상층갑판 및 중앙선상에 설치되어야 하나 시험여건상 C/D 갑판의 좌현쪽에 설치하였다.

만일 제어시스템이 설치되는 갑판의 하부구조가 취약하면 제어력이 가해지는 위치에서 국부적인 거동을 보이게 되므로 현재의 하부구조로서 제어력이 상부구조에 충분히 전달되어 전체적 거동을 보일 수 있는지 여부를 판단하기 위하여 유한요소 해석을 수행하였다.

이때, 상부구조만을 모델링하여 정적(static) 계산을 수행하였으며, 상부구조의 하부는 고정지지 조건으로하고 제어시스템의 위치에 단위하중을 가하였다. 계산결과 단위하중에 의한 상부구조의 전체적인 거동을 볼 수 있었으며, 따라서 추가의 하부 보강작업은 필요없는 것으로 판단되었다.

상부구조의 고유진동수를 파악하기 위해 대형기진기를 대상선박의 후방에 설치하고 선미기진에 의한 다점 동시계측으로부터 고유진동수를 추정하였다. 대형기진기는 회전하는 두개의 불평형질량에 의한 정현파 기진력을 발생시키는 원리로 모터의 회전범위에 따라 최대 10ton의 수직기진력을 얻을 수 있다. 계측위치는 선미 수직방향과 상부구조 전후방향으로 정했고, 300~600rpm의 회전수 범위에서 5rpm간격으로 계측을 수행하였다. 계측 결과 상부구조의 접안상태에서의 전후방향 1차 고유진동수는 6.4Hz로, 근해 정박(anchoring)상태에서는 6.2Hz로 확인되었다. 두 상태에서의 결과차이는 선박의 고정상태, ballast상태 등의 변화에 기인한 것으로 판단된다.

### 3.3 접안상태에서의 성능시험

선박의 ballast 조건에서 기진기를 구동시켜 안벽에 접안되어 있는 선박에 강제진동을 발생시켜 가진기의 회전수에 따른 제어전·후의 성능효과를 조사하였다. Fig. 6은 상부구조의 주 진동주파수에서 계측된 전후방향 가속도레벨의 제어전·후 rms 결과를 보여주고 있다.

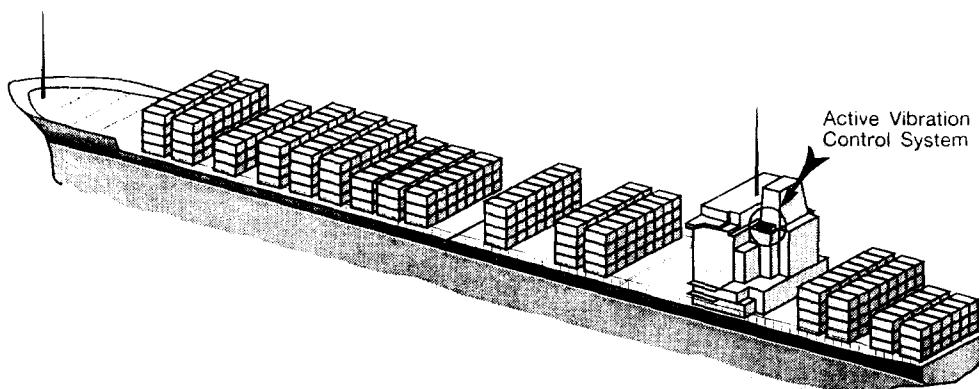


Fig. 5 Location of the active vibration control system on the test ship

기진기 회전수가 390rpm일 때 rms 가속도레벨이 제어전에 비해 약 20% 수준으로 감소되었고, 이외의 범위에서는 제어효과가 크지 않음을 볼 수 있다. 이것은 제어이득 산정시 감쇠력 증가에 역점을 두어 가중매트릭스를 선택함으로써 산정된 제어력의 대부분이 감쇠력으로써 작용했기 때문이다.

선미 수직방향의 경우 제어력이 진동레벨에 영향을 미치지 않았으며, 따라서 6.4Hz의 고유진동수를 갖는 진동형은 상부구조의 순수모드에 가까운 진동형으로 추정된다.

### 3.4 균해 정박상태에서의 성능시험

근해에 정박되어 있는 상태에서의 성능검증시험을 접안상태에서와 같은 방식으로 수행하였다. 정박상태는 안벽에 접안되어 있을 때와는 여러 해상환경이 달라 상부구조진동이 다소 다른 경향을 보일 수 있다. 기진기의 회전수가 300~500rpm일 때 제어전·후의 시험결과로서 rms 가속도레벨을 Fig. 7에 나타내었다. 그 결과 8Hz이하에 2개의 peak가 나타났으며, 제어후 이러한 peak들이 사라진 것을 볼 수 있으며, 최대 25%수준까지 진동이 감소된 것을 확인할 수 있다.

### 3.5 해상 시운전시 성능시험

해상 시운전시 성능시험은 주기관의 회전수를 50rpm부터 94rpm까지 2rpm 간격으로 변화시키면서 수행되었다. 시험결과로서 MCR인 94rpm에서 상부구조 전후방향으로 계측된 제어전·후의 가속도 주파수분석 결과를 Fig. 8에 보였다. 이로부터 상부구조 주진동 주파수성분에 대해 최대 50%수준으로의 진동레벨감소효과가 확인되었다.

## 4. 결 론

선체 상부구조 진동의 제어를 위하여 능동제어시스템을 구성하고 이를 실선에 적용, 성능검증시험을 수행하여 제어성능 효과를 확인하였다. 주요한 연구내용의 요약 및 결론은 다음과 같다.

- 1) 유압식 질량구동장치를 이용한 능동제어시스템을 구성하였다. 본 시스템은 300ton정도의 유효질량을 갖는 선체 상부구조의 진동을 적절히 제어

할 수 있도록 설계·제작되었다.

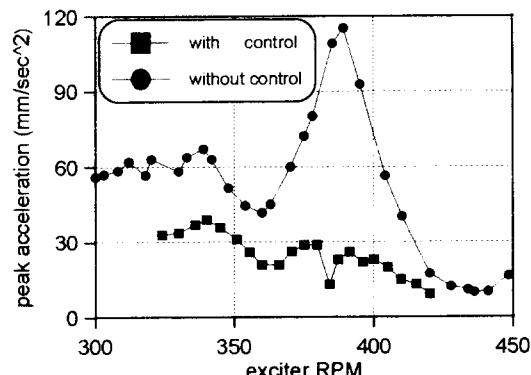


Fig. 6 Performance test result at the mooring state(exciter test)

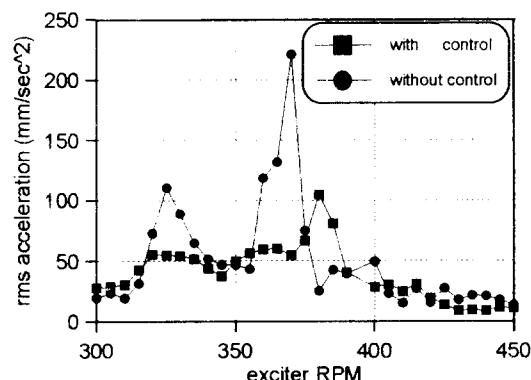


Fig. 7 Performance test result at the anchor-ing state(exciter test)

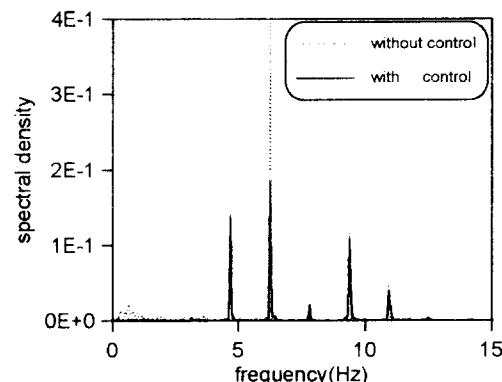


Fig. 8 Acceleration spectrum of Superstructure at sea-trial

2) 최적제어 알고리듬을 사용하여 제어성능을 검증하였다. 선체 상부구조 최상층에 설치된 가속도계의 신호만을 이용하였으며, 이를 위하여 출력 상태량 되먹임방법인 준최적화방법을 도입하였다.

3) 개발된 제어시스템의 성능검증시험으로 안벽에서의 기진기시험, 근해 정박상태에서의 기진기시험 및 해상 시운전시험등을 수행하였으며, 기진기에 의한 시험에서는 진동가속도레벨을 공진구역에서 최대 20%수준까지 낮출 수 있었으나, 시운전 시험에서는 MCR 회전수에서 상부구조의 주 진동 주파수 성분의 최대 50%를 감소시키는 효과를 얻었다.

4) 선체 상부구조는 육상의 구조물과는 달리 고유진동수가 해상 정박상태, 시운전상태등에 따라 변화하고, 주기관 및 프로펠러에 의해 다수의 기진주파수성분을 가지게 된다. 따라서 이에 대응하는 제어 알고리듬개발이 절실하며, 특히 robust 제어방법 등에 관한 연구가 필요하다고 사려된다.

## 후 기

본 연구는 과학기술처 출연(연) 과제인 “선체진동 능동제어시스템개발”의 일부분이다. 참고로 유입장치는 유공압기계 전문 회사인 동양시스템에 의뢰하여 제작하였다.

## 참 고 문 현

- [1] Ohtaka, K., Yamasaki, Y., and Yasuzawa, Y., "On the Active Control of Hull Vibration", *Transactions of the West-Japan of Naval Architects*, Vol.82, 1991 (in Japanese)

- [2] Kakinouchi, T., Tanida, K., Takahashi, N., Asano, T., and Koike, Y., "Developing the Active Mass Damper for Ships by Hydraulic System", *Transactions of the West-Japan of Naval Architects*, Vol.81, 1990 (in Japanese)
- [3] Takeda, Y., Kusumoto, H., Sasajima, H., Tanida, K., Koike, Y., Takahashi, N., and Iwanami, T., "Development of Active Mass Damper for Ships by Hydraulic Control", *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol.171, 1992 (in Japanese)
- [4] Moon, S. J. and Chung, T. Y., "Development of Active Control System for Structural Vibration Using a Hydraulic Actuator", *Transactions of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol. 32, No. 3, 1995 (in Korean)
- [5] Cho, D. S., Lee, S. M., and Chung, K. Y., "A Study to Develop an Active Vibration Control System for Ship Structures", *Transactions of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol.32, No.3, 1995 (in Korean)
- [6] Chung, T. Y., et al., "Development of Active Control System for Ship Structural Vibration", *Ministry of Science and Technology, Report No. BSN039-222.M*, 1995 (in Korean)
- [7] Kosut, R. T., "Suboptimal Control of Linear Time-Invariant Systems Subject to Control Constraints", *IEEE Transactions of Automatic Control*, Vol.15, No.5, 1970