

개선된 MES방법을 이용한 신호의 도래각(DOA) 추정을 위한 배열안테나

(Antenna Array for Estimation of Direction of Arrival Utilizing Modified Minimum Eigenvalue Searching)

李賢培*, 崔勝元*

(Hyeun Bae Lee and Seungwon Choi)

요 약

본 논문은 신호의 도착방향 추정을 위한 새로운 방안을 제시한다. 신호공간에 직교하는 웨이트 벡터를 구하기 위하여 개선된 최소고유치 탐색(MES : Minimum Eigenvalue Searching) 방법이 소개된다. 제안된 기술의 성능은 주어진 관찰 주기 동안 스냅샷(snap shot)의 수와 주어진 신호대 잡음비(SNR)에 따른 각해상도(angle resolution)에 의해서 기존의 고유치분해 방법(ED : Eigen Decomposition)의 성능과 비교되어진다. 또한, 기존의 ED방법과 제안된 MES방법간의 상호 계산상의 복잡도를 비교·분석함으로써 제안 기술의 우수성을 보인다. 이를 위하여 [1]에서 제안한 MES방법을 간략히 하는 새로운 방안이 제시된다. 본 논문에 제안된 기술의 또다른 장점은 신호갯수에 대한 탐지절차와는 무관하게 수행되어 진다는 것인데, 단일 전자파가 아닌 분리 불가능한 많은 신호의 산란파가 입사하는 경우의 입사각 예측을 성공적으로 수행한다.

Abstract

This paper presents an alternative technique for DOA(direction-of arrival) estimation. For generating a weight vector orthogonal to the signal subspace, a modified version of MES(Minimum Eigenvalue Searching) method is introduced. The performance of the proposed technique is compared to that of the conventional ED(Eigen Decomposition) method in terms of angle resolution for a number of snapshots during a given observation period as well as various SNR's. In addition, the superiority of the suggested technique is shown, by analyzing the required computational load of the proposed MES and conventional ED method. A novel procedure of simplifying the MES proposed in [1] is presented on that purpose. Another advantage of the proposed technique is that it is performed independently of the detection of the number of signal components, which makes it possible to estimate the DOA's of clusters consisting of infinite number of inseparable signal components.

I. 서 론

본 논문은 자기공분산 행렬의 모든 고유치를 계산하기 위한 추가적인 서브루틴을 요구하지 않으면서도 선형 안테나배열을 이용하여 방향추정을 할 수 있는 새

로운 기술을 제시한다. 본 기술에서는 신호공간에 직교하는 벡터, 즉, 자기공분산 행렬의 최소고유치와 그에 상응하는 고유벡터를 반복적인 방법으로 계산하기 위해 공액기울기 방법(CGM : Conjugate Gradient Method)을 적용한다. 이것을 적용함에 있어, [2]에서 소개되어진 CGM은 양 반한정(positive semidefinite)인 공액전치행렬(Hermitian)을 다루기 위해 일 반화되어진다. 이 방법은 본 논문에서 최소고유치탐색(MES : Minimum Eigenvalue Searching)으로 명명

* 正會員, 漢陽大學校 電子通信工學科

(Dept. of Elec. & Comm. Engr., Hanyang University)

接受日字:1995年11月2日, 수정완료일:1996年3月22日

된다. MES방법은 그 목적이 잡음고유치에 해당하는 고유벡터를 발견하는 것이라는 의미에서는 ED기술과 다소 비슷하지만, ED 방법에서와는 달리 모든 고유벡터를 구하지는 않으며, 어레이의 웨이트의 수가 입력 신호의 갯수보다 더 크다는 가정하에서 신호성분의 갯수에 대한 탐지를 필요로 하지 않는다. 또한, 본 논문에서는 실제 신호의 수와 비교하여 더 많은 수의 웨이트를 가짐으로 야기되어지는 의사피크(pseudo peak)를 제거하기 위한 방안이 제공되어진다. 본 논문의 주된 기여는 다음과 같이 요약되어진다. (1)본 논문은 DOA 추정을 하는데 있어 CGM을 이용하여 입력 자기공분산행렬의 신호공간에 직교하는 벡터를 발견하는 MES를 소개한다. MES방법을 사용하므로써, DOA추정은 신호행렬의 고유치와 고유벡터를 계산하기 위한 별도의 부가적인 루틴없이도 수행된다. (2)신호 갯수의 탐지절차에 대한 입사각 추정절차의 의존성을 상당히 감소시킬 수 있다. 만일 웨이트의 수가 실제신호의 수보다 더 크다면, 신호의 수를 전혀 알지 못하더라도 DOA 추정은 성공적으로 수행되어질 수 있다. (3)기존의 고유치 분해방법과 대등한 성능을 나타내면서도 입사각 추정에 필요한 알고리즘의 계산상의 부담이 ED방법에 비해 월등히 우수하다. (4)어레이 입력의 산란, 주파수퍼짐 등에 기인하여 각각의 중심입사각에 집중된 많은 분리불가능한 신호성분이 존재하는 다중성분의 신호 환경에서의 DOA 추정에 대해, 본 논문은 각 신호 성분에 대해서 뿐만 아니라 각 클러스터에 대해서도 DOA추정을 수행한다. 많은 실제적인 환경에서 각 클러스터들은 분리불가능한 신호성분으로 구성되고 있기 때문에 각 신호성분의 자체의 DOA보다 클러스터의 DOA를 추정하는 것이 더 바람직하다. 다중성분의 신호 환경에 대한 올바른 분석을 하기 위해서는, 한 클러스터 내의 신호성분의 수와 각 신호 성분의 DOA가 어레이 입력의 통계적인 다이내믹스때문에 일정 관찰주기동안 매 스냅샷(snap shot)마다 변한다는 점을 고려해야 한다. 배열안테나의 성능은 이처럼 다양한 다중성분의 신호 환경에서 분석되어진다.

II. 문제의 공식화

$2N-1$ 개의 등방성 안테나로 이루어진 선형 어레이를 고려해 보자. 크기가 일정한 연속적인 정현파가 배열의 입력으로 들어온다고 하자. 어레이의 k 번째 안테나성분

에 입사하는 신호는 (1)과 같이 쓰여질 수 있다.

$$r_k(t) = g \cos(2\pi f(t + \tau_k) + \phi) \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, 2N-1 \quad (1)$$

여기서, g 와 ϕ 는 각각 송신기와 배열의 기준안테나 간의 전송 통로와 관련되어진 감쇠의 크기와 위상이다. 시간지연 τ_k 는 파의 입사각, 기준안테나와 k 번째 안테나 사이의 거리, 그리고 순시주파수 f 에 의해 결정되어진다. 만약 서로 완전히 또는 부분적으로 코히어런트(coherent)한 L 개의 파가 입사한다면, 각 요소에서 열잡음이 첨가되었다고 가정할 때 k 번째 안테나 소자에 유기된 신호는 다음과 같다.

$$r_k(t) = \sum_{l=1}^L \{ g_l \cos(2\pi f_l(t + \tau_{l,k}) + \phi) \} + n_k(t) \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, 2N-1 \quad (2)$$

본 논문에서는 k 번째 요소에서의 열잡음, $n_k(t)$,을 나타내기 위해서 평균이 영인 백색 가우시안 잡음(AWGN)의 샘플 함수를 사용한다. $r_k(t)$ 는 다음과 같이 중심주파수가 f_l 이고 대역폭이 BW인 제한된 대역폭을 가진 신호라고 가정한다.

$$f_l = f_c + b_l \quad \text{for } l = 1, 2, \dots, L \quad (3)$$

여기서, b_l 은 $0.5BW$ 와 $0.5BW$ 사이에 균등하게 분포되어진 랜덤한 값이다. 주파수 저역천이를 위하여 식(2)의 $r_k(t)$ 는 $\cos(2\pi f_l t)$ 와 $\sin(2\pi f_l t)$ 에 의해 곱해지고, 이 곱해진 $2N-1$ 개의 쌍이 저역통과 필터에 의해 필터링되어진다. 그러면, 저역통과 필터의 k 번째 출력은 다음과 같이 복소수 함수를 이용하여 표현할 수 있다.

$$x_k(t) = \sum_{l=1}^L g_l \exp[j(2\pi f_l \tau_{l,k} + 2\pi b_l t)] + n_k(t) \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, 2N-1 \quad (4)$$

여기서 $n_k(t)$ 는 (2)식의 잡음성분 $n_k(t)$ 의 저주파 통과 신호로써 복소수의 값이다. 또한, 각각의 k 값에 대해 $n_k(t)$ 는 상호 독립적이며 분산이 같다고 가정한다. $b_l \ll f_c$ 이고 각 안테나간의 거리가 중심주파수 f_c 의 반파장과 같다고 가정하면, (4)는 다음과 같이 훨씬 간단히 표시될 수 있다.

$$x_k(t) = \sum_{l=1}^L \{ g_l \exp(j\psi) \exp(j2\pi b_l t) \exp(j(k-1)\pi \sin(\theta_l)) \} + n_k(t) \quad \text{for } k = 1, 2, \dots, 2N-1 \quad (5)$$

여기서, θ_l 은 어레이의 현측으로 부터 측정된 l 번째 파의 DOA이다. 벡터표기법을 이용하여 (5)는 다음과 같이 다시 쓰여질 수 있다.

$$\mathbf{x}_m(t) = \mathbf{E}\mathbf{D}^{(m-1)}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_m(t) \quad (6)$$

여기서

$$\mathbf{x}_m(t) = [x_m(t), x_{m+1}(t), \dots, x_{m+N-1}(t)]^T$$

for $m = 1, 2, \dots, N$ (7)

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \exp[j\pi\sin(\theta_1)] & \dots & \exp[j\pi\sin(\theta_L)] \\ \exp[j2\pi\sin(\theta_1)] & \dots & \exp[j2\pi\sin(\theta_L)] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \exp[j(N-1)\pi\sin(\theta_1)] & \dots & \exp[j(N-1)\pi\sin(\theta_L)] \end{bmatrix} \quad (8)$$

이고, $\mathbf{D}^{(m)}$ 은 $(L \times L)$ 인 대각 행렬의 m 번째 파워를 나타낸다.

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{\exp[j\pi\sin(\theta_1)] \dots \exp[j\pi\sin(\theta_L)]\} \quad (9)$$

그리고 $\mathbf{s}(t)$ 는 열 벡터(column vector)로서,

$$\mathbf{s}(t)^T = [s_1 \exp[j(\psi_1 + 2\pi b_1 t)] \dots s_L \exp[j(\psi_L + 2\pi b_L t)]] \quad (10)$$

여기서 첨자 T 는 행렬의 전치 연산자이다.

신호행렬은 다음처럼 N 개의 열벡터 $\mathbf{x}_m(t)$ 를 연쇄(concatenation)시킴으로 형성되어진다.

$$\mathbf{A}(t) = [\mathbf{x}_1(t) \ \mathbf{x}_2(t) \ \dots \ \mathbf{x}_N(t)] \quad (11)$$

$$= \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & \dots & x_N(t) \\ x_2(t) & x_3(t) & \dots & x_{N+1}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N(t) & x_{N+1}(t) & \dots & x_{2N-1}(t) \end{bmatrix}$$

본 논문에서 고려되어진 안테나는 [4]에서 보여진 구조의 특별한 형태이다. 우리의 경우에 있어서 부어레이(sub-array)의 수는 N 개이고 각 부어레이에서의 안테나소자의 갯수 또한 N 개이다. 여기서 신호행렬 $\mathbf{A}(t)$ 의 랭크는 신호의 코히런스(coherency)와 관계없이 항상 N (잡음이 완전히 없으면 L)이다.

III. 최소고유치 탐색(MES)

1. MES 알고리즘

본 절은 어레이 출력단에서의 자기공분산행렬에 대

한 잡음고유벡터를 찾는 절차를 제시한다. (11)식으로부터 자기공분산행렬은 다음처럼 계산되어진다.

$$\mathbf{B} = E\{\mathbf{A}^H(t)\mathbf{A}(t)\} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{A}^H(kt_p/K)\mathbf{A}(kt_p/K) \quad (12)$$

여기서 t_p 와 K 는 각각 관찰주기와 관찰주기동안의 스냅샷의 수를 나타내고, 첨자 H 는 복소공액전치행렬 연산자를 나타낸다. 행렬 \mathbf{B} 에 대한 고유치시스템은 다음과 같다.

$$\mathbf{B}\mathbf{w}_i = \lambda_i \mathbf{w}_i \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

여기서 λ_i 는 (12)에 정의된 자기공분산 행렬 \mathbf{B} 의 고유치로써 $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N$ 이고, \mathbf{w}_i 는 각 λ_i 에 상응하는 고유벡터로써,

$$\langle \mathbf{w}_i, \mathbf{w}_j \rangle = \mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_j = \begin{cases} 0 & \text{for } i \neq j, \\ 1 & \text{for } i = j, \end{cases} \quad (14)$$

이다.

(5)에서 $N > L$ 이라고 가정한다면, 최소고유치 λ_{\min} 에 해당하는 고유벡터는 신호공간에 직교하는 잡음 고유벡터중 하나임이 분명하다^[5]. 이 부분에서 (12)에서 처럼 형성된 복소공액 전치행렬 \mathbf{B} 을 다루기 위해 CGM의 일반화된 적응 알고리즘이 이용되어진다^{[11][15]}. \mathbf{B} 의 최소 고유치 λ_{\min} 은 다음과 같이 정의되어진 \mathbf{B} 의 레일리 몫(Rayleigh quotient) $\eta(\mathbf{w})$ 를 최소화 시킴으로써 반복적으로 발견되어진다.

$$\eta(\mathbf{w}) = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{B} \mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|^2} \quad (15)$$

MES의 적응알고리즘은 다음에 근간을 두고 있고,

$$\lambda_{\min} = \eta(\mathbf{w})|_{\min} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{B} \mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|^2} \Big|_{\min} = f(\mathbf{w})|_{\min}$$

subject to $\|\mathbf{w}\|^2 = 1$ (16)

여기서 비용함수 $f(\mathbf{w})$ 는 다음처럼 정의된다.

$$f(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{B} \mathbf{w} = \eta(\mathbf{w})\|\mathbf{w}\|^2 \quad (17)$$

λ_{\min} 에 해당하는 근사적인 고유벡터 $\hat{\mathbf{w}}(n)$ 는 초기치 $\mathbf{w}(0)$ 로 시작하고 다음식에 의하여 갱신되어진다.

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + t(n)P(n) \quad (18)$$

여기서 n 은 반복횟수이고, 스칼라량 $t(n)$ 은 비용함수 $f(\mathbf{w})$ 가 매 iteration마다 $\mathbf{w}(n)$ 으로부터 시작하여

$P(n)$ 의 방향을 따라서 최소화되어지는 방식으로 결정되어진다. (18)에서 초기치 $w(0)$ 는 다음처럼 정규화된 값으로

$$w(0) = w(0) / \|w(0)\|^2 \quad (19)$$

이고, λ_{\min} 에 대한 초기 근사치는 다음과 같다.

$$\lambda(0) = w^H(0) B w(0) \quad (20)$$

이 때, 초기의 나머지벡터(Residue vector)와 방향벡터는 각각 다음처럼 계산되어진다.

$$R(0) = \lambda(0) w(0) - B w(0) \quad (21)$$

$$P(0) = R(0) \quad (22)$$

앞에서 언급된 것처럼, 적응이득 $t(n)$ 은 다음식에 의해 얻어진다^{[21][12]}.

$$t(n) = \frac{-\beta(n) + \sqrt{\beta(n)^2 - 4\alpha(n)\gamma(n)}}{2\alpha(n)} \quad (23)$$

위 식의 각 파라미터들은 다음과 같다

$$\alpha(n) = b(n) \operatorname{Re}[c(n)] - d(n) \operatorname{Re}[a(n)] \quad (24)$$

$$\beta(n) = b(n) - \lambda(n)d(n) \quad (25)$$

$$\gamma(n) = \operatorname{Re}[a(n)] - \lambda(n) \operatorname{Re}[c(n)] \quad (26)$$

여기서 각 $a(n)$, $b(n)$, $c(n)$, $d(n)$ 의 값들을 다음과 같다.

$$a(n) = w^H B P(n),$$

$$b(n) = P^H(n) B P(n),$$

$$c(n) = w^H(n) P(n),$$

$$d(n) = P^H(n) P(n)$$

여기서 $\operatorname{Re}[\cdot]$ 은 복소수의 실수 부분을 나타낸다.

각 단계에서 근사적인 고유벡터는 다음처럼 정규화되고

$$w(n+1) = w(n+1) / \|w(n+1)\|^2 \quad (27)$$

이로 부터, 최소고유치에 대한 근사치는 다음처럼 계속적으로 갱신되어진다.

$$\lambda(n+1) = w^H(n+1) B w(n+1) \quad (28)$$

반복을 끝낼 것인지를 판단하기 위한 $\lambda(n+1)$ 의 정

확도는 다음으로 체크되어진다.

$$|\lambda(n+1) - \lambda(n)| / |\lambda(n)| < \epsilon \quad (29)$$

본 논문의 모의실험에서는 ϵ 를 10^{-4} 내외로 고정하였다. 식 (29)에서 요구되어지는 정확도를 만족하지 않으면, 나머지벡터와 방향벡터는 다음 iteration에서 다음과 같이 갱신되어진다.

$$R(n+1) = \lambda(n+1) w(n+1) - B w(n+1) \quad (30)$$

$$P(n+1) = R(n+1) + q(n) P(n) \quad (31)$$

여기서

$$q(n) = -\|R^H(n+1)\|^2 / \|R(n)\|^2 \quad (32)$$

로써, (32)에서 $q(n)$ 은 $P(n)$ 이 B-conjugate가 되도록 결정되어진다.

$$P^H(n+1) B P(n) = 0 \quad (33)$$

(30)과 (31)에 의하여 얻어진 새로운 나머지벡터와 방향벡터를 이용하여 다음 근사치를 계산하기 위해 (18)처럼 웨이트 벡터를 갱신한다. 갱신되어진 고유벡터에 대한 근사치는 (28)을 사용하여 λ_{\min} 의 더 나은 근사치를 계산하기 위해 정규화되어진다. 이 절차는 원하는 정확성이 (29)에서 얻어질 때 끝난다.

2. 개선된 최소고유치 탐색(MES) 방법

본 절에서는 앞 절에서 소개된 최소고유치 탐색(MES)방법을 더욱 간략화하여 전체적인 계산량을 줄이는 새로운 방안을 제시한다. (18)-(33)에서 제안된 방법은 기존의 ED방법에 비해서 비교할 만한 성능을 보임과 동시에 계산상의 복잡도에 있어서 그 부담이 감소된다. 실제로 기존의 ED방법에서는 약 $O(4.33N^3)$ 의 총계산량이 필요한 반면^[31], MES방법을 적용한 탐지절차에서는 매 iteration 마다 약 $O(3N^2 + 10N)$ 의 계산량이 필요하다^[11]. 그러나, MES방법에서는 자기공분산 행렬로부터 비롯된 여러번의 행렬곱이 수행되어야 하므로 여전히 계산량은 만만치 않다. 이러한 계산량을 최대한 줄이기 위하여 행렬곱의 계산식을 벡터로 된 형태로 바꿀 필요가 있다.

식 (28)에서 처럼 매번 갱신되는 λ 값은 다음과 같고

$$\lambda(n+1) = w^H(n+1) B w(n+1) \quad (34)$$

여기서 (18)식을 적용하면, 위식은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda(n+1) &= (\mathbf{w}(n) + l(n)\mathbf{P}(n))^H \mathbf{B} (\mathbf{w}(n) + l(n)\mathbf{P}(n)) \\ &= \mathbf{w}(n)^H \mathbf{B} \mathbf{w}(n) + l(n)\mathbf{P}(n)^H \mathbf{B} \mathbf{w}(n) + l(n)\mathbf{w}(n)^H \mathbf{B} \mathbf{P}(n) + l'(n)\mathbf{P}(n)^H \mathbf{B} \mathbf{P}(n) \\ &= \lambda(n) + 2l(n) \operatorname{Re}\{\alpha(n)\} + l'(n) \beta(n) \end{aligned} \quad (35)$$

여기서 $l(n)$ 은 (23)에서 나타난 식과 같고, $\alpha(n)$, $\beta(n)$ 은 각각 (24), (25)에서 보여진 식과 같다. 이렇게 함으로써, $\lambda(n)$ 을 갱신하는 데 필요한 행렬곱의 형태를 순수한 스칼라의 곱으로만 표현할 수 있다.

또한, 다음과 같은 새로운 벡터를 가정한다.

$$\mathbf{H}(n) = \mathbf{B} \mathbf{w}(n) \quad (36)$$

이로 부터 (30)식의 나머지벡터(Residue Vector)는 다음으로 표시되어진다.

$$\mathbf{R}(n+1) = \lambda(n+1) \mathbf{w}(n+1) - \mathbf{H}(n+1) \quad (37)$$

(36)식은 매 iteration에서 다음과 같이 갱신되어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(n+1) &= \mathbf{B} \mathbf{w}(n+1) \\ &= \mathbf{B} (\mathbf{w}(n) + l(n)\mathbf{P}(n)) \\ &= \mathbf{H}(n) + l(n) \mathbf{B} \mathbf{P}(n) \end{aligned} \quad (38)$$

적응 이득 $l(n)$ 을 구하기 위해 필요한 행렬곱의 계산도 다음의 식으로 간단히 될 수 있다.

$$a(n) = \mathbf{H}^H \mathbf{P}(n) \quad (39)$$

$l(n)$ 을 구하는 데 필요한 $\mathbf{B} \mathbf{P}(n)$ 의 계산은 (38)에서 구해진 것으로 부터 해결할 수 있다. 따라서, 개신된 MES방법을 적용함에 있어 모든 행렬곱의 계산은 매 반복마다 $\mathbf{B} \mathbf{P}(n)$ 만을 계산함으로써 단 한번만으로 줄일 수 있고, 이렇게 함으로써 매 iteration 하나의 계산량을 $O(3N^2)$ 에서 $O(N^3)$ 으로 줄일 수 있다. 어쨌든, MES방법에서는 수정된 CGM의 적응설차가 행렬이 양의 반한정 복소공역전치행렬이 될 것을 요구하기 때문에 행렬곱은 피할 수 없다^{[21][51]}. 그림1의 순서도는 반복절차와 MES방법에서 요구되어지는 계산량을 쉽게 보여주고 있다.

MES방법을 이용하여 최소고유치를 구하는 데 필요한 iteration 의 수치는 표1에서 보여지는 것처럼 안테나

의 갯수가 12개이고 $\epsilon = 10^{-4}$ 일 때 평균적으로 약 10~12이라는 사실에서 볼 때, MES 방법의 총 계산량은 약 $O(10N^2 \sim 12N^2)$ 이다.

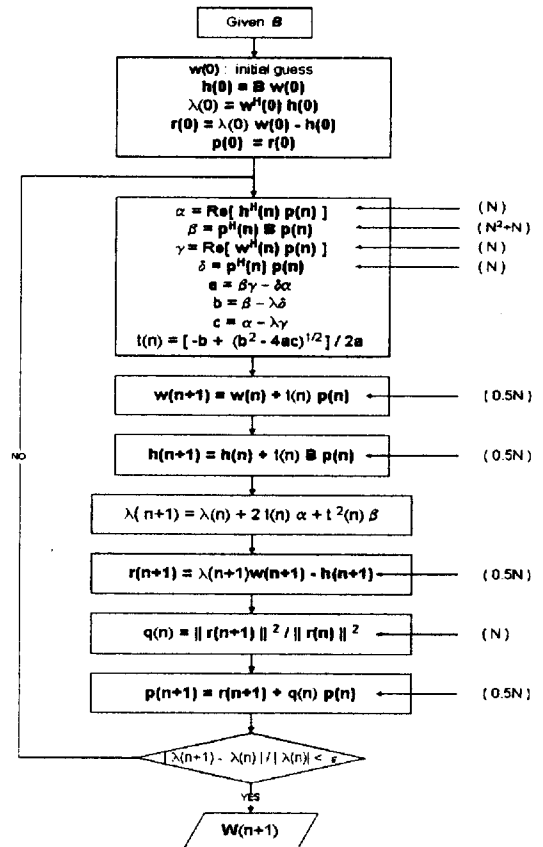


그림 1. 제안기술의 흐름도 및 소요 계산량
Fig. 1. Flowchart and Computational load of Modified MES utilizing CGM.

표 1. 외부루틴에 의한 최소고유치와 MES방법에 의한 최소고유치 및 iteration 수

Table 1. λ_{\min} and the number of iterations obtained by MES and external routine.

스냅샷	SNR	ED방법	MES방법	iteration
64	4 dB	6.22811	6.22823	11.87
	10 dB	0.21905	0.21925	10.02
	60 dB	2.542e-6	3.462e-6	8.02
128	4 dB	6.65098	6.65153	11.44
	10 dB	0.23352	0.23043	9.11
	60 dB	2.677e-6	3.153e-6	8.00

이 수치는 기존의 ED방법에 요구되어 지는 계산량

과 비교해 볼 때, 개선된 MES방법의 수렴속도가 현저하게 빠른 것임을 확인할 수 있다. 게다가, 입력 신호 성분의 갯수를 알아내기 위한 별도의 탐지절차가 MES 방법에서는 요구되어지지 않기 때문에, 만일 탐지절차를 포함한다면 기존의 ED방법을 사용하는 데에 필요한 계산량이 더욱 늘어날 것은 자명하다.

IV. 어레이 성능

본 장에서는 컴퓨터 모의실험을 통해서 얻어진 DOA 추정에 대한 결과를 제시한다. 제안된 MES방법과의 상호 비교를 위하여 기존의 ED방법은 Minimum Akaike Information Criterion (MAIC)과 Rissanen's minimum description length(MDL) Criterion을 이용하여 입력신호의 수를 미리 알고 있다고 가정한다^{[5][7]}. 본 논문의 모의실험에서는 3개의 신호성분을 가진 입사각을 추정한다. 각각의 입사각은 10° , 15° , 그리고 40° 이다. 다양한 모의실험을 통해 요구되어지는 각해상도를 고려하여 볼 때, 본 논문에서는 웨이트의 수를 12으로 정한다. 각 신호 클러스터는 하나의 신호 평면파로 구성되어져 있고 모든 입력 신호의 DOA는 한 관찰주기동안에 변하지 않은 채로 있다고 가정한다. 다중성분 신호 환경하에서는 각 신호 클러스터내에 많은 수의 분리불가능한 신호 성분이 존재한다. 각 클러스터의 중심 DOA가 한 관찰주기 동안에 고정된 것으로 가정하는 반면에, 한 클러스터내에서 신호의 수와 신호 성분의 DOA는 매 스냅샷마다 변한다고 가정한다. 또한, 각 클러스터내에서 신호성분의 DOA는 가우시안 분포를 가지며 각 샘플 함수가 매 스냅샷마다 생성되어진다고 가정한다.

실제 컴퓨터 모의실험에서는 다음의 환경들이 두가지 방법, 즉, 기존의 ED방법과 제안된 MES방법에서 공통으로 고려되었다. :

- (1) 각 경로 $l = 1, 2, \dots, L$ 에 대한 순시치 신호주파수 b_l 가 구간 $[-BW/2, BW/2]$ 에서 각 스냅샷마다 균일 분포함수로부터 랜덤하게 선택되어진다.
- (2) 매 스냅샷에서 각 입력 성분의 위상 ϕ_l 는 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 랜덤하게 선택되어지는 반면 크기 g_l 는 어떤 임의의 수치로 결정되어진다. 본 모의실험에서는 g_l 을 1로 결정하였다.
- (3) 관찰주기, 구간에서의 스냅샷의 수, 그리고 SNR은 달리 언급되어지지 않는다면 각각 1초, 64와 -4

dB로 정해져 있다.

1. 고유치분해(ED) 방법

ED방법에서는 고유치를 얻기 위해서 기존의 Householder방법과 Givens방법이 이용되었다^[3]. 그리고, 신호의 갯수를 탐지하기 위해서 MAIC와 MDL 두가지 방법에 의존한다. 주어진 신호환경하에서 신호갯수에 대한 올바른 탐지를 할 수 없다면, 공분산 행렬을 형성하는 데에 필요한 스냅샷의 수를 늘려야만 한다. 공간 스펙트럼을 생성하기 위해 잡음 고유치에 해당하는 각 잡음고유벡터가 다음 식을 계산하는 데 이용되어진다.

$$E(\theta) = \frac{1}{N-L} \sum_{i=1}^{N-L} \frac{1}{\|w_i^H z\|^2} \quad (40)$$

여기서 N은 자기공분산행렬의 크기이고 L은 신호의 수를 나타내며, w_i 는 각 잡음고유치 λ_i 에 해당하는 각각의 잡음 고유벡터를 나타낸다. 벡터 z 는 다음과 같이 정의된다.

$$z^T = [1 e^{jx \sin \theta} \dots e^{j(N-1)x \sin \theta}] \text{ for } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \quad (41)$$

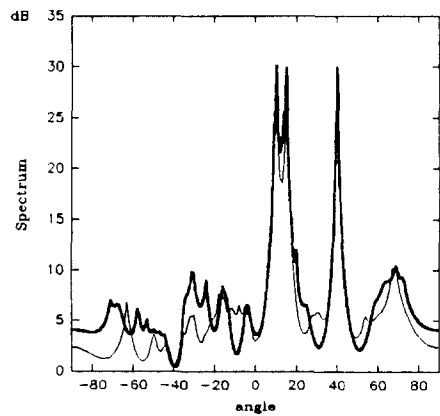


그림 2. ED 방법에 의한 공간 스펙트럼
SNR = -4dB, # of weights = 12, # of snapshots = 64 (thin), 128(thick)

Fig. 2. Spatial spectrum by ED method.
SNR = -4dB, # of weights = 12, # of snapshots = 64 (thin), 128(thick)

고유치들(λ_i)이 (14)에서 보여진 것처럼 크기 순으로 나열되어져 있고 따라서 처음 N-L개 고유치, 즉 $i = 1, 2, \dots, N-L$ 에 대한 $\{\lambda_i\}$ 가 잡음고유치에 해당한다. 그림 2는 신호의 갯수를 미리 알고 있다는 가정

하에 SNR이 -4 dB이고 스냅샷의 수가 64와 128일때 각각 ED방법에 의해 얻어진 공간 스펙트럼을 나타낸다.

위에서 토의된 것처럼, ED방법을 적용하여 DOA 추정을 수행하는 데 있어서 공간 스펙트럼은 관찰주기의 끝에서 단지 한번 얻어지며, 따라서, 이 주기 동안에 신호의 수를 알아내기에는 충분한 관찰회수가 주어지지 않는다. ED방법에서는 결론부에서 정확한 신호갯수를 탐지할 수 있는 가능성을 보장하지 못하면서도 스냅샷의 수가 미리 정해져 있어야만 한다. 올바른 탐지는 일반적으로 알려져있지 않는 각 입력신호의 통계 뿐만 아니라 SNR에도 영향을 받기 때문에, 전체적인 DOA 추정에 영향을 미치는 신호갯수의 탐지절차는 일종의 시행착오의 과정이다. 이러한 기존의 ED방법에서 존재하는 문제점은 탐지절차가 미리 조정된 스냅샷의 수로 실패한다면 그때 공분산행렬은 더 많은 관찰회수로 다시 생성되어야 한다는 것이다. 이것은 DOA 추정의 전체적인 과정이 정확한 탐지를 보장할 때까지 계속되어야 한다는 것을 뜻한다. 또다른 문제점은 입력 신호의 수가 실제적인 상황에서는 대부분 알려져 있지 않다는 것이고, 따라서 심지어는 탐지 절차의 결과가 올바른지 틀렸는지조차 알지 못한다는 것이다. 그림 2에서 보여진 성공적인 수행은 올바른 탐지의 가정하에서 얻어진다.

행렬이 Hermitian이라는 가정하에 ED방법을 사용하여 모든 고유치를 계산하는 데에 필요한 계산량은, 안테나의 갯수가 N 인 경우를 고려한다면 행렬 \mathbf{B} 를 주대각(main diagonal)성분과 부대각(subdiagonal)성분으로 구성된 삼대각(tridiagonal) 형태로 감소시키는데 약 $O(1.33N^3)$ 이 요구되고 이로부터 고유치와 고유벡터를 얻는 데 약 $O(3N^3)$ 이 요구되어 전체적으로 약 $O(4.33N^3)$ 의 총계산량이 필요하다. ED방법에 대해 요구되어지는 계산상의 수치는 Householder와 Givens 방법의 조합에 기본을 두고 있다¹³¹.

2. 개선된 최소고유치 탐색(MES) 방법

MES방법에서는 수정된 CGM을 이용하여, 앞의 예에서 고려되었던 공분산 행렬의 최소 고유치가 표1에서 보여지듯 계산되어진다. 표1에서 보여진 수치들은 1000번 이상의 시도를 평균하여 얻은 것이다. MES방법으로 부터 얻어진 λ_{\min} 대한 수치들은 ED방법에서 사용되어진 개별적인 루틴으로 부터 얻어진 값들과 거

의 일치한다. 실제 시뮬레이션상의 MES 방법에서 사용된 CGM의 적응 프로시저는 (29)에서 보여진 근사 고유치의 오차가 10^{-4} 보다 더 작게 되었을 때 끝난다.

(18)-(33)에서 보여진 MES의 프로시저는 공분산 행렬의 최소 고유치 λ_{\min} 에 수렴하며, 마지막 루프에서 웨이트 벡터는 λ_{\min} 에 해당하는 고유벡터의 정규화된 값 자체가 된다. $N > L$ 이라는 가정하에, λ_{\min} 은 분명 잡음 고유치중 하나임을 보장할 수 있고, 따라서 그것에 해당하는 웨이트 벡터 \mathbf{w} 는 잡음공간의 벡터이므로 신호 공간에 반드시 직교한다. 이 때의 공간 스펙트럼은 다음과 같이 계산되어진다.

$$E(\theta) = 1 / \|\mathbf{w}^H \mathbf{z}\|^2 \quad (42)$$

여기서 \mathbf{w} 는 MES를 이용하여 (27)로 부터 계산되어진 웨이트 벡터이고 \mathbf{z} 는 (41)에 정의되어 있다. 그런데, MES방법을 이용하는 데 있어서 문제점은 기존의 ED방법에서와는 달리 공간 스펙트럼에서 의사피크(pseudo peak)가 생성되어진다는 것이다. 의사피크(pseudo peak)의 존재는 N 과 L 의 차이를 고려함으로 설명되어질 수 있다. (42)에서 $\mathbf{z} (= e^{jN\theta})$ 에 관한 분모의 차수는 $N-1$ 로써, 이는 $E(\theta)$ 의 극점(pole)의 수가 최대 $N-1$ 개라는 것을 의미한다. 따라서, 공간 스펙트럼상에는 최대 $N-1$ 개의 피크가 존재하며, 이 중 단지 L 개의 피크만이 DOA의 추정에 사용된다. 그림 3은 개선된 MES 방법을 이용하여 구해진 공간스펙트럼을 나타낸다.

그림 3에 나타난 의사피크(pseudo peak)를 제거 또는 그 크기를 현저히 줄이는 방법은 관찰 주기동안의 스냅샷으로 얻어지는 부그룹에 관해 계산되어지는 많은 부스펙트럼을 평균하는 것인데, 의사피크(pseudo peak)의 크기와 위치가 완전히 랜덤하기 때문에 이 방법을 이용하면 의사피크(pseudo peak)는 실제피크에 비교되어져서 상대적으로 훨씬 감소되어진다¹⁸¹. 부스펙트럼을 평균하는 방법으로 공간 스펙트럼은 다음처럼 계산되어진다.

$$E(\theta) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{\|\mathbf{w}_k^H \mathbf{z}\|^2} \quad (43)$$

여기서 K 는 스냅샷의 부집합의 수를 나타내고, \mathbf{w}_k 는 (18)-(33)에서 주어진 MES방법에 의해 구해진 스냅샷의 k 번째 부그룹에 대해 λ_{\min} 에 상응하는 정규화된 고유벡터이고 \mathbf{z} 는 (41)에서 정의되어 있다.

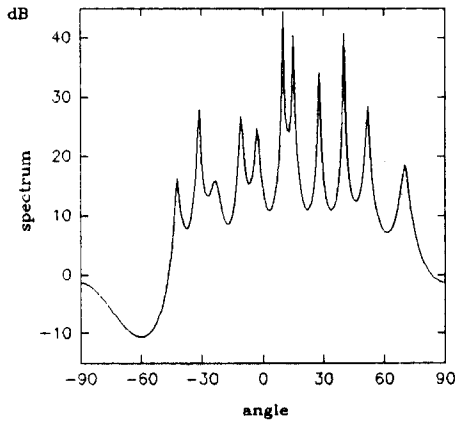


그림 3. 제안 기술을 이용한 신호의 도착방향 탐지
 SNR = -4dB, # of weights = 12, # of snapshots = 64
 Fig. 3. Spatial spectrum by MES method.
 SNR = -4dB, # of weights = 12, # of snapshots = 64

그림4는 평균된 MES방법에 의해서 얻어진 공간스펙트럼을 나타내고 있다. 각 부스펙트럼에 대한 스냅샷의 수는 총 스냅샷의 수를 부그룹이 수로 나누는 것에 의해 결정되어지기 때문에 주어진 관찰주기안에서 스냅샷의 총수는 변하지 않는다. 그림4로 부터 의사피크의 갯수와 크기는 부스펙트럼의 수가 증가함에 따라서 감소되어진다는 것을 관찰할 수 있다.

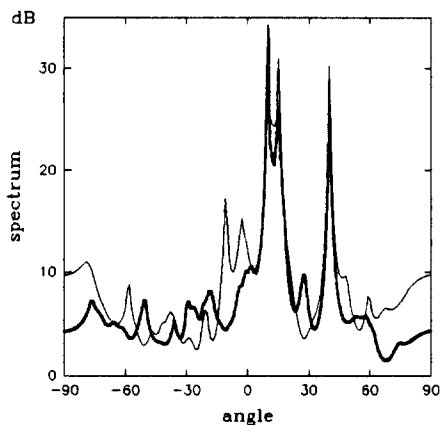


그림 4. 부 어레이를 이용한 제안 기술의 의사피크의 제거
 SNR = -4 dB, # of weights = 12, # of snapshots = 64, # of subspectrums = 4, 8
 Fig. 4. Elimination of pseudo-peak by subspectrum.

3. 다중성분 신호환경하에서의 어레이 성능

본 절에서는 각 입력 클러스트에 분리불가능한 많은 신호성분이 존재하는 더욱 열악한 환경을 고려한다. 많은 실제적인 경우에 다중성분이 존재하는 상황은 어레이 입력의 산란과 어레이의 국부발진기에서의 주파수의 불일치 때문에 일어난다. 본 논문에서는 한 클러스터내의 신호성분들 간의 주파수 및 위상의 퍼짐정도는 무시할 수 있다고 가정한다. 다중신호성분의 수는 매 스냅샷마다 같은 확률로 구간 [100,300] 에서 랜덤하게 취해진다. 또한, 한 클러스터내의 각 신호성분의 입사각은 가우시안 분포함수를 따른다. 그림5는 각 퍼짐(angle dispersion)의 표준편차가 다른 세개의 값에 의해 결정되어진 periodogram을 설명하고 있다.

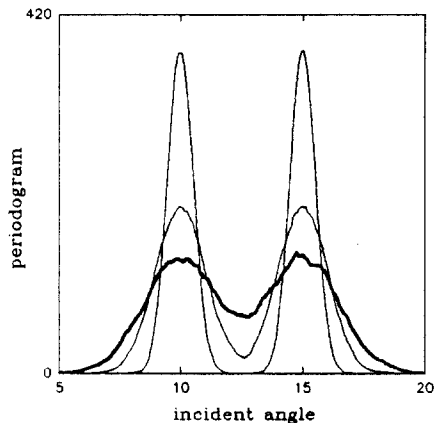


그림 5. 도착신호 각퍼짐의 표준편차가 각각 0.5, 1.0, 1.5 일때의 periodogram
 Fig. 5. Periodogram for the standard deviation of the arrival angle dispersion, 0.5, 1.0, 1.5.

그림5에서 각 샘플 함수는 각 클러스터에서 10,000 개의 흠어진 성분으로부터 얻어진다. 그림5에서 보여진 것처럼, 각퍼짐의 표준편차가 상호 5°씩 떨어진 인접한 클러스터간의 각분리도의 30%까지 증가할 때, 전혀 잡음성분이 없을때조차 두 클러스터를 분간한다는 것은 거의 불가능하다. 스냅샷의 수가 64, SNR이 -4dB이고 웨이트의 수가 12일때, 그림6은 각퍼짐의 표준편차가 1.5° 인 공간스펙트럼을 설명하고 있다. MAIC나 MDL는 이러한 다중신호환경에서 성공적으로 신호클러스터의 수를 제공할 수 없고 이것은 클러스터의 수가 미리 알려져 있지 않다면 전통적인 ED방법은 이런 신호환경에서는 고려조차 될 수 없다는 것을 의미한다.

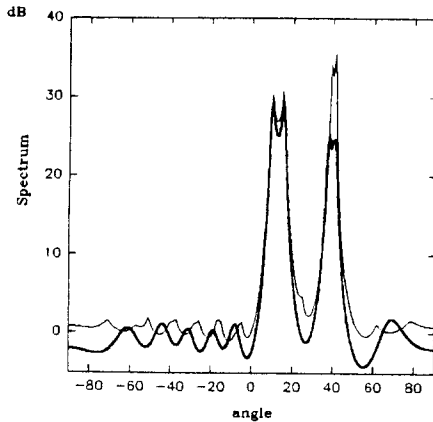


그림 6. 각퍼짐의 표준편차가 1.5° 일 때의 제안기술을 이용한 공간 스펙트럼 SNR = -4 dB, # of snapshot = 64, # of weight = 12

Fig. 6. Array performance when the standard deviation of the angle dispersion is 30% of the angle difference in the adjacent clusters for SNR = 4 dB, # of snapshot = 64, # of weight = 12

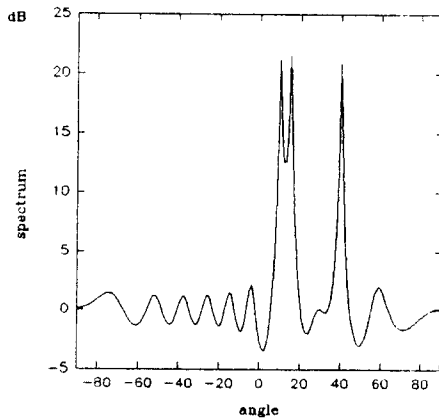


그림 7. 각퍼짐의 표준편차가 1.0° 일 때의 제안기술을 이용한 공간 스펙트럼 SNR = 4 dB, # of snapshot = 64, # of weight = 12

Fig. 7. Array performance when the standard deviation of the angle dispersion is 20% of the angle difference in the adjacent clusters for SNR = 4 dB, # of snapshot = 64, # of weight = 12

그림6에서 보여진 기능선은 클러스터의 수가 미리 수신하는 어레이에 알려져있다는 가정하에 ED방법의 성능을 나타낸다. 만약 탐지정확도가 잘못될 경우를 고려한다면 전통적인 ED방법에 의한 어레이 성능은 훨씬

더 악화될 것임은 명백하다. 그림7은 그림6의 환경과 같은 상황에서 각퍼짐의 표준편차가 1.0° , 즉, 인접한 클러스터간의 각도차의 20%일 때 얻어진 공간스펙트럼이다. 이 공간스펙트럼은 각퍼짐의 정도가 1.5° 일 때에 비해서 클러스터의 입사각을 성공적으로 추정하기에 충분히 개선되었다.

V. 결 론

본 논문에서는 DOA추정에 대한 새로운 방안으로 개선된 MES방법을 제시하였다. 제안기술은 안테나 요소의 웨이트를 적응적으로 계산하기 위하여 CGM을 이용한다. 본 논문에서 제안한 새로운 기술을 이용함으로써, 단일 안테나 요소의 수가 어레이 입력의 실제적인 신호성분의 수보다 더 크기만 하다면 별도의 신호갯수에 대한 탐지정확도 없이도 어레이 입력의 도착 각도가 추정되어질 수 있다. 또한, 많은 분리불가능한 신호성분이 존재하는 열악한 실제적인 다중신호환경하에서도 제안된 개선된 MES방법은 성공적인 결과를 나타낸다. 일단 각퍼짐 정도가 인접한 클러스터 간의 각도 차이의 20%를 초과하면, MDL이나 MAIC도 신호클러스터 수에 대한 올바른 탐지를 생성할 수 없기 때문에, 기존의 ED방법은 다중성분의 신호 환경에서는 결코 사용되어질 수 없다는 점이 컴퓨터 모의실험결과 보여진다. 제안기술의 알고리즘을 분석·제시함으로써 계산량에 있어서도 기존의 ED방법에 비해서 제안기술이 월등히 우수함을 제시하였다. 단일 공간스펙트럼이 넓은 각퍼짐으로 인해 받아들여질 수 없게 된다면, 신호의 파워 레벨은 증가되어야만 한다.

※ 본 연구의 내용중 일부는 연구관리단의 대학 기초연구지원사업의 과제로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- [1] S. Choi, T. K. Sarkar and J. Choi, "Adaptive Antenna Array for Direction of Arrival Estimation Utilizing the Conjugate Gradient Method", *J. Signal Processing*, Vol. 45, Issue 3, 1995.
- [2] X. Yang, T. K. Sarkar, and E. Arvas, "A survey of conjugate gradient algorithms for solution of extreme eigen problems of a symmetric matrix", *IEEE Trans. on ASSP*,

- 37, 10, pp 1550-1556, Oct. 1989.
- [3] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, Baltimore, MD:Johns Hopkins University Press, 1984.
- [4] T. J. Shan and T. Kailath, "Adaptive beamforming for coherent signals and interference", *IEEE Trans. on ASSP*, ASSP-33, 3, pp 527-536, June 1985.
- [5] H. Chen, T. K. Sarkar, S. A. Dianat, and J. D. Brule, "Adaptive spectral estimation by the conjugate gradient method", *IEEE Trans. on ASSP*, ASSP-34, 2, pp 272-284, April 1986.
- [6] H. Akaike, "A new look at the statistical model identification", *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, AC-19, pp 716-723, Dec. 1974.
- [7] J. Rissanen, "Modeling by shortest data description", *Automatica*, 14, pp 465-471, 1978.
- [8] J. Guanqing, T. K. Sarkar, and S. Choi, "Adaptive spectral estimation by the conjugate gradient method with pseudo frequency elimination", *J. AEU, Elec. and Comm.*, Band 44, pp 136-139, Jan. 1990.
- [9] T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spartial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals", *IEEE Trans. on ASSP*, ASSP-33, 4, Aug. 1985.
- [10] R. Roy, "ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques", *IEEE Trans. on ASSP*, Vol. 37, No.2, July 1989.
- [11] R. T. Comptom, Jr., "The power-inversion adaptive array:concept and performance", *IEEE Trans. on Aer. and Elec. Sys.*, AES-15, 6, pp 803-814, Nov. 1979.
- [12] S. Choi and T. K. Sarkar, "Adaptive beam forming technique utilizing the conjugate gradient method for multipath telecommunications", *Proc. of JINA '90*, Nice France, pp 493-497, Nov. 1990.
- [13] M. Wax, T. J. Shan, and T. Kailath, "Spatio-temporal analysis by eigenstructure methods", *IEE Trans. on ASSP*, ASSP-32, pp 817-827, Aug. 1984.

저 자 소 개



李賢培(正會員)

1970年 6月 5日生. 1994年 2月
한양대학교 전자통신공학과(공학사). 1994년 ~ 현재 한양대학교 전자통신공학과 석사과정 재학 중. 주관심분야는 적응 어레이 안테나, 적응 신호처리.



崔勝元(正會員)

1957年 5月 23日生. 1980年 2月
한양대학교 전자공학과(공학사). 1982年 2월 서울대학교 전자공학과(공학 석사). 1982年 11월~1984年 7월 금성사 중앙연구소 기좌. 1985年 12월 시라큐스대 전기 및 전산과(공학 석사). 1988年 12월 시라큐스대 전기 및 전산과(공학 박사). 1988年 9월~1989年 5월 시라큐스대 전기 및 전산과 조교수. 1989年 6월 ~ 1990年 2월 ETRI 선임 연구원, 1990年 3월 ~ 1992年 2월 일본 우정성 통신 연구소 선임 연구원. 1992年 ~ 현재 한양대학교 전자통신공학과 조교수. 주관심 분야는 적응 엘 고리즘, 배열 안테나, 디지털 통신