

論文96-33B-7-4

신경회로망을 이용한 비선형 시스템 제어

(Nonlinear System Control Using Neural Network)

成弘哲*, 李夬熙*

(Hong Seok Seong and Kuae Hi Lee)

要 約

본 논문에서는 미지의 비선형 시스템을 다층 신경회로망을 이용하여 제어하는 알고리즘에 대해 기술한다. 다층 신경회로망은 임의의 연속 함수를 원하는 정확한 정도까지 근사화시키기 위해 사용할 수 있다. 이와 같은 사실을 이용하여 비선형 시스템에서 미지의 비선형 함수를 다층 신경회로망을 이용하여 근사화 한다. 다층 신경회로망의 은닉층 가중치는 그래디언트(gradient) 방법을 이용하여 개선하고, 출력층 가중치 개선 법칙은 리아프노브 안정도(Lyapunov stability)를 만족하도록 유도한다. 또한, 유도 과정에서 이차 제어기(secondary controller)를 얻는다. 전체적인 제어 시스템은 궤환 선형화 기법을 이용한 제어기와 리아프노브 안정도를 만족하도록 얻어진 2차 제어기로 구성된다. 컴퓨터 모의 실험을 통하여 제안된 제어 알고리즘의 성능을 검증한다.

Abstract

In this paper, we describe the algorithm which controls an unknown nonlinear system with multilayer neural network. The multilayer neural network can be used to approximate any continuous function to any desired degree of accuracy. With the former fact, we approximate unknown nonlinear function on the nonlinear system by using of multilayer neural network. The weights on the hidden layer of multilayer neural network are updated by Gradient method. The weight-update rule on the output layer is derived to satisfy Lyapunov stability. Also, we obtain secondary controller from deriving step. The global control system consists of controller using feedback linearization method and secondary controller in order to satisfy Lyapunov stability. The proposed control algorithm is verified through computer simulation.

I. 서 론

지금까지의 비선형 시스템 제어는 적응 제어, 리아프노브에 기초한 제어, 가변 구조 제어등 세 가지가 대표적인 접근 방법으로 알려져 있다. 특히, 비선형 시스템의 궤환 선형화 기법이 비선형 제어기 설계에 널리 알려져 있다. 그러나, 이는 시스템의 정확한 동력학 방정식을 알고 있어야 한다^{[1]-[3]}.

신경회로망은 학습을 통하여 임의의 함수를 근사화 할 수 있고, 병렬 처리와 Fault Tolerance를 성취시키

기가 용이하다. 즉, 정확히 알지 못하는 시스템의 동력학 방정식을 신경회로망을 사용하여 근사화 시킬 수 있다. 제어 관점에서 가장 널리 사용되는 신경회로망 구조는 오차 역전파 알고리즘을 이용하는 다층 신경회로망이다. 역전파 알고리즘을 이용한 3층 신경회로망은 어떤 원하는 정확한 정도까지 비선형 함수를 근사화할 수 있다^[4]. 수학적으로 시스템을 정확히 모델링 하는데는 어려움이 많으므로 이를 해결하는 방법으로 다층 신경회로망에 기초한 제어기가 많이 제안되었다^{[5]-[7]}.

신경회로망을 이용한 대부분의 제어 알고리즘은 신경회로망의 가중치를 개선하는데 그래디언트 방법을 기초로 하고 있으나, 이 개선 법칙의 안정도에 대한 어

* 正會員, 西江大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Seogang Univ.)

接受日字: 1995年10月30日, 수정완료일: 1996年6月19日

면 정보를 제공하고 있지 않다. 최근에 신경회로망을 이용한 제어 시스템의 안정도에 대한 연구가 발표되고 있다. Yesildirek는 로봇 메니퓰레이터의 동력학 방정식의 성질과 리아프노브 함수로부터 신경회로망의 가중치 개선 법칙을 얻어 로봇 메니퓰레이터 제어를 모의 실험하였다^[8]. Jin은 신경회로망으로 RBF(radial basis function)이나 CMAC(cerebellar model Articulation controller)를 사용하여 원하는 출력과 시스템 출력 사이의 오차가 한정됨을 보였다^[9]. Jin은 신경회로망의 가중치 개선 법칙을 dead-zone 함수를 갖는 수정된 역전파 알고리즘을 사용하였으며, 출력 오차가 0으로 수렴함을 보이고 이를 이용하여 전체 페루프 시스템이 안정함을 보였다^{[10] [11]}. Renders는 RBF 신경회로망을 사용하고 리아프노브 식에 기초하여 비선형 시스템의 입출력 안정도를 증명하였다^[12]. Wang은 퍼지 로직 시스템을 이용하여 비선형 함수를 근사화하였으며 이때 퍼지 로직 시스템의 인수를 개선하기 위한 법칙을 리아프노브 함수를 정의하고 이로부터 유도하였다^[13].

본 논문에서는 리아프노브 함수를 정의하여 리아프노브 안정도가 만족되도록 다층 신경회로망의 출력층 가중치 개선 법칙과 이차 제어기를 유도한다. 전체 제어기는 궤환 선형화 기법을 이용한 제어기와 유도된 이차 제어기로 구성된다. 궤환 선형화 기법을 이용한 제어기에서 비선형 함수는 3층 신경회로망으로 구현되며, 은닉층 가중치는 그래디언트 방법으로 개선하고, 출력층 가중치는 유도된 개선 법칙을 이용하여 개선한다. 본 논문의 구성은 II절에서 비선형 시스템을 제어하기 위한 궤환 선형화 기법에 대해서 기술하고, III절에서 다층 신경회로망과 가중치 개선 법칙에 대하여 논의한다. IV절에서 신경회로망을 이용하여 II절에서 기술한 제어기를 어떻게 구현하는지를 설명하고, V절에서 전체적인 제어 시스템 구조와 리아프노브 안정도를 만족하는 신경회로망의 출력층 가중치 개선 법칙과 이차 제어기를 유도한다. VI절에서는 V절에서 설명한 제어 시스템을 비선형 시스템에 적용하여 알고리즘의 성능을 검증하고, VII절에서 결론을 맞는다.

II. 비선형 시스템

본 절에서는 시스템에 대한 가정과 비선형 시스템의 표준식을 정의하고, 이 시스템을 제어하기 위한 궤환

선형화 기법에 대하여 기술한다. 먼저, 시스템에 대해 다음과 같이 가정을 둔다.

가정 1. $f(\mathbf{x})$ 와 $g(\mathbf{x})$ 는 유한(bound)하다.

가정 2. $g(\mathbf{x})$ 는 시스템 동작 구간의 $\mathbf{x} \in R^n$ 에 대해 양의 값을 가지며, $0 < g_L(\mathbf{x}) \leq g(\mathbf{x}) \leq g_U(\mathbf{x})$ 가 성립하는 $g_L(\mathbf{x})$ 을 알 수 있다.

가정 3. R^n 내의 임의의 compact 영역에서 이상적인 출력층 가중치는 알고 있는 양수에 의해 제한된다. 즉, 알고 있는 양수가 w_{fm} , w_{gm} 이면, $\|w^*\| < w_{fm}$, $\|w_g^*\| < w_{gm}$ 이다.

가정 4. 원하는 시스템 상태(desired state)와 그 것의 1차 도함수는 유한하다.

하나의 입력과 하나의 출력을 갖는 비선형 시스템은

$$y^{(n)} = f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}) + g(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)})u \quad (1)$$

처럼 표현된다. 여기서, y 는 시스템 출력이고 u 는 시스템 입력이며, $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ 는 비선형 함수이다. 상태 변수 x 를 아래와 같이 정의하여

$$\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n) = (y, y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n-1)}) \quad (2)$$

식 (1)을 상태 공간 모형(state space model)으로 표현하면,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (3)$$

와 같이 표현된다. 이제, 추적 오차를 $e = y_d - y$ (y_d 는 원하는 시스템 출력이고 y 는 시스템 출력이다.)로 정의하고, 비선형 시스템의 비선형 함수 $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ 을 정확히 알고 있다면 식 (1)의 비선형 시스템이 원하는 출력을 따라 가도록 하는 제어 입력 u 는 다음과 같이 표현할 수 있다^[2].

$$u = \frac{-f(\mathbf{x}) + y_d^{(n)} + k^T e}{g(\mathbf{x})} \quad (4)$$

여기서, $k^T = (k_1, \dots, k_n)$ 은 $h(s) = s^n + k_n s^{n-1} + \dots + k_1$ 가 Hurwitz가 되도록 임의로 선택한 벡터이다. 그리고 e 는 식 (5)처럼 정의된 추적 오차 벡터이다.

$$\mathbf{e}^T = (e, e^{(1)}, \dots, e^{(n-1)}) = (y_d - y, y_d^{(1)} - y^{(1)}, \dots, y_d^{(n-1)} - y^{(n-1)}) \quad (5)$$

식 (1)에 제어 입력 식 (4)를 대입하면 다음과 같은 오차 방정식을 얻을 수 있다. 때문에

$$e^{(n)} + k_n e^{(n-1)} \dots + k_1 e = 0 \quad (6)$$

k 가 Hurwitz를 만족하도록 선택된 베티아므로 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 임을 알 수 있다. 즉, 식 (4)와 같은 제어 입력을 사용하면 식 (1)처럼 표현된 비선형 시스템의 출력은 원하는 시스템 출력을 따라 간다.

III. 다층 신경회로망 (Multilayer Neural Network)

임의의 비선형 함수는 신경회로망을 이용하여 원하는 정확한 정도까지 근사화 시킬 수 있다. 이와 같은 사실을 다음과 같이 정리할 수 있다^[4].

이론: 가중치가 V_f, w_f, V_g, w_g 인 신경회로망 $f(x, V_f, w_f), g(x, V_g, w_g)$ 은 compact 영역에서 임의의 정도 ϵ_f, ϵ_g 이내로 연속 함수 $f(x), g(x)$ 을 근사화 시킬 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \max |f(x, V_f, w_f) - f(x)| &\leq \epsilon_f \\ \max |g(x, V_g, w_g) - g(x)| &\leq \epsilon_g, \text{ 모든 } x \in C \end{aligned}$$

여기서, C 는 유한 차수의 compact 영역이다.

이 이론을 이용하여 비선형 시스템에서의 비선형 함수를 신경회로망을 이용하여 다음과 같이 구현할 수 있다.

$$f = w_f^T s_f(V_f^T x), \quad g = w_g^T s_g(V_g^T x) \quad (7)$$

여기서, V_f, V_g 는 각각 비선형 함수 $f(\cdot), g(\cdot)$ 을 근사화 하기 위한 다층 신경회로망의 은닉층의 가중치 행렬이며, w_f, w_g 는 출력층 가중치 벡터이다. 그리고 $s_i(\cdot)$ 는 활성 함수로 다음과 같은 시그모이드 (sigmoid) 함수를 사용한다.

$$s_i(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (8)$$

이 활성 함수는 다음과 같은 특징이 있다.

$$\text{특징 : } 0 \leq s_i(x) \leq 1 \quad (9)$$

식 (7)과 같이 정의된 다층 신경회로망의 각 가중치는 다음과 같이 생긴다. 먼저, 다층 신경회로망을 사용했을 때의 오차를 다음과 같이 정의한다.

$$e(t) = y_d^{(n)} - \hat{y}^{(n)} = y_d^{(n)} - \hat{f}(x) - \hat{g}(x)u \quad (10)$$

그러면, 은닉층의 가중치는 그레디언트 탐색 (gradient search) 방법을 이용하여 다음과 같이 생길 수 있다.

$$\begin{aligned} v_{fi}(t+\delta t) &= v_{fi}(t) + \eta \frac{\partial e}{\partial v_{fi}} \\ &= w_{fi}(t) - \eta w_{fi} s_{fi}' x_i \\ v_{gi}(t+\delta t) &= v_{gi}(t) + \eta \frac{\partial e}{\partial v_{gi}} \\ &= w_{gi}(t) - \eta w_{gi} s_{gi}' x_i \end{aligned} \quad (11)$$

출력층의 가중치는 리아프노브 안정도를 만족하도록 다음과 같이 생길 수 있다. 식 (12)는 V절에서 유도 한다.

$$\begin{aligned} \dot{w}_f &= -\hat{s}_f e^T P b \\ \dot{w}_g &= -\hat{s}_g e^T P b u_c \end{aligned} \quad (12)$$

IV. 신경회로망을 이용한 제어기

II절에서 비선형 시스템에서의 비선형 함수를 정확히 알고 있다면 제어 입력을 식 (4)처럼 할 수 있음을 알았다. 그러나, 실제 환경에서는 정확한 비선형 함수를 알 수가 없다. 따라서, 미지의 비선형 함수를 III절에서 정의한 이론을 기초로 하여 다층 신경회로망으로 구현하여 제어 입력 u_c 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u_c = \frac{-\hat{f}(x) + y_d^{(n)} + k^T e}{\hat{g}(x)} \quad (13)$$

여기서, $\hat{f}(\cdot), \hat{g}(\cdot)$ 은 비선형 함수를 다층 신경회로망으로 구현한 것이다.

오차 식을 얻기 위하여 식 (13)을 식 (1)에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} e^{(n)} &= y_d^{(n)} - y^{(n)} \\ &= -k^T e + (\hat{f}(x) - f(x)) + [\hat{g}(x) - g(x)]u_c \end{aligned} \quad (14)$$

을 얻을 수 있다. 여기서, 오차에 대한 상태 변수를 $e^T = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ 과 같이 정의하여 식 (14)를

상태식(State Equation)으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{e} = A e + b[(\hat{f}(x) - f(x)) + \{g(x) - g(x)\}u_c] \quad (15)$$

$$\text{여기서, } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -k_1 & -k_2 & \cdots & \cdots & -k_n \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

V. Lyapunov Stability

본 절에서는 리아프노브 안정도를 만족시키는 다층 신경회로망의 출력층 가중치 개선 법칙(식 (12))을 유도하고, 새로운 제어 입력(secondary control input)을 정의한다.

먼저, 새로운 제어 입력을 아래와 같이 정의하자.

$$u = u_c + u_s \quad (16)$$

여기서, u_c 는 식 (13)과 같고 u_s 는 아래 식 (17)과 같으며, 아래에서 유도한다.

$$u_s = \frac{\operatorname{sgn}(e^T P b)}{g_L} [w_{fm} + w_{gm}|u_c|] \quad (17)$$

식 (16)과 같은 제어 입력을 사용하는 전제적인 페루프 제어 시스템의 블럭도는 그림 1과 같다.

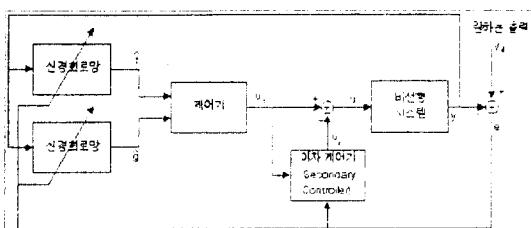


그림 1. 제어 시스템 블럭도

Fig. 1. The block diagram of control system.

이제 다음과 같은 이론을 정의할 수 있다.

이론 : 가정 1 ~ 가정 4하에, 다층 신경회로망의 출력층 가중치를 식 (12)와 같이 개선하면 제어 입력 식 (16)은 추적 오차를 0 근처로 제한시키고, 다층 신경회로망의 출력층 가중치는 최적치로 수렴하게 한다.

<증명>

먼저, 앞에서 얻었던 오차 식 (15)에서 제어 입력 u_c 대신에 식 (16)처럼 새로 정의한 제어 입력 u 를 대입하여 정리하면 다음과 같이 오차 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A e + b[(\hat{f}(x) - f(x)) + \{g(x) - g(x)\}u_c - g(x)u_s] \\ &= A e - bg(x)u_s + b[\{\hat{f}(x) - f(x)\} + \{g(x) - \hat{g}(x)\}u_c + \varepsilon] \end{aligned} \quad (18)$$

여기서, $\hat{f}(\cdot)$, $\hat{g}(\cdot)$ 은 최적의 다층 신경회로망 가중치를 사용했을 때 비선형 함수 값이고, $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ 은 현 시점의 다층 신경회로망 가중치를 사용했을 때 비선형 함수 값이며, $\hat{f}(\cdot)$, $\hat{g}(\cdot)$ 은 비선형 함수 값이다. ε 는 식 (19)와 같이 정의되며, 이것은 최적의 가중치를 사용했을 때와 실제 비선형 함수 값의 차이므로 III절에서 정리한 이론에 의해 ε 값은 무시할 정도로 작은 값이 된다.

$$\varepsilon = \{\hat{f}(x) - f(x)\} + \{\hat{g}(x) - g(x)\}u_c \quad (19)$$

이제, 아래와 같은 리아프노브 함수(Lyapunov function)를 정의하자.

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2} \tilde{w}_f^T \tilde{w}_f + \frac{1}{2} \tilde{w}_s^T \tilde{w}_s \quad (20)$$

여기서, \tilde{w} 는 현 시점의 다층 신경회로망의 출력층 가중치와 최적의 가중치 사이의 차이($\tilde{w} = w - w^*$)이다. 식 (20)을 미분하면 다음 식과 같다.

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{e}^T P e + \frac{1}{2} e^T P \dot{e} + \tilde{w}_f^T \tilde{w}_f + \tilde{w}_s^T \tilde{w}_s \quad (21)$$

위 식에 앞에서 구한 오차 식 (18)을 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} e^T (A^T P + PA) e - g e^T P b u_s + e^T P b \varepsilon \\ &\quad + e^T P b [\{\hat{f} - f\} + \{\hat{g} - g\}u_c] + \tilde{w}_f^T \tilde{w}_f + \tilde{w}_s^T \tilde{w}_s \end{aligned} \quad (22)$$

와 같이 얻어진다. 위 식에 식 (23)과 같이 정의된 리아프노브 방정식(Lyapunov equation)과 식 $\hat{f} - f$ 을 변형한 식 (24)을 대입하여 정리하면 식 (25)를 얻는다.

$$A^T P + PA = -Q \quad (23)$$

여기서, P, Q Positive Definite Matrix

$$\begin{aligned}\hat{f} - \hat{f}' &= \mathbf{w}^T \hat{s} (\mathbf{V}^T \mathbf{x}) - \mathbf{w}^{*T} \hat{s}^* (\mathbf{V}^{*T} \mathbf{x}) \\ &= \mathbf{w}^T \hat{s} - \mathbf{w}^{*T} \hat{s}^* + \mathbf{w}^{*T} \hat{s} - \mathbf{w}^{*T} \hat{s} \\ &= (\mathbf{w} - \mathbf{w}^*)^T \hat{s} + \mathbf{w}^{*T} (\hat{s} - \hat{s}^*) \\ &= \mathbf{w}^T \hat{s} + \mathbf{w}^{*T} \hat{s}\end{aligned}\quad (24)$$

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} - g \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{u}_s + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{\epsilon} \\ &\quad + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} (\mathbf{w}_f^{*T} \hat{s}_f + \mathbf{w}_g^{*T} \hat{s}_g \mathbf{u}_c) \\ &\quad + \hat{\mathbf{w}}_f^T (\hat{\mathbf{w}}_f + \hat{\mathbf{s}}_f \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}) + \hat{\mathbf{w}}_g^T (\hat{\mathbf{w}}_g + \hat{\mathbf{s}}_g \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}) \mathbf{u}_c\end{aligned}\quad (25)$$

위 식에서 마지막 두 항을 0으로 하면, 다음과 같은 다층 신경회로망의 출력층 가중치 개선 법칙을 얻을 수 있다.

$$\hat{\mathbf{w}}_f = -\hat{s}_f \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}, \quad \hat{\mathbf{w}}_g = -\hat{s}_g \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{u}_c \quad (26)$$

즉, $\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{w}^*$ 으로 식 (12)를 얻을 수 있다. 따라서, 식 (25)에 식 (26)를 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} - g \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{u}_s + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{\epsilon} \\ &\quad + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} (\mathbf{w}_f^{*T} \hat{s}_f + \mathbf{w}_g^{*T} \hat{s}_g \mathbf{u}_c)\end{aligned}\quad (27)$$

이 된다.

\dot{V} 는 식 (27)에서 우변에 크기를 취한 것보다는 작거나 같으므로

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} - g \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{u}_s + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{\epsilon} \\ &\quad + |\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}| (\|\mathbf{w}_f^{*T}\| \|\hat{s}_f\| + \|\mathbf{w}_g^{*T}\| \|\hat{s}_g\| |\mathbf{u}_c|)\end{aligned}\quad (28)$$

와 같이 표현할 수 있다. 이제 \mathbf{u}_s 을 식 (17)처럼 정의하여 식 (28)에 대입하여 정리하면 아래 식과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{\epsilon} \\ &\quad - |\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}| \left[w_{fm} \left(\frac{g}{g_L} - \frac{\|\mathbf{w}_f^{*T}\|}{w_{fm}} \|\hat{s}_f\| \right) \right. \\ &\quad \left. + w_{gm} \mathbf{u}_c \left(\frac{g}{g_L} - \frac{\|\mathbf{w}_g^{*T}\|}{w_{gm}} \|\hat{s}_g\| \right) \right]\end{aligned}\quad (29)$$

여기서, 가정 2에 의하여 $\frac{g}{g_L} \geq 1$ 이고, 가정 1에 의하여 $\frac{\|\mathbf{w}_f^{*T}\|}{w_{fm}} < 1$,

$\frac{\|\mathbf{w}_g^{*T}\|}{w_{gm}} < 1$ 이며, 식 (9)에 의하여 $\|\hat{s}_f\| \leq 1$, $\|\hat{s}_g\| \leq 1$ 이다. 따라서 식 (29)의 괄호 안의 값은 양수이므로 식 (29)의 마지막 항은 음이다. 그리고, 앞에서 언급했듯이 근사화 오차가 대단히 작은 값이므로 두 번째 항은 무시할 수 있다. 그러므로, $\dot{V} \leq 0$ 이 되어 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{w}(t) = \mathbf{w}^*(t)$ 이 된다. 따라서, 식 (1)과 같이 표현되는 비선형 시스템에 식 (16)을 제어

입력으로 사용하고 식 (12)처럼 신경회로망의 출력층 가중치를 개선하면 구성된 페루프 시스템의 출력은 원하는 출력을 따라 가며, 출력층 가중치는 최적치로 수렴한다.

VI. 모의 실험

앞에서 기술한 제어 구조와 출력층 가중치 개선 법칙을 컴퓨터 모의 실험을 통하여 성능을 검증하였다. Inverted Pendulum System과 Single-Link Manipulator의 두 가지 경우에 대해 모의 실험을 하였다.

1. Inverted Pendulum System

Inverted Pendulum System의 동력학 방정식은 다음과 같다^[13].

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{gsinx_1 - \frac{m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m}\right)} + \frac{\frac{\cos x_1}{m_c + m}}{\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m}\right)} u\end{aligned}\quad (30)$$

여기서, $g = 9.8m/s^2$, $m_c = 1kg$, $m = 0.1kg$, $l = 0.5m$ 이다. 시스템에 대한 사전 지식으로는 $g_L(x) = 1.0$ 으로 하였다. 그리고, $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ 을 독립적으로 학습시키기 위해 두 개의 3층 신경회로망을 사용하였으며, 시스템이 2차이므로 입력이 2개이고, 은닉층은 20개의 뉴론(Neuron)을 사용하였다. 가중치의 초기 값은 [-0.1, 0.1] 사이의 난수로 하였다. 제어기를 구성하기 위한 각종 인수들의 값은 $k^T = [2.0 \ 3.0]$, $w_m = 1.0$, $w_{gm} = 2.0$ 와 같이 하였으며, 신경회로망의 학습률은 0.4로 하였다. 제어기의 샘플링 시간은 10msec로 하였다. 시스템의 초기 상태 변수 값은 $(-\frac{\pi}{60}, 0)$ 으로 하였다. 시스템과 제어기의 컴퓨터 모의 실험을 위하여 4차 Runge-Kutta 적분 방법을 사용하였다. 원하는 시스템의 출력은 $y_d = \frac{\pi}{30} \sin\left(\frac{2\pi}{6} t\right)$ 로 하였다.

그림 2는 처음 20초간의 모의 실험을 통해 얻는 시스템 출력과 원하는 출력을 나타냈다. 그림에서 볼 수 있듯이 0.3초 정도의 빠른 시간에 시스템의 출력이 거의 원하는 출력을 따라감을 알 수 있다. 이는 신경회로망의 가중치를 역전과 알고리즘으로 개선하는 거보다 훨씬 빨리 수렴함을 알 수 있다. 그림 3은 처음 20초까

지의 추적 오차를 나타내고 있다. 시스템 출력이 원하는 출력을 따라 간 후(약 0.3초 후) 가장 큰 오차는 출력 최대치의 약 3% 정도로 작음을 알 수 있다. 따라서 본 모의 실험을 통해 식 (1)과 같이 표현되는 비선형 시스템은 제안된 알고리즘으로 시스템의 출력이 원하는 출력을 따라 가도록 제어할 수 있다.

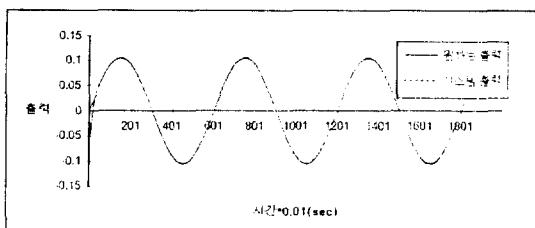


그림 2. 원하는 출력과 시스템 출력

Fig. 2. The desired output and the system output.

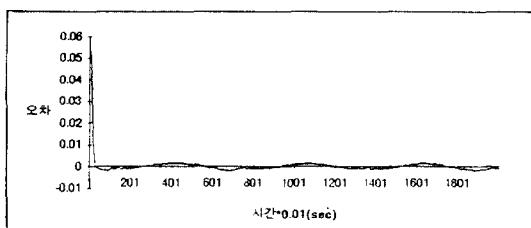


그림 3. 추적 오차

Fig. 3. The tracking error.

그림 4는 위에서 주어진 Inverted Pendulum System에 대해 퍼지 로직 시스템에 의한 원하는 출력과 시스템 출력을 나타내고 있다^[13]. 원하는 시스템의 출력도 위에서 기술한 것과 동일하며 제어기를 구성하는 각종 인수 값은 $k^T = [2, 1]$, 가중치의 한계치는 $M_f = 16$, $M_g = 1.6$ 이다.

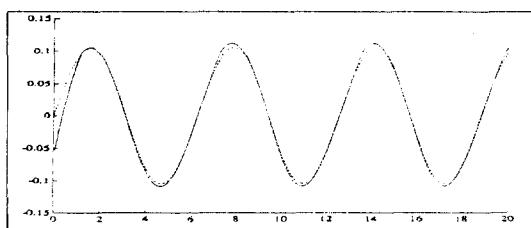


그림 4. 퍼지 로직 시스템에 의한 출력^[13]
Fig. 4. The output of fuzzy logic system^[13].

그림 2와 그림 4를 비교하면 신경회로망을 사용하여

제안한 알고리즘에 의한 출력이 보다 빨리 원하는 출력을 따라감을 알 수 있고 오차도 적음을 알 수 있다.

2. Single-Link Manipulator

1-링크 매니퓰레이터의 동력학 방정식은 다음과 같이 표현된다^[10].

$$T(t) = ml^2 \ddot{\theta}(t) + v\dot{\theta}(t) + mlg\cos(\theta(t)) \quad (31)$$

여기서, $m = 2.0\text{kg}$, $l = 1\text{m}$, $v = 1.0\text{kgm}^2/\text{s}$, $g = 9.8\text{kgm/s}^2$ 이다. 원하는 시스템 출력은 $y_d = 10 * \sin(5\pi t)$ 로 하였다. 그림 5에 시스템 출력과 원하는 출력, 그리고 추적 오차를 나타냈다. 약 1초 후에 시스템의 출력이 원하는 출력을 거의 따라가고 있음을 알 수 있다.

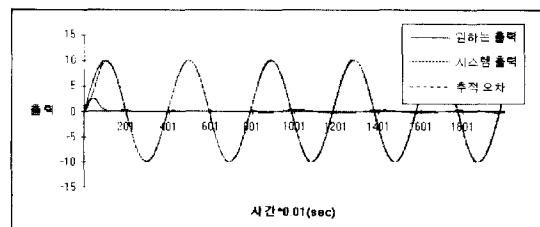


그림 5. 원하는 출력과 시스템 출력과 추적 오차

Fig. 5. The desired output and the system output and the tracking error.

3. 2차 제어기의 효과

그림 6은 2차 제어기가 없을 경우 추적 오차를 보이고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 추적 오차가 0의 부근으로 수렴하지 않고 일정한 값으로 수렴함을 볼 수 있다. 즉, 시스템의 출력은 원하는 출력과 상당히 큰 일정한 오차를 두고 따라감을 알 수 있다.

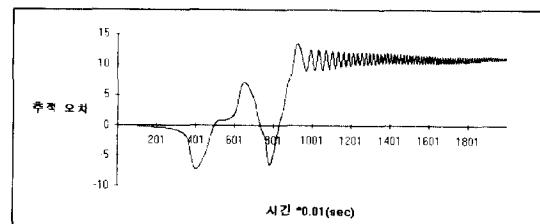


그림 6. 2차 제어기가 없는 경우의 추적 오차

Fig. 6. The tracking error without the secondary controller.

이렇게 추적 오차가 0부근으로 수렴하지 않은 것은

\dot{V} 의 negative definite가 보장이 되지 않아 시스템이 제대로 제어되지 않기 때문이다.

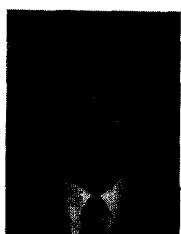
VII. 결 론

현재까지 시스템 제어 응용에 많은 사람들이 신경회로망을 이용하였으나 제어 문제의 근본이라 할 수 있는 안정성, 수렴성 등에 대한 수학적인 해결에는 미미한 점이 많았다. 본 논문에서는 이러한 문제를 분석하고 해석하고자 다층 신경회로망을 이용하고 신경회로망의 출력층 가중치 개선 법칙과 이차 제어 입력을 리아프노브 안정도가 보장되도록 유도하여 비선형 시스템의 모의 실험을 통하여 성능을 고찰해 보았다. 즉, 출력층 가중치를 매 샘플링 시간마다 생신함으로써 비교적 빠른 시간 내에 시스템의 출력이 원하는 출력을 따라감을 보았다. 또한 2차 제어기가 없으면 시스템의 출력이 원하는 시스템의 출력을 제대로 따라가지 못하고 상당히 큰 일정한 추적 오차를 가짐을 보았다. 본 논문에서는 신경회로망의 은닉층 가중치를 개선하기 위해 그레디언트 방법을 사용하였으나 이것도 리아프노브 안정도가 보장되도록 유도할 수 있을 것이며, 향후 연구 과제로 들 수 있다. 제안된 제어기로 동력학 방정식을 정확히 알지 못하는 비선형 시스템에 대한 출력의 추적 문제를 어느 정도 해결할 수 있을 것으로 본다.

참 고 문 헌

- [1] A. Isidori, "Nonlinear Control Systems: An Introduction", Springer-Verlag, 2ed, 1989.
- [2] J.-J. E. Slotine and W. Li, "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall International, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [3] M. Vidaysagar, "Nonlinear Systems Analysis", Prentice Hall International, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [4] E.K. Blum and L.K. Li, "Approximation Theory and Feedforward Networks", Neural Networks, pp. 511-515, Apr. 1991.
- [5] D. Psaltis, A. Sideris and A.A. Yamamura, "A Multilayered Neural network Controller", IEEE Control System Magazine, pp. 17-21, Apr. 1988.
- [6] F.C. Chen, "Back-propagation Neural Networks for Nonlinear Self tuning Adaptive Control", IEEE Control System Magazine, pp. 44-48, Apr. 1990.
- [7] F.C. Chen and H.K. Khalil, "Adaptive Control of Nonlinear Systems Using Neural Networks-A Dead-zone Approach", Proceedings of American Control Conference, pp. 667-672, 1991.
- [8] A. Yesildirek and F.L. Lewis, "A Neural Net Controller for Robots with Hebbian Tuning and Guaranteed Tracking", Proceedings of the American Control Conference, pp. 2784-2789, Jun. 1995.
- [9] Y. Jin, G. Pipe and A. Winfield, "Stable Neural Control of Discrete Systems", Proceedings of the 1993 International Symposium of Intelligent Control, pp. 110-115, Aug. 1993.
- [10] L. Jin, P.N. Nikiforuk and M.M. Gupta, "Adaptive Tracking of SISO Nonlinear Systems Using Multilayered Neural Networks", Proceedings of the American Control Conference, pp. 56-60, 1992.
- [11] L. Jin, P.N. Nikiforuk and M.M. Gupta, "Direct Adaptive Output Tracking Control Using Multilayered Neural Networks", IEE Proceedings-D, vol. 140, No. 6, pp. 393-398, Nov. 1993.
- [12] J.M. Renders, M. Saerens and H. Bersini, "Adaptive Neurocontrol of MIMO Systems Based on Stability Theory", IEEE International Conference on Neural Network, vol. 4, pp. 2476-2481, 1994.
- [13] Li-in Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis", Prentice Hall, 1994.

저자소개



成 弘 哲(正會員)
1963년 3월 26일생. 1986년 2월
서강대학교 전자공학과 졸업(학
사). 1998년 2월 서강대학교 전자
공학과 졸업(석사). 1988년 2월
~ 1993년 3월 한국전자통신연구
소 근무. 1993년 3월 ~ 현재 서
강대학교 전자공학과 박사과정. 주관심 분야는 신경회
로망, 비선형 시스템 제어등임

李 夬 熙(正會員) 第 33 卷 第 4 號 參照

현재 서강대학교 전자공학과 교수