

PAM 신호의 비대칭 분포를 형성하기 위한 방법과 이를 이용한 3차 통계 자력 등화기의 성능 비교

(Transform Methods for PAM Signals as Asymmetric Distribution and Performance Comparison of Bicepstrum Blind Equalizer using Asymmetric Distribution)

鄭教逸*, 林濟鐸**

(Kyo Il Chung and Chae Tak Lim)

요 약

본 논문에서는 PAM 신호에 대하여 그 분포를 대칭에서 비대칭으로, 그리고 비대칭에서 대칭으로의 변환하는 함수로 제곱근(\sqrt{x})을 이용하는 방법과 역수($1/x$)를 이용하는 방법을 이용하는 3차 통계의 자력 등화 기법을 제시하였다. 역으로 수신 측에서는 등화 과정 후에 비대칭으로 변환된 신호를 복원하기 위하여 제곱과 역수의 연산이 필요하다. 이 방법에 따라 모의 실험한 결과, 역수의 변환 방식과 제곱근의 변환 방식이 자연 대 수 변환 방식보다 MSE 측면에서 최대 8 dB 정도 우수함을 알 수 있었으며, 비대칭으로의 변환시 왜곡(skewness)이 작을수록 그 성능이 좋아짐을 보였다.

Abstract

We propose a 3rd order blind equalizer that incorporates a new transform method using either square root operation(\sqrt{x}) or reciprocal operation($1/x$) in order to transform symmetric distribution of PAM signals at the transmitter, to asymmetric one. At the receiver, either the square operation or the reciprocal operation is needed to recover the asymmetrically transformed signals to the original ones after equalization. The results of the computer simulation, using the new method are better than the existing transform method using natural logarithm operation by the maximum of 8 dB in MSE. In addition, as the skewness of the asymmetrically transformed distribution has small values, the performances are improved.

I. 서 론

일반적으로 디지털 통신 시스템에서 채널에서의 왜

곡을 제거하여 원래의 신호를 복원하는 기능을 갖는 것으로 적응등화기(adaptive equalizer)를 많이 사용하는 데 이에 대하여 꾸준한 연구가 진행되었다. 이 적응등화기는 초기 훈련 기간동안 송신 측과 수신 측 사이에 미리 약속된 훈련열(training sequence)을 주고받아 채널의 왜곡 특성을 상쇄시킬 수 있도록 등화기의 탭계수를 조정해야 한다. 그러나 디지털 통신망의 발전과 함께 다자간 채널을 공유하는 데, 1 대 다수의 통신 시스템에서 등화 되지 않은 특정 수신자를 위해 기존 통신을 중단하고 훈련열을 전송한다는 것은 불가능하므로, 이러한 경우 훈련열이 없이도 등화가 이

* 正會員, 韓國電子通信研究所

(Electronics and Telecommunications Research Institute)

** 正會員, 漢陽大學校 電子工學科

(Department of Electronic Engineering, Hanyang University)

接受日字:1996年2月17日, 수정완료일:1996年5月25日

루어지도록 할 필요성이 요구되었다^{11,12}. 즉 전송된 본래의 데이터를 알지 못하는 상황에서 수신된 데이터만으로 심벌간의 간섭 (Inter Symbol Interference: ISI) 을 제거하여 정확한 데이터로 복원할 수 있는 등화기인 자력 등화기 (Blind Equalizer) 가 필요하게 되었다.

지금까지 연구되어 온 자력 등화 알고리즘은 크게 Busgang 계열¹³⁻¹⁵ 과 poly-spectra 계열로 나눌 수 있다. Busgang 계열의 자력 등화 알고리즘은 등화기 출력 단에서의 오차 신호를 바탕으로 하여 각각 다른 비볼록 (non-convex) 비용 함수를 최소화하는 방법을 사용한다. 반면, 자력 등화의 다른 부류로서 고차 큐물런트 (cumulant) 와 그 Fourier 변환인 고차 스펙트럼을 이용한 기법이 관심을 불러일으키고 있다¹⁶⁻¹⁸. 이 방법은 통신 채널로부터 출력된 수신 심벌, 즉 등화기의 입력 측에 비선형성이 존재한다고 가정하여, 등화기 입력 신호의 고차 통계치로부터 채널의 전달 함수를 추정하고 이를 기반으로 등화기의 탭계수를 구하여 송신 심벌을 검출하는 방법이다. 그리고 전달 함수의 추정시 추정 오차의 2차 함수를 최소화하는 적응 필터 이론에 고차 통계를 이용하면 전역 최소값(global minimum) 수렴이 항상 가능하다는 장점을 지니고 있다. 그리고 고차 통계에 의한 자력 등화 기법은 수신된 신호의 통계적 특성에 따라 등화기의 출력이 결정되므로, 설사 신호의 판단이 잘못되더라도 등화기 수렴에는 영향을 미치지 않는다는 장점이 있다. 다만, 고차 통계를 기반으로 한 알고리즘은 계산량이 많은 단점이 있다.

그러나, 고차 통계를 이용하더라도 송신 데이터 심벌에 대한 확률적 분포가 대칭의 분포를 지닌다면 3차 통계, 즉 bicepstrum 을 이용하여 추정할 수 없다. 이것은 3차의 누적인 큐물런트가 0 이 되어 복원할 수 없기 때문이다. 이때에는 4차 이상의 고차 통계를 이용하여 추정하여야 한다. 따라서, 본 논문에서는 송신 데이터 심벌의 pdf (probability distribution function) 를 대칭에서 적당한 함수를 이용하여 비대칭으로 변환하여 전송하게 하고, 수신 측에서는 이를 복원하여 송신 측의 역변환으로 본래의 신호로 복원하는 방법을 고려한다. Zheng 등¹¹ 은 이 변환 방법으로 자연 대수 (natural logarithm) 함수를 이용하였다. 또한, [10] 에서 3차 통계를 이용하여 비최소 위상인 시스템에 대한 추정 방법을 제시하였다. 그러나, 이 방법은

일정한 양의 데이터로 하나의 블록을 형성한 뒤 연산을 수행하여 추정하므로 실시간 처리가 곤란하므로 실시간의 3차 통계를 추정하는 방법을 도입하였다.

본 논문에서는 자연 대수 외에 제곱근과 역수를 이용하여 변환하는 기법에 대하여 논하고자 한다. 두 가지 모두 대칭-비대칭, 비대칭-대칭의 변환이 가능한 방법이다. 먼저 대칭의 분포를 갖도록 발생한 신호를 양의 영역으로 천이시킨 후, 제곱근 (square root) 으로 그 분포를 비대칭으로 바꾼다. 이렇게 하여 본래의 신호보다 확산 폭이 줄어들고, 또한, 채널상의 잡음에 대하여도 강인한 압축, 확장의 기능도 수행할 수 있다. 또 하나의 방법으로 양의 영역으로 변환시킨 후 그 역수 (reciprocal) 로 비대칭성을 제공하는 방법이다. 이 역시 동일한 방법으로 유사한 효과를 얻을 수 있다.

본 논문은 대칭의 분포를 비대칭으로 변환하는 방법 중에서 제곱근과 역수를 이용하는 방법을 2장에서 제시하고, 3장에서는 3차 통계를 이용하여 등화를 수행하는 방법을 기술한다. 변환 방법에 의한 컴퓨터 모의시험 결과를 4장에 기술한 뒤, 마지막으로 결론을 맺는다.

II. 비대칭 분포로의 데이터 변환 방법

일반적인 통신 시스템을 그림 1 과 같이 나타낼 수 있다. 이 채널은 안정된 선형의 시불변 (LTI, Linear Time Invariant) 이라 가정하면 다음 식(1) 과 같이 표현할 수 있다. 그림 1에서 $x_s(k)$ 는 송신 신호 세트, $y_{sn}(k)$ 는 채널을 통과한 신호로 잡음이 부가되기 전의 신호, $n(k)$ 는 열 잡음 등의 대칭적으로 분포되는 부가 잡음 신호, $y(k)$ 는 $y_{sn}(k)$ 의 신호에 잡음이 가산된 신호이고, $\tilde{x}(k)$ 는 복원한 신호 세트이다.

$$y(k) = y_{sn}(k) + n(k) \quad (1)$$

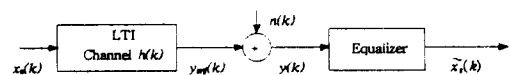


그림 1. 통신 시스템 구성도
Fig. 1. Communication System.

그림 1 의 $x_s(k)$ 는 $2M$ ($M \geq 2$) 개의 데이터 세트가 되어 있는 PAM 신호로 각각 독립적이고 균일하게 분포된 송신 신호이다. $x_s(k)$ 가 대칭의 분포를 유지하므로 3차 통계의 skewness γ_3 와 3차 큐물런트 C_3

(m_1, m_2) 의 값은 0 은 된다. 4차 통계에 의한 방법보다 계산량이 적고 고차 통계의 특징을 유지할 수 있는 3차 통계를 이용하기 위하여 Zheng 등은 [11]에서 대칭의 분포를 비대칭의 분포로 변환 (SAT : symmetric to asymmetric transformation) 하고자 자연 대수 함수를 사용하여 변환시켰다. 그러나, 압축 인자 K 의 값 범위에 대하여, $\frac{1}{2M} \leq K \leq \frac{3}{4M}$ 라고 [11]에서 제시하였는데, K 의 값에 관계없이 송신 신호 세트를 비대칭으로 변환하고 다시 대칭으로 변환하더라도 신호 $x(k)$ 는 동일한 값을 유지하므로 압축 인자의 범위는 사실상 제시한 범위보다 더 크다. <표 1> 에 4-PAM 신호의 경우 자연 대수에 의하여 변환된 $x(k)$ 의 값이 K 값에 관계없이 동일함을 나타내었다. 이와 함께, 자연 대수 변환에 의한 변환후의 4-PAM 신호 1000 개를 그림 2 에 도시하였다.

표 1. 4-PAM 신호의 변환된 $x(k)$ 의 값
Table 1. $x(k)$ transformed by natural logarithmic operation on 4-PAM signal.

본래의 4-PAM 신호	비대칭으로 변환후의 4-PAM 신호
-3	-1.163490
-1	-0.064878
1	0.445948
3	0.782420

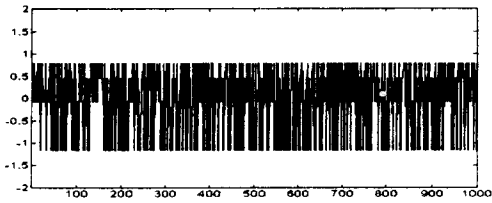


그림 2. 자연 대수 함수로 비대칭으로 변환된 4-PAM 신호
Fig. 2. 4-PAM signal transformed asymmetrically by natural logarithmic operation.

반면, 등화 기능 이후 본래의 신호로 복원할 수 있는 역함수의 존재 여부에 따라 SAT 의 적용이 가능하리라 판단된다. 따라서, 본 논문에서는 자연 대수 함수 외에 제곱근과 제곱, 역수와 그 역수를 사용하여 적용한다. 그림 3 에 이들 변환을 삽입한 통신 시스템의 구조를 나타내었다.

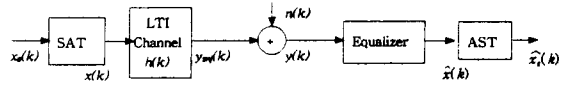


그림 3. SAT, AST 를 추가한 등화기 시스템
Fig. 3. Equalization system with SAT and AST.

1. 제곱근을 이용하는 경우

송신하고자 하는 신호 세트 $\{s_i\}$ 를 (2)와 같이 변환한다.

$$\{s_i\} \rightarrow \{a_i = \sqrt{[K(2M+s_i)] - \mu}\}$$

$$\text{즉, } x_s(k) \rightarrow x(k) = \sqrt{[K(2M+x_s(k))] - \mu} \quad (2)$$

$$\text{여기서 } \mu = E[\sqrt{K(2M+x_s(k))}] = \frac{1}{2M} \sum_{i=-(2M-1)}^{(2M-1)} \sqrt{K(2M+x_s(k))} \quad (3)$$

이고, K 는 압축 인자로 양의 수로 제한된다.

이 μ 는 변환된 $\{x(k)\}$ 의 평균을 0 으로 한다. 변환된 신호 $\{x(k)\}$ 의 skewness 는

$$\gamma_3 = \frac{1}{2M} \sum_{i=-(2M-1)}^{(2M-1)} \{\sqrt{[K(2M+s_i)] - \mu}\}^3 \quad (4)$$

로 나타낼 수 있다. 역으로, 수신 측에서 본래의 신호를 복원하기 위하여는 SAT 의 역변환인 AST (asymmetric to symmetric transformation) 이 필요하게 된다. 송신 측에서 제곱근으로 변환하였으므로, 수신 측에서는 제곱으로 복원시킨다. 즉,

$$\{a_i\} \rightarrow \{s_i = \frac{1}{K}(a_i + \mu)^2 - 2M\}$$

$$\text{즉, } \hat{x}(k) \rightarrow \hat{x}_s(k) = \frac{1}{K}(a_i + \mu)^2 - 2M \quad (5)$$

$\{-3, -1, 1, 3\}$ 의 4-PAM 신호에 대하여 압축 인자에 따른 변환된 값과 skewness 를 다음 <표 2> 에 나타내었다.

표 2. 제곱근 변환후의 $x(k)$ 와 skewness
Table 2. $x(k)$ and skewness after square root transform.

	k = 0.1	k = 0.25	k = 0.5	k = 1.0
skewness	-0.002346	-0.003272	0.026226	0.074179
본래의 4 PAM 신호	비대칭으로 변환한 후의 4 PAM 신호			
3	-0.285702	0.451734	-0.638848	0.903468
-1	-0.054207	-0.085708	-0.121210	-0.171417
1	0.105177	0.163300	0.235184	0.332300
3	0.234731	0.371142	0.534874	0.742284

2. 역수를 이용하는 경우

송신하고자 하는 신호 세트 $\{s_i\}$ 를 변환하면 (6) 과 같이 표현할 수 있다.

$$\{s_i\} \rightarrow \left\{ a_i = \frac{1}{[K(2M+s_i)]} - \mu \right\}$$

$$\text{즉, } x_s(k) \rightarrow x(k) = \frac{1}{[K(2M+x_s(k))]} - \mu \quad (6)$$

$$\text{이 경우 } \mu = E \left[\frac{1}{K(2M+x_s(k))} \right] = \frac{1}{2M} \sum_{i=-(2M-1)}^{(2M-1)} \frac{1}{K(2M+s_i)} \quad (7)$$

이고 K 는 압축 인자로 0 이 아닌 수이면 된다. 변환된 $\{x(k)\}$ 의 skewness 는

$$\gamma_3 = \frac{1}{2M} \sum_{i=-(2M-1)}^{(2M-1)} \left\{ \frac{1}{[K(2M+s_i)]} - \mu \right\}^3 \quad (8)$$

로 나타낼 수 있다. 마찬가지로 수신 측에서 본래의 신호를 복원하기 위하여는 SAT 의 역변환인 AST 가 필요하게 된다. 송신 측에서 역수 변환을 하였으므로 수신 측에서는 그의 역수를 취하면 된다. 즉,

$$\{a_i\} \rightarrow \left\{ s_i = \frac{1}{K(a_i + \mu)} - 2M \right\}$$

$$\text{즉, } \hat{x}(k) \rightarrow \hat{x}_s(k) = \frac{1}{K(a_i + \mu)} - 2M \quad (9)$$

$\{-3, -1, 1, 3\}$ 의 4 PAM 신호에 대하여 압축 인자에 따른 변환된 값과 skewness 를 다음 <표 3> 에 나타내었다.

표 3. 역수 변환후의 $x(k)$ 와 skewness

Table 3. $x(k)$ and skewness after reciprocal transform.

	k = 0.1	k = 0.25	k = 0.5	k = 1.0
skewness	40.966644	2.621864	0.327733	0.040967
본래의 4 PAM 신호	비대칭으로의 변환한 후의 4 PAM 신호			
3	5.809524	2.323809	1.161905	0.580952
-1	0.857143	-0.342857	-0.171429	-0.085714
1	-2.190476	0.876191	0.438095	0.219048
3	-2.761904	-1.104762	-0.552381	-0.276191

III. 3차 통계를 이용한 자력 등화 기법

송신 측 신호 발생의 분포를 제공근과 역수 변환을 이용하여 대칭의 신호를 비대칭으로 변환하고 이 신호

에 대한 평균이 0 이 되도록 조정하였으므로 3차의 큐물런트를 계산할 수 있다. 즉, 3차의 통계치를 이용하더라도 큐물런트가 0 이 아니므로, 본래의 신호를 복원할 수 있으므로 자력 등화 기법에의 적용이 가능하다. 3차 통계를 이용한 자력 등화 기법은 [8]에서 제시한 TEA (Tricepstrum Equalization Algorithm) 과 [10]에서 사용한 채널 복원 방식을 기반으로 하였다. 3차 통계의 bicepstrum 을 이용한 등화기의 구조는 그림 4와 같다.

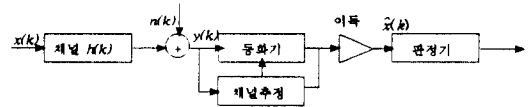


그림 4. bicepstrum 을 이용한 자력등화기의 구조
Fig. 4. Structure of bicepstrum blind equalizer.

가. 3차 모멘트 $\hat{R}_y^3(m, n)$ 와 큐물런트 $\hat{C}_y^3(m, n)$ 의 추정

그림 3 에서, 송신 신호의 분포를 비대칭으로 변환하였다더라도 그 평균이 0 이므로 3차 모멘트 $R_y^3(m, n)$ 와 3차 큐물런트 $C_y^3(m, n)$ 는 같은 값을 갖는다. 즉,

$$C_y^3(m, n) = R_y^3(m, n) = \gamma_x R_h^3(m, n) \quad (10)$$

여기서, γ_x 는 송신 신호의 skewness 이고, $R_h^3(m, n)$ 는 채널에 대한 3차 모멘트이다. 일반적으로 3차 통계의 큐물런트를 구할 때, 일정한 크기의 데이터를 모아서 하나의 블록을 형성한다. 그 블록의 큐물런트를 구하고, 모든 블록의 큐물런트의 평균을 계산하여 추정한다^[6]. 그러나, 이 방법은 일정한 블록을 형성할 때까지 기다려야 하므로 실시간 처리가 곤란하다. 본 논문에서는 실시간 처리가 가능하도록 신호가 수신될 때마다 일정한 양의 데이터를 모아서 하나의 블록을 형성하여 3차 통계치를 계산하여 3차 모멘트 $\hat{R}_y^3(m, n)$ 와 3차 큐물런트 $\hat{C}_y^3(m, n)$ 를 추정한다. 그리고, i 번째까지 수신된 모든 데이터에 대하여 평균을 계산할 수 있도록 수신된 전체 신호의 수 i 로 나눈다.

$$\begin{aligned} \hat{C}_y^{(i)}(m, n) &= \hat{R}_y^{(i)}(m, n) \\ &= \eta(i) \sum_{k=S}^{S+i} y(k) y(k+m) y(k+n) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $i = 1, 2, \dots$, γ_x 는 $x(k)$ 의 skewness, $R_y^3(m, n)$ 는 채널에 대한 3차 모멘트, $\eta(i) = \frac{1}{i}$,

$S_1 = \max(1, 1-m, 1-n)$, $S_3^{(i)} = \min(i, i-m, i-n)$ 이다.

i 번째에서의 3차 큐물런트는 $(i-1)$ 번째에서의 3차 큐물런트로 부터 얻어낼 수 있다. 즉, $(i-1)$ 번째에서 가장 오래된 데이터를 제거하고 i 번째 데이터를 수신 하여 새로운 블록을 형성하여 추정한다. 다만, 최초의 블록에서는 수신만 하여 하나의 블록을 형성한다.

$$i \hat{C}_v^{(i)}(m, n) = (i-1) \sum_{k=S_1}^{S_3^{(i)}} y(k) y(k+m) y(k+n) \quad (12)$$

$$= (i-1) C_v^{(i-1)}(m, n) + y(S_3^{(i)}) y(S_3^{(i)}+m) y(S_3^{(i)}+n)$$

$$\hat{C}_v^{(i)}(m, n) = [1 - \eta(i)] \hat{C}_v^{(i-1)}(m, n) + \eta(i) y(S_3^{(i)}) y(S_3^{(i)}+m) y(S_3^{(i)}+n) \quad (13)$$

한편, 채널이 비최소 위상의 특성이 있으므로 이 채널에 대한 최소 위상 성분인 $A^{(i)}$, 최대 위상 성분인 $B^{(i)}$ 를 3차의 bispectrum 의 주파수 영역이 아니고 bicepstrum 영역에서 직접 계산할 수 있다^[10]. 먼저 bicepstrum의 2차원 z 변환을 $K_3(z_1, z_2)$ 라고 하면

$$K_3(z_1, z_2) = \ln b_y(z_1, z_2) \quad (14)$$

이 된다. 식 (13)의 양변을 z_1 에 대해 미분하면

$$\frac{\partial K_3(z_1, z_2)}{\partial z_1} = \frac{1}{b_y(z_1, z_2)} \frac{\partial b_y(z_1, z_2)}{\partial z_1}$$

$$\left[z_1 \frac{\partial K_3(z_1, z_2)}{\partial z_1} \right] b_y(z_1, z_2) = \left[z_1 \frac{\partial b_y(z_1, z_2)}{\partial z_1} \right] \quad (15)$$

이다. 식 (15)의 양변을 역 z 변환하면

$$[-m b_y(m, n)] * C_y(m, n) = -m C_y(m, n) \quad (16)$$

이 되어 식 (17)과 같이 정리할 수 있다.

$$\sum_{l=0}^m \sum_{j=0}^n [l b_y(m-l, n-j)] C_y(m-l, n-j) = -m C_y(m, n) \quad (17)$$

식 (17)에 bicepstrum 의 특성을 반영하면

$$\sum_{l=0}^m \{ A^{(l)} [C_y(m-l, n) - C_y(m+1, n+1)] \} + \sum_{j=0}^n \{ B^{(j)} [C_y(m-l, n-j) - C_y(m+1, n)] \} = -m C_y(m, n) \quad (18)$$

과 같이 cepstrum 영역으로 변환된다. 즉, 수신 신호의 3차 큐물런트 $C_y(m, n)$ 와 bicepstrum $b_y(m, n)$ 으로부터 선형 콘벌루션 관계를 유도할 수 있다. 여기에서 $A^{(l)}$ 및 $B^{(l)}$ 는 l 의 증가에 따라 지수 함수적으로 감소하므로 p 와 q 는 적당한 값으로 선택하면 된다. p 와 q 를 정하고 $w = \max(p, q)$, $z \leq \frac{w}{2}$ 로

정의하여 (19) 의 overdetermined 시스템 방정식을 얻을 수 있다^[8].

$$P a = p \quad (19)$$

여기서, P 는 원소가 $(C_y(m, n) - C_y(\sigma, \tau))$ 인 $N_p \times (p+q)$ ($N_p = (2w+1)(2z+1)$) 행렬이며, a 는 크기가 $(p+q) \times 1$ 인 cepstrum 벡터이다. p 는 $\{-mR_y(m, n)\}$ 가 원소인 $N_p \times 1$ column 벡터이다. 식(19)의 a 는

$$a = (P^H P)^{-1} P^H p \quad (20)$$

와 같다. 여기서 H 는 복소 공액 전치 행렬을 나타낸다. 이 시스템 방정식의 LS (Least Square) 해는 항상 존재하게 된다^[11]. 수신 신호로부터 $\hat{C}_y(\cdot)$ 을 추정하므로 식(20)은 다음과 같다. \hat{a} 는 a 를 추정하는 것이다.

$$\hat{a} = (P^H \hat{P})^{-1} P^H \hat{p} \quad (21)$$

나. 적응 알고리즘

LS 방법으로 bicepstrum 변수 \hat{a} 를 얻는다. 식 (20)의 해를 얻고자 LMS (Least Mean Square) 방식을 사용한다. i 번째 반복에서 MSE $\hat{J}(i)$ 는

$$\hat{J}(i) = E\{ \hat{e}^H(i) \hat{e}(i) \} \quad (22)$$

과 같다. 여기서,

$$\hat{e}(i) = \hat{p}(i) - \hat{P}(i) \hat{a}(i) \quad (23)$$

이다. $E(\cdot)$ 는 통계적 기대값이고, $\hat{e}(i)$ 는 cepstrum 오차 벡터이다. $\hat{P}(i)$, $\hat{p}(i)$, $\hat{a}(i)$ 는 P , p , a 의 i 번째 반복에서의 추정치이다. 계수의 갱신은

$$\hat{a}(i+1) = \hat{a}(i) + \mu(i) \hat{P}^H(i) \hat{e}(i) \quad (24)$$

과 같이 이루어진다. 여기서, $\mu(n)$ 은 $0 < \mu(n) < \frac{2}{\text{tr}\{P^H(n)P(n)\}}$ 의 값을 갖는다. 식 (22)의 비용 함수가 2차 함수이므로 전역 수렴이 보장되어 있다^[11].

다. 등화기 계수의 연산

$\hat{a}(i) = [\hat{A}_{(0)}^{(1)}, \dots, \hat{A}_{(0)}^{(p)}, \hat{B}_{(0)}^{(1)}, \dots, \hat{B}_{(0)}^{(q)}]^T$ 가 주어지면, $\hat{i}_{inv}(i, 0) = \hat{o}_{inv}(i, 0) = 1$ 로 초기화하고

$$i_{m}(i, k) = -\frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k+1} [-\hat{A}_{(0)}^{(j)}] i_{m}(i, n-k+1), \quad k=1, \dots, N_1$$

$$o_{m}(i, k) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [-\hat{B}_{(0)}^{(j)}] o_{m}(i, n-k+1), \quad k=1, \dots, N_2 \quad (25)$$

과 같이 최소, 최대 위상 성분을 추정한다^[10]. 여기서 $\hat{i}_{mv}(\cdot)$ 과 $\hat{o}_{mv}(\cdot)$ 는 각각 최소, 최대 위상 성분으로 $A^{(D)}$ 과 $B^{(D)}$ 를 이용하여 계산할 수 있으므로 등화기의 계수는

$$\hat{h}(i, k) = \hat{i}_{mv}(i, k) * \hat{o}_{mv}(i, k), \quad i = -N_2, \dots, N_1 \quad (26)$$

와 같다. 수신한 신호 $y(i)$ 와 등화기 계수 \hat{h} 의 연산으로 왜곡된 신호를 등화하고, 본래의 신호로 복원시킨다.

$$\hat{x}(i) = \frac{1}{\hat{A}(i)} \cdot \left[\hat{h}(i) \right]^T \cdot [y(i)] \quad (27)$$

여기서, $\hat{A}(i)$ 는 등화기의 수신 전력을 추정한 값이다. 이와 같이 수신 신호로부터 실시간으로 고차 통계치와 등화기의 출력을 연산한다. 특히, 송신 측에서 제공근과 역수 함수를 이용하여 압축시켰으므로, 수신 측에서는 그 역변환을 수행하여 본래의 PAM 신호로 환원시킨 후 판정기에 의하여 본래의 신호로 복원시킨다.

IV. 시험 및 결과 고찰

II 에서 제시한 제공근 변환 방식과 역수 변환 방식을 실시간의 3차 자력 등화 기법의 적용 시험을 수행하였다. 대상 채널은 비최소 위상 채널로, [8] [9] 에서 사용한 2 가지 채널을 선정하였다. 4-PAM 신호는 $\{-3, -1, 1, 3\}$ 의 값으로 랜덤하게 발생시키며, 채널에서 가산되는 잡음은 송신 신호와 독립적으로 발생하였다. 그리고, 모든 경우에 신호 대 잡음 비는 30 dB 로 하였고 등화기의 차수는 31 차로 동일하게 하였다. 각각의 채널에 대한 3 차 통계 연산시 연산 블록 단위 $M = 8, p = q = 3, w = 3, z = 1$ 로 고정하여 시험하였다. 각각의 채널에 대하여 시험 결과를 MSE 의 값으로 비교하였는데, MSE 는 송신 측의 자연 대수를 이용하여 변환한 신호와 등화기를 통과하여 복원된 후의 신호를 비교하여 식(28) 과 같이 연산하였다.

$$MSE = 10 E [\log [x_s(k) - \hat{x}(k)]^2] \quad (28)$$

단, 자력 등화기에서 MSE 는 사실상 계산할 수 없는 것이지만, 송신 측의 데이터를 알고 있다는 가정 하에서 계산한 것이다. 이때, 등화기의 특성상 나타나는 일정한 지연을 반영하였다. 모의 시험은 각각 20,000 회

의 반복으로 수행하였으며, MSE 는 각 100 회 반복마다의 결과를 평균하여 얻은 것으로, 1번 시험시 200 개의 데이터를 얻는다. 이 시험을 20 번 반복 수행한 뒤, 얻은 결과의 평균을 그림으로 나타내었다.

여기서 등화기를 통과한 후 역변환에 의하여 본래의 대칭 분포로 복원시킨 후 판정기에 의하여 결정된 신호와 최초 발생한 신호와의 오차를 500 개 단위로 계산한 방식으로 SER (Symbol Error Rate) 이 요구되나, 이미 MSE 가 -10dB 이하이므로 복원 후의 SER 은 그다지 의미가 없어서 제외하였다. 실제로 수회만 반복 연산하면 SER 은 0 이 되므로 나타내지 않았다.

1. 채널 I 에서의 실험

[8] 에 사용한 비최소 위상 채널의 임펄스 응답으로, 영점이 -0.5 와 -2 에 있다. 이를 수식으로 표현하면 다음 식(29) 와 같으며, 이 채널의 임펄스 응답과 주파수 응답은 각각 그림 5 와 그림 6 과 같다.

$$\begin{aligned} H(z) &= (1 + 0.5z)(1 + 0.5z^{-1}) \\ &= 0.5z + 1.25 + 0.5z^{-1} \end{aligned} \quad (29)$$

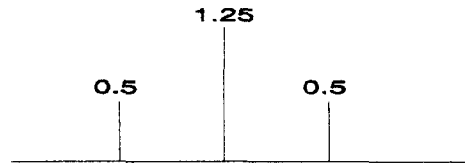


그림 5. 채널 I 의 임펄스 응답
Fig. 5. Impulse response of channel I.

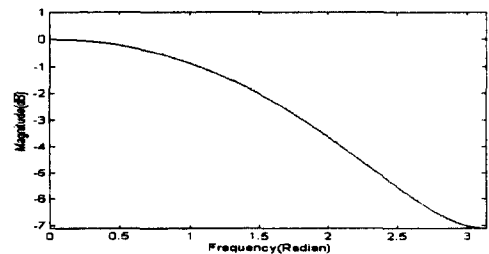


그림 6. 채널 I 의 주파수 특성
Fig. 6. Frequency characteristics of channel I.

1) 자연 대수 변환

자연 대수로의 변환 방법에 있어서 압축 인자인 K 의 값에 관계없이 변환한 후의 신호에 대한 값과 그 skewness 가 같다. 따라서, 압축 인자 K 의 값에 관

계없이, PAM 신호의 level 이 증가하더라도 변환한 후 신호들의 평균은 0 을 유지한다. 그림 7은 4-PAM 신호에 대하여 수행한 결과로, 각 100 회마다의 결과를 평균하여 얻은 것으로 20 번 반복한 결과이다. 그림 7 에서 약 2,000 회 정도 반복 수행하면 MSE 가 약 -10 dB 정도 되고 이후 -20 dB 정도를 유지함을 알 수 있다.

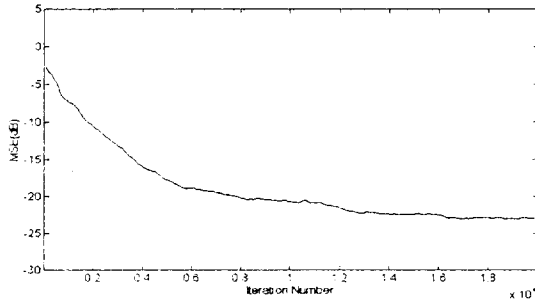


그림 7. 채널 I 에서의 자연 대수 변환에 의한 MSE
Fig. 7. MSE curve by natural logarithmic transform on channel I.

2) 제곱근 변환

제곱근 변환에 대하여 압축 인자 K 를 0.1, 0.25, 0.5, 1.0 의 4 가지 경우에 대하여 시험하였다. 각각의 경우, 변환된 이후의 신호 세트의 평균은 0 이다. 각각의 경우 변환후의 $x(k)$ 의 값과 skewness 는 <표 2> 와 같다. 그 결과, 얻은 각각의 MSE 곡선을 그림 8에 나타내었다. 여기에서 알 수 있듯이 제곱근 변환을 이용할 경우 압축 인자 K 의 값이 작을수록 좋은 특성을 갖는다.

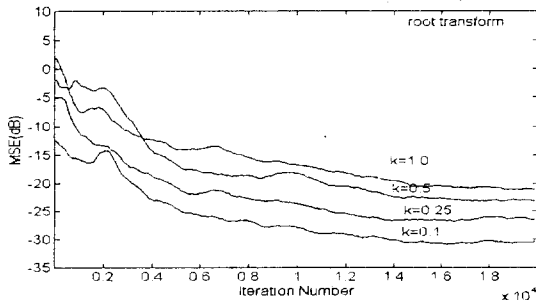


그림 8. 채널 I 에서의 제곱근 변환 방법에 의한 MSE (압축 인자 : 0.1, 0.25, 0.5, 1.0)
Fig. 8. MSE curve with compression factor 0.1, 0.25, 0.5 and 1.0 by square root transform on channel I.

3) 역수 변환

역수 변환에 대하여 압축 인자 K 를 0.1, 0.25, 0.5, 1.0 의 4 가지 경우에 대하여 시험하였다. 각각의 경우, 변환된 이후의 신호 세트의 평균은 0 이다. 각각의 경우 변환후의 $x(k)$ 의 값과 skewness 는 <표 3> 과 같다. 그 결과, 얻은 각각의 MSE 곡선을 그림 9 에 나타내었다. 여기에서 알 수 있듯이 역수 변환을 이용할 경우 압축 인자 K 의 값이 클수록 좋은 특성을 갖는다.

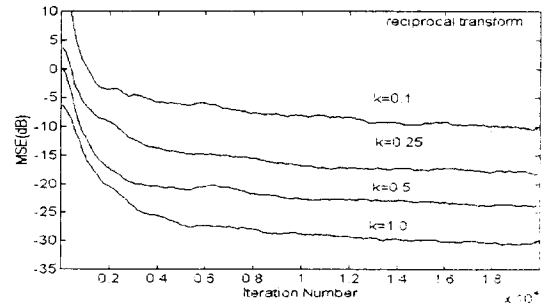


그림 9. 채널 I 에서의 역수 변환 방법에 의한 MSE (압축 인자 : 0.1, 0.25, 0.5, 1.0)
Fig. 9. MSE curve with compression factor 0.1, 0.25, 0.5 and 1.0 by reciprocal transform on channel I.

이 같은 3가지 변환 방법에 대하여 각각 좋은 경우를 비교하고자 그림 10에 나타내었다. 여기에서 볼 수 있듯이 제곱근 변환과 역수 변환 방법은 자연 대수 변환 보다 약 8 dB 정도 MSE 가 좋음을 알 수 있다.

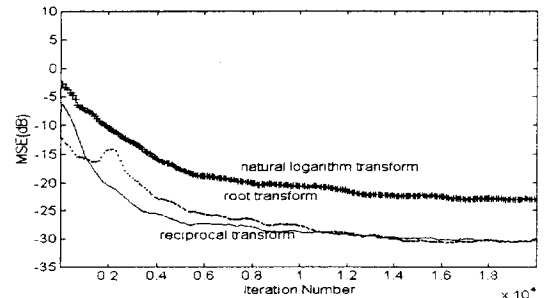


그림 10. 채널 I 에서의 비대칭 변환 방법간의 MSE 비교
Fig. 10. MSE comparison of asymmetric transforms on channel I.

2. 채널 II 에서의 실험

[9] 에서 제시한 비최소 위상 채널의 임펄스 응답

이다. 이를 수식으로 표현하면 아래 식 (30) 과 같다. 그림 11, 그림 12는 각각 이 채널에 대한 임펄스 응답과 주파수 응답이다.

$$H(z) = (1+0.386z)(1+0.385z^{-1}) = 0.304z + 0.903 + 0.304z^{-1} \quad (30)$$



그림 11. 채널 II 의 임펄스 응답
Fig. 11. Impulse response of channel II.

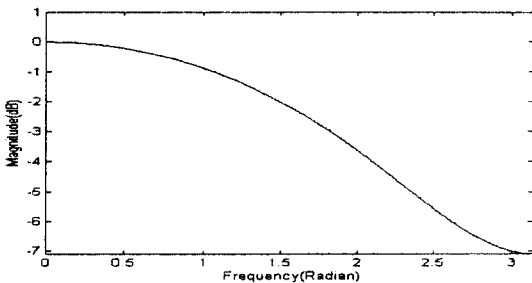


그림 12. 채널 II 의 주파수 특성
Fig. 12. Frequency characteristics of channel II.

1) 자연 대수 변환

자연 대수로의 변환 방법에 있어서 압축 인자인 K 의 값에 관계없이 변환한 후의 신호 set 에 대한 값과 그 skewness 가 같다. 따라서, K 의 값에 관계없이, PAM 신호의 level 이 증가하더라도 변환한 후 신호들의 평균은 0 을 유지한다. 시험 결과 그림 13과 같이 MSE 를 갖는다.

2) 제곱근 변환

제곱근 변환에 대하여 압축 인자 K 를 0.1, 0.25, 0.5, 1.0 의 4 가지 경우에 대하여 시험하였다. 각각의 경우, 변환된 이후의 신호 세트의 평균은 0 이다. 그 결과, 얻은 각각의 MSE 곡선을 그림 14에 나타내었다. 여기에서 알 수 있듯이 제곱근 변환을 이용할 경우 압축 인자 K 의 값이 작을수록 좋은 성능을 얻을 수 있다.

3) 역수 변환

역수 변환에 대하여 압축 인자 K 를 0.1, 0.25, 0.5, 1.0 의 4 가지 경우에 대하여 시험하였다. 각각의 경우,

변환된 이후의 신호 세트의 평균은 0 이다. 각각의 경우 변환후의 $x(k)$ 의 값과 skewness 는 <표 3> 과 같으며, 그 결과, 얻은 각각의 MSE 곡선을 그림 15에 나타내었다.

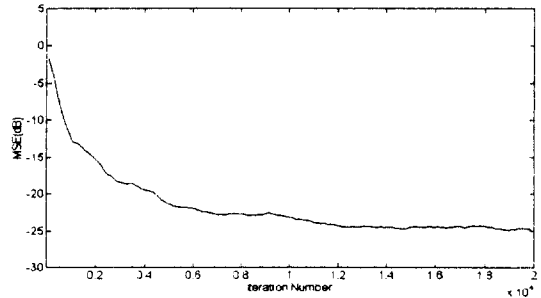


그림 13. 채널 II 에서의 자연 대수 변환 방법에 의한 MSE
Fig. 13. MSE curve by natural logarithmic transform on channel II.

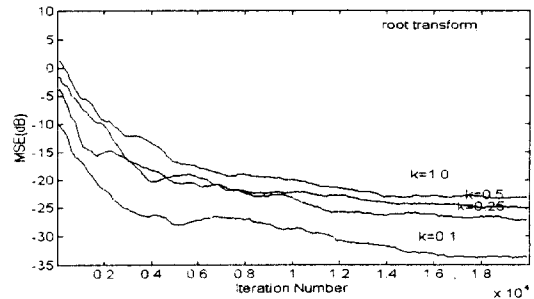


그림 14. 채널 II 에서의 제곱근 변환 방법에 의한 MSE (압축 인자 : 0.1, 0.25, 0.5, 1.0)
Fig. 14. MSE curve with compression factor 0.1, 0.25, 0.5 and 1.0 by square root transform on channel II.

여기에서 알 수 있듯이 역수 변환을 이용할 경우 압축 인자 K 의 값을 되도록 큰 값을 선택하는 것이 좋은 결과를 얻을 수 있다.

이 같은 3가지 변환 방법에 대하여 각각 좋은 경우를 비교하고자 그림 16에 나타내었다.

여기에서 볼 수 있듯이 제곱근 변환과 역수 변환 방법은 자연 대수 변환보다 약 8 dB 정도 MSE 가 좋음을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 3차 통계를 이용한 자력 등화기를 설

계할 수 있도록 송신 측에서는 PAM 신호에 대한 송신 데이터의 대칭 분포를 비대칭으로 변환하는 방법에 대하여 제시하였다.

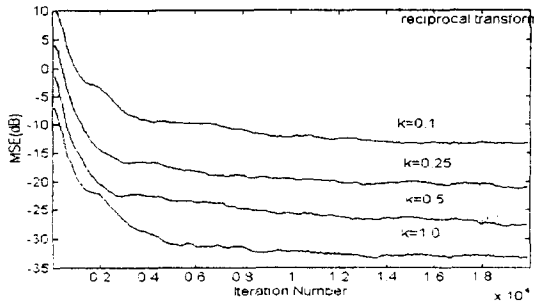


그림 15. 채널 II 에서의 역수 변환 방법에 의한 MSE (압축 인자 : 0.1, 0.25, 0.5, 1.0)

Fig. 15. MSE curve with compression factor 0.1, 0.25, 0.5 and 1.0 by reciprocal transform on channel II.

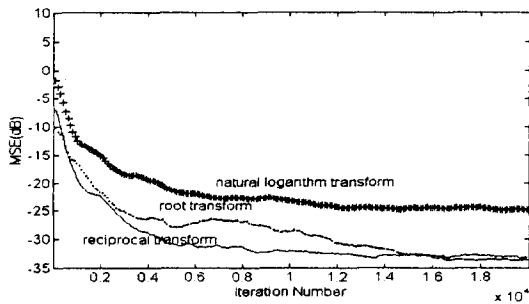


그림 16. 채널 II 에서의 비대칭 변환 방법의 MSE 비교

Fig. 16. MSE comparison of asymmetric transform on channel II.

이것은 송신 데이터의 분포가 대칭일 경우 bicepstrum의 값이 0이 되어 송신 데이터를 복원할 수 없으며, 잡음에 대하여 제거가 가능한 고차 통계의 특징을 유지할 수 있기 때문이다. 본 논문에서는 PAM 신호에 대하여 변환하는 함수로 이미 제시된 자연 대수 함수를 이용하는 방법 이외에 제곱근을 이용하는 방법과 역수를 이용하는 방법을 제시하였다. 이에 따라 수신 측에서 등화기를 통과하여 복원한 후에는 제곱 연산과 역수 연산이 필요하게 된다. 이 방법에 따라 실험한 결과, 역수의 변환 방식과 제곱근의 변환 방식이 자연 대수의 변환 방식보다 MSE 측면에서 최대 8 dB 정도 우수함을 알 수 있었으며, 비대칭으로의 변환시 왜곡이 작으면 작을수록 그 성능이 좋아짐을 확인하였

다.

앞으로 고차 자력 등화기의 큰 단점인 많은 계산량을 줄이는 방법에 대한 연구가 진행되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 2nd Ed. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ. pp. 722-756, 1991.
- [2] D. N. Godard, "Self recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. 28, No. 11, pp. 1867-1875, Nov. 1980.
- [3] Y. Sato, "A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude modulation systems," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. 23, pp. 679-682, June 1975.
- [4] A. Benveniste and M. Goursat, "Blind equalizer", *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. COM-32, pp. 871-882, Aug. 1984.
- [5] G. Picchi and G. Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a stop-and-go decision-directed algorithm," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. 35, No. 9, pp. 877-887, Sep. 1984.
- [6] C. L. Nikias and M. R. Raghuveer, "Bispectrum estimation : A digital signal processing framework," *Proc. of IEEE*, Vol. 75, pp. 869-891, July 1987.
- [7] C. L. Nikias and J. M. Mendel, "Signal Processing with Higher-Order Spectra," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 10-37, July 1993.
- [8] D. Hatzinakos and C. L. Nikias, "Blind equalization using a tricepstrum based algorithm," *IEEE Trans. on Comm.*, Vol. COM-39, pp. 669-682, 1990.
- [9] G. Proakis, *Digital Communication*, 2nd Ed. McGraw-Hill, 1989.
- [10] R. Pan and C. L. Nikias, "The complex cepstrum of higher order cumulants and nonminimum phase system identification," *IEEE Trans. on ASSP*, Vol. 36, No. 2, pp. 186-205, Feb. 1988.

[11] F. Zheng, S. McLaughlin and B. Mulgrew,
 "Blind Equalization of Nonminimum Phase
 Channels : Higher Order Cumulant Based

Algorithm," *IEEE Trans. on SP*, Vol. 41,
 No. 2, pp. 681-691, Feb. 1993.

— 저 자 소 개 —



鄭 教 逸(正會員)

1957년 11월 3일생. 1981년 한양
 대학교 전자공학과 졸업(학사).
 1983년 한양대학교 산업대학원
 전자계산학과 졸업(석사). 1991
 년 ~ 현재 한양대학교 대학원 전
 자공학과 박사과정. 1980년 12월
 ~ 1981년 12월 엠-시스템즈 사원. 1981년 12월 ~
 1982년 3월 한국전기통신연구소 위촉연구원. 1982년
 3월 ~ 현재 한국전자통신연구소 선임연구원

林 濟 鏢(正會員) 第30卷 B編 第6號 參照

현재 한양대학교 전자공학과 교수