

論文96-33B-2-6

다중주파수 시간조화신호를 사용한 도체기둥의 초고주파 incoherent 영상 : Part I - 다중주파수 시간조화신호를 사용한 incoherent 전력패턴

(Microwave Incoherent Imaging of a Conducting Cylinder by Using Multi-Frequency Time-Harmonic Field : Part I - Incoherent Intensity Pattern by Using Multi-Frequency Time-Harmonic Field)

康辰變*, 羅正雄**

(Jin Seob Kang and Jung Woong Ra)

요

본 연구에서는 다중주파수 시간조화신호를 사용해서 도체기둥의 초고주파 incoherent 영상을 얻는 방법을 제시했다. 본 논문에서는 도체기둥의 incoherent 전력패턴을 도체기둥으로부터 산란된 시간조화신호와 같이 coherent한 신호의 전력을 주파수평균하여 얻었다. 이 현상을 시간조화 평면파가 도체 원기둥에 입사된 경우에 대해 수치계산을 통해 설명하고, 주파수 영역에서 시간조화 신호전력의 주파수평균으로 정의되는 mutual coherence 함수를 이용해서 해석적으로 설명했다.

Abstract

A microwave incoherent imaging method for a conducting cylinder by using multi-frequency time-harmonic field is presented in this study. In this paper, an incoherent intensity pattern of the conducting cylinder is obtained by averaging out the multi-frequency intensities of the coherent field such as the time-harmonic field scattered from this cylinder. This phenomenon is shown numerically in scattering by a conducting circular cylinder illuminated by the time-harmonic plane wave, and is interpreted analytically by the mutual coherence function defined as a frequency-averaged intensity of the time-harmonic fields in the frequency domain.

I. 서론

* 正會員,

(University of Illinois at Urbana-Champaign
Department of Electrical and Computer
Engineering)

** 正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科

(Korea Advanced Institute of Science and
Technology Department of Electrical Engineering)

接受日字: 1995年8月14日, 수정완료일: 1996年1月22日

위상 상관관계가 있는 두 신호를 전파경로를 다르게 하여 중첩하면, 간섭무늬가 나타나며 그 진동폭은 신호 사이의 위상 상관정도에 의해 결정된다. 광학에서는 이 현상을 coherence 개념을 이용해서 설명한다^{[11]-[13]}. 광학에서 사용하는 광원은 중심주파수 f_0 에 비해 매우 좁은 대역폭 $BW (\ll f_0)$ 을 가지는 quasi-monochromatic 신호원이다. 이런 광원의 출력신호는 $\frac{1}{BW}$ 보다 짧은 시간간격들 $\Delta t_i (i = \dots, j, j+1, \dots)$ 동

안 주파수 f_0 로 정현파 진동하는데 시간간격이 Δt_i 에서 Δt_{i+1} 이 되면 임의의 위상에서 시작해서 Δt_{i+1} 동안 주파수 f_0 로 정현파 진동을 하므로, Δt_{i+1} 동안 출력된 신호와 바로 전 Δt_i 동안 출력된 신호 사이에는 위상 상관관계가 존재하지 않는다. 광원의 위상특성이 유지되는 Δt_i 의 통계적인 평균값을 coherence 시간 t_c 라 하면, 대역폭이 넓어질수록 coherence 시간은 짧아진다^[31]. 광원의 중심주파수가 매우 높고 위상특성이 시간에 대해 변하며 광측정기의 측정 가능한 물리량이 신호전력(intensity)이므로, 이 광원에서 출력되어 다른 전파경로를 따라 전파된 두 광신호의 상관정도는 coherence 시간보다 충분히 긴 시간동안 계산된 두 신호 곱의 시간평균(cross-correlation)으로 정의되는 mutual coherence 함수로 표현할 수 있다^{[11]-[31]}.

$$\Gamma_{mn}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T E_m(t+\tau)E_n^*(t)dt. \quad (1)$$

여기서 $E_m(t+\tau)$, $E_n(t)$ 는 전파경로가 다른 두 신호를 의미하고, τ 는 두 신호의 전파경로 시간차를 의미하며, *는 공액복소수를 의미한다. 두 신호 사이에 완전한 상관관계가 존재하면, 최대의 진동폭으로 진동하는 간섭무늬가 나타나고 mutual coherence 함수의 크기는 최대가 되는데, 광학에서는 이를 complete coherence라고 한다. 만약 신호간 상관관계가 없으면, 진동폭이 영이 되어 간섭무늬가 사라지게 되고 mutual coherence 함수의 크기는 영이 되는데, 이를 complete incoherence라고 한다. 그외 경우는 partial coherence라고 하는데, 상관정도가 작아지면 진동폭도 감소하고, mutual coherence 함수 값도 감소하게 된다.

파동의 매질내 전파속도 v 에 광원의 coherence 시간 t_c 을 곱하면 신호 위상이 유지되는 coherence 길이 $L_c(=vt_c)$ 를 얻을 수 있는데, 이 양과 중첩되는 두 신호의 전파경로차 $\Delta L(=v\tau)$ 과의 장단을 비교함으로써 간섭무늬 진동폭을 예측할 수도 있다^[31]. Coherence 길이가 전파경로차보다 길면 중첩된 두 신호 사이에 위상 상관관계가 존재하여 진동폭이 큰 간섭무늬가 발생하나, 짧아지면 신호간 위상 상관관계가 감소하여 간섭무늬 진동폭이 감소하게 된다. 따라서 coherence 시간이 영인 incoherent 신호원의 출력신호는 전파경로차를 매우 작게 중첩하더라도 간섭무늬가 발

생하지 않는다. 실제 광원의 coherence 길이가 유한하므로 slit이나 평판 원형개구면(aperture)에 유한한 coherence 길이를 가진 신호가 입사됐을 때 coherence 길이와 개구면의 크기 비에 대한 간섭무늬 변화 및 mutual coherence 함수의 매질내 전파특성이 연구되었다^{[11]-[51]}.

본 논문에서는 위상특성이 시간에 대해 변하지 않는 coherent 신호원의 주파수를 바꾸어 가며 각 주파수에서 얻은 신호를 중첩함으로써 간섭무늬를 제거할 수 있는 방법을 제시하려 한다. Coherent 신호인 시간조화 평면파가 균일 유전체 매질내에 있는 도체기둥에 입사되면, 전계전력패턴에는 서로 다른 전파경로를 가진 입사파와 산란파에 의해 간섭무늬가 나타난다. 이들 간섭무늬의 주기는 시간조화 신호원의 주파수에 의해 결정되므로, 주파수를 바꾸어 가며 각 주파수에서 얻은 전계전력패턴들을 평균하면 주기가 다른 간섭무늬들이 서로 상쇄되어 진동폭이 감소하게 된다. 만약 충분히 넓은 주파수 대역폭을 사용하면 간섭무늬를 완전히 제거할 수 있다^[61]. 따라서 다중주파수의 시간조화 신호를 사용하여 간섭무늬가 제거된 incoherent 신호패턴을 얻을 수 있다.

확률적인 측면에서 신호를 분류하면, 위상특성이 시간에 대해 변하는 광신호는 stochastic process에 포함되고 변하지 않는 시간조화 신호는 deterministic process에 포함된다. Coherence 시간과 주파수 대역폭 사이에는 역수관계($t_c \approx \frac{1}{BW}$)가 있으므로, 광원의 coherence 시간이 짧아져서 간섭무늬 진동폭이 감소하는 효과를 다중주파수의 시간조화 신호를 사용해서 얻을 수 있는데, 이는 서로 다른 두 process에서 같은 효과를 얻을 수 있음을 의미한다. 광신호에서는 (1)과 같이 시간영역에서 두 신호 곱의 시간평균으로 신호사이의 상관정도를 표현하나 시간조화 신호인 경우는 주파수 영역에서 두 신호 곱의 주파수평균으로 이를 설명할 수 있으므로^[61], 본 논문에서는 편의상 전자를 시간평균 mutual coherence 함수, 후자를 주파수평균 mutual coherence 함수라고 각각 정의했다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 우선 도체 원기둥에 시간조화 평면파가 입사되었을 때, 입사파 진행방향에서 전계전력패턴에 발생하는 간섭무늬를 다중주파수를 사용하여 제거할 수 있음을 수치계산을 통해 보였다. 이 현상을 설명하기 위해 III 장에서는 주

파수 영역에서 간섭무늬 발생에 관련되는 두 전계 곱의 주파수평균인 주파수평균 mutual coherence 함수를 정의하고, 이 함수를 이용하여 전파경로가 다른 입사파와 반사파에 의해 발생하는 간섭무늬를 무한 주파수 대역폭을 사용하여 완전히 제거할 수 있음을 해석적으로 입증했으며, 주파수평균 및 시간평균 mutual coherence 함수의 의미를 상호 비교했다. 그리고 IV 장에서 결론을 맺었다.

후속 논문^[7]에서는 원형회전 측정구조에서 다중주파수의 시간조화 신호를 사용하여 얻은 간섭무늬가 제거된 incoherent 전계전력패턴을 영상재현하려는 영역에 역투시하여 도체기둥의 incoherent 영상을 재현하는 방법을 제시했다.

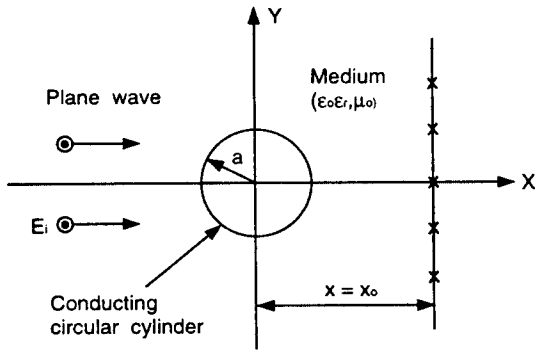


그림 1. 시간조화 평면파가 입사되는 도체 원기둥.
Fig. 1. A conducting circular cylinder illuminated by the time-harmonic plane wave.

II. 도체 원기둥에 의한 다중주파수 효과

비유전율(ϵ_r)이 2인 유전체 매질내에 있는 반지름(a)이 1 m인 도체 원기둥에 전계가 축 방향으로 분극된 단위크기의 시간조화 평면파가 입사됐을 때(그림 1), 무한급수로 표현된 해석적인 해^[8]를 이용해 $x_0 = 4$ m에서 입사파와 산란파로 구성된 (총)전계의 전력 EE^* 를 계산했다(그림 2). lit 영역($|y| > 1$ m)에서 전계전력은 입사파 전력 1을 중심으로 진동하며 원기둥 경계($|y| = 1$ m)로부터 멀어질수록 진동폭과 주기가 서서히 감소하나, shadow 영역($|y| < 1$ m)에서는 lit 영역에 비해 상대적으로 진동폭이 작은 간섭무늬가 전계 전력 0 부근에 나타난다. 주파수가 증가하면, lit 영역에서는 간섭무늬 진동폭이 작아지고 주기가 감소

하므로 간섭무늬가 원기둥 경계쪽으로 이동하나, shadow 영역에서는 전계전력이 감소하여 0으로 수렴한다.

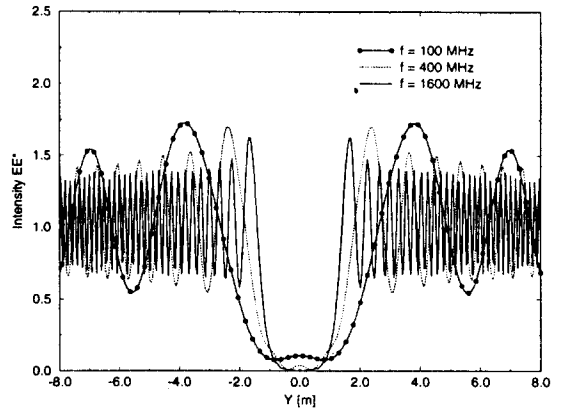


그림 2. 주파수가 100 MHz, 400 MHz, 1600 MHz일 때 매질의 비유전율(ϵ_r)이 2 인 경우에 $x_0 = 4$ m에서 측정된 반지름(a)이 1 m인 도체 원기둥에 의한 전계전력패턴.

Fig. 2. Intensity patterns scattered from the conducting circular cylinder of 1 meter radius in a dielectric medium of $\epsilon_r = 2$ at $x_0 = 4$ m for the frequencies of 100 MHz, 400 MHz, and 1600 MHz.

다중주파수 효과를 보기 위해 $x_0 = 4$ m에서 중심주파수가 1600 MHz, 대역폭이 200 MHz인 주파수대역내에서 주파수를 10 MHz씩 증가시키면서 각 주파수에서 얻은 전계 $E(f_n)$ 의 주파수평균 전계전력 I_{avg} 를 다음 유한급수식을 사용해서 계산했다(그림 3(a)).

$$I_{avg} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E(f_n) E^*(f_n). \quad (2)$$

여기서 N 은 사용하는 주파수 갯수를 의미하고, f_n 은 사용하는 주파수대역을 같은 간격으로 $N-1$ 등분했을 때 n 번째 주파수를 의미한다. 간섭무늬 주기가 시간조화 신호원의 주파수에 의해 결정되므로, 다중주파수를 사용하여 얻은 전계전력들을 중첩하면 주기가 다른 간섭무늬가 서로 상쇄되어 원기둥 경계로부터 멀리 떨어진 간섭무늬 진동폭이 먼저 감소하고 특정한 위치에서 진동폭이 0이 되는 것을 볼 수 있다. 만약 주파수 대역폭이 3200 MHz로 넓어지면, 주기가 다른 간섭무늬들이 보다 많이 중첩되므로 진동폭이 더욱 감소하여 간섭무늬가 경계부근에만 존재하게 된다(그림 3(b)).

따라서 충분히 넓은 주파수 대역폭을 사용하면, 평균 전계전력이 lit 및 shadow 영역에서 각각 입사파 전력과 0으로 수렴되어 간섭무늬가 제거된 incoherent shadow 전계전력패턴을 얻을 수 있다.

한편 대역폭이 200 MHz일 때, 중심주파수가 3200 MHz로 증가하면 간섭무늬 진동폭이 감소하는 정도는 변하지 않지만 진동주파수가 증가하는 것을 알 수 있다(그림 3(a), (c)). 따라서 평균 전계전력패턴에 나

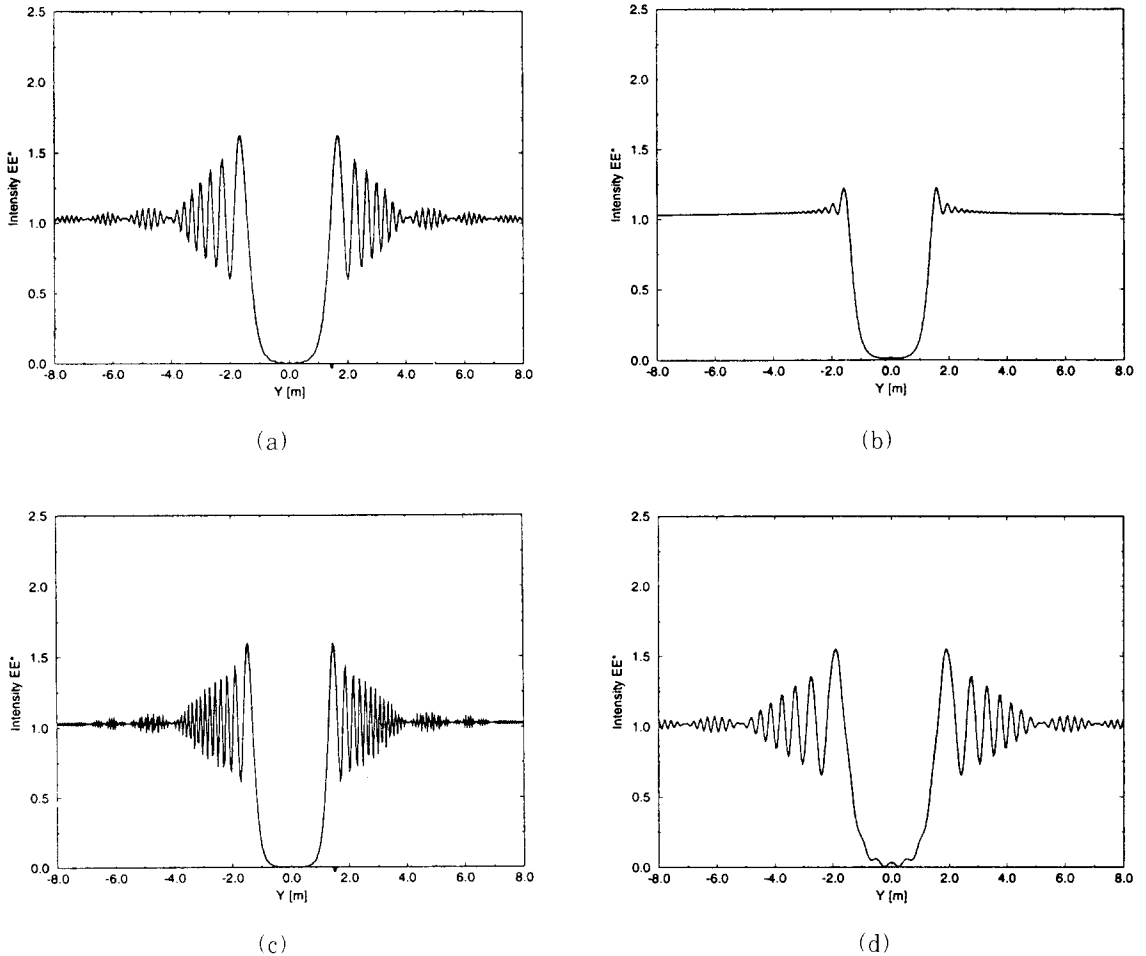
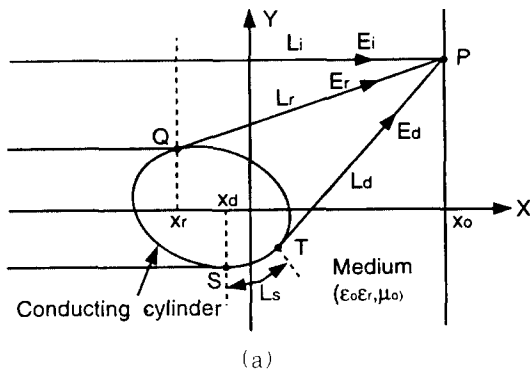


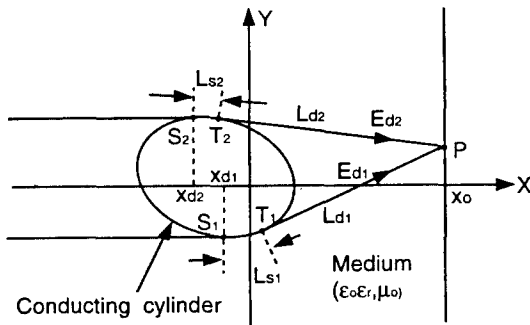
그림 3. (a) 중심주파수가 1600 MHz, 대역폭이 200 MHz, 주파수 간격이 10 MHz일 때 매질의 비유전율 (ϵ_r)이 2인 경우에 $x_0 = 4m$ 에서 측정된 반지름(a)이 1 m인 도체 원기둥의 평균 전계전력패턴, (b) 중심주파수가 1600 MHz, 대역폭이 3200 MHz, 주파수 간격이 10 MHz일 때 $x_0 = 4m$ 에서 측정된 도체 원기둥의 평균 전계전력패턴, (c) 중심주파수가 3200 MHz, 대역폭이 200 MHz, 주파수 간격이 10 MHz일 때 $x_0 = 4m$ 에서 측정된 도체 원기둥의 평균 전계전력패턴, (d) 중심주파수가 1600 MHz, 대역폭이 200 MHz, 주파수 간격이 10 MHz일 때 $x_0 = 8m$ 에서 측정된 도체 원기둥의 평균 전계전력패턴.

Fig. 3. (a) Average intensity patterns scattered from the conducting circular cylinder of 1 meter radius in a dielectric medium of $\epsilon_r = 2$ at $x_0 = 4m$ for the center frequency of 1600 MHz and the bandwidth of 200 MHz by the interval of 10 MHz, (b) average intensity patterns scattered from the conducting circular cylinder at $x_0 = 4m$ for the center frequency of 1600 MHz and the bandwidth of 3200 MHz by the interval of 10 MHz, (c) average intensity patterns scattered from the conducting circular cylinder at $x_0 = 4m$ for the center frequency of 3200 MHz and the bandwidth of 200 MHz by the interval of 10 MHz, and (d) average intensity patterns scattered from the conducting circular cylinder at $x_0 = 8m$ for the center frequency of 1600 MHz and the bandwidth of 200 MHz by the interval of 10 MHz.

타나는 간섭무늬 진동폭은 중심주파수와는 무관하며, 주파수 대역폭에 의해서만 결정되는 것을 알 수 있다. 또한 중심주파수가 1600 MHz, 대역폭이 200 MHz일 때 측정거리가 $x_0 = 8m$ 로 증가하면, 측정거리가 짧을 때에 비해 간섭무늬가 적게 제거되고 주기가 늘어나는 것을 볼 수 있다(그림 3(a), (d)). 따라서 주파수 조건이 같을 때, 측정거리가 증가하면 간섭무늬 진동폭이 적게 감소하는 것을 알 수 있다.



(a)



(b)

그림 4. 도체기둥에 의한 산란의 광선 해석: (a) lit 영역, (b) shadow 영역.

Fig. 4. Ray interpretation of scattering by a conducting cylinder: (a) the lit region and (b) the shadow region.

III. 간섭무늬와 coherence

1. 주파수평균 mutual coherence 함수

도체기둥에 시간조화 평면파가 입사되면, lit 영역에서 전계 E 는 점근적으로 입사파 E_i 와 도체표면 Q 에서 반사된 반사파 E_r 와 도체표면을 따라 S 에서 T 까지 L_s 만큼 돌아온 회절파(creeping wave) E_d 로 구성되고, shadow 영역에서는 도체 아래쪽과 위쪽 표면

을 따라 각각 S_1 에서 T_1 까지 L_{s_1} 만큼, S_2 에서 T_2 까지 L_{s_2} 만큼 돌아오는 두 회절파 E_{d_1}, E_{d_2} 로 구성된다¹⁹⁾(그림 4).

$$E = \begin{cases} E_i + E_r + E_d, & \text{lit 영역,} \\ E_{d_1} + E_{d_2}, & \text{shadow 영역} \end{cases} \quad (3)$$

여기서

$$E_i = E_i(x_r) e^{-jkL_i}, \quad (4)$$

$$E_r = E_i(x_r) R(Q) S(Q) e^{-jkL_r}, \quad (5)$$

$$E_d = E_i(x_d) D(L_s) e^{-jkL_d}, \quad (6)$$

$$E_{d_1} = E_i(x_{d_1}) D(L_{s_1}) e^{-jkL_{d_1}}, \quad (7)$$

$$E_{d_2} = E_i(x_{d_2}) D(L_{s_2}) e^{-jkL_{d_2}} \quad (8)$$

를 의미한다. 또한 k 는 매질내의 파수 ($= \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r}$), $E_i(x_{r,d})$ 와 $E_i(x_{d_1,2})$ 는 각각 $x = x_{r,d}, x_{d_1,2}$ 에서의 입사파, $R(Q)$ 와 $S(Q)$ 는 각각 반사점 Q 에서의 반사계수와 spreading factor, $D(L_s)$ 와 $D(L_{s_1,2})$ 는 각각 L_s 와 L_{s_1} 에 대한 회절계수, $L_{i,r}$ 는 $x = x_r$ 에서 측정점 P 까지의 입사파 및 반사파의 전파경로, L_d 와 $L_{d_1,2}$ 는 각각 T 와 $T_{1,2}$ 에서 P 까지의 회절파 전파경로를 의미한다. 본 논문에서는 시간조화함수 $e^{j\omega t}$ 을 사용했으며, 이를 모든 표현식에서 생략했다.

II 장의 수치계산에서는 유한급수식 (2)를 사용하여 주파수대역 (f_a, f_b)에서 주파수평균 전계전력 I_{ave} 를 계산했다. 이 식을 해석적 계산이 용이한 적분식으로 표현하기 위해 주파수 대역폭 $f_b - f_a$ 를 주파수 갯수 $N-1$ 로 나눈 값인 주파수 간격 $\Delta f (= \frac{f_b - f_a}{N-1})$ 를 (2)의 분자와 분모에 각각 곱한 후 $N \rightarrow \infty$ 를 취하면, 분자의 Δf 는 미소구간 df 가 되고 분모의 $N\Delta f$ 는 대역폭 $f_b - f_a$ 가 되므로 적분식으로 표현된 주파수평균 전계전력 계산식을 얻을 수 있다.

$$I_{ave}(f_a, f_b) = \frac{1}{f_b - f_a} \int_{f_a}^{f_b} E(f) E^*(f) df. \quad (9)$$

따라서 lit 및 shadow 영역에서 주파수평균 전계전력은 (3)을 (9)에 대입해서 얻을 수 있다.

$$I_{ave}(f_a, f_b) = \begin{cases} I_i(f_a, f_b) + I_r(f_a, f_b) + I_d(f_a, f_b) \\ + 2\text{Re}\{ \Gamma_{ir}(f_a, f_b) + \Gamma_{id}(f_a, f_b) + \Gamma_{rd}(f_a, f_b) \}, & \text{lit 영역,} \\ I_{d_1}(f_a, f_b) + I_{d_2}(f_a, f_b) + 2\text{Re}\{ \Gamma_{d_1 d_2}(f_a, f_b) \}. & \text{shadow 영역.} \end{cases} \quad (10)$$

여기서 첨자 i 는 입사파, r 은 반사파, d, d_1, d_2 는 회절파를 각각 의미하고, $Re\{A\}$ 는 A 의 실수부를 의미한다. 그리고 I_m 은 전계 E_m 의 주파수평균 전력으로서

$$I_m(f_a, f_b) = \frac{1}{f_b - f_a} \int_{f_a}^{f_b} E_m(f) E_m^*(f) df, \quad m = i, r, d, d_1, d_2 \quad (11)$$

으로 정의된다. 또한 간섭무늬를 일으키는 Γ_{mn} 은 두 전계 E_m 과 E_n 곱의 주파수평균으로서

$$\Gamma_{mn}(f_a, f_b) = \frac{1}{f_b - f_a} \int_{f_a}^{f_b} E_m(f) E_n^*(f) df, \quad mn = ir, id, rd, d_1, d_2 \quad (12)$$

으로 정의되며, 본 논문에서는 이 양을 주파수평균 mutual coherence 함수라 하였다. 이 mutual coherence 함수를 간섭무늬에 관련된 두 전계의 주파수평균값으로 정규화한 값 $\gamma_{mn} (= \frac{\Gamma_{mn}}{\sqrt{I_m I_n}})$ 을 complex degree of coherence라 정의하면, γ_{mn} 은 크기와 위상의 곱으로 표현할 수 있으며 크기는 $0 \leq |\gamma_{mn}| \leq 1$ 의 값을 가진다.

$$\gamma_{mn}(f_a, f_b) = |\gamma_{mn}(f_a, f_b)| e^{j \angle \gamma_{mn}(f_a, f_b)} \quad (13)$$

(10)에서 두 전계 E_m 과 E_n 에 의해 발생하는 간섭무늬 $2Re\{\Gamma_{mn}\}$ 은 (13)을 이용해 정현파 진동으로 표현할 수 있다.

$$2Re\{\Gamma_{mn}(f_a, f_b)\} = \frac{2\sqrt{I_m(f_a, f_b)I_n(f_a, f_b)}}{|\gamma_{mn}(f_a, f_b)| \cos[\angle \gamma_{mn}(f_a, f_b)]} \quad (14)$$

(14)로부터 간섭무늬 진폭이 두 전계의 주파수평균 전력 곱의 제곱근 $\sqrt{I_m I_n}$ 에 의해 결정되고, 진동폭과 진동주파수가 각각 정규화된 주파수평균 mutual coherence 함수 크기 $|\gamma_{mn}|$ 와 위상 $\angle \gamma_{mn}$ 에 의해 결정되는 것을 알 수 있다. 따라서 평균 전계전력패턴에 진동폭이 작은 간섭무늬가 나타나기 위해서는, 진폭에 관련된 두 전계의 주파수평균 전력값 I_m 또는 I_n 이 작거나 진폭이 크더라도 진동폭을 결정하는 $|\gamma_{mn}|$ 이 0에 가까운 작은 값을 가져야 한다. 만약 $|\gamma_{mn}| = 0$ 이면, 진동폭이 0 이 되므로 간섭무늬는 발생하지 않는다(complete incoherence).

이제 stochastic process에 속하는 광신호의 상관관계를 나타내기 위해 시간영역에서 정의된 시간평균 mutual coherence 함수 $\Gamma_{mn}(\tau)$ 와 deterministic process에 속하는 시간조화신호의 상관관계를 나타내기 위해 주파수영역에서 정의된 주파수평균 mutual

coherence 함수 $\Gamma_{mn}(f_a, f_b)$ 의 의미를 상호 비교해 보자. (1)과 같이 두 신호 $E_m(t+\tau)$ 와 $E_n(t)$ 곱의 시간평균으로 정의되는 $\Gamma_{mn}(\tau)$ 는 두 신호를 ergodic process라 가정하면, ensemble 평균값과 같다. 특히 $E(t)$ 가 stationary 하다면 ensemble 평균은 전파경로 시간차 τ 에만 의존한다^[2, 10].

$$\Gamma_{mn}(\tau) = E\{E_m(t+\tau)E_n^*(t)\} \quad (15)$$

여기서 $E\{B\}$ 는 B 의 ensemble 평균을 의미한다. 한편 (12)과 같이 정의되는 $\Gamma_{mn}(f_a, f_b)$ 는 주파수대역 (f_a, f_b) 가 확률공간이고, 밀도함수 $p(f)$ 가 균일분포 $\frac{1}{f_b - f_a}$ 일 때 random 변수인 두 신호 $E_m(f)$ 와 $E_n(f)$ 곱의 ensemble 평균이다^[10].

$$\Gamma_{mn}(f_a, f_b) = \int_{f_a}^{f_b} p(f) E_m(f) E_n^*(f) df, \quad (16)$$

$$= E\{E_m(f)E_n^*(f)\} \quad (17)$$

따라서 확률적인 측면에서 생각할 때 서로 다른 두 process에서 신호간 상관관계를 나타내는 $\Gamma_{mn}(\tau)$ 와 $\Gamma_{mn}(f_a, f_b)$ 는 두 양 모두 두 신호 곱(전력)의 ensemble 평균(2차 모멘트)이므로, 평균하는 영역이 다를 뿐 궁극적인 의미는 같다고 볼 수 있다. 그러므로 $\Gamma_{mn}(\tau)$ 가 전파경로 시간차에 대한 두 광신호의 상관관계를 나타낸다면, $\Gamma_{mn}(f_a, f_b)$ 는 주파수 대역폭에 대한 두 시간조화신호의 상관관계를 나타낸다고 볼 수 있다.

2. 다중주파수를 사용해 얻은 incoherent 전계전력 패턴

Lit 및 shadow 영역에서 발생하는 평균 전계전력패턴의 간섭무늬는 (10)으로부터 주파수평균 mutual coherence 함수, $\Gamma_{ii}, \Gamma_{id}, \Gamma_{rd}$ 와 $\Gamma_{d_1 d_2}$ 에 의해 각각 발생하는데, 이들 중에서 큰 진폭의 간섭무늬를 발생시키는 성분을 생각해 보자. 간섭무늬 진폭이 (14)에서와 같이 간섭무늬 발생에 관련되는 두 전계의 주파수평균 전력 곱에 의해 결정되므로, 전계 성분 중에서 크기가 큰 성분을 찾아보자.

일반적으로 주파수가 증가하거나 회절계가 도체표면을 따라 돌아오는 길이 L 가 증가하면, 회절계수 크기 $|D(L)|$ 가 급격히 감소하므로 회절파 크기도 따라서 급격히 감소한다^[11]. 이 현상은 그림 2에서 회절파만으로 구성되는 shadow 영역의 전계전력이 주파수가

증가할 때 0으로 수렴되는 것으로 입증할 수 있다. 또한 측정점이 shadow 영역에서 lit 영역으로 이동하면 L_i 가 증가하므로, 이 영역에서 회절파 크기는 더욱 감소하게 된다(그림 4). 따라서 주파수가 어느 이상 증가하면, 회절파는 다른 전계성분인 입사파와 반사파에 비해 크기가 작으므로 lit 및 shadow 영역에서 무시될 수 있다. 그러므로 높은 주파수 대역을 사용하거나 낮은 주파수 대역을 사용하더라도 충분히 넓은 주파수 대역을 사용하면, (10)의 성분들 중에서 회절파에 관련된 항들을 무시할 수 있으므로 평균 전계전력은 기하광학 성분인 입사파와 반사파들로 구성될 수 있다.

$$I_{av}(f_a, f_b) \approx \begin{cases} I_i(f_a, f_b) + I_r(f_a, f_b) + 2Re\{ \Gamma_{ii}(f_a, f_b) \}, & \text{lit 영역,} \\ 0, & \text{shadow 영역.} \end{cases} \quad (18)$$

따라서 사용하는 주파수 대역이 충분히 넓을 때, shadow 영역에서는 평균 전계전력이 0 값을 가지게 되고, lit 영역에서는 입사파와 반사파에 의해 발생하는 간섭무늬가 두 파동의 주파수평균 전계전력의 합 $I_i + I_r$ 을 중심으로 진동하는 것을 알 수 있다(그림 3(b)).

이제 다중주파수를 사용하여 입사파와 반사파에 의한 간섭무늬를 제거할 수 있는지를 알기위해, 두 파동에 의한 정규화된 주파수평균 mutual coherence 함수 γ_{ii} 의 주파수 대역폭에 대한 의존성을 조사해 보자. 이를 위해 우선 Γ_{ii} 을 구해 보자. Γ_{ii} 은 (4), (5)을 (12)에 대입해서 얻을 수 있는데, 입사파전력 $|E_i(x_i)|^2$ 과 $R(Q), S(Q)$ 가 주파수의 함수가 아니고 사용하는 주파수대역의 시작주파수 f_a 와 끝주파수 f_b 의 합이 대역 중심주파수 f_c 의 두배($f_a + f_b = 2f_c$)이므로, Γ_{ii} 은 중심주파수 f_c , 대역폭 $f_b - f_a$ 및 입사파와 반사파의 경로차 $L_i - L_r$ 의 함수로 표현된다.

$$\Gamma_{ii}(f_a, f_b) = |E_i(x_i)|^2 R^*(Q) S^*(Q) \frac{\sin(A_{ii})}{A_{ii}} e^{-j \frac{2\pi f_c}{v} (L_i - L_r)}. \quad (19)$$

여기서 A_{ii} 은 대역폭과 입사파 반사파의 경로차만의 함수이다.

$$A_{ii} = \pi (f_b - f_a) (L_i - L_r). \quad (20)$$

입사파와 반사파의 주파수평균 전력 I_i, I_r 를 (4)과

(5)을 (11)에 대입해 구한 후, 그 결과와 (19)로부터 정규화된 주파수평균 mutual coherence 함수 γ_{ii} 을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\gamma_{ii}(f_a, f_b) = \frac{\sin(A_{ii})}{A_{ii}} e^{-j \frac{2\pi f_c}{v} (L_i - L_r)} \quad (21)$$

(21)로부터 $|\gamma_{ii}|$ 이 A_{ii} 을 argument로 하는 sinc 함수로 표현되므로, 간섭무늬 진동폭이 중심주파수와는 무관하게 대역폭과 입사파 반사파의 경로차 곱에 의해 결정되는 것을 알 수 있다(그림 3(a), (b), (c)). 또한 $\angle \gamma_{ii}$ 이 중심주파수와 두 파동의 경로차에 의해 결정되므로, 간섭무늬 진동주파수가 대역폭과는 무관하게 중심주파수와 입사파 반사파의 경로차 곱에 의해 결정되는 것을 알 수 있다(그림 3(a), (c)).

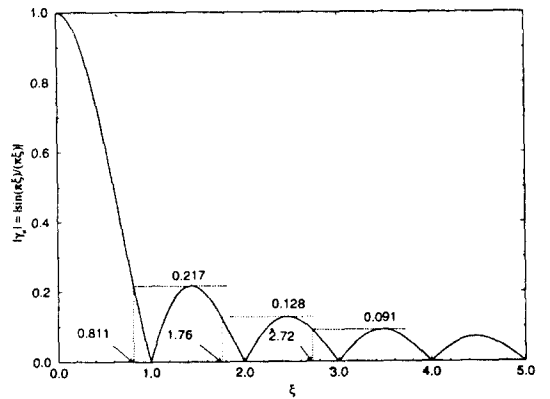


그림 5. 입사파와 반사파에 의한 γ_{ii} 의 크기: $|\gamma_{ii}| = \left| \frac{\sin(\pi \xi)}{\pi \xi} \right|$.

Fig. 5. Magnitude of γ_{ii} by the incident and the reflected wave: $|\gamma_{ii}| = \left| \frac{\sin(\pi \xi)}{\pi \xi} \right|$.

주파수 대역폭을 조절하여 간섭무늬 진동폭을 조절할 수 있는데, 대역폭보다는 광학에서 정의된 coherence 길이 L_c 를 사용하는 것이 물리적으로 설명하기에 용이하다.

$$L_c = vt_c = \frac{v}{BW} = \frac{v}{f_b - f_a}. \quad (22)$$

(20)의 A_{ii} 을 coherence 길이에 대한 입사파와 반사파의 경로차 비 $\xi (= \frac{L_i - L_r}{L_c})$ 로 나타내면

$$A_{ii} = \pi \frac{L_i - L_r}{L_c} = \pi \xi \quad (23)$$

가 되므로, 입사파와 반사파의 정규화된 주파수평균 mutual coherence 함수 크기는 다음과 같이 얻어진다.

$$|\gamma_{ii}(f_a, f_b)| = \left| \frac{\text{sinc}(\pi\xi)}{\pi\xi} \right|. \quad (24)$$

한편 ξ 값에 대한 sinc 함수크기 $\left| \frac{\text{sinc}(\pi\xi)}{\pi\xi} \right|$ 는 그림 5와 같다.

(23), (24)로부터 coherence 길이와 입사파 반사파의 경로차를 비교함으로써, ξ 값에 대한 간섭무늬의 진동폭 변화를 다음과 같이 몇가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

Case 1 Coherence 길이가 두 파동의 경로차보다 훨씬 더 길면(대역폭이 매우 좁거나, 두 파동의 경로차가 매우 작으면), $\xi \approx 0$ 이 되어 $|\gamma_{ii}| = 1$ 이 되므로 최대의 진동폭(진폭)으로 진동하는 간섭무늬가 나타난다 (complete coherence).

Case 2 두 파동의 경로차가 coherence 길이의 정수 배가 되면 ξ 가 정수가 되어 $|\gamma_{ii}| = 0$ 이 되므로, 이 조건을 만족하는 측정위치에서 간섭무늬는 제거된다. Coherence 길이(또는 대역폭)가 일정한 경우에 측정선 $x = x_n$ 에서는 ξ 가 정수가 되는 특정한 위치들에서 간섭무늬가 주기적으로 제거된다(그림 3(a), (c), (d)).

Case 3 Coherence 길이가 일정할 때 두 파동의 경로차가 증가하면, ξ 가 증가하여 $|\gamma_{ii}|$ 이 감소하므로 간섭무늬 진동폭이 감소하게 된다(그림 5). 예를들어 ξ 가 1.76 보다 크면 $|\gamma_{ii}|$ 이 0.128 보다 작게 되므로, ξ 가 1.76 보다 큰 측정위치에서는 간섭무늬 진동폭이 진폭의 약 12.8%이하로 감소하게 된다. 따라서 coherence 길이가 일정한 경우 측정점이 원기둥 경계로부터 멀어지면 (L 가 증가하면) 반사파의 전파경로가 길어져 입사파와의 경로차가 증가하게 되므로, ξ 가 증가하여 간섭무늬 진동폭은 점차 감소하게 된다(그림 3(a), (b), (c)). 그러나 측정거리가 증가하여 원기둥으로부터 멀어지면, 두 파동의 경로차가 감소하게 되어 ξ 가 감소하므로 간섭무늬 진동폭은 점차 증가하게 된다. (그림 3(a), (d)).

Case 4 Coherence 길이가 두 파동의 경로차보다 훨씬 더 짧아지면 (주파수 대역폭이 매우 넓거나, 두 파동의 경로차가 매우 커지면), $\xi \gg 1$ 이 되어 $|\gamma_{ii}| \ll 1$ 이 되므로 간섭무늬가 충분히 제거된다(그림 3(b)).

만약 무한 주파수 대역폭을 사용하는 경우 $((f_b - f_a) \rightarrow \infty)$ 에는 $\delta(t)$ 함수에 대한 다음 등식

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} d\omega = \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-B}^B e^{-j\omega t} d\omega \quad (25) \\ &= \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{\sin(Bt)}{\pi t} \end{aligned}$$

를 이용하여 $|\gamma_{ii}|$ 를 두 파동의 경로차를 argument로 하는 delta 함수로 표현할 수 있다.

$$\lim_{(f_b - f_a) \rightarrow \infty} |\gamma_{ii}(f_a, f_b)| = \lim_{(L_b - L_a) \rightarrow \infty} \frac{\pi}{\delta | \frac{\pi}{L_b} (L_i - L_r) |}. \quad (26)$$

그림 4(a)에서 입사파 경로가 반사파 경로보다 짧으므로 $(L_i < L_r)$, $|\gamma_{ii}|$ 는 0이 된다. 따라서 유전체 매질내에 있는 도체기둥에 시간조화 평면파가 입사했을 때, 무한 주파수 대역폭을 사용하면 평균 전계전력패턴에서 나타나는 입사파와 반사파에 의한 간섭무늬는 완전히 제거할 수 있다(complete incoherence).

IV. 결 론

본 논문에서는 도체기둥의 incoherent 전력패턴을 도체기둥으로부터 산란된 시간조화신호와 같이 coherent한 신호의 전력을 주파수평균하여 얻었다. 수치계산으로 도체 원기둥에 시간조화 평면파가 입사했을 때, 사용하는 주파수 대역폭이 충분히 넓으면 lit 및 shadow 영역에서 평균 전계전력이 각각 입사파 평균전력과 0 값으로 수렴되어 간섭무늬가 제거된 incoherent shadow 전력패턴을 얻을 수 있음을 보였다. 또한 이 현상을 해석적으로 설명하기 위해 주파수 영역에서 간섭무늬 발생에 관련되는 두 전계 곱의 주파수평균으로 정의되는 주파수평균 mutual coherence 함수를 정의하였으며, 해석적인 형태의 주파수평균 mutual coherence 함수로부터 주파수 대역폭의 역수와 파동의 매질내 전파속도의 곱으로 정의되는 coherence 길이가 입사파와 반사파의 경로차보다 매우 작을 경우, 이들 두 파동에 의해 발생하는 간섭무늬를 충분히 제거할 수 있음을 해석적으로 보였다.

참 고 문 헌

[1] M. J. Beran and G. B. Parrent, Jr., *Theory of partial coherence*, Prentice-

- Hall, New Jersey, 1964.
- [2] A. Papoulis, *Systems and transforms with applications in optics*. McGraw-Hill, New York, 1968.
- [3] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics*. Pergamon, 1980.
- [4] G. B. Parrent, Jr. and T. J. Skinner, "Diffraction of partially coherent light by a plane aperture," *Opt. Acta.*, vol. 8, pp. 93-102, 1961.
- [5] L. B. Felsen, L. Levey, and J. W. Ra, "Scattering of a partially coherent field by a wide slit," *Microwave Res. Inst., Polytechnic Inst. of Brooklyn, Rept. R-452.34-69*, Brooklyn, New York, Nov., 1969.
- [6] J. S. Kang and J. W. Ra, "Two-dimensional incoherent imaging by using a coherent multi-frequency source." *Digest of Intl. Conf. on Infrared and Millimeter Waves(94 IR and MM WAVES)*, Sendai, Japan, pp. 445-446, Oct., 1994.
- [7] 강진섭, 나정웅, "다중주파수 시간조화신호를 사용한 도체기둥의 초고주파 incoherent 영상 : Part II - 도체기둥의 초고주파 incoherent 영상," *전자공학회지*, 제33권, 제2호, 1996년 2월
- [8] D. S. Jones, *The theory of electromagnetism*. Pergamon, New York, 1964.
- [9] D. A. McNamara, C. W. I. Pistorius, and J. A. G. Malherbe, *Introduction to the uniform geometrical theory and diffraction*. Artech House, Boston, 1990.
- [10] A. Papoulis, *Probability, random variables, and stochastic processes*, 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 1984.

 저 자 소 개

康 辰 燮(正會員)

1963년 12월 30일생. 1987년 2월 한양대학교 전자공학과(공학사). 1989년 8월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1994년 2월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사). 1994년 3월 ~ 1995년 3월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 위촉연구원. 1995년 3월 ~ 현재 University of Illinois at Urbana-Champaign의 Dept. of Electrical and Computer Eng.에서 Postdoctoral Research Associat로 재직중임. 주관심분야는 전자과 산란 및 역산란 수치해석과 안체나해석 등임

羅 正 雄(正會員) 第 28卷 A編 第 2號 參照

현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수