

論文96-33B-4-2

## 강인한 시스템 식별을 위한 사구간 추정기의 유연한 경계조건

## (A Flexible Condition of Deadzone Estimator for Robust System Identification)

柳時榮\*, 李斗秀\*

(Si-Yeong Ryoo and Doo-Soo Lee)

## 요약

본 논문에서는 강인한 시스템 식별을 위한 사구간 추정기에 관하여 제안한다. 적응제어에서 시스템의 입력이 충분히 여기하지 않을 때 발생하는 드리프트 현상을 제거하기 위하여 사구간의 경계값에 대한 유연한 경계조건을 제시한다. 그 경계조건은 단계  $k$ 와  $k-1$ 에서의 공분산 행렬의 트레이스의 비와 망각인자로부터 유도된다. 이 방법은 외란의 크기에 대한 선행조건을 필요로 하지 않으며, 기존의 사구간 알고리즘보다 경계조건의 계산이 간단하다. 예제를 통하여 본 논문의 타당성을 검토한다.

## Abstract

This paper proposes a deadzone estimator for robust system identification. In order to cope with the drift phenomena occurred in where system inputs are not sufficiently excited in adaptive control, we introduce a novel and flexible bound condition against a fixed constant. It is derived from a forgetting factor and a rational value of the traces of the covariance matrices between step  $k$  and  $k-1$ . The key feature of this is that it does not require a priori for the bound. Also, the calculation of it is more simple than the one of literatures. The simulation results are examined for showing the practical performance of this algorithm.

## 1. 서론

자기동조 적응제어시스템에는 2개의 루프가 있다. 궤환(feedback) 제어기의 내부 루프(inner loop)와 미지(unknown)의 파라미터를 온-라인 추정하고, 추정값을 통하여 제어기의 파라미터를 설계하는 외부 루프(outer loop)가 있다. 시스템 모델의 파라미터들은 실제 시스템의 입력과 출력을 이용하여 외부루프에 의하여 온-라인(on-line)으로 식별(identification)된다. 따라서 자기동조 적응제어기의 성능은 시스템의 정확한 추정에 종속된다.<sup>[1]</sup>

추정값의 수렴속도, 혹은 수렴률을 고려하여 여러

가지 추정법들이 제시되어 있지만<sup>[2-5]</sup>, 그 중에 RLS(Recursive Least Square)법이 가장 널리 사용되고 있다. 적응제어에서 매우 엄격한 조건중의 하나는 온-라인 설계과정에서 파라미터 추정을 위한 충분조건은 시스템의 입력신호가 지속 여기되어야 한다는 것이다. Åström<sup>[6]</sup> 등은 지속여기 조건에 대하여 설명하였다.

출력오차 식별법(output error identification)과 적응제어에서 지속여기(persistent excitation) 조건을 만족하지 않을 때 공분산 행렬(covariance matrix)의 폭발현상(blow up)이 나타나고, 반올림 잡음(roundoff error), 측정 잡음(measurement noise), 비모형화 동특성(unmodeled dynamics)등에 의한 파라미터 추정값의 드리프트(drift)가 발생하며, 이 주기동안 시스템의 출력은 발산하며, 시스템을 불안정하게 할 수 있다.

[7,8]

\* 正會員, 漢陽大學校電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Hanyang Univ.)

接受日:1995년8월7日, 수정완료일:1996년3월30日

이러한 문제에 대한 여러 가지 해결 방법이 제안되고 있다. 그러한 방법 중에는 공분산 행렬을 주기적으로 리셋(reset)함으로써 직접 공분산 행렬을 조작하는 방법<sup>[2]</sup>과 constant trace 알고리즘<sup>[9]</sup>, 방향성 망각인자(directional forgetting factor)법<sup>[9-11]</sup>, 가변 망각인자(variable forgetting factor)법<sup>[11-13]</sup>, 추정기 사구간 (estimator dead-zone) 알고리즘<sup>[2,7,14-16]</sup> 등이 있다.

본 논문에서는 추정기 사구간 알고리즘에 대하여 검토한다. 지속여기 조건을 만족하지 않을 때, 위에서 설명한 추정값의 드리프트와 공분산 행렬의 폭발현상이 발생한다. 따라서 추정알고리즘의 예측오차 항에 사구간을 도입함으로써 예측오차가 충분히 작으면 추정을 멈추고 경계값 이상일 때에는 추정을 다시 시작한다.<sup>[7]</sup>

그러나 실제 시스템에서 외란의 상한값을 알고 있다는 가정하에 미리 경계값을 결정한다는 것은 매우 어려운 문제이다. Feng<sup>[14]</sup>, R.Lozano-leal<sup>[16]</sup>는 사구간의 경계값을 미리 결정하지 않고 경계값을 온-라인으로 계산하였다. 그러나 이 알고리즘은 경계값에 대한 또다른 복잡한 계산과정이 필요하게된다.

본 논문에서는 플랜트 입력이 지속여기 조건을 만족하지 않을 때 잡음 등의 외란 때문에 발생하는 추정값의 드리프트현상을 제거하기 위하여, 단계  $k$ 와  $k-1$ 에서의 공분산 행렬의 trace의 비와 망각인자로부터 사구간에 대한 새로운 경계조건을 유도한다.

## II. 문제의 기술

시스템의 모델은 다음과 같은 ARX(Auto-Regressive eXogenous)구조에 대하여 생각한다.

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + v(k) \quad (1)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_nz^{-n}$$

$$B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + \dots + b_nz^{-n}$$

$n_a \geq n_b$ 이고,  $y(k)$ ,  $u(k)$ 는 각각 출력과 입력을 나타내며,  $v(k)$ 는 0평균,  $\sigma^2$ 인 분산을 갖는 외란항이다.

식(1)은 다음과 같이 의사선형회귀(pseudo linear regression) 형태로 쓸 수 있다.

$$y(k) = \theta^T(k) \phi(k) + v(k) \quad (2)$$

$$\theta(k) = [a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n]^T$$

$$\phi(k) = [-y(k-1), \dots, -y(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b)]^T$$

RLS 추정알고리즘은 다음과 같다.

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)e(k) \quad (3a)$$

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (3b)$$

$$K(k) = \frac{P(k-1)\phi(k)}{1 + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)} \quad (3c)$$

$$P(k) = \left[ P(k-1) - \frac{P(k-1)\phi(k)\phi^T(k)P(k-1)}{1 + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)} \right] \quad (3d)$$

$$\hat{y}(k) = \phi^T(k) \hat{\theta}(k-1) \quad (4)$$

식(3)은 미지의 파라미터가 상수라고 가정할 때의 추정 알고리즘이다. 따라서 시간에 따라 천천히 변하는 (slowly time varying) 파라미터를 추종하기 위하여 식(3c)(3d)에 대하여 다음과 같이 망각인자(forgetting factor)항을 도입한다.

$$K(k) = \frac{P(k-1)\phi(k)}{\lambda + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)} \quad (5a)$$

$$P(k) = \left[ P(k-1) - \frac{P(k-1)\phi(k)\phi^T(k)P(k-1)}{\lambda + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)} \right] \frac{1}{\lambda} \quad (5b)$$

망각인자는  $\lambda < 1$ 인 상수이며, 일반적으로 0.95 ~ 0.99에서 선택한다.<sup>[5]</sup>

공분산 행렬에 대한 식(5b)에서 시스템이 충분히 여기되지 않으면, 즉 회귀벡터(regression vector)의 새로운 측정량이 새로운 정보를 포함하고 있지 않다면, 대괄호 안의 2번째 항은 시간이 지남에 따라

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P(k-1)\phi(k)\phi^T(k)P(k-1)}{\lambda + \phi^T(k)P(k-1)\phi(k)} \approx 0 \quad (6)$$

이 된다.<sup>[11][9]</sup> 따라서 식(5b)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P(k) \approx \frac{P(k-1)}{\lambda} \quad (7)$$

$\lambda < 1$  이므로  $k \rightarrow \infty$ 에 따라서  $P(k)$ 는 지수함수적으로 증가하고, 결국 공분산 행렬의 폭발이 발생한다. 적응제어에서 폭발의 문제는 일시적인 혹은 온-라인 전

시간영역에 걸쳐 불안정의 원인이 되며, 파라미터 추정성(parameter identifiability)이 상실되는 원인이 된다.

이를 해결하기 위한 성공적인 방법중의 하나는 추정 오차항에 사구간 알고리즘을 적용하는 것이다.<sup>[2,7,14-16]</sup> 이 방법은 예측오차가 충분히 작으면 시스템의 추정을 중단하며 경계값(bound) 보다 크면 추정을 다시 시작한다. 그 알고리즘은 다음과 같다.

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + K(k)F[e(k)] \quad (8)$$

$$e(k) = y(k) - \phi(k)^T \hat{\theta}(k-1) \quad (9)$$

$$F[e(k)] = \begin{cases} 0, & |e(k)| \leq \delta \text{ 일 때} \\ e(k), & |e(k)| > \delta \text{ 일 때} \end{cases} \quad (10)$$

$\delta$ 는 사구간(dead zone)에 대한 경계값이다.

그러나 실제 시스템에서 외란의 상한값(upper bound)을 알고 있다는 가정하에 미리  $\delta$ 를 결정한다는 것은 매우 어려운 일이며, 시스템의 환경에 따라 일의 적으로 결정할 수도 없다. 따라서 미리 경계값을 결정하기 보다 사구간이 적용되는 조건을 가지는 것이 훨씬 의미있다.

식(7)의 양변에 트레이스(trace)를 취하면,

$$Tr P(k) \approx \frac{Tr P(k-1)}{\lambda} \quad (11)$$

이 된다.

따라서

$$\lambda \approx \frac{Tr P(k-1)}{Tr P(k)} \quad (12)$$

이다.

즉, 시스템이 충분히 여기되지 않았을 때에는  $k-1$ 에서의 공분산 행렬의 트레이스와  $k$ 에서의 공분산 행렬의 트레이스의 비는 망각인자와 거의 같아진다.

$$\gamma \triangleq \frac{Tr P(k-1)}{Tr P(k)} \quad (13)$$

으로 정의하면 식(10)에 대한 사구간의 경계조건을 다음과 같이 변환한다.

$$F[e(k)] = \begin{cases} 0, & \gamma \approx \lambda \text{ 일 때} \\ e(k), & \gamma \neq \lambda \text{ 일 때} \end{cases} \quad (14)$$

이것은  $\gamma \approx \lambda$ 이 되면 즉, 적당한  $\epsilon$ 에 대하여  $\gamma$ 의 값이

$$(\lambda - \epsilon) \leq \gamma \leq (\lambda + \epsilon) \quad (15)$$

의 범위 내에 존재하면 입력 신호가 충분히 여기 되지 않았음을 나타내며, 따라서 예측오차항이 0이 됨으로써 파라미터 추정은 정지하게 되고, 새로운 정보에 대하여 충분히 여기되면 파라미터의 추정은 다시 시작된다.

$\delta$ 와 같이  $\gamma$ 도 일의적이지는 않다. 그러나 ‘ $\approx$ ’ 혹은 ‘ $\neq$ ’은  $\lambda$ 와 매우 가까운 숫자를 나타내므로 시행착오적인 모의실험등을 거치지 않아도, 다양한 시스템의 환경에서 의미있는 경계값을 설정할 수 있다.

### III. 예제 및 결과

단일 입출력 시불변 디지털 제어시스템에 대한 ARX(AutoRegressive eXogenous) 구조는 다음과 같다.

$$y(k) - 0.8y(k-1) = u(k-1) + v(k) \quad (16)$$

$$\hat{\theta}(0) = [0 \ 0]$$

망각인자  $\lambda$ 는 0.96으로 설정하며, 시뮬레이션에 이용한 백색잡음(white noise)  $v(k)$ 의 평균  $E\{v(k)\} = 0.01$ , 분산  $\sigma^2 = 0.98$ 이다.

사구간에 대한 조건식은 (14), (15)식으로부터 다음과 같다.

$$F[e(k)] = \begin{cases} 0, & (\lambda - \epsilon) \leq \gamma \leq (\lambda + \epsilon) \text{ 일 때} \\ e(k), & \gamma < (\lambda - \epsilon) \text{ 혹은 } \gamma > (\lambda + \epsilon) \text{ 일 때} \end{cases} \quad (17)$$

입력 신호  $u(k)$ 는  $|u(k)| = \pm 1$  이고, 주기가 랜덤인 PRBS (Pseudo-Random Binary Sequence)이며, 시스템이 충분히 여기되지 않았을 때의 결과를 고찰하기 위하여  $k \geq 100$ 일 때  $u(k)$ 는 0이다.

그림1과 그림2는 각각 입력과 출력에 대한 결과이다. 그림3은 공분산 행렬  $P(k)$ 의 트레이스이며, 단계 105에서부터 증가하여 공분산 행렬의 폭발이 발생하고 있다. 그림4는 RLS에 대한 파라미터의 추정값에 대한 결과이며, 추정값의 드리프트 현상을 확인할 수 있다. 그림5~7은 사구간에 대한 경계값을 각각 1부터 3까지

변화시켰을 때의 파라미터 추정값을 나타내고 있다. 그림8과 그림9는 제안한 사구간의 경계조건을 적용한 RLS에 대한 파라미터의 추정값의 결과이다.

그림5에서  $\delta$ 가 1일 때에는 사구간이 없을 때와 거의 유사하며, 추정값의 드리프트가 발생하고 있다. 그림7은 추정값의 정보를 충분히 갖지 못함을 알 수 있으며, 그림6에서  $\delta$ 가 2일 때 추정값이 시스템에 매우 가깝게 추종한다. 그러나 몇번의 시행착오를 거치면 더욱 잘 추종하는 경계값을 찾을 수 있을 것이다. 그림5-7의 결과로서, 시스템의 입력이 충분히 여기되지 않았을 때 추정값이 의미를 갖기위한 경계값은 모의실험의 결과로부터 찾을 수 있다.

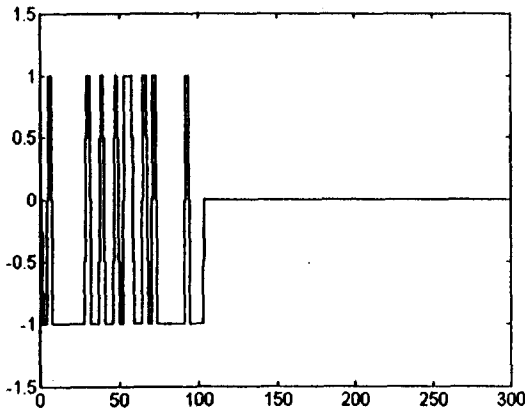


그림 1. 입력  $u(k)$  (PRBS 신호)  
Fig. 1. Input  $u(k)$  (PRBS signal).

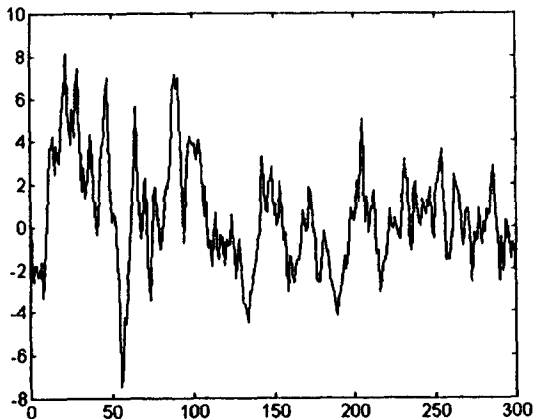


그림 2. 출력  $y(k)$   
Fig. 2. Output  $y(k)$ .

실제 시스템에서 외란의 상한값을 알고 있다는 가정

하에 미리 사구간의 경계값을 결정한다는 것은 매우 어려운 일이며, 시스템의 다양한 제어 환경에 따라 일의적으로 결정할 수 없다. 또한 적응제어에서 온-라인 설계중 시행착오를 통하여 사구간의 경계값을 결정하여야 하는 문제가 발생한다. 따라서 사구간의 경계값을 미리 결정하는 알고리즘은 온-라인 적응제어를 위한 강인한 알고리즘이 되지 못한다.

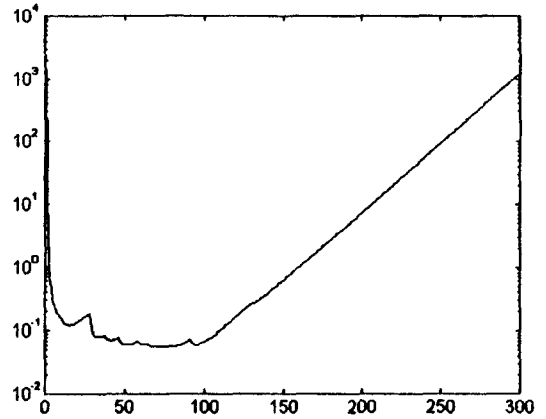


그림 3. 공분산 행렬의 트레이스  
Fig. 3. Trace of covariance matrix.

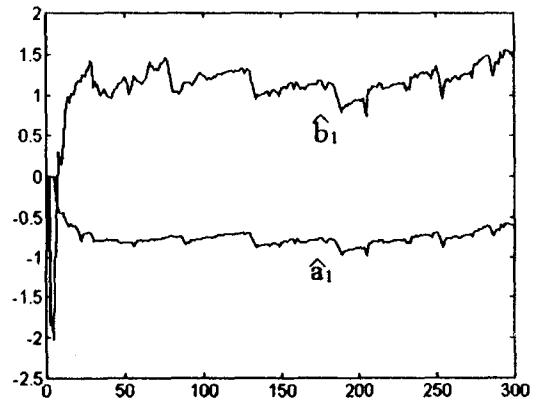


그림 4. RLS를 이용한 파라미터의 추정값  
Fig. 4. Parameter estimates using RLS.

그림8과 그림9는 본 논문에서 제안한 방법에 따른 추정값의 결과를 비교하기 위하여,  $\epsilon$ 을 각각 0.01과 0.05로 취하였을 때의 결과이다. 그림8과 그림9는 입력이 충분히 여기되지 않았을 때 모두 의미있는 추정값을 가짐을 알 수 있다.

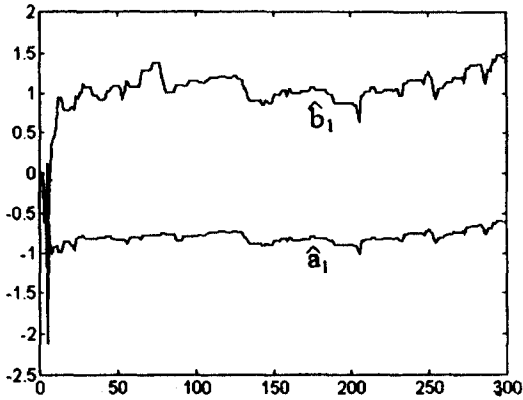


그림 5.  $\delta=1$ 일 때의 파라미터의 추정값  
Fig. 5. Parameter estimates for  $\delta=1$ .

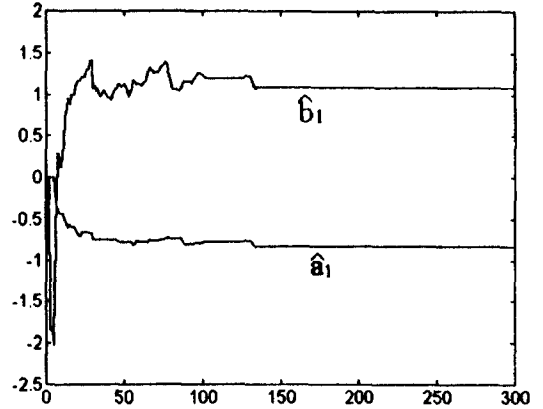


그림 8.  $\epsilon=0.01$ 일 때의 파라미터의 추정값  
Fig. 8. Parameter estimates for  $\epsilon=0.01$ .

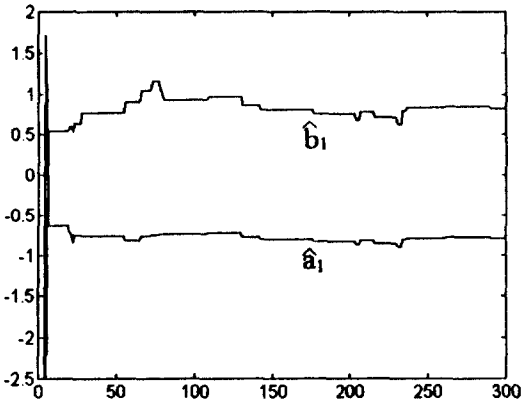


그림 6.  $\delta=2$ 일 때의 파라미터의 추정값  
Fig. 6. Parameter estimates for  $\delta=2$ .

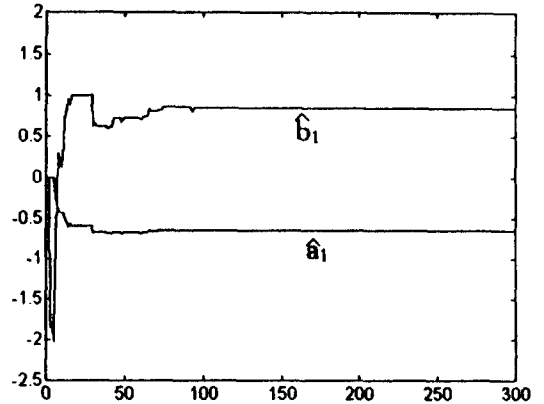


그림 9.  $\epsilon=0.05$ 일 때의 파라미터의 추정값  
Fig. 9. Parameter estimates for  $\epsilon=0.05$ .

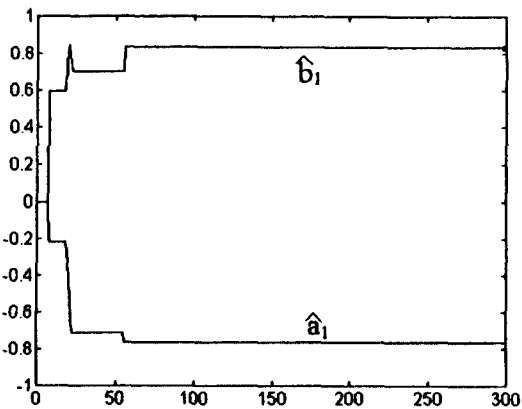


그림 7.  $\delta=3$ 일 때의 파라미터의 추정값  
Fig. 7. Parameter estimates for  $\delta=3$ .

#### IV. 결 론

본 논문에서는 강인한 시스템 식별을 위한 새로운 사구간 추정기에 관하여 제안한다. 시뮬레이션의 결과 입력이 충분히 여기되지 않을 때 공분산 행렬의 폭발과, 외란으로 인한 파라미터 추정값의 드리프트 현상을 확인하였다. 이를 해결하기 위하여 추정기의 추정오차에 대하여 사구간을 설정하는 알고리즘이 있다. 그러나 외란의 상한값을 알고있다고 가정하는 기존의 예측오차의 경계값에 의한 사구간 설정방법에서는 경계값을 자의적으로 결정하기 어렵다. 따라서 본 논문에서는 추정 알고리즘에 대하여 강인성을 보장하는 사구간의 유

연한 경계조건을 제시하였다. 이 방법은 사구간의 경계 조건에 대한 계산이 간단하며, 다양한 시스템의 제어환경에서 잡음에 대한 사전 정보에 관계없이 일의적으로 결정된다.

### 참 고 문 헌

- [1] O.P. Malik, G.S. Hope, S.J. Cheng, "Some Issues on the Practical Use of Recursive Least Squares Identification in Self-Tuning Control", *Int.J.Control*, vol. 53, no. 5, pp. 1021-1033, 1991.
- [2] G.C. Goodwin, K.S. Sin, *Adaptive filtering prediction and control*, P/H, 1984.
- [3] L.Ljung, T.Söderström, *Theory and practice of recursive identification*, MIT Press, 1987.
- [4] L.Ljung, *System identification : theory for the user*, P/H, 1987.
- [5] T.Söderström, P.Stoica, *System identification*, P/H, 1989.
- [6] K.J. Åström, P.Eykhooff, "System Identification-a Survey", *Automatica*, vol.7, pp. 123-162, 1971.
- [7] C.Richard Johnson, Jr., *Lectures on adaptive parameter estimation*, P/H, 1988.
- [8] B.D.O.Anderson, "Adaptive Systems, Lack of Persistency of Excitation and Bursting Phenomena", *Automatica*, vol. 21, no. 3, pp. 247-258, 1985.
- [9] P.E. Wellstead, M.B. Zarrop, *Self-tuning System : control and signal processing*, John Wiley and Sons, 1991.
- [10] R.Kulhavy, M.Karny, "Tracking of Slowly Varying Parameters by Directional Forgetting", *Pro. 9th IFAC Triennial World Congress Budapest Hungary*, vol. 2, pp. 687-692, 1984.
- [11] J.E.Parkum, N.K.Poulsen, J.Holst, "Recursive Forgetting Algorithm", *Int.J. Control*, vol. 55, no. 1, pp. 109-128, 1992.
- [12] Fortescue, T.R., L.S.Kershenbawn, B.E. Ydsti, "Implementation of Self-Tuning Regulators with Variable Forgetting Factors", *Automatica*, vol. 17, pp. 831-835, 1981.
- [13] R.Lozano-leal, G.C.Goodwin, "A Globally Convergent Adaptive Pole Placement Algorithm without a Persistency of Excitation Requirement", *IEEE. Trans. Automatic Control*, vol. AC-30, pp. 795-798, 1985.
- [14] Gang Feng, "A Robust Discrete-Time Direct Adaptive Control Algorithm", *System and Control Letters*, vol.22, pp. 203-208, 1994.
- [15] R.H. Middleton, G.C. Goodwin, Y.Wang, "On the Robustness of Adaptive Controllers Using Relative Deadzones", *Automatica*, vol. 25, no. 6, pp. 889-896, 1989.
- [16] R.Lozano-leal, "Robust Adaptive Regulation without Persistent Excitation", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 34, no. 12, pp. 1260-1267, June, 1989.

### 저 자 소 개



柳時榮(正會員)

1988년 단국대학교 전자공학과 졸업(학사). 1990년 한양대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사). 1991~현재 한양대학교 대학원 전자공학과 박사과정 재학중. 주 관심 분야는 적응제어, 강인성제어, 적응필터 및 디지털 신호처리

어, 적응필터 및 디지털 신호처리



李斗秀(正會員)

1968년 전북대학교 전자공학과 졸업(학사). 1970년 전북대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사). 1973년 전북대학교 대학원 전자공학과 졸업(박사). 1970~1973년 전북대학교 전임강사. 1979~현재 한양대학교 전자공학과 교수. 주 관심 분야는 적응필터, 디지털 신호처리, 디지털 제어

교 전자공학과 교수. 주 관심 분야는 적응필터, 디지털 신호처리, 디지털 제어