

論文96-33A-10-2

다차원 신호집합에서의 트렐리스 셰이핑

(A Trellis Shaping on Multi-Dimensional Constellation)

尹碩鉉*, 李永朝*, 文邵鉉*, 高永勳*, 洪大植*, 康昌彦*
(Yoon S.H, Lee Y.J, Moon T.H, Ko Y.H, Hong D.S, and Kang C.E)

요 약

트렐리스 셰이핑은 컨벌루션 코드로 구성되는 트렐리스를 통해 전송 가능한 신호열로부터 최소전력을 갖는 신호열을 전송하는 방식으로 간단한 트렐리스로도 높은 셰이핑 이득을 얻을 수 있다. 그러나 트렐리스 셰이핑은 다차원 신호집합으로 확장될 때, 셰이핑 이득이 감소하고 전송지연이 증가하는 등의 단점을 갖는다.

본 논문에서는 다차원 신호집합에서 트렐리스 셰이핑의 단점을 보완하기 위해 다차원 신호집합에 대한 매핑 방식으로 제안된 셸 매핑(shell mapping) 방법을 트렐리스 셰이핑에 적용하였다. 셸 매핑이 적용된 트렐리스 셰이핑에서는 최소전력을 찾기위한 트렐리스의 동작이 2차원 트렐리스 셰이핑의 형태로 나타나며, 트렐리스 구성을 위한 컨벌루션 코드의 부호율은 다차원 신호집합의 셸 개수에 의해 결정된다.

실험 결과 셸 매핑 방법이 적용된 트렐리스 셰이핑은 다차원 트렐리스 셰이핑의 장점으로 나타나는 CER (Constellation Expansion Ratio)과 전송정보량 측면에서는 같은 값을 유지하면서, 셰이핑 이득은 다차원 신호집합으로 증가하더라도 2차원 트렐리스 셰이핑에 비해 감소하지 않으며 전송지연 효과도 증가하지 않는다.

Abstract

The trellis shaping is the method of selecting a minimum weight sequence from an equivalent class of possible transmitted sequences. It is performed by searching through the trellis diagram of a shaping convolutional code Cs. A shaping gain of the order of 1 dB may be obtained with a simple 4-state shaping code.

But when the trellis shaping is applied to multi-dimensional constellation, the shaping gain is decreased and the transmission delay is increased, which make it difficult to apply the trellis shaping to multi-dimensional constellation. In this paper, in order to solve these problems, the shell mapping algorithm is used for the mapper in the proposed trellis shaping.

The simulation result shows that the proposed trellis shaping is better than conventional trellis shaping on multi-dimensional constellation with respect to shaping gain and transmission delay. And the constellation expansion ratio(CER) and the capacity of transmitted information are identical to those of conventional trellis shaping on multi-dimensional constellation.

I. 서 론

Ungerboeck은 코딩기술과 변조방식을 결합한 형태의 트렐리스 부호화된 변조방식(Trellis Coded

Modulation, TCM)을 제안하였으며, 이는 높은 코딩 이득을 제공하였다^[1]. 더 높은 코딩이득을 얻기 위한 방법들이 지속적으로 연구되었고, Wei는 다차원 신호 집합을 사용하는 다차원 TCM 방식을 제안하였다^[2]. Wei는 다차원 TCM의 사용에서 전력이 큰 신호집합과 작은 신호집합을 나누어 전력이 작은 신호집합을 자주 사용하는 방법을 사용하였다. 이 방법은 간단한 매핑방식으로 약간의 부가적인 이득을 제공하였다. 이

* 正會員, 延世大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Yonsei Univ.)

接受日字: 1996年2月13日, 수정완료일: 1996年9月16日

후, 다차원 신호집합을 이용하는 방법에 대한 연구가 계속 진행되었다. 다차원 신호집합을 효과적으로 사용하면 코딩과 같은 복잡한 기술을 사용하지 않고도 전력이득을 얻을 수 있었다. 이처럼 전송단에서 전송전력을 줄이려는 기술을 셰이핑(Shaping)이라 한다.

셰이핑에 의해 얻을 수 있는 이득은 신호집합의 발생분포가 가우시안 분포일 때, 최대 1.53 dB이며 실제 시스템에서는 0.5-1.0 dB정도의 이득을 얻을 수 있다. 이러한 이득은 코딩에 의해 얻을 수 있는 이득에 비해서는 크지는 않지만 코딩이득을 얻은 후에 생기는 이득이므로 큰 이득이라 할 수 있다. 또한 셰이핑은 기존의 코딩 시스템과 완벽하게 조화될 수 있으며 기존의 시스템에는 거의 영향을 미치지 않고 수신단에 복잡도를 증가시키지 않는 장점을 갖는다^[3]. 이러한 장점으로 인해 최근에는 전화선을 통하여 28.8 kbps까지 데이터를 전송할 수 있는 V.34 모뎀에서 4차원 TCM과 함께 16차원 신호집합을 이용한 셰이핑 기술을 사용하고 있으며 약 0.3-0.7 dB의 이득을 얻을 수 있다^[4].

셰이핑을 위해서 많은 방법들이 연구되어 왔으며 이러한 방법들은 다차원 신호집합을 이용한 셰이핑 방법, 2차원 신호집합에 대해 불균일 분포를 부여하는 방법과 트렐리스 셰이핑으로 크게 나눌 수 있다. 이 중 본 논문에서 사용하고자 하는 트렐리스 셰이핑은 많지 않은 계산량을 요구하는 간단한 트렐리스를 사용하고도 1 dB가량의 이득을 얻을 수 있지만 다차원 신호집합으로 확장하는데 있어서 셰이핑 이득이 떨어지거나 비터비 디코더의 계산량 증가, 전송단의 지연이 커지는 등의 여러 문제점을 가져오게 된다.

본 논문에서는 이러한 트렐리스 셰이핑의 문제점을 보완하기 위해서 기존의 다차원 신호집합의 효과적인 매핑방법으로 연구되어진 셸 매핑(shell-mapping)방식을 트렐리스 셰이핑의 매핑방법으로 사용한다. 셸 매핑방식은 다차원 신호집합을 사각(square) 형태의 2차원 신호집합으로 표현하여 다차원 신호집합의 매핑방식이 간단한 형태를 갖도록 하는 방법이다. 이러한 매핑방식을 사용할 경우, 트렐리스 셰이핑은 2차원 신호집합에 대한 셰이핑 방법과 같은 형태로 사용된다. 그러므로 다차원 신호집합의 셸의 개수만을 조정함으로써 셰이핑 이득과 전송지연, 계산량의 문제를 다양하게 조절할 수 있는 특징을 갖게 된다. 즉, 다차원 신호집합의 셸 개수를 증가시킴으로서 셰이핑 이득이 감소하는 것을 막을 수 있고 반면에 셸의 개수를 감소시키

면 셰이핑에 의한 이득은 감소하나 전송지연효과와 계산량을 줄일 수 있게 된다.

본 논문은 전체 6장으로 구성되며, II, III장에서는 기존의 셰이핑 방법인 트렐리스 셰이핑과 셸 매핑 방법에 대해 살펴본다. IV장에서는 다차원 신호집합으로 확장된 트렐리스 셰이핑 방법과 문제점을 알아보고 V장에서 트렐리스 셰이핑과 셸 매핑 방법이 적용된 트렐리스 셰이핑의 결과를 비교 분석하며 VI장에서 결론을 맺는다.

II. 트렐리스 셰이핑(Trellis Shaping)

트렐리스 셰이핑^[5,6]은 컨벌루션 코드에 의해 결정된 무한 차원의 보로노이 영역(Voronoi region)을 사용함으로써 신호집합을 셰이핑하는 방법이다. 즉, 컨벌루션 코드의 생성 다항식 G_s 에 의해 생성되는 트렐리스도를 이용하여 전송 가능한 신호열중 최소의 에너지를 갖는 신호열을 찾아내는 알고리즘이다. 이를 위한 송신기의 구조는 그림 1과 같은 형태를 갖는다.

그림 1에서 변형된 부호 비트열 z' 은 신호점을 묶어 놓은 셸의 매핑에 사용되며 셰이핑되지 않는 비트는 셸안의 신호점의 매핑을 위해 사용된다. 트렐리스 셰이핑에 있어서 실제적인 셰이핑의 동작은 신호들의 집합인 셸을 매핑하기 위한 부호 비트열 z 을 $z' = z \oplus y$ 로 변형시키는 과정에서 나타나게 된다. 여기에서 y 는 컨벌루션 코드 C_s 에 해당하는 코드열이고 \oplus 는 이진 연산의 덧셈을 나타낸다. 이 신호열에 대한 변형 과정은 변형된 신호점인 a'_i 의 평균 에너지 $S_x = E[||a'_i||^2]$ 를 최소화하기 위한 과정이 된다.

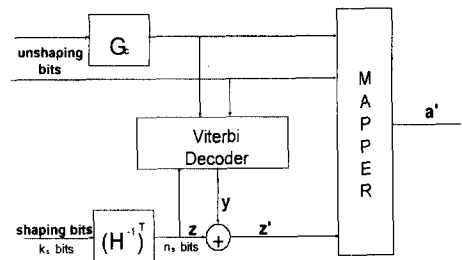


그림 1. 트렐리스 셰이핑 시스템
Fig. 1. The trellis shaping system.

이 때, 트렐리스 셰이핑은 사용되는 코드에 따라 얻을 수 있는 이득이 크게 바뀌는데, 일반적으로 컨벌루션 코딩에 적합한 코드를 사용해야 높은 이득을 얻

을 수 있다. 그러므로 트렐리스 셰이핑은 평균 전력의 최소화를 이루기 위한 방법으로 비터비 알고리즘을 사용하게 된다. 즉, 셰이핑 컨벌루션 코드 C_s 에 대한 트렐리스도와 적당한 가지 메트릭을 이용한 비터비 알고리즘을 이용함으로써 평균전력을 최소화하게 된다. 비터비 디코더에서 각각의 가지에 해당하는 메트릭은 변형된 부호 비트에 대한 신호점 a_j' 의 유클리디안 거리 $\|a_j'\|^2$ 으로 할당하게 된다.

수신단에서 변형된 비트열의 복구는 신드롬 형성기 (syndrome former)를 이용하여 이루어진다. $k \times n$ 생성 매트릭스 G 를 갖는 k/n 이진 선형 컨벌루션 코드에 대한 신드롬 형성기는 일반적으로 n 개의 입력과 $(n-k)$ 개의 출력을 갖고 $n \times (n-k)$ 의 전달함수 매트릭스 H^T 를 구현한 선형 시퀀셜 회로이다. G 와 H^T 는 서로 dual 관계에 있으며 이는 다음과 같이 표현된다.

$$GH^T = 0 \quad (1)$$

이러한 성질을 이용하면, $z' = z \oplus y$ 는 C_s 의 코셋(coset)인 $C_s \oplus z$ 의 원소가 되고, z 와 z' 은 같은 신드롬을 갖게 된다. 이는 식 (2)를 통해서 알 수 있다.

$$z' H^T = (z \oplus y) H^T = z H^T = s \quad (2)$$

이 성질을 이용한다면 y 가 어떤 신호열이라도 $y \in C_s$ 과 $\hat{z} = z'$ 만 만족한다면 수신기는 z' 으로부터 변형되기 전의 부호 비트열 z 와 관계되는 신드롬열 s 를 복구해 낼 수 있다. 다만 $\hat{z} \neq z'$ 이면 오류비트가 발생하게 된다. 이 때, H^T 는 무한한 에러의 전파효과를 유발시키지 않기 위해 제한이 없는 형태로 항상 선택되어야만 한다.

식 (2)를 다시 이용하면 송신기의 형태는 신드롬열 s 를 전송단의 입력으로 사용할 수 있음을 알 수 있다. 즉, 입력비트열 s 로부터 신드롬이 s 이고 C_s 의 코셋에 놓이는 변형되기 이전의 부호 비트열 z 를 생성하게 된다. 이는 식 (2)로부터 다음의 관계를 형성한다.

$$z = s(H^{-1})^T \quad (3)$$

이와 같이 트렐리스 셰이핑을 사용하면 간단한 형태의 4 상태 1/2 컨벌루션 코드를 사용하더라도 약 1 dB가량의 높은 셰이핑 이득을 얻을 수 있다. 하지만 비터비 알고리즘의 특성으로 인해 송신단에서 신호의 전송지연 효과가 나타나게 되는 단점을 갖고 있다. 전

송지연은 송신단에서 입력비트의 버퍼링을 위한 메모리의 크기를 증가시키게 된다. 하지만 전송지연 효과를 줄이기 위해 트렐리스의 메모리를 줄이게 되면 전송상의 오류가 발생하게 되는 문제점을 갖는다. 전송지연 효과는 더 높은 셰이핑 이득을 얻기 위해 트렐리스의 상태수를 증가시키면 더 크게 나타나게 된다. 또한 2차원 신호집합에 대한 트렐리스 셰이핑은 비트 전송율에 있어서 항상 정수의 비트 전송율로만 전송이 가능하다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 다차원 신호집합에 트렐리스 셰이핑을 적용할 수 있으나 이러한 경우 IV장에서 보게 될 것처럼 많은 다른 문제점을 유발시키게 된다.

III. 셸 매핑 (Shell-Mapping)

다차원 신호집합에 대한 균일분포를 갖는 매핑방식을 사용하게 되는 경우 셰이핑 이득을 얻게 된다. 즉, 다차원 신호집합의 경계를 적절하게 선택함으로써 전송신호의 평균전력을 줄일 수 있다. 이 때, 경계는 구 형태를 취할 때, 가장 큰 셰이핑 이득을 얻을 수 있으며, 셰이핑을 이용하여 최대로 얻을 수 있는 이득은 무한차원의 신호집합에 구 형태를 취할 경우 최대 1.53 dB의 이득을 얻게 된다^[31]. 하지만 구 형태를 취할 경우, 매핑방식이 매우 복잡하게 되는 단점이 생긴다. Khandani와 Kabal에 의해 제안된 셸 매핑 방법^[7,8]은 이와 같은 구 형태의 다차원 신호집합을 용이하게 하기 위한 매핑 방법의 하나이다.

셸 매핑 알고리즘은 최적의 셰이핑 영역인 구 형태의 영역 A_N 을 다차원 입방체 형태로 매핑하기 위해 변수의 치환을 사용하는 방식을 취하며 변수의 치환은 다음과 같이 이루어진다.

$$Y_p = (X_{2p}^2 + X_{2p+1}^2) / R_2^2, \quad p=0, \dots, n-1 \quad (n=N/2) \quad (4)$$

위의 치환식을 이용하면 최적의 셰이핑 영역 A_N 은 다음과 같은 $n=N/2$ 차원의 영역으로 매핑된다.

$$TC_n(1, \beta) = \{Y_p, \quad p=0, \dots, n-1\}$$

$$: 0 \leq Y_p \leq 1$$

$$0 \leq \sum_{p=0}^{n-1} Y_p \leq \beta, \quad 0 \leq \beta = R_N^2 / R_2^2 \leq n$$

(5)

이러한 셸 매핑 알고리즘은 위와 같이 한 단계만이

아니라 다단계에 걸쳐서도 사용될 수 있다. 두 단계에 걸쳐서 이루어지는 N차원 신호집합에 대한 매핑방식의 예를 들면 다음과 같이 수행되어 질 수 있다. 첫 번째 단계에서는 최적의 쉘이핑 영역으로 정의한 A_N' 영역에 대한 매핑을 하게 된다. 두 번째 단계에서는 첫 번째 단계에서 사용한 A_N' 의 $n'=N/N'$ 카테이션 곱 형태로 이루어진 새로운 매핑영역에 대한 매핑이 이루어진다. 이 경우에 있어서도 변수에 대한 치환은 한 단계에서 이루어진 방식과 동일하며 다음과 같은 치환식을 사용한다.

$$Z_q = \sum_{\beta=0}^{n'-1} [X_{2(nq+\beta)}^2 + X_{2(nq+\beta)+1}^2] / R_2^2, \quad (6)$$

$$(\beta=0, \dots, n-1 \quad q=0, \dots, n'-1)$$

여기에서 β 와 β' 를 다음과 같이 정의한다.

$$R_{N'}^2 = \beta R_2^2, \quad R_N^2 = \beta\beta' R_2^2 \quad (7)$$

위의 치환식과 정의된 변수 β 와 β' 를 사용하면 A_N' 는 다음과 같은 영역으로 다시 매핑된다.

$$TC_n(\beta, \beta') = \{Z_q, \quad q=0, \dots, n'-1\}$$

$$: 0 \leq Z_q \leq \beta \quad (8)$$

$$: 0 \leq \sum_{p=0}^{n'-1} Z_p \leq \beta\beta'$$

위와 같이 표현되는 변수치환에 의한 쉘 매핑방식은 그림 2와 같이 나타난다.

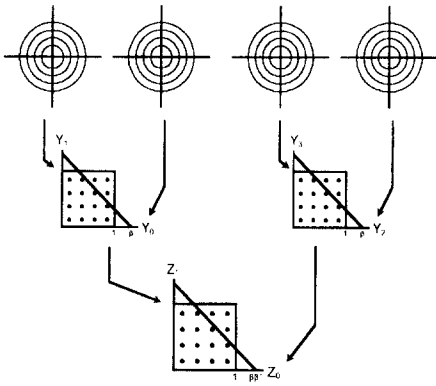


그림 2. 8차원 신호집합에 대한 다단계 쉘 매핑
Fig. 2. Multi-level shell mapping on 8-D Constellation.

이러한 매핑방식을 사용하면 β 값을 조절함으로써 쉘이핑 이득과 CER을 필요에 따라 조절할 수 있는 장점

이 있다. 즉, β 를 크게 함으로서 CER을 줄일 수 있고 β 를 작게 함으로서 높은 쉘이핑 이득을 얻을 수 있다. 쉘 매핑 방식을 사용하는데 있어서 쉘이핑 이득과 CER 사이의 적절한 값을 찾는 것은 중요하다. 또한 위에서 지적한 것처럼 매핑이 구 형태에서 다차원 입방체의 형태로 나타나므로 프리픽스 코드(prefix code)에 의해 매핑이 쉽게 이루어 질 수 있다는 장점을 갖고 있다.

IV. 다차원 신호집합에서의 트렐리스 쉘이핑

1. 다차원 신호집합에 적용된 트렐리스 쉘이핑

기존의 트렐리스 쉘이핑을 다차원 신호집합에 적용하는 방법은 $(H^{-1})^T$ 의 입력비트와 출력비트의 수를 증가시키면 가능하다. 출력비트의 신호점에 대한 매핑 방식은 변형된 비트열 z' 을 2차원 단위로 나누어서 각각 2차원 신호집합의 매핑 비트로 사용하는 방식을 취한다^[5]. 이 때 $(H^{-1})^T$ 의 입력비트와 출력비트를 증가시키면 H 와 dual 관계에 있고 트렐리스의 구성을 위해 사용되는 컨벌루션 코드의 생성다항식 G 의 부호율이 변화된다.

이와 같은 방식을 사용하면 N차원의 신호집합으로 트렐리스 쉘이핑을 확장시키는 것이 가능하다. N차원 신호집합을 구성하는 2차원 신호집합을 $m=2^n$ 개의 쉘로 나누었다고 할 때, N차원의 신호집합은 $m^{N/2} = 2^{\frac{N}{2} \cdot n_s}$ 개의 쉘로 구성된다. N차원의 신호집합의 쉘에 대한 매핑을 위해서는 $\frac{N}{2} \cdot n_s$ 개의 비트가 필요하며 전송 시스템에서는 전송비트열 z' 의 신드롬 s 에 해당하는 $\frac{N}{2} \cdot n_s - r_s$ 개의 비트가 $(H^{-1})^T$ 의 입력으로 사용된다. 즉, $(H^{-1})^T$ 는 $(\frac{N}{2} \cdot n_s - r_s) / \frac{N}{2} \cdot n_s$ 의 부호율을 갖는 컨벌루션 코드의 생성 다항식으로 구성된다. 출력으로 얻게 되는 $\frac{N}{2} \cdot n_s$ 개의 비트 z 는 H 와 dual 관계에 있는 컨벌루션 코드 생성 다항식 G 로 구성되는 트렐리스도의 경로상에서 전송전력이 최소가 되도록 코드열 y 에 의해 변형된다. 이 변형된 부호화 비트 z' 은 n_s 개씩으로 나누어서 각각 2차원 신호집합의 쉘을 선택하기 위한 매핑비트로 사용된다. 이를 위한 송신기의 구조는 그림 3과 같다

다차원 신호집합의 트렐리스 쉘이핑에서는 잉여 비트 r_s 를 최소화하기 위해서 일반적으로 1비트만을 사

용한다. 잉여 비트를 최소화하는 이유는 셰이핑을 하지 않은 경우에 비해서 신호집합이 확장되는 것을 최소화하기 위해서이다. 트렐리스 셰이핑에서 신호집합의 확장비를 나타내는 CER은 다음과 같다.

$$CER = 2^{k_s} = 2^{\frac{r_s}{N/2}} \quad (8)$$

여기에서 $k_s = \frac{r_s}{N/2}$ 를 정규화된 정보량(normalized informativity)이라고 한다.

식 (8)에서 보는 바와 같이 잉여 비트, 즉 정규화된 정보량이 줄어들수록 CER이 작아지게 된다. 정규화된 정보량을 줄임으로서 CER을 줄일 수 있다는 것은 셰이핑을 사용할 때 발생하는 문제점을 보완하는 측면이다. 또한 잉여 비트수를 고정시켰을 때, 신호집합의 차원이 증가함에 따라 2차원 신호당 전송 가능한 비트수는 $\left(\frac{N}{2} n_s - r_s\right) / \frac{N}{2} = n_s - \frac{2}{N} r_s$ 으로 2차원 신호집합에 적용되었을 때 보다 증가하게 된다. 다차원 신호집합에 트렐리스 셰이핑을 사용하는 경우 CER이나 비트전송율 측면에서 이처럼 장점을 갖는다.

하지만 이러한 기존의 트렐리스 셰이핑 방식을 사용하게 될 때, 신호집합의 차원이 커짐에 따라 셰이핑에 의한 이득은 점점 줄어들게 된다. 이는 첫째로 정규화된 정보량이 줄어들기 때문이다. 둘째로 2차원 신호집합의 셀을 조합하여 만들어지는 다차원 신호집합의 셀이 트렐리스상에서 전송전력을 충분히 줄일 수 있을 만큼 완전히 표현될 수 없기 때문이다.

첫 번째 이유로 지적된 정규화된 정보량의 감소는 CER과의 trade-off 측면이므로 CER을 고정시키고 정규화된 정보량을 증가시키는 것은 불가능하다. 두 번째 이유로 지적된 문제는 트렐리스의 상태수를 증가시키므로써 트렐리스를 통해 살아남는 생존경로의 수를 증가시키고 셰이핑 이득을 증가시킬 수 있다.

또한 위에서 보았던 것처럼 신호집합의 차원이 증가함에 따라 컨벌루션 코드 부호기의 출력이 증가하여야 한다. 컨벌루션 코드 부호기의 출력을 증가시키고 셰이핑에 적합함 코드를 구성하기 위해서는 컨벌루션 코드의 구속장 길이를 증가시켜야 한다. 하지만 구속장 길이의 증가는 트렐리스의 상태수를 증가시키는 결과를 갖고오게 되며 이는 비터비 디코더의 계산량을 증가시키는 단점을 갖고 온다. 또한 트렐리스의 상태수가 증가함에 따라 비터비 디코더의 메모리가 커져야

한다. 즉, 비터비 디코더의 출력이 트렐리스상에서 끊어지지 않는 경로의 형태로 나오기 위해서는 비터비 디코더의 메모리가 커져야 하며, 이는 송신단에서의 지연을 크게 가져오는 결과를 낳게 된다.

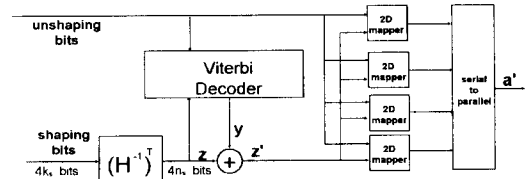


그림 3. 8차원 신호집합에 적용된 트렐리스 셰이핑 시스템

Fig. 3. The trellis shaping system on 8-D constellation.

2. 셀 매핑 방식을 적용한 트렐리스 셰이핑

기존의 트렐리스 셰이핑 방식은 단지 트렐리스의 가지에 2차원 신호를 여러 개 할당하고 부호 비트열 z 의 비트수를 증가시켜 다차원으로 확장하는 방식을 취하게 된다. 이 때 기존의 트렐리스 셰이핑은 다차원 신호집합에 적용될 경우에 셰이핑 이득이 줄어들고 비터비 디코더의 메모리가 증가하는 등의 단점을 가지게 된다.

본 논문에서 제안한 방법은 이러한 매핑방식을 사용하지 않고 III장에서 보았던 셀 매핑 방식에 트렐리스 셰이핑을 적용하게 된다. 즉, 다차원 신호집합의 셀을 2차원 신호집합의 형태로 표현하고 이렇게 2차원 신호집합의 형태로 변형시켜 표현된 다차원 신호집합에 트렐리스 셰이핑을 적용한다. 이는 셀 매핑 방식에서 제한된 크기 β 이하만의 신호집합을 균일하게 발생시키는 것과는 다르게 다차원 신호집합을 불균일 분포를 갖도록 발생시킴으로써 셰이핑 이득을 얻는 결과를 갖고 오게 된다.

이러한 방식을 사용하게 되면 다차원 신호집합의 셀이 2차원 신호집합의 구 형태로 표현된다. 그러므로 트렐리스 셰이핑을 적용하는데 있어서 2차원에서 트렐리스 셰이핑이 사용했던 것과 같은 간단한 컨벌루션 코드의 사용이 가능하게 된다. 이 때, 셀 매핑 방식을 적용한 트렐리스 셰이핑은 기존의 트렐리스 셰이핑에 비해서 계산량과 메모리가 줄어들고 전송지연 효과도 줄어든다. 반면에 높은 셰이핑 이득을 얻기 위해서는 구속장의 길이와 상태수가 큰 코드를 사용하고 다차원 신호집합의 셀의 개수를 증가시키면 가능하다.

셸 매핑 방식을 적용한 트렐리스 셰이핑을 위한 송신기의 구조는 그림 4와 같다. 송신기에서 트렐리스 셰이핑을 통한 부호 비트 z' 은 기존의 트렐리스 셰이핑과 같이 2차원 신호집합의 셸에 대한 매핑비트로 나누어지지 않고 셸 매핑 방식에 의해 형성된 2차원 형태의 다차원 신호집합의 셸에 대한 매핑비트로 사용된다. 그림 4에서 보는 바와 같이 8차원의 신호집합에 사용될 경우, 비터비 디코더를 통해 변형된 부호 비트 z' 은 8차원의 신호집합 Ω_8 의 셸을 선택하기 위한 비트로서 직접 사용된다. 사상기(mapper)에서는 이 변형된 부호 비트 z' 과 셰이핑 과정에 관계하지 않는 입력 비트를 이용하여 3단계의 매핑과정을 통해서 데이터의 전송을 위한 신호를 선택하게 된다.

이러한 과정이 $N=2^n$ 차원의 신호집합에 적용되면 n 단계의 순차적인 매핑과정을 거쳐 전송을 위한 신호점 n 개가 결정된다. 이 때, n 단계의 순차적인 매핑과정을 거쳐게 되므로 실제로 셰이핑에 관계하는 과정은 첫 번째 단계의 사상기에만 적용된다. 즉, 비터비 디코더를 거쳐 변형된 부호 비트 z' 는 기존의 트렐리스 셰이핑처럼 각각의 2차원 신호집합의 매핑에는 전혀 관계하지 않게 되며, 8차원의 신호집합 Ω_8 의 셸에 대한 매핑에만 관계하게 된다. 그러므로 기존의 트렐리스 셰이핑 방식과 같이 신호집합의 차원이 증가하더라도 N 차원 신호집합의 셸의 개수에 따라서 부호율을 조절할 수 있다.

예를 들면, 8차원의 신호집합에 대해 기존의 트렐리스 셰이핑을 적용할 경우, 2차원 신호집합이 4개의 셸로 구성된다면 트렐리스의 구성을 위한 컨벌루션 코드는 1/8 컨벌루션 코드의 형태를 취하며 트렐리스의 상태수는 적어도 16개의 상태를 가지게 된다. 하지만 셸 매핑 방식을 적용하여 트렐리스 셰이핑을 사용할 경우, 8차원의 셸을 4개로 나누기만 한다면 2차원 트렐리스 셰이핑에서 사용했던 간단한 형태의 4-상태 1/2 컨벌루션 코드로도 구성이 가능하다. 이것은 다차원 트렐리스 셰이핑에서 지적되었던 계산량과 전송 지연효과와 증가를 줄일 수 있게 해준다. 또한 8차원 신호집합 Ω_8 의 셸의 수를 256개로 증가시키고 트렐리스 구성을 위한 컨벌루션 코드의 부호율을 1/8로 변화시키면 셰이핑 이득을 증가시킬 수 있으며 2차원 신호집합에 트렐리스 셰이핑을 적용했을 경우와 유사한 셰이핑 이득을 얻을 수 있다. 이것은 계산량의 증가나 전송지연효과가 커지는 현상없이 다차원 신호집합에

트렐리스 셰이핑을 적용할 때 셰이핑 이득이 감소하는 단점을 보완할 수 있게 해준다.

이처럼 셸 매핑 방식이 트렐리스 셰이핑의 매핑과정에 적용되면 구속장의 길이가 작은 간단한 코드를 사용함으로써 다차원 트렐리스 셰이핑에서 생기는 문제점인 계산량과 전송지연의 증가를 줄일 수 있다. 또한 다차원 신호집합의 셸 개수를 증가시키고 적당한 코드를 사용함으로써 다차원 신호집합에 트렐리스 셰이핑이 사용될 때 셰이핑 이득이 떨어지는 것을 보완할 수 있다. 이는 셸 매핑 방식이 트렐리스 셰이핑의 매핑방식으로 사용될 경우 셰이핑 이득과 계산량, 전송 지연효과와 두 측면에서 선택적으로 보완될 수 있음을 말해주는 것이다.

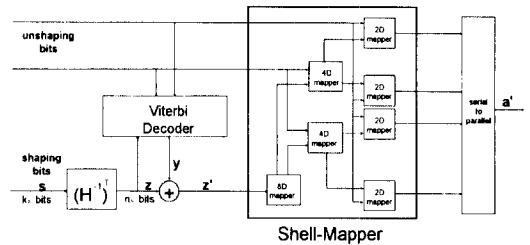


그림 4. 8차원 신호집합에서 셸 매핑을 사용한 트렐리스 셰이핑 시스템
Fig. 4. The trellis shaping system using shell mapping on 8-D constellation.

V. 실험 결과 및 고찰

이번 장에서는 트렐리스 셰이핑을 다차원 신호집합에 적용하고 IV장에서 보았던 문제점에 대해서 알아본다. 또한 이러한 문제점을 보완하기 위해서 제안된 셸 매핑이 적용된 트렐리스 셰이핑의 결과와 비교하기로 한다. 실험에서 사용하는 2차원 신호집합은 256 QAM을 사용하였으며 이를 4개의 셸로 구성하였다. 또한 셰이핑 과정에서 생기는 잉여 비트의 수는 CER을 최소화하기 위해 모두 1 비트를 사용하였다.

1. 트렐리스 셰이핑

이번 절에서는 기존의 트렐리스 셰이핑을 다차원 신호집합에 적용하고 이를 2차원 신호집합에 적용한 결과와 비교한다. 그림 5와 표 1은 상태수가 16인 경우에서 신호집합의 차원의 증가에 따른 셰이핑 이득과 CER, 전송정보량을 보여주고 있다. 신호집합의 차원이

증가함에 따라 CER은 2, 2^{1/2}, 2^{3/4}로 계속 감소하게 되며 심볼당 전송정보량은 7 비트, 7.5 비트, 7.75 비트로 증가하게 된다. 이 결과는 트렐리스 셰이핑을 다차원 신호집합에 적용하는데 있어서 CER이나 전송정보량에 있어서는 유리한 면을 가진다는 것을 말한다. 반면에 3장에서 보았던 것처럼 2차원에서 4차원, 8차원으로 증가함에 따라 셰이핑 이득은 각각 1 dB, 0.8 dB, 0.7 dB로 계속 감소하게 하게 된다. 위의 결과는 트렐리스 셰이핑이 다차원 신호집합에 적용될 때, 셰이핑 이득이 감소하게 된다는 것을 보여주고 있다. 또한 8차원으로 증가하였을 때, 트렐리스의 구성을 위한 컨벌루션 부호화기는 최소한 상태수가 16개를 가져야 한다. 트렐리스 셰이핑은 신호집합의 차원이 증가함에 따라 상태수가 증가하게 되고 이는 계산량의 증가를 갖고 오게 된다.

즉, 트렐리스 셰이핑은 다차원으로 증가함에 따라 CER은 감소하고 전송정보량은 증가하는 장점을 갖지만 셰이핑이득은 떨어지고 전송지연이 커지는 등의 단점을 갖는다는 것을 알 수 있다

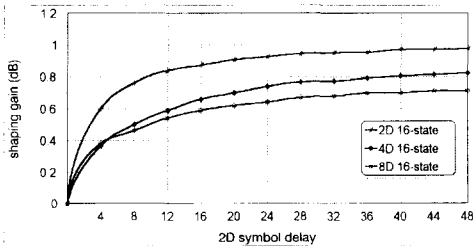


그림 5. 상태수 16에서 신호집합의 차원에 따른 셰이핑 이득

Fig. 5. Shaping gain obtained with 16-state trellis as a function of dimension and 2-D symbol delay.

표 1. 상태수 16에서 신호집합의 차원에 따른 셰이핑 이득, 전송정보량, CER (2차원 신호의 지연 = 100)

Table 1. Shaping gain, normalized informativity, CER obtained with 16-state code as a function of dimension (2 D symbol delay = 100).

차원	셰이핑이득 (dB)	전송정보량 (bits/sym)	CER
2	1.00	7.00	2
4	0.82	7.50	2 ^{1/2}
8	0.72	7.75	2 ^{3/4}

2. 셀 매핑이 적용된 트렐리스 셰이핑

이번 절에서는 다차원 신호집합에 셀 매핑을 사용한 트렐리스 셰이핑을 적용하고 이 결과를 기존의 트렐리스 셰이핑과 비교한다.

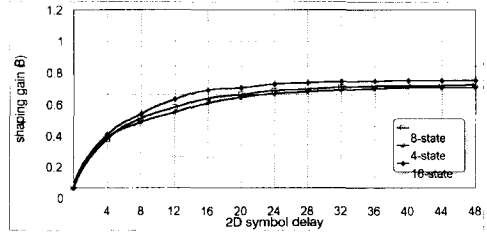


그림 6. 8차원 신호집합에서 1/2 코드를 사용하였을 때 셰이핑 이득

Fig. 6. Shaping gain obtained with 1/2 code on 8-D constellation as a function of state and 2-D symbol delay.

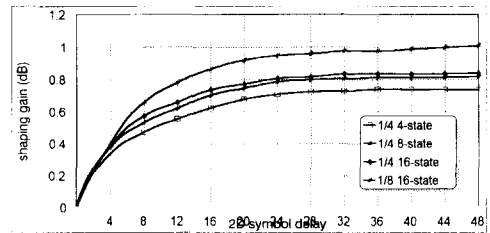


그림 7. 8차원 신호집합에서 1/4, 1/8 코드를 사용하였을 때 셰이핑이득

Fig. 7. Shaping gain obtained with 1/4, 1/8 code on 8-D constellation as a function of state and 2-D symbol delay.

그림 6과 그림 7은 8차원의 신호집합에 대한 셰이핑 이득을 보여주고 있다. 그림 6의 경우 8차원 신호집합의 셀 개수를 4개로 하였다, 트렐리스의 구성을 위한 컨벌루션 부호화기는 8차원 신호집합의 셀 개수가 4개이므로 1/2 컨벌루션 코드를 사용하였다. 이 때 셰이핑 이득은 상태수의 증가에 따라 약간의 증가를 보이지만 거의 0.7 dB 정도의 유사한 이득을 보이고 있다. 이는 셀의 개수가 4인 경우에 대해 얻을 수 있는 최적의 불균일 분포와 최대 셰이핑 이득을 상태수가 4인 트렐리스를 이용해서 얻을 수 있음을 의미한다. 결국 이처럼 셀의 개수가 4개인 경우는 많은 계산량을 요구하지 않는 4 상태의 트렐리스를 이용하더라도 충분한 셰이핑 이득을 얻을 수 있다. 그림 7은 8차원 신호집합의 셀의 개수를 16개, 256개로 하였을 때의 결과이다.

트렐리스의 구성을 위한 컨벌루션 부호화기는 8차원 신호집합의 셀 개수가 16개, 256개이므로 각각 1/4, 1/8 컨벌루션 코드를 사용하였다. 1/4 코드를 사용한 경우, 웨이핑 이득은 상태수가 4일 때 0.7 dB정도로 나타나며, 8, 16으로 증가할 때 모두 0.8 dB 정도의 이득이 나타남을 알 수 있다. 즉, 8차원 신호집합의 셀 개수를 16으로 하였을 때는 상태수가 8이상으로 하였을 때 최대의 웨이핑 이득을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 또한 셀의 개수를 256개로 하고 상태수를 16으로 한 경우는 1 dB 정도의 이득을 얻을 수 있다.

위의 결과에서 볼 수 있는 것처럼 셀 매핑을 적용한 트렐리스 웨이핑의 경우, 웨이핑 이득은 2차원 신호집합의 셀 개수를 고정시키면 트렐리스 웨이핑과 마찬가지로 트렐리스의 상태수에도 의존하지만 다차원 신호집합의 셀 개수에도 크게 좌우됨을 알 수 있다. 즉, 다차원 신호집합의 셀 개수를 작게 하면 아무리 상태수를 증가시키더라도 계산량은 증가하지만 웨이핑 이득은 증가하지 않게 된다. 이러한 결과에서 알 수 있듯이 셀 매핑을 적용한 트렐리스 웨이핑의 경우, 셀의 개수가 주어졌을 때 최대 이득을 얻기 위한 최소의 상태수를 갖는 트렐리스를 찾는 것이 중요한 문제가 된다.

그림 8~그림 10은 상태수와 신호집합의 차원에 따른 웨이핑 결과를 보여주고 있다. 상태수가 4의 결과가 그림 8에 나타나 있다. 상태수가 4인 경우 셀 매핑을 적용한 트렐리스 웨이핑이 8차원 신호집합에 대해서 1/4 컨벌루션 코드를 사용하면 2차원 트렐리스 웨이핑과 유사한 이득을 얻게 된다. 상태수가 8의 결과는 그림 9에 나타나 있다. 8차원 신호집합의 경우 1/4 코드를 사용할 경우 2차원 트렐리스 웨이핑과 웨이핑 이득이 크게 떨어지지 않음을 알 수 있다. 상태수가 16의 결과가 그림 10에 나타나 있다. 8차원의 경우 1/2 코드를 사용한 경우 8차원 트렐리스 웨이핑과 유사한 이득을 얻는다 반면에 1/4 코드를 사용할 경우 8차원 트렐리스 웨이핑보다 큰 웨이핑 이득을 얻으며 1/8 컨벌루션 코드를 사용한 경우는 2차원 트렐리스 웨이핑보다 큰 이득을 얻는 것을 볼 수 있다.

위에서 보았던 실험 결과를 표 2에 정리하였다. 표 2에서 볼 수 있듯이, 모든 차원에 있어서 셀 매핑을 적용한 트렐리스 웨이핑이 전송 신호집합의 차원이 같다면 CER이나 심볼당 전송정보량에서는 트렐리스 웨이핑과 같은 값을 갖는 반면에 이득에 있어서는 더 큰 이득을 갖는다. 반면에 같은 이득을 얻기 위해서는 작

은 지연을 갖고 구현할 수 있음을 알 수 있다.

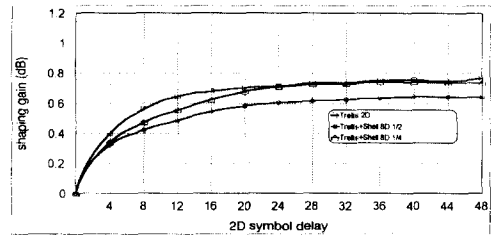


그림 8. 8차원 신호집합에서 상태수 4인 트렐리스를 사용하였을 때 웨이핑 이득

Fig. 8. Shaping gain obtained with 4-state trellis on 8-D constellation as a function of code rate and 2-D symbol delay.

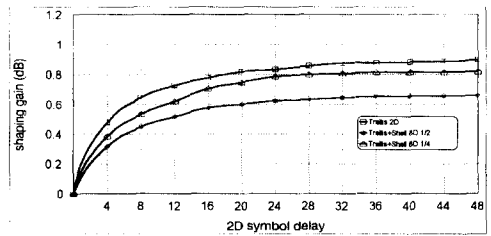


그림 9. 8차원 신호집합에서 상태수 8인 트렐리스를 사용하였을 때 웨이핑 이득

Fig. 9. Shaping gain obtained with 8-state trellis on 8-D constellation as a function of state and 2-D symbol delay.

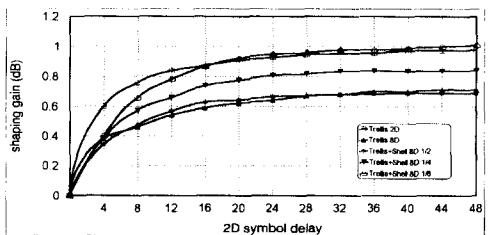


그림 10. 8차원 신호집합에서 상태수 16인 트렐리스를 사용하였을 때 웨이핑 이득

Fig. 10. Shaping gain obtained with 16-state trellis on 8-D constellation as a function of code rate and 2-D symbol delay.

이러한 결과에서 볼 수 있듯이 셀 매핑이 적용된 트렐리스 웨이핑을 사용할 때, 다차원 신호집합의 셀 개수를 변화시키므로써 트렐리스의 구성을 위한 컨벌루션 코드를 다양한 형태로 사용하는 것이 가능하다. 즉, 다차원 신호집합의 셀 개수를 증가시키면 셀 매핑

이 적용된 트렐리스 셰이핑은 다차원 트렐리스 셰이핑과 달리 셰이핑 이득이 2차원 트렐리스 셰이핑에 비해서 떨어지지 않음을 알 수 있다. 반면 CER이나 심볼당 전송정보량에 있어서는 트렐리스 셰이핑과 같은 값을 갖는다. 이는 다차원 신호집합에 균일분포를 부여하지 않고 불균일 분포를 주기 때문으로 생각되며, 또한 트렐리스 셰이핑이 다차원 신호집합에서 갖는 문제점을 2차원의 신호집합으로 표현하는 간단한 매핑 방식으로 해결할 수 있음을 말해 주는 것으로 생각된다. 또한 다차원 신호집합의 셀의 개수를 줄이면 전송지연을 유지할 수 있는데 이는 셀 매핑이 적용된 트렐리스 셰이핑이 다차원의 신호집합을 2차원 신호집합의 형태로 표현함으로써 상태수가 작은 간단한 코드를 사용하는 것이 가능하기 때문이다.

표 2. 신호집합의 차원, 코드, 상태수에 따른 셰이핑 이득, 전송정보량, CER (2차원 신호의 지연 = 100)

Table 2. Shaping gain, normalized informativity, CER of trellis shaping and proposed algorithm.(2-D symbol delay = 100)

차원	1/k 코드	상태 수	셰이핑 이득 (dB)	전송정보량 (bits/sym)	CER			
4	2	4	0.75	7.50	$2^{\frac{1}{2}}$			
		8	0.77					
		16	0.77					
	4	4	0.85					
		8	0.98					
		16	1.10					
8	2	4	0.65	7.75	$2^{\frac{1}{4}}$			
		8	0.66					
		16	0.67					
	4	4	0.74					
		8	0.81					
		16	0.85					
	8	16	1.02					
		2차원 (1/2 코드)	4			0.80	7.00	2
			8			0.92		
16	1.00							
트렐리스 셰이핑	4차원 (1/4 코드)	4	0.68	7.50	$2^{\frac{1}{2}}$			
		8	0.78					
		16	0.83					
8차원 (1/8 코드)	16	0.72	7.75	$2^{\frac{1}{4}}$				

결과적으로 셀 매핑이 적용된 트렐리스 셰이핑은 작은 매핑 테이블을 사용함으로써 다차원 트렐리스 셰이핑의 장점으로 나타나는 CER이나 전송정보량에 있어서는 같은 값을 유지하면서도 셰이핑 이득은 2차원 트렐리스 셰이핑에 비해서 전혀 떨어지지 않고 전송지연 효과면에서도 작은 값을 유지할 수 있다는 장점을 갖는다.

VI. 결 론

본 논문에서는 다차원 신호집합에 적용된 트렐리스 셰이핑의 문제점을 알아보고 이 문제점을 보완하기 위하여 트렐리스 셰이핑의 매핑방법으로 셀 매핑 방법을 사용하는 방법을 제안하였다.

트렐리스 셰이핑은 다차원 신호집합으로 확장될 때, 신호집합의 차원이 증가함에 따라 CER은 감소하게 되며 전송정보량은 점차 증가하게 된다. 하지만 셰이핑 이득의 측면에서는 신호집합의 차원이 증가함에 따라 감소하고 비터비 디코더의 계산량과 전송지연은 증가하게 된다.

본 논문에서는 이처럼 트렐리스 셰이핑이 다차원으로 확장될 때, 셰이핑 이득이 감소하고 전송지연이 커지는 등의 문제점을 해결하기 위해 트렐리스 셰이핑의 매핑방식으로서 다차원의 신호집합을 낮은 차원의 신호집합으로 표현하는 셀 매핑을 사용하였다. 셀 매핑 방법을 사용한 트렐리스 셰이핑의 경우, 다차원 신호집합의 셀 개수를 변화시킴으로써 다양한 트렐리스의 사용이 가능하게 된다.

실험 결과에서 볼 수 있는 바와 같이 셀 매핑이 적용된 트렐리스 셰이핑은 다차원 신호집합의 셀 개수를 증가시키게 되면 매핑 테이블은 조금 필요로 하지만 셰이핑 이득은 차원이 증가하더라도 2차원 신호집합에 대한 트렐리스 셰이핑에 비해 감소하지 않고 셀 개수를 감소시키면 전송지연을 증가시키지 않는다는 것을 알 수 있다. 반면에 다차원 트렐리스 셰이핑의 장점인 CER이나 전송정보량은 트렐리스 셰이핑과 같은 값을 유지하게 된다. 이 결과를 통해서 트렐리스 셰이핑에 셀 매핑 방법을 사용할 경우, 트렐리스 셰이핑의 문제점으로 나타난 셰이핑 이득의 감소나 전송지연의 증가를 충분히 보완할 수 있음을 알 수 있다. 이는 다차원 신호집합이 셀 매핑에서 사용하는 변수 치환 방식을 이용함으로써 2차원 신호집합의 형태로 표현되고 이를

통해 다차원 신호집합의 신호점들이 불균일하게 전송 되는 결과로 나타나기 때문이다.

참 고 문 헌

[1] G. Ungerboeck, "Channel coding with multilevel/phase signals," IEEE Trans. Information theory, vol. IT-28, pp. 55-67, Jan. 1982.

[2] L.-F. Wei, "Trellis-coded modulation with multidimensional constellations," IEEE Trans. Information theory, vol. IT-33, pp. 483-501, Jul. 1987.

[3] G. D. Forney and L. F. Wei, "Multi-dimensional Constellations - Part I: Introduction, Figure of Merit, and Generalized Cross Constellations," IEEE J. Select. Areas Commun., vol. SAC-7, pp. 877-892, Aug. 1989.

[4] 김 정민, "PC 통신용 고속 모뎀의 송수신기 설계", 연세대학교 석사학위 논문, 1995, 6

[5] G. D. Forney, "Trellis shaping," IEEE Trans. Information theory, vol. IT-38, pp. 281-300, Mar. 1992.

[6] G. D. Forney, "Trellis precoding: Combined coding, precoding and shaping for ISI channel," IEEE Trans. Information theory, vol. IT-38, pp. 301-314, Mar. 1992..

[7] A. K. Khandani and P. Kabal, "Shaping Multidimensional Signal Spaces - Part I: Optimum Shaping, Shell Mapping." IEEE Trans. Information Theory, vol. IT-39, pp. 1799-1808, Nov. 1993.

[8] A. K. Khandani and P. Kabal, "Shaping Multidimensional Signal Spaces - Part II: Shell-Addressed Constellation." IEEE Trans. Information. Theory, vol. IT-39, pp. 1809-1819, Nov. 1993.

[9] A. R. Calderbank and L. H. Ozarow, "Nonequiprobable Signaling on the Gaussian Channel," IEEE Trans. Information Theory, vol. IT-36, pp. 726-740, July 1990.

[10] J. H. Conway and N. J. A. Sloane, Sphere Packings, Lattices and Groups, 2nd-ed. New-York: Verlag, 1992.

[11] 윤 석현, 고 영훈, 문 태현, 이 영조, 홍 대식, 강 창연, "다차원 신호집합에서의 트렐리스 셰이핑", 1995년도 추계종합학술발표회, 제14권, 2호, pp. 763-767, 1995. 11

저 자 소 개



尹 碩 鉉(正會員)
1994년 2월 연세대학교 전자공학과 졸업. 1996년 2월 연세대학교 대학원 전자공학과 공학석사. 1996년 3월 ~ 현재 연세대학교 전자공학과 박사과정

李 永 朝(正會員) 第 33卷 A編 第 8號 參照
현재 연세대학교 전자공학과 박사과정

文 部 鉉(正會員)
1986년 2월 연세대학교 전자공학과 졸업. 1986 3월 ~ 1991년 4월 대우전자 중앙연구소 근무. 1993년 8월 연세대학교 대학원 전자공학과 공학석사. 1993년 9월 ~ 연세대학교 전자공학과 박사과정



高 永 勳(正會員)
1991년 2월 연세대학교 전자공학과 졸업. 1993년 8월 연세대학교 대학원 전자공학과 공학석사. 1993년 9월 ~ 현재 연세대학교 전자공학과 박사과정

洪 大 植(正會員) 第 33卷 A編 第 8號 參照
현재 연세대학교 조교수

康 昌 彥(正會員) 第 33卷 A編 第 8號 參照
현재 연세대학교 교수