

論文96-33B-5-1

신경회로망을 이용한 선형/비선형 시스템의 식별과 적응 트래킹제어

(Linear/Nonlinear System Identification and Adaptive Tracking Control Using Neural Networks)

趙奎翔*, 林濟鐸**

(Gyu-Sang Cho and Chae-Tak Lim)

요약

본 논문에서는 다층 신경회로망을 이용한 새로운 이산시간 선형 시스템의 파라미터 식별법을 제안한다. 이 방법은 학습된 신경회로망의 내부정보(웨이트와 뉴런 출력)를 이용하여 파라미터를 구하여, 선형과 비선형 시스템을 위한 제어기의 설계에 이용한다. 선형제어기는 출력 트래킹 제어기로 설계하고, 비선형 제어기는 슬라이딩 모드 제어방식을 도입하여 비선형성과 파라미터 식별 오차로 인한 영향을 최소화하여 안정적인 제어를 할 수 있도록 설계한다. 제안한 파라미터 식별법과 선형/비선형 시스템에 적응 트래킹 제어의 효용성을 시뮬레이션을 통해 보인다.

Abstract

In this paper, a parameter identification method for a discrete-time linear system using multi-layer neural network is proposed. The parameters are identified with the combination of weights and the output of neurons of a neural network, which can be used for a linear and a nonlinear controller. An adaptive output tracking architecture is designed for the linear controller. And, the nonlinear controller. A sliding mode control law is applied to the stabilizing the nonlinear controller such that output errors can be reduced. The effectiveness of the proposed control scheme is illustrated through simulations.

1. 서론

신경회로망을 이용한 비선형 시스템의 식별과 제어 문제에 있어서, 다층 신경회로망이 비선형 뉴런으로 구성된 한 개 이상의 은닉층을 갖는다면, 임의의 비선형 함수를 사상할 수 있다고 증명되므로써^[1,2], 적응 제어 나 피드백 선형화 제어에 적용한 신경회로망 제어 시스템의 이론적인 토대를 갖추게 되었다^[3].

신경회로망 제어기 설계 시에, 신경회로망의 출력이 제어 입력으로 작용할 수 있도록 학습을 해야 하는데,

학습 신호로 지정할 제어 입력에 대해서 미리 정확하게 알 수 없기 때문에, 신경회로망 제어기를 학습하는 방법에 대한 여러 가지 방법들이 제안되었다^[3,4,5,6,7].

Psaltis^[4] 등은 일반 학습 구조와 특별 학습 구조를 제안하였는데, 일반 학습 구조는 오프라인 방식으로 플랜트의 역다이나믹스를 학습하는 것이고, 특별 학습 구조는 플랜트 출력과 기준 신호와의 오차를, 플랜트를 경유하여 역전파시키는 방식이다. 이 방식에서는 Jacobian을 구하기 어려운 단점이 있다. 이런 단점을 해결하기 위해 Nguyen^[5] 등은 플랜트를 학습한 신경회로망 에뮬레이터를 경유하여 신경회로망 제어기를 학습하는 제어 구조를 제안하였다.

Yamada^[6] 등은 feedforward/feedback방식의 제어기를 제안하였는데 구조가 간단하여 설계하기 쉽고 제어기를 학습하기 좋은 구조이지만, 목표 출력과 시스

* 正會員, 東洋大學校 컴퓨터工學部

(Dept. of Computer Eng., DongYang Univ.)

** 正會員, 漢陽大學校 電子工學科

(Dept. of Electronic Eng., HanYang Univ.)

接受日字:1995年6月21日, 수정완료일:1996年3月30日

템 출력간의 오차가 다소 크게 나올 수 있다는 단점이 있다.

Narendra 등^[7]은 동적 비선형 플랜트의 식별과 제어에 대한 문제를 일반화된 신경회로망 모델을 사용하였으며, 비선형 시스템을 4가지 형식의 일반적인 모델로 정의하여, 모델 기준 적응 제어 구조를 제안하였다.

본 논문에서는 이산 시간 선형 시스템의 파라미터를 신경회로망의 내부정보(웨이트, 뉴런의 출력)를 이용하여 식별하는 새로운 파라미터 식별법을 제안한다. 이 방법으로 식별한 파라미터를 이용하여 선형시스템과 비선형 시스템의 제어문제에 적용한다. 본 논문의 II장에서는 다층 신경회로망을 이용한 선형 파라미터 식별 방법과 선형 시스템의 제어방법에 대해서 다루며, III장에서는 비선형 시스템의 식별과 슬라이딩 모드를 도입한 적응 트래킹 제어를 설계한다. IV장의 시뮬레이션에서는 선형과 비선형 제어기의 식별과 제어 결과를 보이며, VI장에서 결론을 맺는다.

II. 선형 시스템의 식별과 제어

1. 신경회로망 모델

다층 신경회로망은 입력층, 은닉층, 출력층으로 구성되어 있어 있고, 각 층에는 한개 이상의 뉴런으로 구성되어 있다.

l층에서의 j번째 뉴런 출력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$o_j^l = \Gamma_j^l \left(\sum_{i=1}^{N_{l-1}} w_{ji}^l o_i^{(l-1)} + w_{j,0}^l \right) = \Gamma_j^l(u_j^l) \quad (1)$$

여기서,

$$u_j^l = \left(\sum_{i=1}^{N_{l-1}} w_{ji}^l o_i^{(l-1)} + w_{j,0}^l \right) \quad (2)$$

이고, $[w_j^l]^T = [w_{j,0}^l, w_{j,1}^l, \dots, w_{j,N_{l-1}}^l]$ 는 l번째 층의 j번째 뉴런과 (l-1)층의 뉴런들 사이에 연결된 웨이트 벡터이고, $w_{j,0}^l$ 는 바이어스 웨이트를 의미한다. $N_{(l-1)}$ 은 N은 (l-1)층의 전체 뉴런의 수를 나타낸다. 입력층에서 출력층까지의 각층은 $l=0, 1, \dots, L$ 로 표기하기로 한다. 여기서, $w^T = [w_1, w_2, \dots, w_n]$ 는 웨이트 벡터이다. w_0 는 바이어스를 나타낸다. 비선형 함수 $\Gamma(\cdot)$ 는 sig, tanh, idn를 사용한다.

출력층에서의 웨이트 갱신은 다음 식에 따라 이루어진

다.

$$w_{ko}^l(k+1) = w_{ko}^l(k) + \Delta w_{ko}^l(k) \quad (3)$$

$$\Delta w_{ko}^l(k) = \eta \delta_k^l o_j^{(L-1)} \quad (4)$$

$$\delta_k^l = (t_k - o_k) \Gamma'(u_k^l) \quad (5)$$

이다. η 는 역전파 학습비이다. 은닉층에서의 웨이트의 갱신은 다음 식에 따라 이루어진다.

$$w_{ji}^l(k+1) = w_{ji}^l(k) + \Delta w_{ji}^l(k) \quad (6)$$

$$\Delta w_{ji}^l(k) = \eta \delta_j^l o_i^{(l-1)} \quad (7)$$

$$\delta_j^l = \sum_{k=1}^{N_{(l-1)}} (\delta_k^{(l+1)} w_{kj}^{(l+1)}(k+1)) \Gamma'(u_k^l) \quad (8)$$

2. 신경회로망을 이용한 선형 파라미터의 식별

신경회로망이 어떤 미지의 시스템을 학습했을 때, 그 시스템에 대한 정보를 갖게 되므로, 신경회로망을 통해서 시스템에 대한 정보를 알아낼 수 있다. 신경회로망 자체는 파라미터적인 특성을 갖기 때문에, 신경회로망의 출력은 파라미터들(웨이트)과 인가하는 입력들과 웨이트들의 함수로써 표현할 수 있다. 그러므로, 신경회로망의 출력 성분을 파라미터적으로 표현하는 것이 가능하게 된다.

선형 시스템의 파라미터들은 출력에 대한 입력의 편미분으로 구할 수 있다. 이 관계를 신경회로망의 출력에 대한 입력의 편미분 관계로 유도하면 선형 시스템의 파라미터를 구할 수 있다.

n차 이산 시간 선형 시스템은 다음과 같은 방정식으로 표현할 수 있다.

$$y(k+1) = \sum_{i=1}^n a_i y(k-i+1) + \sum_{j=1}^m b_j u(k-j+1) \quad (b_1 \neq 0) \quad (9)$$

식(9)의 시스템을 학습한 신경회로망을 $NN_f[y(k), y(k-1), \dots, y(k-n+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-m+1), W]$ 으로 표기하기로 한다. 이것을 간단히 $NN_f[y(\cdot), u(\cdot), W]$ 로 나타내기로 한다. $y(\cdot)$ 와 $u(\cdot)$ 는 각각 시스템의 출력과 입력을 나타낸다. W는 신경회로망의 웨이트 벡터를 의미한다. 시스템의 출력과 신경회로망 출력과의 오차 $e(k+1)$ 는

$$e(k+1) = y(k+1) - NN_f[y(\cdot), u(\cdot), W] \approx 0 \quad (10)$$

가 되고, 이 식으로 부터 다음과 같이 된다.

$$y(k+1) \cong NN_f [y(\cdot), u(\cdot), W] \quad (11)$$

시스템의 출력과 신경회로망은 거의 근사한 값을 갖게 된다. 그러므로, 시스템을 신경회로망의 방정식으로 표현하는 것이 가능하다. 이제, 시스템의 파라미터를 신경회로망의 파라미터로 유도하기로 한다.

식(9)에서 $y(k+1)$ 에 대해 각각 $y(k-i+1)$ 와 $u(k-j+1)$ 의 편미분을 취하면 다음과 같이 파라미터를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial y(k+1)}{\partial y(k-i+1)} = a_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (12)$$

$$\frac{\partial y(k+1)}{\partial u(k-j+1)} = b_j \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (13)$$

신경회로망에 대해서 같은 방식으로 편미분을 취한다. $y(k+1)$ 를 학습한 신경회로망의 출력은 $\hat{y}(k+1)$ 이고, 입력 성분은 $y(k-i+1)$ 와 $u(k-j+1)$ 이므로 $\hat{y}(k+1)$ 에 대한 $y(k-i+1)$ 와 $u(k-j+1)$ 의 편미분은 각각 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial \hat{y}(k+1)}{\partial y(k-i+1)} = \frac{\partial NN_f [y(\cdot), u(\cdot), W]}{\partial y(k-i+1)} = \hat{a}_i \quad (14)$$

$$\frac{\partial \hat{y}(k+1)}{\partial u(k-j+1)} = \frac{\partial NN_f [y(\cdot), u(\cdot), W]}{\partial u(k-j+1)} = \hat{b}_j \quad (15)$$

이제, 식(14), (15)의 관계를 신경회로망의 웨이트와 뉴런의 함수로 관계를 유도하기로 한다. 신경회로망은 $l=0, 1, \dots, L$ 개의 층으로 구성되어 있다. $l=0$ 층은 입력층을 나타내고, $l=L$ 층은 출력층을 나타낸다. 각 층의 뉴런의 수는 N_0, N_1, \dots, N_L 로 표기하기로 한다. 어떤 l 층에서 n_l 번째 뉴런과 하위 인접층 $(l-1)$ 층의 $n_{(l-1)}$ 번째의 뉴런에서는 다음 관계가 성립한다.

$$\frac{\partial o_{n_l}^l}{\partial o_{n_{(l-1)}}^{(l-1)}} = \frac{\partial o_{n_l}^l}{\partial u_{n_l}^l} \cdot \frac{\partial u_{n_l}^l}{\partial o_{n_{(l-1)}}^{(l-1)}} \quad (16)$$

여기서,

$$\frac{\partial o_{n_l}^l}{\partial u_{n_l}^l} = \Gamma_{n_l}^l(u_{n_l}^l) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{n_l}^l}{\partial o_{n_{(l-1)}}^{(l-1)}} &= \frac{\partial}{\partial o_{n_{(l-1)}}^{(l-1)}} \left(\sum_{i=1}^{N_{(l-1)}} w_{n_l, n_{(l-1)}}^l o_{n_{(l-1)}}^{(l-1)} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial o_{n_{(l-1)}}^{(l-1)}} (w_{n_l, 1}^l o_1^{(l-1)} + w_{n_l, 2}^l o_2^{(l-1)} + \dots + w_{n_l, n_{(l-1)}}^l o_{n_{(l-1)}}^{(l-1)} \\ &\quad + \dots + w_{n_l, N_{(l-1)}}^l o_{N_{(l-1)}}^{(l-1)}) = w_{n_l, n_{(l-1)}}^l \end{aligned} \quad (18)$$

이다. 식(16)를 식(17),(18)로 표현하면 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial o_{n_l}^l}{\partial o_{n_{(l-1)}}^{(l-1)}} = \Gamma_{n_l}^l(u_{n_l}^l) w_{n_l, n_{(l-1)}}^l \quad (19)$$

어떤 한 층에서 사용되는 비선형 함수가 모두 같은 종류인 경우는 $\Gamma_{n_l}^l = \Gamma$ 로 간략하게 표시하기로 한다. 비선형 뉴런 sig, tanh, idn에 대한 Γ 는 각각 식(20), (21), (22)과 같이된다.

$$\text{sig}(u_{n_l}^l) \rightarrow \dot{\Gamma}(u_{n_l}^l) = o_{n_l}^l(1-o_{n_l}^l) \quad (20)$$

$$\text{tanh}(u_{n_l}^l) \rightarrow \dot{\Gamma}(u_{n_l}^l) = (1+o_{n_l}^l)(1-o_{n_l}^l) \quad (21)$$

$$\text{idn}(u_{n_l}^l) \rightarrow \dot{\Gamma}(u_{n_l}^l) = 1 \quad (22)$$

다층 신경회로망은 입력층, 여러 개의 은닉층, 출력층으로 구성되므로, 은닉층을 매개로 연쇄 법칙을 적용하면, 출력층($l=L$)의 n_L 번째 뉴런에 대한 입력층($l=0$)의 n_0 번째 뉴런의 편미분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial o_{n_L}^L}{\partial o_{n_0}^0} &= \sum_{n_{(L-1)}=1}^{N_{(L-1)}} \sum_{n_{(L-2)}=1}^{N_{(L-2)}} \dots \sum_{n_2=1}^{N_2} \sum_{n_1=1}^{N_1} \left(\frac{\partial o_{n_L}^L}{\partial o_{n_{(L-1)}}^{(L-1)}} \frac{\partial o_{n_{(L-1)}}^{(L-1)}}{\partial o_{n_{(L-2)}}^{(L-2)}} \dots \frac{\partial o_{n_2}^2}{\partial o_{n_1}^1} \frac{\partial o_{n_1}^1}{\partial o_{n_0}^0} \right) \\ &= \sum_{n_{(L-1)}=1}^{N_{(L-1)}} \sum_{n_{(L-2)}=1}^{N_{(L-2)}} \dots \sum_{n_2=1}^{N_2} \sum_{n_1=1}^{N_1} ((\dot{\Gamma}(u_{n_L}^L) w_{n_L, n_{(L-1)}}^L) \cdot (\dot{\Gamma}(u_{n_{(L-1)}}^{(L-1)}) w_{n_{(L-1)}, n_{(L-2)}}^{(L-1)}) \\ &\quad \dots (\dot{\Gamma}(u_{n_2}^2) w_{n_2, n_1}^2) \cdot (\dot{\Gamma}(u_{n_1}^1) w_{n_1, n_0}^1)) \end{aligned} \quad (23)$$

신경회로망의 입력 노드의 지정 순서를 $y(k), \dots, y(k-n+1), u(k), \dots, u(k-m+1)$ 순으로 지정하였을 때, a_i 는 첫번째 노드부터 n 번째 노드까지 n 개가 된다. 시스템의 출력은 한개인 경우이므로 신경회로망의 타겟신호도 한개이다. 그러므로 $N_L=1$ 이다. 이것에 대한 일반적인 형태는 다음과 같이된다.

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{\partial \hat{y}(k+1)}{\partial y(k-i+1)} = \frac{\partial o_1^L}{\partial o_{n_0}^0} \\ &= \sum_{n_{(L-1)}=1}^{N_{(L-1)}} \sum_{n_{(L-2)}=1}^{N_{(L-2)}} \dots \sum_{n_2=1}^{N_2} \sum_{n_1=1}^{N_1} ((\dot{\Gamma}(u_1^L) w_{1, n_{(L-1)}}^L) \cdot (\dot{\Gamma}(u_{n_{(L-1)}}^{(L-1)}) w_{n_{(L-1)}, n_{(L-2)}}^{(L-1)}) \\ &\quad \dots (\dot{\Gamma}(u_{n_2}^2) w_{n_2, n_1}^2) \cdot (\dot{\Gamma}(u_{n_1}^1) w_{n_1, n_0}^1)) \end{aligned} \quad (24)$$

b_j 의 경우는 $n+1$ 번째 입력부터 $n+m$ 번째까지 입력 노드가 지정되므로, 이것에 대한 일반적인 형태는 다음과 같이된다.

$$b_j = \frac{\partial \hat{y}(k+1)}{\partial u(k-j+1)} = \frac{\partial o_i^L}{\partial o_i^{(n+j)}} = \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i-2}=1}^{N_{1,i-2}} \dots \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i}=1}^{N_{1,i}} ((\dot{r}(u_i^L)w_{1,n_{1,i-1}}^L) \cdot (\dot{r}(u_{n_{1,i-1}}^{(L-1)})w_{n_{1,i-1},n_{1,i-2}}^{(L-1)}) \dots (\dot{r}(u_{n_{1,i}}^1)w_{n_{1,i},n_{1,i+1}}^1)) \quad (25)$$

이상에서 구한 바와 같이 선형 시스템의 파라미터 a_i 와 b_j 는 각 층의 뉴런의 출력과 웨이트와의 합수로 구할 수 있다. 식(24)와 (25)로 구한 파라미터들은 제어 수행시에 온라인으로 계속 학습을 하게 된다. 수식중에 포함된 \dot{r} 는 입력에 관계된 함수이기 때문에 입력값의 변화에 따라서 출력에 영향을 준다. 이 값의 평균값을 구하면 정확한 파라미터 값을 얻을 수 있으나, 온라인 제어시에서 평균값을 계산하는 것이 제어의 부담으로 작용한다. 이런 영향을 없애기 위해서, 신경회로망에 영입력을 인가하여, 동작점 부근에서의 파라미터를 계산한다. 영입력을 인가하면 식(24),(25)는다음과 같이 된다.

$$a_i = \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i-2}=1}^{N_{1,i-2}} \dots \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i}=1}^{N_{1,i}} (w_{1,n_{1,i-1}}^L \cdot w_{n_{1,i-1},n_{1,i-2}}^{(L-1)} \dots w_{n_{1,i},n_{1,i+1}}^2 \cdot w_{n_{1,i}}^1) \quad (26)$$

$$b_j = \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i-2}=1}^{N_{1,i-2}} \dots \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i}=1}^{N_{1,i}} (w_{1,n_{1,i-1}}^L \cdot w_{n_{1,i-1},n_{1,i-2}}^{(L-1)} \dots w_{n_{1,i},n_{1,i+1}}^2 \cdot w_{n_{1,i},(n+j)}^1) \quad (27)$$

3. 선형 시스템의 제어

식(9)로 표현되는 이산 시간 선형 시스템을 신경회로망으로 학습시켜 II장 2절의 선형 파라미터 식별법으로 파라미터값을 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i y(k-i+1) + \sum_{j=1}^m \hat{b}_j u(k-j+1) \quad (28)$$

여기서, \hat{a}_i 와 \hat{b}_j 는 신경회로망에 영입력을 인가한 후에 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{a}_i = \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i-2}=1}^{N_{1,i-2}} \dots \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i}=1}^{N_{1,i}} (w_{1,n_{1,i-1}}^L \cdot (w_{n_{1,i-1},n_{1,i-2}}^{(L-1)}) \dots (w_{n_{1,i},n_{1,i+1}}^2) \cdot (w_{n_{1,i}}^1)) \quad (29)$$

$$\hat{b}_j = \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i-2}=1}^{N_{1,i-2}} \dots \sum_{n_{1,i-1}=1}^{N_{1,i-1}} \sum_{n_{1,i}=1}^{N_{1,i}} (w_{1,n_{1,i-1}}^L \cdot (w_{n_{1,i-1},n_{1,i-2}}^{(L-1)}) \dots (w_{n_{1,i},n_{1,i+1}}^2) \cdot (w_{n_{1,i},(n+j)}^1)) \quad (30)$$

출력 트래킹을 하기 위한 제어 입력 $u(k)$ 를 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$u(k) = \frac{1}{\hat{b}_1} (-\sum_{i=1}^n \hat{a}_i y(k-i+1) - \sum_{j=2}^m \hat{b}_j u(k-j+1) + v(k)) \quad (31)$$

여기서 $v(k)$ 는

$$v(k) = \sum_{i=1}^n c_i (y_d(k-i+1) - y(k-i+1)) \quad (32)$$

이다. 여기서, $c_n=1$ 이다. 이 출력 트래킹 에러 $e(k)$ 는 다음 방정식을 만족한다.

$$c_1 e(k) + c_2 e(k-1) + \dots + c_n e(k-n+1) = 0 \quad (33)$$

여기서, $e(k) = y_d(k) - y(k)$ 이다. 만일, c_1, \dots, c_{n-1} 이 다음과 같은 z-다항식

$$z^n - 1 + c_{n-2}z^{n-2} + \dots + c_1 = 0 \quad (34)$$

의 모든 영들이 z-평면에서 단위원 안에 있다면, 시스템의 출력 $y(k+1)$ 이 원하는 출력 $y_d(k+1)$ 을 점근적으로 추종하게 된다.

제어측 (31)식의 파라미터들은 신경회로망의 웨이트 갱신규칙(update rule)에 따라 온라인방식으로 파라미터 값이 갱신된다. 신경회로망의 웨이트가 갱신된 후에 파라미터 값들은 식(29),(30)에 의해서 계산된다. 그림 1 는 선형시스템의 전체 제어구조를 나타낸 것이다.

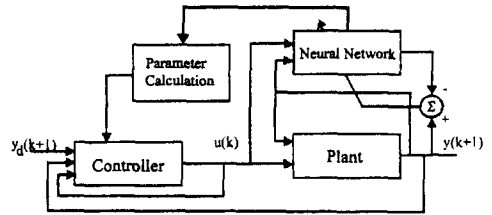


그림 1. 신경회로망을 이용한 선형 시스템의 제어구조

Fig. 1. Control architecture for linear system using neural network.

III. 비선형 시스템의 식별과 제어

1. 비선형 시스템 모델과 신경회로망 식별모델
이산시간 비선형 시스템을 다음과 같이 나타낼 수 있다^[10].

Type I : $y(k+1) = f [y_p(k), \dots, y_p(k-n+1)] + u(k) \quad (35)$

Type II : $y(k+1) = f [y_p(k), \dots, y_p(k-n+1)] + \sum_{j=1}^m b_j u(k-j+1) \quad (36)$

$$\text{Type III : } y(k+1) = f[y_p(k), \dots, y_p(k-n+1)] + u(k-d) \quad (37)$$

비선형 시스템의 입출력 관계식을 나타내는 모델에서 제어 입력측이 선형으로 이루어진 경우에 제어 문제가 간단해지므로 유용한 모델이다. Type I과 Type II는 상대차수(relative degree)가 1이고, 출력 $y(k+1)$ 은 입력 $u(k)$ 와 선형적인 관계를 이루고 있다. 그러므로, 입력 $u(k)$ 는 $f(\cdot)$ 와 b_j 를 알면 계산할 수 있는 것이다. Type III에서는 시스템의 상대차수가 1보다 큰 경우이다($d > 1$). $u(k)$ 를 계산하는 것이 좀 더 복잡하지만 $f(\cdot)$ 와 입력의 과거값을 알기 때문에 $u(k)$ 를 계산할 수 있다. Type I과 Type III의 경우는 Type II의 간단한 형태가 된다.

위의 시스템 모델은 다음과 같이 가정한다. 차수 n, m 은 기지의 값이고, d 는 relative degree를 나타내며 기지의 값이다. 다항식 $z^{m-1} + b_{m-2}z^{m-2} + \dots + b_1 = 0$ 의 근은 단위원 안에 있다. 비선형 함수 $f(\cdot)$ 는 대역적 Lipschitz조건(즉, $|f(x) - f(y)| \leq K\|x - y\|$, 여기서 $x, y \in R^n$ 이고, K 는 양수)을 만족한다.

신경회로망을 식별기로 사용하기 위해서는 시스템의 특성을 학습하여야 하는데, 사용하는 목적에 따라 신경회로망을 학습하는 방식이 다르다. 시스템의 식별 방식은 전방향(forward) 식별^[5,7]과 역(inverse) 식별방식^[4]으로 나뉘어 진다. 이 중에서 전방향 방식으로 동적 시스템을 식별하는 방식에 대해서 Narendra^[7] 등은 병렬(parallel) 모델과 직렬-병렬(series-parallel) 모델로 소개하고 있다.

병렬 모델 :

$$\hat{y}(k+1) = \hat{f}(\hat{y}(k), \dots, \hat{y}(k-n+1); u(k), \dots, u(k-m+1)) \quad (38)$$

직렬-병렬 모델 :

$$\hat{y}(k+1) = \hat{f}(y(k), \dots, y(k-n+1); u(k), \dots, u(k-m+1)) \quad (39)$$

식(38), (39)에서 \hat{f} 는 신경회로망의 출력이고, $\hat{y}(\cdot)$ 는 식별 모델의 출력이고, $y(\cdot)$ 는 시스템 출력이다. 식(38)의 병렬 모델은 식별 모델의 출력이 다시 신경회로망 입력으로 피드백 되는 모델이고, 직렬-병렬 모델은 시스템의 출력이 신경회로망 입력으로 피드백되는 모델이다(\hat{f} 와 $\hat{y}(\cdot)$ 는 사실상 동일한 의미를 갖지만, 식(38)와 (39)에서 출력의 과거값이 피드백 되는 방식이 다르기 때문에 구분하여 표기한 것이다). Narendra

는 두 가지 모델 중에서 직렬-병렬 모델이 병렬 모델보다 성능이 우수하다고 밝혔다. 본 논문에서의 식별 모델은 직렬-병렬 모델을 사용하여 신경회로망을 학습하기로 한다.

2. 비선형 시스템의 식별

신경회로망이 어떤 시스템을 학습할 때는 동적특성을 충분히 나타낼 수 있는 학습 데이터가 주어져야 한다. 신경회로망이 식별기로 사용될 때, 시스템 모델에 대한 부분적인 기지의 정보가 있어야 한다. 이런 정보가 없는 경우나 모델이 불분명한 경우는 시행착오법을 이용하여 시스템을 식별해야 한다^[2,3].

시스템 모델 특성에 따라 식별기로 사용할 신경회로망의 갯수나 타겟신호등을 여러가지 방식으로 지정할 수 있다. Narendra가 제시한 4가지 모델^[7]들은 한개의 신경회로망으로도 학습할 수 있지만, 제어방식에 따라서 다르게 학습하는 경우가 있다. 모델 III이나 모델 IV의 경우는 신경회로망을 두개를 사용하여 각각 $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 를 분리하여 학습하였다(비선형 모델에서 시스템의 출력과 그 과거값으로 표현되는 부분을 $f(\cdot)$ 로 표시하고 입력과 그 과거값으로 표현되는 부분을 $g(\cdot)$ 로 표시한다). 이 중에 $f(\cdot)$ 가 비선형이고 $g(\cdot)$ 가 선형으로 구성된 경우(모델 II)는 $f(\cdot)$ 는 신경회로망으로 학습하였고, $g(\cdot)$ 는 projection 알고리즘을 이용하여 시스템의 학습하는 방식을 사용하였다. Gupta^[8] 등은 $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 를 한개의 신경회로망으로 학습하지만, 타겟신호를 분리하여 $\hat{f}(\cdot)$ 와 $\hat{g}(\cdot)$ 가 되도록 학습하는 방식을 사용하였다. 또한, Chen^[9]은 $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 를 두개의 신경회로망을 결합된 형태로 구성하여 $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 를 분리할 수 있도록 하였지만, 타겟신호는 한가지 신호를 사용하였다.

본 논문에서는 한개의 신경회로망으로 $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 를 동시에 학습한 후에, 파라미터 식별방식(III장)을 이용하여 $g(\cdot)$ 부분의 파라미터를 식별하고, $f(\cdot)$ 와 $g(\cdot)$ 를 분리하여 제어에 사용하기로 한다.

식(36)의 모델 형식으로 표현되는 시스템의 식별문제를 고려하자.

$$\text{Type II : } y_p(k+1) = f[y_p(k), \dots, y_p(k-n+1)]$$

$$+ \sum_{j=1}^m b_j u(k-j+1)$$

신경회로망으로 이 모델을 학습한 후의 식별 오차

$e(k+1)$ 가 허용오차 ε 이하 일때, 즉,

$$e(k+1) = |y_p(k+1) - \hat{y}(k+1)| = |y_p(k+1) - NN_{f,g}[y(\cdot), u(\cdot), W]| \leq \varepsilon \quad (40)$$

과 같이 되었을 때, 식(40)의 선형부의 파라미터 값 b_j 는 식(27)으로 부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta_j &= \frac{\partial \hat{y}(k+1)}{\partial u(k-j+1)} = \frac{\partial o_1^L}{\partial o_0^{(n+j)}} \\ &= \sum_{n_{(L-1)}=1}^{N_{(L-1)}} \sum_{n_{(L-2)}=1}^{N_{(L-2)}} \cdots \sum_{n_2=1}^{N_2} \sum_{n_1=1}^{N_1} (w_{n_{(L-1)}, n_{(L-1)}}^L \cdots (w_{n_{(L-1)}, n_{(L-2)}}^{(L-1)} \cdots (w_{n_2, n_1}^2 \cdots (w_{n_1, (n+j)}^1) \end{aligned} \quad (41)$$

이 때, 비선형부 $f(\cdot)$ 는

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1) &= NN_{f,g}[y(\cdot), u(\cdot), W] \\ &= NN_f[y(\cdot), W] + \sum_{j=1}^m \delta_j u(k-j+1) \end{aligned} \quad (42)$$

가 되므로

$$NN_f[y(\cdot), W] = \hat{y}(k+1) - \sum_{j=1}^m \delta_j u(k-j+1) \quad (43)$$

가 된다. 식(42)에서 $NN_{f,g}$ 는 비선형 시스템을 학습한 신경회로망을 의미하고, NN_f 는 $NN_{f,g}$ 에서 선형부분을 제외한 나머지 부분을 의미한다. 그러므로, 식별된 모델의 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\hat{y}(k+1) = NN_f[y(\cdot), W] + \sum_{j=1}^m \delta_j u(k-j+1) \quad (44)$$

로 구할 수 있다.

Type I,III에서 $g(\cdot)$ 의 선형부분은 계수가 1인 경우에 이 값을 식별할 필요가 없다. 그러나, 이값이 1이 아닌 경우라면 Type II의 특수형으로 생각할 수 있으므로 위의 절차를 동일하게 적용할 수 있다.

3. 비선형 시스템의 제어

미지의 비선형 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Type II : } y_p(k+1) &= f[y_p(k), \dots, y_p(k-n+1)] \\ &+ \sum_{j=1}^m b_j u(k-j+1) \end{aligned}$$

신경회로망 식별기를 이용해서 파라미터와 비선형 부분을 식별한 모델은 다음과 같다.

$$\hat{y}(k+1) = NN_f[y(\cdot), W] + \sum_{j=1}^m \delta_j u(k-j+1) \quad (45)$$

시스템의 출력 $y(k+1)$ 가 점근적으로 목표 출력 y_d

$(k+1)$ 에 수렴하도록 즉,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_d(k+1) - y(k+1)) = 0 \quad (46)$$

이 되도록 제어입력 $u(k)$ 를 설계한다. 제어입력은 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$u(k) = \frac{1}{b_1} (-NN_f[y(\cdot), W] - \sum_{j=2}^m \delta_j u(k-j+1) + v(k)) \quad (47)$$

여기서 $v(k)$ 는

$$v(k) = \sum_{i=1}^n c_i (y_d(k-i+1) - y(k-i+1)) \quad (48)$$

이다. 여기서, $c_n = 1$ 이다. 이 출력 트래킹 에러 $e(k)$ 는 다음 방정식을 만족한다.

$$c_1 e(k) + c_2 e(k-1) + \cdots + e(k-n+1) = 0 \quad (49)$$

여기서, $e(k) = y_d(k) - y(k)$ 이다. 만일, c_1, \dots, c_{n-1} 이 다음과 같은 z-다항식

$$z^{n-1} + c_{n-2} z^{n-2} + \cdots + c_1 = 0 \quad (50)$$

의 모든 영들이 z-평면에서 단위원 안에 있다면, 시스템의 출력 $y(k+1)$ 이 원하는 출력 $y_d(k+1)$ 을 점근적으로 추종하게 된다.

식(47)에 슬라이딩 모드를 적용하면 다음과 같이 제어입력 $u(k)$ 를 결정할 수 있다.

$$u(k) = \frac{1}{b_1} (-NN_f[y(\cdot), W] - \sum_{j=2}^m \delta_j u(k-j+1) + v_s(k)) \quad (51)$$

여기서, v_s 는 다음과 같다.

$$v_s = k \operatorname{sgn}(e) + c_2 e(k-1) + \cdots + c_n e(k-n+1) \leq d(k) \quad (52)$$

여기서, $d(k)$ 는 미스매치된 오차항의 유계치를 나타낸다.

$K > \sup_k |d(k)|$ 이면 오차항 e 는 0으로 근접하게 된다. 슬라이딩 제어측에 포함시키면, K값의 범위를 넘지 않는 오차에 대해서 강인성을 갖는다. 그러나, K의 크기가 너무 큰 경우에는 실제적인 제어에 사용될 수 없는 경우가 생긴다.

제어를 수행하는 중에, $NN_f[y(\cdot), W]$ 와 파라미터 δ 는 다음과 같은 신경회로망 갱신규칙(update rule)에 따라 온라인으로 신경회로망의 파라미터를 갱신한다.

$$W(k+1) = W(k) + \eta \frac{\partial NN_{f,g} [y(\cdot), u(\cdot), W]}{\partial W} \quad (53)$$

이에 따른, 제어측 식(51)에서의 파라미터 δ 는 다음과 같이 결정된다.

$$\delta_i = \sum_{n_1=1}^{N_{L-1}} \sum_{n_2=1}^{N_{L-2}} \dots \sum_{n_{L-1}=1}^{N_1} \sum_{n_L=1}^{N_1} (w_{i, n_{L-1}}^1 \cdot w_{n_{L-1}, n_{L-2}}^{L-1} \dots w_{n_2, n_1}^2 \cdot w_{n_1, (n+p)}^1) \quad (54)$$

식(51)의 제어측은 제어과정중에 파라미터에 대한 학습을 온라인 방식으로 할 수 있기 때문에, 파라미터에 대한 변동이 있을 때, 이 변동에 대해 적응적으로 대처할 수 있다. 그림 2는 비선형 시스템의 전체적인 제어구조를 나타낸 것이다.

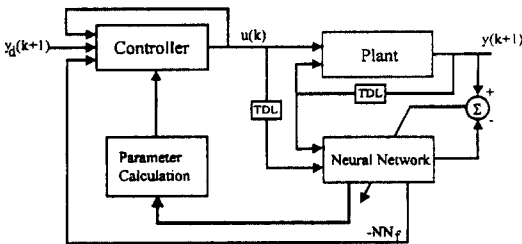


그림 2. 신경회로망을 이용한 비선형 시스템의 제어 구조
Fig. 2. Control architecture for nonlinear system using neural network.

IV. 시뮬레이션

1. 선형 시스템의 식별과 제어
이산 시간 선형 시스템은 다음과 같다.

$$y_p(k+1) = 1.53y_p(k) - 0.66y_p(k-1) - 0.47u(k) + 0.34u(k-1) \quad (55)$$

이 시스템을 식별할 신경회로망은, 입력층의 노드의 수가 4개 ($N_0=4$), 은닉층의 노드의 수가 10개 ($N_1=10$), 출력층의 노드의 수가 1개 ($N_2=1$)로 구성되어 있다. 출력층에는 선형뉴런을 사용하고 은닉층에는 tanh 뉴런을 사용한다. 신경회로망의 타겟 데이터는 $y_p(k+1)$ 로 설정한다. 입력층의 첫번째 입력노드에는 $y_p(k)$, 두번째 노드에는 $y_p(k-1)$, 세번째 노드에는 $u(k)$, 네번째 노드에는 $u(k-1)$ 을 지정한다. 식별과정에서, 시스템의 테스트 입력으로 $u(k) = \sin(2\pi k/50)$ 을 랜덤방식으로 입력한다. 역전파 학습비는 $\eta=0.05$ 로 정하고 오프라인

방식으로 10000회를 학습하였을 때, 학습한 신경회로망의 각 입력 패턴에 대한 평균오차는 0.009이다. 식별할 파라미터값은 각각 $a_1=1.53$, $a_2=-0.66$, $b_1=-0.47$, $b_2=0.34$ 이다. 학습을 마친 신경회로망의 웨이트의 값은 표 1과 같은 값이 된다. 이 값을 파라미터 계산식 (26), (27)에 의해서 다음과 같이 계산 할 수 있다.

$$a_1 = \frac{\partial o_1^2}{\partial o_1^0} = \sum_{n_1=1}^{10} (w_{i, n_1}^2 \cdot w_{n_1, 1}^1) = 1.50$$

$$a_2 = \frac{\partial o_1^2}{\partial o_2^0} = \sum_{n_1=1}^{10} (w_{i, n_1}^2 \cdot w_{n_1, 2}^1) = -0.67$$

$$b_1 = \frac{\partial o_1^2}{\partial o_3^0} = \sum_{n_1=1}^{10} (w_{i, n_1}^2 \cdot w_{n_1, 3}^1) = -0.45$$

$$b_2 = \frac{\partial o_1^2}{\partial o_4^0} = \sum_{n_1=1}^{10} (w_{i, n_1}^2 \cdot w_{n_1, 4}^1) = 0.31$$

표 1. 학습을 마친 후의 신경회로망의 웨이트 값

Table 1. Weights of trained neural network.

입력층	1	0.12	0.58	0.32	0.12	-0.48	0.58	-0.63	-0.72	-1.10	-0.81
	2	0.30	0.01	-0.32	0.01	-0.90	0.77	0.12	-0.16	0.14	0.40
	3	0.50	0.10	-0.77	0.23	0.32	0.5	0.02	-0.20	-0.17	0.70
	4	0.16	-0.19	0.43	-0.41	0.98	-0.34	0.84	0.66	-0.48	-0.11
은닉층 뉴런번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
출력층		-0.30	0.76	0.20	-0.01	0.13	-0.11	-0.26	0.14	-0.69	-0.43

표1의 내용중 입력층 1에서 4는 자기 입력층의 뉴런과 10개의 은닉층뉴런(10개)과 연결된 웨이트값을 의미한다. 출력층의 웨이트 값은 은닉층 뉴런과 출력층 뉴런(1개)과 연결된 웨이트 값을 나타낸다.

이 시스템에 대한 제어측은 식(26)-(27)에서 구한 파라미터값을 식(31)의 제어측에 대입하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u(k) = \frac{1}{b_1} (v(k) - \hat{a}_1 y(k) - \hat{a}_2 y(k-1) - \hat{b}_2 u(k-1)) \quad (56)$$

여기서, $v(k) = 0.1e(k) + 0.5e(k-1) + e(k-2)$ 이다. 그림 3는 기준 신호와 식(31)의 제어 입력 적용하였을 때, 시스템의 출력을 나타낸 것이다. 제안한 파라미터 식별 방식을 이용한 선형제어기가 기준 신호를 잘 추종한다는 것을 알 수 있다.

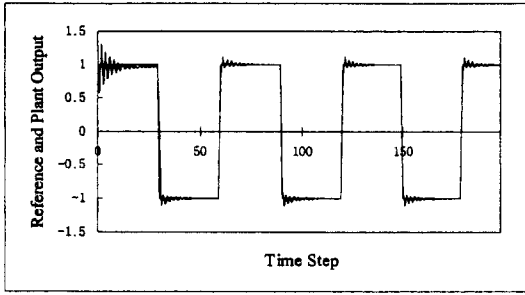


그림 3. 선형 시스템의 출력과 기준신호
Fig. 3. Responses of the referece and the linear plant output.

2. 비선형 시스템의 식별과 제어

다음의 시스템은 제어 입력측이 선형으로 이루어진 Type II의 형태의 시스템이다.

$$y_p(k+1) = \frac{y_p(k)y_p(k-1)}{1+y_p^2(k)+y_p^2(k-1)+y_p^2(k-2)} + u(k) + 0.8u(k-1) \quad (57)$$

신경회로망은 입력층의 노드의 수는 5개 ($N_0=5$), 은닉층의 노드의 수는 30개 ($N_1=30$), 출력층의 노드의 수는 1개 ($N_2=1$)이다. 출력층에는 선형뉴런을 사용하고 은닉층에는 tanh 뉴런을 사용한다. 신경회로망의 타겟은 $y_p(k+1)$ 로 지정한다. 첫번째 입력노드에는 $y_p(k)$, 두번째 노드에는 $y_p(k-1)$, 세번째 노드에는 $y_p(k-2)$ 네번째 노드에는 $u(k)$, 다섯번째 노드에는 $u(k-1)$ 을 지정한다. 시스템의 입력으로 $u(k) = \sin(2\pi k/25)$ 을 지정하여 랜덤하게 학습한다. 역전파 학습비는 $\eta=0.01$ 로 정하고 오프라인 방식으로 10000회를 학습하였을 때, 신경회로망 출력과 시스템과의 평균오차는 0.025이다. 10000회 학습을 마친 후의 시스템의 출력과 신경회로망의 출력을 그림 4에 나타내었다. 식 (41)로 구한 파라미터값은 $b_1=1.04$ 이고 $b_2=0.78$ 이다.

식별한 파라미터 b_1, b_2 와 $NN_f[y(\cdot), W]$ 를 식(51)에 적용하면 제어측은 다음과 같이 된다.

$$u(k) = \frac{1}{b_1} (-NN_f[y(\cdot), W] - b_2 u(k-1) + v_s(k)) \quad (58)$$

여기서 v_s 는 다음과 같다.

$$v_s = 0.05 \operatorname{sgn}(e) + 0.5e(k-1) + e(k-2) \quad (59)$$

기준신호를 $y_d(k) = \sin(2\pi k/25)$ 로 지정하였을 때, 이 제어측을 적용한 결과를 그림 5에 나타내었다.

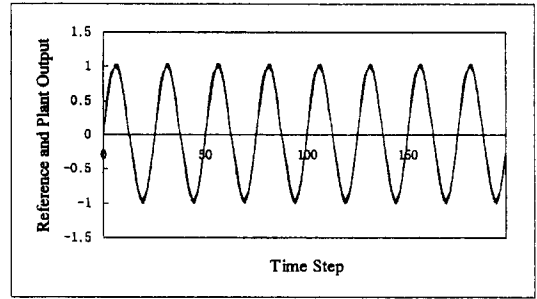


그림 4. 비선형 시스템의 출력과 식별 신경회로망의 출력
Fig. 4. Outputs of nonlinear plant and identified neural network.

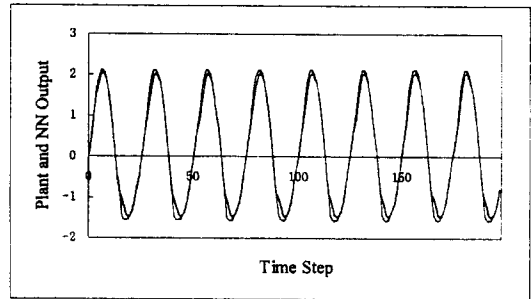


그림 5. 제어된 비선형 시스템의 출력과 기준신호
Fig. 5. Responses of the referece and the controlled plant output.

VI. 결 론

본 논문에서는, 선형 시스템과 비선형 시스템을 다층 신경회로망으로 학습한 후, 선형으로 표현되는 부분의 파라미터를 식별하여 출력 트래킹 제어에 적용하였다. 선형 파라미터는 신경회로망의 웨이트와 뉴런의 출력 간의 관계식으로 구하였다. 기존의 방법과는 달리 시스템을 학습한 신경회로망에서 파라미터를 직접 구할 수 있기 때문에, 별도의 파라미터 추정기구가 필요치 않은 장점이 있다. 제안한 방법의 시뮬레이션 결과에서 정확한 파라미터 값을 구할 수 있음을 확인하였다. 식별된 파라미터 값들은 시스템을 학습한 신경회로망의 식별 오차가 적을수록 정확한 값을 나타내었다.

비선형 시스템의 식별 문제에서, 기존의 방법¹⁷⁾에서는 비선형 부분의 식별에는 신경회로망을 이용하였고 파라미터 식별에는 프로세스 알고리즘을 이용하였으나, 본 논문의 방법에서는 신경회로망 식별기에서 파라미

터값의 식별과 비선형 부분의 식별이 가능하였기에 비선형 시스템의 식별과 제어문제에 용이하게 접근할 수 있었다. 또한, 슬라이딩 모드 제어 방식을 도입함으로써, 식별오차로 인한 시스템의 불안정성에 대처할 수 있으며, 온라인방식으로 적응적으로 파라미터를 식별함으로써 안정된 제어의 결과를 보였다.

참 고 문 헌

- [1] K.I. Funahashi, "On the approximate realization of continuous mappings by neural networks", Neural Networks, No 2, pp. 183-192, 1989.
- [2] K.Hornik, M. Stinchcombe, H.White, "Multilayer feedforward networks are universal approximators", Neural Networks, No.2, pp. 359-366, 1989.
- [3] K.J. Hunt, D.Sbarbaro, R. Zbikowski, P.J.Gawthrop, "Neural networks for control systems - A survey", Automatica, Vol. 28, No. 6, pp1083-1112, 1992.
- [4] D.Psaltis, A.Sideris, A.A. Yamamura, "A multilayered neural network controller", IEEE Control Systems Magazine, Vol. 8, No. 2, pp 17-21, 1988.
- [5] D.H. Nguyen, B.Widrow, "Neural networks for self-learning control systems", IEEE Control Systems Magazine, Vol. 10, No. 2, pp 18-23, 1990.
- [6] T. Yamada, T. Yabuta, "An extension of neural network direct controller", IEEE Int. Workshop on Intelligence Robots and Systems, IROS '90.
- [7] K.S. Narendra, K. Pathasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks", IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 1, No. 1, pp 4-27, 1992.
- [8] L. Jin, P.N. Nikiforuk, M.M. Gupta, "Direct adaptive output tracking control using multilayered neural networks", IEE Proceedings-D, Vol 140, No. 6, 1993.
- [9] F.C. Chen, "Back-propagation neural networks for nonlinear self-tuning adaptive control", IEEE Control Systems Magazine, Vol. 10, No. 2, pp. 44-48, 1990.
- [10] K.S. Narendra, "Adaptive control of dynamical systems using neural network", Handbook of Intelligent Control, Van Nostrand Reinhold, pp 141-182, 1992.

저 자 소 개

趙奎翔(正會員) 第 32卷 B編 第 3號 參照
 현재 동양대학교 컴퓨터 공학부 전
 임강사

林濟鐸(正會員) 第 30卷 B編 제 5號 參照
 현재 한양대학교 전자공학과 교수