

論文96-33B-2-1

# 다관절형 로봇을 위한 강인한 퍼지 논리 제어

## (A Robust Fuzzy Logic Control for Robot Manipulators)

李壽榮\*, 鄭明振\*\*

(Soo Yeong Yi and Myung Jin Chung)

### 요 약

비록 퍼지 논리 제어가 여러 공학 분야에 점점 더 많이 적용되는 추세에 있지만, 명확한 이론적인 해석이 없었기 때문에 중요한 상황에 퍼지 논리 제어를 적용함에 있어서 주저하게 되는 것이 사실이었다. 본 논문에서는 일반적인 퍼지 논리 제어기의 안정성/강인성에 관한 S. Y. Yi<sup>[3]</sup>의 해석을 바탕으로 부하 변화나 마찰력 등에 의한 구조적, 비구조적 불확실성이 많은 다관절형 로봇의 동력학에 퍼지 제어를 적용한다. 그리고 간단한 2축 로봇에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 이러한 퍼지 제어기의 제어 성능을 검증한다.

### Abstract

Although the fuzzy logic controller(FLC) has been adopted in many engineering applications, one hesitates to adopt the FLC in critical applications, since there was no definite control theoretic analysis. In this paper, based on the stability/robustness analysis of an FLC by S. Y. Yi<sup>[3]</sup>, we apply the FLC to robot manipulator with the structured and unstructured uncertainties e.g., load variation and friction, etc. And we verify the performance of the FLC by computer simulation on a simple two-link robot manipulator.

### I. 서 론

퍼지 제어기는 단순한 계산 요소들로 이루어져 있으며, 그의 실제 구현이 쉽기 때문에 근래들어 여러 제어 분야에 점점 더 많이 적용되는 추세에 있다. 특히 대상 시스템에 대한 정확한 수학적 표현이 없이도 잘 제어하는 현장 전문가들의 강인한 제어 지식을 프로그래밍 하기에 적합한 구조를 가지므로 퍼지 제어기는 최근에 강인 제어기의 한 분야로 이해되기 시작하였다. 퍼지 제어기는 S. Kawaji<sup>[1]</sup>와 R. Palm<sup>[2]</sup> 등에 의해서 기존의 가변 구조 제어 시스템의 확장된 한 형태로 이

해되었으며, 따라서 퍼지 제어기의 강인성은 가변 구조 제어기의 특성으로 부터 나온다고 할 수 있다. 특히 S.Y. Yi 등은 UNLP 형태를 갖는 퍼지 제어기의 출력 특성을 가변 구조 제어기의 슬라이딩 평면을 의미하는 매개 변수의 형식으로 재편성함으로써 퍼지 제어기의 가변 구조 시스템적인 특성을 구체화하였으며, 이를 기반으로 퍼지 제어를 갖는 페루프 제어 시스템의 불확실성에 대한 안정성/강인성을 Lyapunov 시스템 이론에 의거하여 증명한 바 있다<sup>[3]</sup>.

한편, 로봇 매니플레이터와 같은 동력학 시스템은 정확한 측정이 어려운 관성항들과 작업물을 들거나 놓음에 따라 변할수 있는 무게, 길이등의 매개 변수에 의한 구조적 불확실성, 그리고 수학적 모델링이 어려운 잡음 등 비구조적 불확실성이 많으므로, 이러한 불확실성에 강인한 제어를 개발, 적용해야할 필요가 있는 분야이다. 비록 상태 공간 형식으로 표현(state space re-

\* 正會員, 韓國科學技術研究院  
(KIST)

\*\* 正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., KAIST)

接受日字: 1994年10月29日, 수정완료일: 1995年12月22日

presentation)된 일반적인 시스템에 대한 퍼지 제어기의 강인성이 증명되었지만, 대상 시스템에 내재하는 물리적 성질을 잘 이용하면 보다 효율적인 퍼지 제어기를 설계할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 로봇 매니플레이터의 동력학식에 대한 매개 변수 재편성(reparameterization) 방법을 이용하고, 동력학식의 관성 행렬의 역행렬을 구할 필요가 없는 J. Slotine<sup>14)</sup>과 M. Spong<sup>15)</sup>의 가변 구조 제어기 설계에 대한 접근 방식을 수정, 적용하고 앞서 서술했듯이 S. Y. Yi가 밝힌 퍼지 제어기의 가변 구조 시스템적인 특성을 이용하여, 로봇 매니플레이터에 대한 강인한 퍼지 제어기를 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 이를 검증하려는데 그 목적이 있다.

## II. 제안하는 퍼지 제어 알고리즘

일반적으로  $n$ 개의 구동 축을 갖는 다관절형 로봇의 Lagrange-Euler식 형태의 동력학식은 다음과 같이 표현된다<sup>1)</sup>:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + \Delta = \tau, \quad (1)$$

$q, \tau, \Delta \in R^n$

여기서  $M(q)$ 는  $n \times n$ 의 관성 행렬이고,  $C(q, \dot{q})\dot{q}$ 는 centrifugal, Coriolis 힘을 나타내는 벡터이며,  $g(q)$ 는 중력에 의한 힘을 의미한다. 또  $\Delta$ 는 비구조적 불확실성을 나타내며, 이의 최대 크기는 알려져 있다고 가정한다. 즉  $|\Delta_i| \leq \Delta_{\max, i}, i = 1, \dots, n$ 이다. 동력학식 (1)의 좌변의 3항은 질량  $m$ , 길이  $l$ , 그리고 관성 모멘트  $I$  등의 비선형 결합으로 나타나는 매개 변수  $\theta$ 에 대해서 다음과 같이 선형식으로 표현될 수 있다<sup>16)</sup>:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}), \quad (2)$$

$Y \in R^{n \times p}, \theta \in R^p$

여기서  $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ 는  $\sin(q), \cos(q)$  등의 알려진 비선형 함수들로 이루어지는 행렬이다. 또한  $M(q)$ 과  $C(q, \dot{q})$ 로 이루어지는 행렬  $N(q, \dot{q}) = M(q) - 2C(q, \dot{q})$ 이 에너지 보존의 법칙으로부터 skew-symmetric함 알려져 있다<sup>17)</sup>. 앞으로 매개변수  $\theta$ 에 대

해서 알려진 공칭값  $\theta_0$ 와 실제값  $\theta$  사이의 불확실성의 최대값은 알려져 있다고 가정한다. 즉

$$|\theta_{e, i}| = |\theta_{0, i} - \theta_i| \leq \rho_i, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (3)$$

이다. 또한 2계 미분이 가능하고 크기가 제한된 원하는 궤적  $q_d$ 에 대해서 제어 시스템의 추종 오차를  $e = q - q_d$ 로 정의한다.

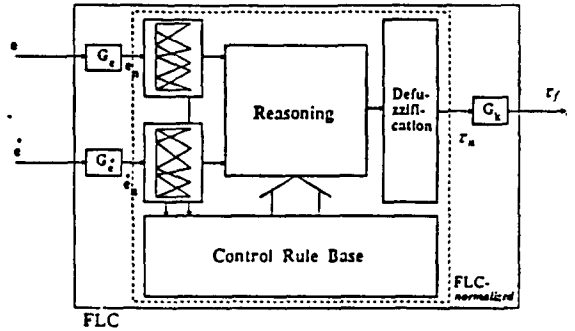


그림 1. 퍼지 제어기의 구조  
Fig. 1. Structure of the FLC.

이제 그림 1과 같은 구조와 표 1의 제어 규칙을 갖는 퍼지 제어기를 생각하자. 이러한 제어 규칙은 다음과 같은 정성적 의미를 갖는다. 예로써 마지막항의 제어 규칙은 "만일 지금 추종 오차가 비록 Positive Big 이더라도 오차의 변화율이 Negative Big이면, 스스로 오차가 감소하는 상황이므로 제어 입력은 ZeRo로해도 된다"의 의미를 갖고 있다. 이러한 제어 규칙은 UNLP(Upper-diagonal Negative, Lower-diagonal Positive)의

표 1. UNLP 형태를 갖는 퍼지 제어 규칙표  
Table 1. A set of fuzzy control rules with the unlp pattern.

$e \setminus \dot{e}$	NBE	NSE	ZRE	PSE	PBE
PBDE	ZRK	NBK	NBK	NBK	NBK
PSDE	PBK	ZRK	NSK	NSK	NBK
ZRDE	PBK	PSK	ZRK	NSK	NBK
NSDE	PBK	PSK	PSK	ZRK	NBK
NBDE	PBK	PBK	PBK	PBK	ZRK

형태를 가진다고 부르며, 위와 같은 자연스러운 정성적 의미 때문에 퍼지 제어에 관한 여러 문헌들에서 채택되는 형태이다. 퍼지 제어기의 구조를 간략히 서술하

1. 앞으로 가는 문자체는 scalar양을, 그리고 굵은 문자체는 vector양을 나타낸다.

면 다음과 같다. 모든 퍼지 집합은 정규화된 입출력 영역  $\bar{e}$ .  $\bar{e}$ ,  $\bar{k} \in [-1, 1]$  에서 정의되며, 이때 각 영역에서 퍼지 집합들의 중간값  $c_{A_i}$ 는

$$c_{NHE} (= -1) < c_{NSE} < c_{ZRE} < c_{PSE} < c_{PHE} (= 1) \quad (4)$$

$$c_{NBDE} (= -1) < c_{NSDE} < c_{ZRDE} < c_{PSDE} < c_{PBDE} (= 1)$$

$$c_{NBK} (= -1) < c_{NSK} < c_{ZRK} < c_{PSK} < c_{PBK} (= 1)$$

으로 설계되었다고 가정한다. 여기서 중간값은  $\mu_{A_i}(c_{A_i}) = 1$ ,  $c_{A_i} \in [-1, 1]$  이다.

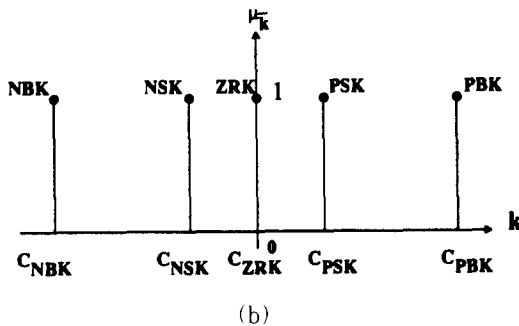
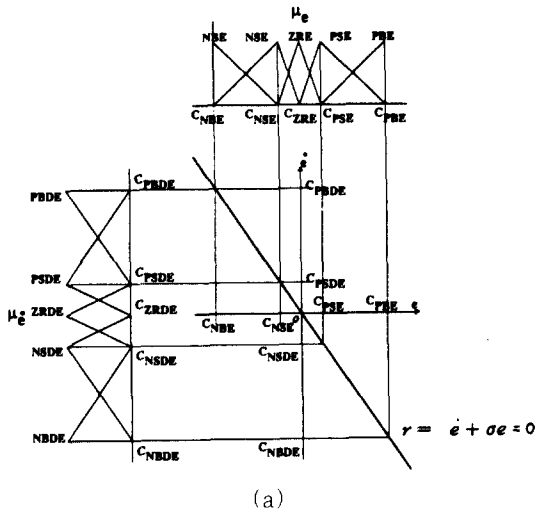


그림 2. 입출력 퍼지 집합의 형태  
(a) 입력 퍼지 집합  
(b) 출력 퍼지 집합

Fig. 2. Membership shape of the I/O fuzzy sets.

(a) Input fuzzy sets  
(b) Output fuzzy sets

그러면 다음의 정리는 제어 대상 시스템의 실제 입출력 영역  $e$ ,  $\bar{e}$ ,  $\tau$ 와 정규화된 영역 사이의 scale factor로 이해될 수 있는 제어기의 이득값  $G_i$ ,  $G_o$ ,

$G_k > 0$ 과 연속성을 갖는  $s$ -norm,  $t$ -norm 등의 연산자로 이루어지는 추론 방법, 그리고 역시 연속성을 갖는 무게 중심법 등의 비퍼지화 방법으로 구성되는 위의 퍼지 제어기의 출력이 한 매개 변수  $r = \bar{e} + \sigma e$ ,  $\sigma = G_i/G_o > 0$ 에 대해서 식 (5)와 같이 쓰여질 수 있음을 보여준다<sup>[3]</sup>.

**정리 1:** 앞서 도입한 퍼지 제어기의 출력  $\tau_f$ 를 생각하자.  $k_o \in [0, G_k]$  인 임의의  $k_o$ 에 대해서  $\tau_f$ 의 값이

$$\tau_f = -k_f \cdot \frac{r}{|r|}, \quad |r| \geq \phi \quad (5)$$

$k_f \geq k_o$ 가 되는 양의 상수  $\phi \in [0, \frac{G_k}{G_i}]$  이 존재한다.

**증명:** [3] □

이 정리는 UNLP 형태의 제어 규칙을 갖는 퍼지 제어기가 가변 구조 제어기의 확장된 형태로 이해될 수 있음을 보여준다. 여기서 상수  $\phi$ 의 크기는 퍼지 제어기의 출력 이득  $G_k$ 와 입출력 퍼지 집합의 형태에 의존한다. 특히 입출력 퍼지 집합의 중간값들을

$$c_{ZRE} = 0, \quad c_{PSE} = -c_{NSE}, \quad c_{PBE} = -c_{NBE} = 1 \quad (6-1)$$

$$c_{ZRDE} = 0, \quad c_{PSDE} = -c_{NSDE}, \quad c_{PBDE} = -c_{NBDE} = 1$$

$$c_{PSE} = c_{PSDE}, \quad c_{NSE} = c_{NSDE} \quad (6-2)$$

로 설계하면, 그림 2에 보이는 퍼지 집합의 형태와 max-min 추론법, 그리고 무게 중심법의 비퍼지화 방법을 사용할 때, 상수  $\phi$ 의 크기에 대한 다음의 정리가 성립한다.

**정리 2:** 만일  $c_{PSK} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha} c_{PHK}$ ,  $\alpha \geq 0$ 이면 위의 퍼지 제어기의 출력은  $\phi = \frac{2 \cdot c_{PSE}}{G_i}$  와  $k_f \geq G_k \cdot c_{PSK}$ 에 대해서 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\tau_f = -k_f \cdot \frac{r}{|r|}, \quad |r| \geq \phi \quad (7)$$

**증명:** [3] □

이 정리는 상수  $\phi$ 를 퍼지 제어기의 소속 함수, 특히  $c_{PSE}$ 에 의해서 임의로 설정할 수 있음을 보여준다. 앞으로는 퍼지 제어기가 **정리 2**를 만족하도록 설계되었다고 하겠다.

이제 로봇 매니플레이터의 각 축을 담당하는 위와 같은  $n$ 개의 퍼지 제어기를 생각하자. 앞으로는  $n$ 개의 퍼지 제어기 각각의 매개 변수들을 아래 첨자  $i = 1,$

2, ..., n으로 구별하겠다.

각 퍼지 제어기의 매개 변수  $r_i$ 에 대해서

$$r = \dot{e} + \Sigma e, \quad \Sigma = \text{diag}[\sigma_i], \quad \sigma_i = \frac{G_i}{G_i} > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

임을 고려하여, 식 (1)의 좌변을 다음과 같이 다시 쓴다.

$$\begin{aligned} & M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + (M(q)a + C(q, \dot{q})v + g(q)) + \Delta \\ &= M(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + (M(q)a + C(q, \dot{q})v + g(q)) + \Delta \quad (9) \\ &= M(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + Y(q, \dot{q}, v, a)\theta + \Delta \end{aligned}$$

여기서  $v = \dot{q}_d - \Sigma e$ ,  $a = \ddot{v}$ 이다. 이제 퍼지 제어기의 출력 벡터  $\tau_f$ 와 동력학식 (1)의 알려진 공칭값 보상항을 갖는 다음의 제어 입력을 정의하자:

$$\tau = -Kr + Y(q, \dot{q}, v, a)\theta_0 + \tau_f \quad (10)$$

여기서  $K$ 는  $n \times n$ 의 양한정(positive definite) 행렬이다. 그러면 (9)와 (10)으로 이루어지는 폐루프 시스템의 강인성을 다음과 같이 보일 수 있다.

**정리 3:** (Ultimate boundedness) 만일 퍼지 제어기가 다음의 부등식 (11)을 만족하면 폐루프 제어 시스템은 *ultimately bounded*된다.

$$G_{k,i} \cdot c_{FSK,i} = \|Y(q, \dot{q}, a, v)\|_i \cdot \|\rho\| + \Delta_{\max,i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

여기서  $\rho = [\rho_1, \dots, \rho_p]$  '이고,  $\|Y(q, \dot{q}, a, v)\|_i$ 는  $n \times p$  행렬인  $Y(q, \dot{q}, a, v)$ 의  $i$  번째 행 벡터의 크기(norm)을 의미한다.

**증명:** 동적 시스템의 *ultimate boundedness* 특성은 [8]에서의 정의에 의한다. 제어 입력식 (10)을 (9)에 대입하면 폐루프 제어 시스템은

$$M(q)\dot{r} + (C(q, \dot{q}) + K)r + \Delta = Y(q, \dot{q}, v, a)(\theta_0 - \theta) + \tau_f \quad (12)$$

이 된다. 이제 다음의 양한정 함수 (13)을 폐루프 제어 시스템의 Lyapunov 함수 후보로 잡자.

$$V = \frac{1}{2} r^T M(q) r + e^T \Sigma K e \quad (13)$$

원래 시스템의 상태 변수  $[e, \dot{e}]$  과 변환된 시스템 (12)의 상태 변수  $[e, r]$  사이에는 선형 변환의 관계가 있으므로,  $\|[e, r]\| \rightarrow 0$ 은 곧  $\|[e, \dot{e}]\| \rightarrow 0$ 을 의미한다. 이를 시간에 대해 미분하고 (12)식을 대입하면, (3)으로부터

$$\dot{V} = r^T M(q) \dot{r} + \frac{1}{2} r^T \dot{M}(q) r + 2e^T \Sigma K \dot{e} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &= r^T \{- (C(q, \dot{q}) + K) r + Y(q, \dot{q}, a, v) \theta_e + \tau_f - \Delta\} \\ &\quad + \frac{1}{2} r^T \dot{M}(q) r + 2e^T \Sigma K \dot{e} \\ &= -(\dot{e} + \Sigma e)^T K (\dot{e} + \Sigma e) + 2e^T \Sigma K \dot{e} \\ &\quad + r^T (Y(q, \dot{q}, a, v) \theta_e - \Delta) + r^T \tau_f \\ &\leq -x^T Q x + r^T (Y(q, \dot{q}, a, v) \theta_e - \Delta) + r^T \tau_f \end{aligned}$$

가 된다. 여기서  $x = [e, \dot{e}]$  '이고,  $Q = \text{diag}[\Sigma^T K \Sigma, K]$ 이다. 그런데 **정리 2**와 식 (7)을 고려하면, (14)식은 다음과 같이 된다. 즉

(i)  $|r_i| \geq \phi_i, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$ 이면

$$\begin{aligned} (14) &\leq -x^T Q x + \sum_{i=1}^n |r_i| (\|Y(q, \dot{q}, a, v)\|_i \cdot \|\rho\| + \Delta_{\max,i}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n |r_i| \cdot -k_{f,i} \frac{r_i}{|r_i|} \\ &\leq -x^T Q x + \sum_{i=1}^n |r_i| (\|Y(q, \dot{q}, a, v)\|_i \cdot \|\rho\| + \Delta_{\max,i} - k_{f,i}) \\ &\leq -\lambda_{\min} \|x\|^2 \end{aligned}$$

가 된다. 여기서  $\lambda_{\min}$ 은 양한정 행렬  $Q$ 의 최소 고유치(minimum eigenvalue)이다. 이제 (ii)  $|r_i| < \phi_i, \exists i$ 인 경우를 생각해보자. 퍼지 제어기 출력  $\tau_f$ 는

$$\tau_{f,i} \leq |G_{k,i}| = \frac{1}{c_{FSK,i}} (\|Y(q, \dot{q}, a, v)\|_i \cdot \|\rho\| + \Delta_{\max,i})$$

이므로 (14)식은

$$\begin{aligned} (14) &\leq -x^T Q x + \sum_{i=1}^n \phi_i (\|Y(q, \dot{q}, a, v)\|_i \cdot \|\rho\| + \Delta_{\max,i}) + \sum_{i=1}^n \phi_i |\tau_{f,i}| \\ &\leq -\lambda_{\min} \|x\|^2 + \sum_{i=1}^n \phi_i \frac{c_{FSK,i} + 1}{c_{FSK,i}} (\|Y(q, \dot{q}, a, v)\|_i \cdot \|\rho\| + \Delta_{\max,i}) \quad (15) \end{aligned}$$

가 된다. 여기서 집합  $I = \{i \mid |r_i| < \phi_i\}$ 이다. 그런데 로봇 동력학의 특성상

$$\|Y(q, \dot{q}, a, v)\theta\| \leq k_1' + k_2' \|x\| + k_3' \|x\|^2, \quad k_1', k_2', k_3' > 0,$$

이고<sup>19)</sup> 여기서 상태  $x$ 에 대한 의존성은  $Y(q, \dot{q}, a, v)$ 에만 나타나며, 매개 변수  $\theta$ 는 상수이므로

$$\|Y(q, \dot{q}, a, v)\| \leq k_1'' + k_2'' \|x\| + k_3'' \|x\|^2, \quad k_1'', k_2'', k_3'' > 0,$$

임을 얻을 수 있고, 따라서 다음식 (16)이 성립하는

$$\begin{aligned} &\frac{c_{FSK,i} + 1}{c_{FSK,i}} (\|Y(q, \dot{q}, a, v)\|_i \cdot \|\rho\| + \Delta_{\max,i}) \\ &\leq k_{1,i} + k_{2,i} \|x\| + k_{3,i} \|x\|^2 \quad (16) \end{aligned}$$

유한 상수  $k_{1,i}, k_{2,i}, k_{3,i} \geq 0$ 이 존재함을 알 수 있다. 그러므로 (15)식은 다시

$$(15) \leq -\lambda_{\min} \|x\|^2 + \sum_{i \in I} \phi_i (k_{1,i} + k_{2,i} \|x\| + k_{3,i} \|x\|^2) \quad (17)$$

가 된다.  $\phi_i$ 는 정리 2에 따라서 퍼지 제어기 설계 변수  $c_{PSE,i}$ 에 의해서 임의로 작게 조절할 수 있으므로,  $\phi_i$ 에 따라 존재하는 한 상수  $\phi^*$ 에 대해서 다음이 성립한다:

$$(17) \leq -\lambda_{\min} \mu \|\mathbf{x}\|^2 - \lambda_{\min} (1-\mu) \|\mathbf{x}\|^2 + \sum_{i=1}^n \phi_i (k_{1,i} + k_{2,i} \|\mathbf{x}\| + k_{3,i} \|\mathbf{x}\|^2) \quad (18)$$

$$\leq -\lambda_{\min} \mu \|\mathbf{x}\|^2, \quad \|\mathbf{x}\| \geq \phi^*$$

여기서  $0 < \mu < 1$ 이고, 그림 3에서 보듯이

$$\phi_i^* = \{ \|\mathbf{x}\| \mid \lambda_{\min} (1-\mu) \|\mathbf{x}\|^2 = \sum_{i=1}^n \phi_i (k_{1,i} + k_{2,i} \|\mathbf{x}\| + k_{3,i} \|\mathbf{x}\|^2) \} \quad (19)$$

이다.

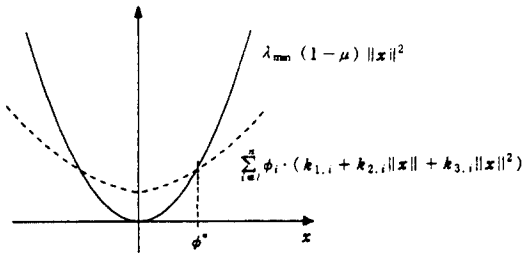


그림 3.  $\phi^*$ 의 크기  
Fig. 3. Magnitude of  $\phi^*$ .

위의 (i)과 (ii)를 종합하면,

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min} \mu \|\mathbf{x}\|^2, \quad \|\mathbf{x}\| \geq \phi^* \text{에서} \quad (20)$$

임을 얻을 수 있다. 여기서  $\phi^*$ 는 가장 나쁜 경우에,  $l = \{i \mid 1 \leq i \leq n\}$ 에 대한  $\phi_i^*$ 이다. (18)식은 [8]에서의 정의에 따라 페루프 시스템이 *ultimately bounded*됨을 의미한다. □

### III. 시뮬레이션 결과

위에서 제안한 퍼지 제어 알고리즘과 그의 성능 해석 결과를 컴퓨터 상에서 검증하기 위하여 그림 4에서 보이는 간단한 2축 평면 좌표 로봇 매니플레이터에 적용하여 보았다. 이러한 2축 로봇의 동력학식은 다음과 같다:

$$\begin{bmatrix} m_1 l_{c1}^2 + 2m_2 l_1 l_{c2} + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2) + I_1 + I_2 & m_2 l_{c2} + m_2 l_1 l_{c2} C_{12} + I_2 \\ m_2 l_{c2} + m_2 l_1 l_{c2} C_{12} + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_{c2} S_2 \dot{q}_2 - m_2 l_1 l_{c2} S_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ m_2 l_1 l_{c2} S_2 \dot{q}_1 \quad 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$+ \begin{bmatrix} G(m_1 l_{c1} + m_2 l_1) C_{11} + G m_2 l_{c2} C_{12} \\ G m_2 l_{c2} C_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

여기서 중력 계수  $G = 9.8$ 이고,  $C_i = \cos q_i$ ,  $S_i = \sin q_i$ ,  $i = 1, 2$ 이며  $C_{ij} = \cos(q_i + q_j)$ ,  $S_{ij} = \sin(q_i + q_j)$ ,  $i, j = 1, 2$ 임을 의미한다.

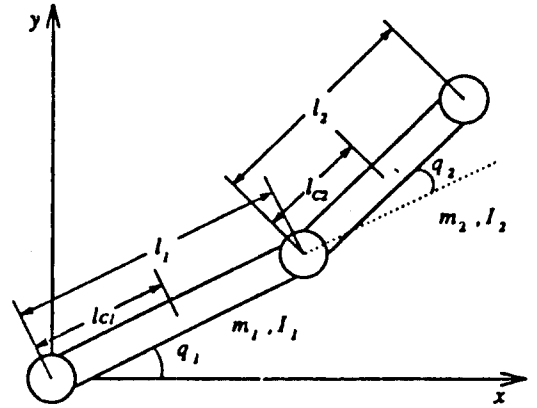


그림 4. 2축 평면 좌표 로봇  
Fig. 4. Two-link planar robot.

이 식을 다음의 매개 변수  $\theta$ 에 대해서 식 (2)의 형태로 재편성(reparameterization)

하면 행렬  $Y(q, \dot{q}, v, a)$ 의 각 원소는 다음식 (23)과 같이 된다:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 & \theta_2 &= m_2 l_{c2}^2 + I_2 \\ \theta_3 &= m_2 l_1 l_{c2} & \theta_4 &= m_1 l_{c1} \\ \theta_5 &= m_2 l_1 & \theta_6 &= m_2 l_{c2} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} y_{11} &= a_1 & y_{12} &= a_1 + a_2 \\ y_{13} &= \cos(q_2)(2a_1 + a_2) & y_{14} &= g \cos(q_1) \\ & - \sin(q_2)(\dot{q}_2 v_2 + \dot{q}_1 v_2 + \dot{q}_2 v_1) & & \\ y_{15} &= g \cos(q_1) & y_{16} &= g \cos(q_1 + q_2) \\ y_{21} &= 0 & y_{22} &= a_1 + a_2 \\ y_{23} &= \cos(q_2)a_1 + \sin(q_2)q_1 v_1 & y_{24} &= 0 \\ y_{25} &= 0 & y_{26} &= g \cos(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 부하가 없을 때 로봇의 질량, 길이등의 매개 변수는 M. Spong의 경우 처럼 표 2에 보이는 값으로 하였다<sup>[5]</sup>. 그리고 이러한 매개 변수들의 불확실성은 다음의 식 (24-1)로 가정하였으며, 이 때 (22)식의 매개 변수의 공칭값  $\theta_0$ 은 표 3으로 하였다.

$$0 \leq \Delta m_2 \leq 10.0, \quad 0 \leq \Delta l_{c2} \leq 0.5, \quad 0 \leq \Delta l_2 \leq \frac{15}{12} \quad (24-1)$$

따라서 매개 변수  $\theta$ 에 대한 불확실성의 최대값은 표 4와 같이 된다.

표 2. 부하가 없을 때의 매개 변수의 값

Table 2. Parameters of the unloaded case.

축 $i$ 변수	$m_i$	$l_i$	$l_{ci}$	$I_i$
1	10.0	1.0	0.5	10.0/12.0
2	5.0	1.0	0.5	5.0/12.0

표 3. 매개 변수  $\theta$ 에 대한 공칭값  $\theta_0$ Table 3. Nominal value  $\theta_0$  of the parameter  $\theta$ .

$\theta_{0,i}$	$\theta_{0,1}$	$\theta_{0,2}$	$\theta_{0,3}$	$\theta_{0,4}$	$\theta_{0,5}$	$\theta_{0,6}$
값	13.33	8.96	8.75	5.0	10.0	8.75

표 4. 매개 변수  $\theta$ 에 대한 불확실성의 최대 크기  $\rho$ Table 4. Upper bound  $\rho$  of uncertainty in the parameter  $\theta$ .

$\rho_i$	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$\rho_4$	$\rho_5$	$\rho_6$
값	5.0	7.29	6.25	0.0	5.0	6.25

그리고 비구조적 불확실성  $\Delta$ 는 다음 영역내의 랜덤 수로 하였다.

$$-25.0 \leq \Delta_1 \leq 25.0, \quad -12.5 \leq \Delta_2 \leq 12.5 \quad (24-2)$$

퍼지 제어기의 구조와 입출력 퍼지 집합의 형태는 그림 1, 2와 같으며 이 때 사용한 퍼지 제어기의 각 설계 변수들의 값은 식 (6-1)과 (6-2)에 따라서 다음의 표 5와 같이 하였다:

그러므로 페루프 시스템의 오차 정도(error measure)를 의미하는 매개 변수  $r$ 의 식 (8)의  $\Sigma$ 와 정리 2에 의한  $r$ 의 경계값  $\phi$ 는

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{G_{e,1}}{G_{c,1}} = 2.0, & \sigma_2 &= \frac{G_{e,1}}{G_{c,1}} = 2.0 \\ \phi_1 &= \frac{2C_{NSE,1}}{G_{c,1}} = 8.0E^{-3}, & \phi_2 &= \frac{2C_{NSE,2}}{G_{c,2}} = 1.6E^{-2} \end{aligned} \quad (25)$$

이 된다.

그림 5는 임계값의 감쇄 상수(critical damping)를 가지는 2차의 모델에 의하여 생성된 원하는 추종 궤적

에 대한 추종 성능을 보여준다. 그림 5. (a)는 원하는 궤적이고, 그림 5. (b), (c)는 각 축의 추종 오차이다. 정상 상태에서의 추종 오차값이 대략  $e_1 \approx 1.7E^{-3}$ ,  $e_2 \approx 3.3E^{-3}$ 임을 볼 수 있다. 이는 정리 3의 증명에서 처럼 식 (25)의  $\phi_i$ 의 크기에 의존한다. 그리고 그림 5. (d), (e)는 각 축으로의 토크 입력의 크기를 보여준다. 정상 상태에서도 약간의 chattering이 관측되지만 이는  $\phi$ 의 크기를 조절하므로써 해결할 수 있다. 물론 이때 정상 상태에서의 추종 오차 크기와 적절한 타협(compromise)이 필요하다.

표 5. 퍼지 제어기의 각 설계 변수들의 값

Table 5. Design parameters of the flc.

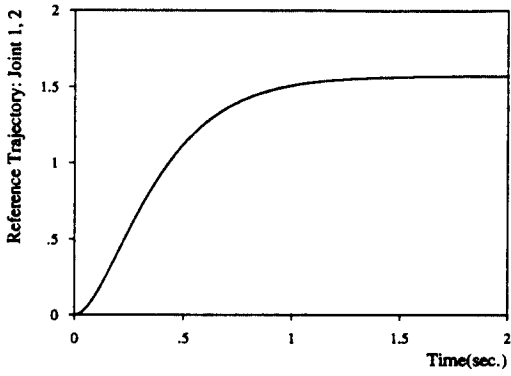
축 $i$ 변수	$G_{e,i}$	$G_{c,i}$	$C_{NBE,i} = C_{NBK,i}$	$C_{NSE,i} = C_{NSK,i}$	$C_{ZRE,i} = C_{ZRP,i}$	$C_{ISE,i} = C_{ISK,i}$	$C_{PBE,i} = C_{PKB,i}$
1	100.0	50.0	-1.0	-0.2	0.0	0.2	1.0
2	50.0	25.0	-1.0	-0.2	0.0	0.2	1.0

축 $i$ 변수	$C_{NBK,i}$	$C_{NSK,i}$	$C_{ZRP,i}$	$C_{PSK,i}$	$C_{PKB,i}$
1	1.0	0.5	0.0	0.5	1.0
2	1.0	0.5	0.0	0.5	1.0

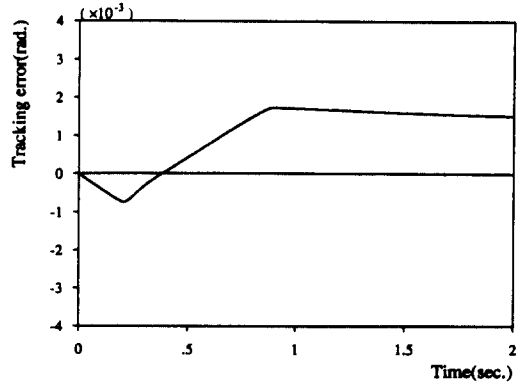
그림 6은 원하는 추종 궤적이 직교 좌표 상에서 다음과 같은 원 궤적일 때의 추종 성능을 보여 준다:

$$\begin{aligned} x &= 0.7 + 0.5 \sin s(t) \\ y &= 0.7 + 0.5 \cos s(t), \quad -\pi \leq s(t) \leq \pi, \quad 0 \leq t \leq P \end{aligned} \quad (26)$$

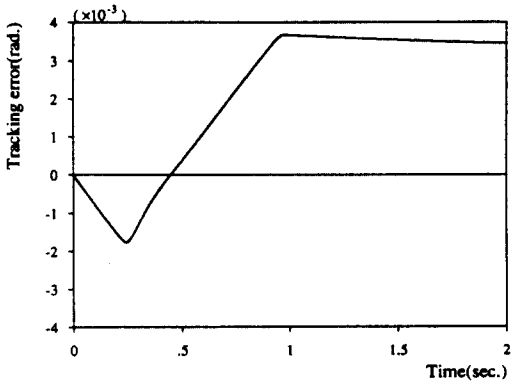
여기서  $s(t) = -\pi \cos \frac{\pi}{P} t$  이고,  $P = 2$  초로 하였다. 그리고 일단 로봇의 초기 상태를 원하는 궤적에 일치시킨 후에 시뮬레이션을 시행하였다. 그림 6. (a)는 각 축에 대한 원하는 궤적이고, 그림 6. (b)는 각 축의 추종 오차를 보여준다. 추종 오차의 최대값은 대략  $e_1 \approx 2.8E^{-3}$ ,  $e_2 \approx 0.7E^{-3}$ 이다. 그림 6. (c)는 각 축의 토크 입력을 보여준다. 이 경우에도 약간의 chattering이 있음을 볼 수 있다. 그리고 그림 6. (d)는 직교 좌표 공간에서의 원하는 궤적과 이에 대한 추종 궤적이다. 원하는 궤적을 점선으로, 그리고 추종 궤적을 실선으로 표현하였는데, 거의 일치함을 볼 수 있다.



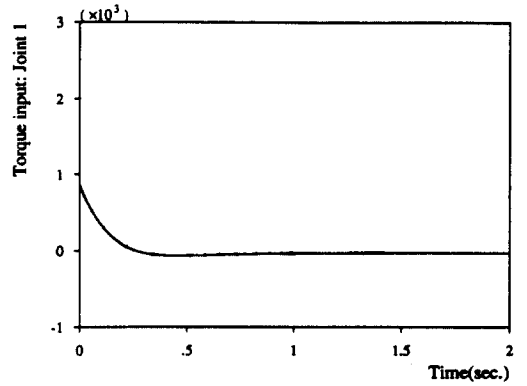
(a)



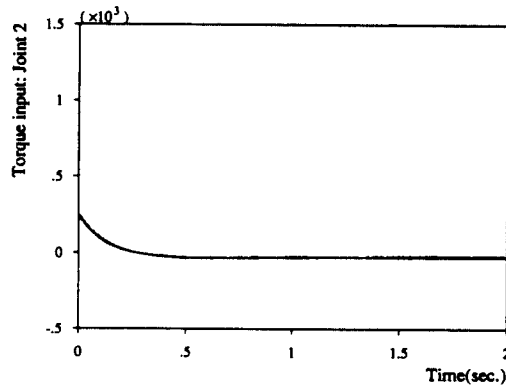
(b)



(c)



(d)



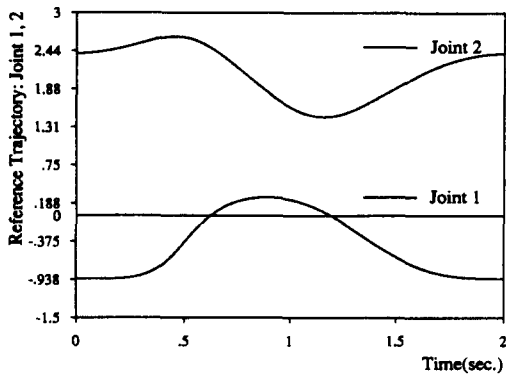
(e)

그림 5. 2차의 원하는 궤적에 대한 추종 성능

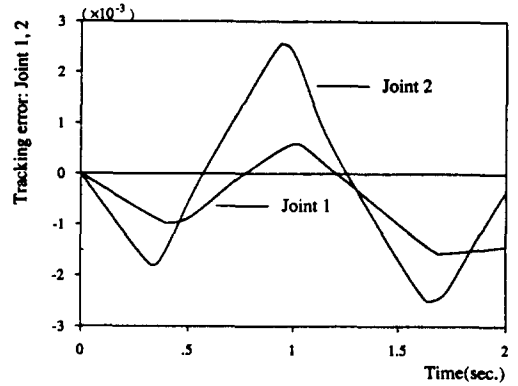
(a) 원하는 궤적 (b) 1축의 추종 오차 (c) 2축의 추종 오차 (d) 1축의 토크 입력 (e) 2축의 토크 입력

Fig. 5. Tracking performance to a desired trajectory of the second order.

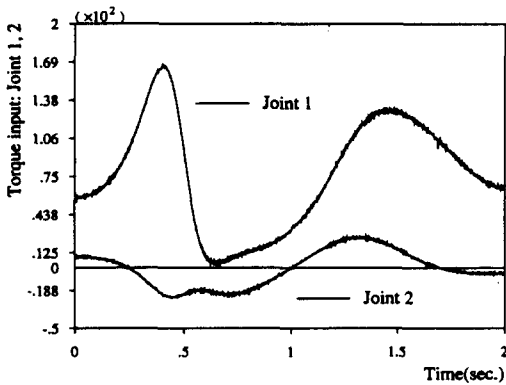
(a) Desired trajectory (b) Tracking error of the first joint (c) Tracking error of the second joint (d) Torque input of the first joint (e) Torque input of the second joint



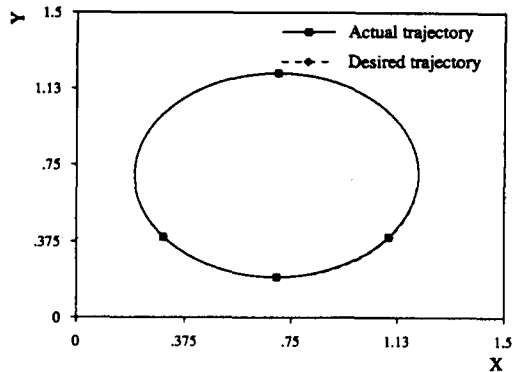
(a)



(b)



(c)



(d)

그림 6. 원하는 궤적이 직교 좌표상에서 원 궤적일 때의 추종 성능

(a) 각 축에 대한 원하는 궤적 (b) 각 축의 추종 오차 (c) 각 축의 토크 입력 (d) 직교 좌표상에서 원하는 궤적과 이에 대한 추종 결과

Fig. 6. Tracking performance to a desired trajectory of a circle in the cartesian space.

(a) Desired trajectory to each joint (b) Tracking error of each joint (c) Torque input of each joint (d) Desired trajectory and tracking result in the cartesian space

#### IV. 결론

다관절형 로봇의 동력학 제어는 부하의 변화나 마찰력 등에 따른 구조적, 비구조적 불확실성이 많으므로 강인한 제어가 필요한 분야 중의 하나이다. 본 논문에서는 퍼지 제어기의 강인성에 관한 S. Y. Yi<sup>[3]</sup>의 해석을 바탕으로 로봇 동력학의 물리적 특성을 이용한 퍼지 제어를 설계하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 이를 검증하였다. 본 논문에서의 제어 구조식 (10)이 M. Spong<sup>[5]</sup>의 제어 구조식 (27)과 다른 것은 (27)식의 경우는 단지 매개 변수  $\theta$ 의 불확실성만을 다룰 수 있지만, 본 논문의 제어 구조는 이외에도 비구조적인

불확실성  $\Delta$ 도 함께 다룰 수 있다는 것이다.

$$\tau = -Kr + Y(q, \dot{q}, v, a)(\theta_0 + u) \quad (27)$$

그러므로 본 논문의 제어 구조식 (10)은 구조적, 비구조적 불확실성을 함께 다룰 수 있는 통일적인 구조가 된다.

본 논문을 통하여 비선형성이 크고, 정성적인 설계 방식 때문에 설계 변수와 제어 성능간의 관계가 불명확했던 퍼지 제어기에 대해서, 몇가지 설계 변수들에 의한 제어 성능에의 영향을 밝혔으며 시뮬레이션으로써 이를 입증할 수 있었다. 그리고 시뮬레이션 결과에



서 로봇 동력학 제어에 응용되어졌던 몇 가지 제어 방식, 즉 기존의 가변 구조 제어 방식이나 적응 제어 방식등에 비해서 토크 입력의 최대값이 더 작음을 볼 수 있었다. 이는 퍼지 제어가 기본적으로 연속적인 제어 기이며, 퍼지 제어기 출력값이 오차의 크기에 비례하는 적응성을 가지고 있기 때문이다. 통상 퍼지 제어기는 간단한 계산 요소들로 이루어져 있으며, look-up table 방식의 제어 규칙을 가질 경우 그의 구현이 매우 간단하므로 실제적인 적용에 적합한 제어 방식이다.

### 참 고 문 헌

- [1] S. Kawaji and N. Matsunaga, "Fuzzy Control of VSS type and Its Robustness", *Proc. of IFSA-Engineering*, Brussels, pp. 81~84, 1991.
- [2] R. Palm, "Sliding Mode Fuzzy Control", *IEEE Int. conf. on Fuzzy systems*, San Diego, pp. 519~526, 1992.
- [3] S. Yi and M. Chung, "Systematic Design and Stability Analysis of a Fuzzy Logic Controller", *Int. Jour. for Fuzzy Sets and Systems*, vol. 72, pp. 271~298, 1995.
- [4] J.-J. E. Slotine and W. Li, "On the Adaptive Control of Robot Manipulators", *Int. Jour. of Robotics Research*, vol. 6, no. 3, pp. 49~59, 1987.
- [5] M. W. Spong, "On the Robust Control of Robot Manipulators", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, no. 11, pp. 1782~1786, 1992.
- [6] P. Khosla and T. Kanade, "Parametric Identification of Robot Dynamics", *IEEE Conf. on Decision and Control*, 1985.
- [7] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall International Editions, 1991.
- [8] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, Macmillan, 1992.
- [9] D. Dawson, Z. Qu, F. Lewis, and J. Dorsey, "Robust control for the tracking of robot motion", *Int. Jour. of Control*, vol. 52, no. 3, pp. 581~595, 1990.

### 저 자 소 개

#### 李 壽 榮(正會員)

1964년 10월 2일생. 1988년 2월 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1990년 2월 한국 과학 기술원 전기 및 전자공학과 석사과정 졸업(공학석사). 1994년 8월 한국 과학 기술원 전기 및 전자공학과 박사과정 졸업(공학박사). 현재 한국 과학 기술 연구원 기전연구부 Post Doc. 주관심분야는 가변 구조 시스템 기반 강인 제어 이론, 지능 제어 이론, 로봇 제어등임

#### 鄭 明 振(正會員) 第 32 卷 第 4 號 參照

현재 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 교수