

論文96-33A-5-8

## 임의의 모양을 갖는 평면형 서큘레이터의 해석

## (An Analysis of Arbitrarily Shaped Planar Circulators)

鄭重成\*, 金炳郁\*, 田東錫\*\*, 尹相元\*, 張益洙\*

(Joong Sung Chung, Byung Wook Kim, Dong Suk Chun, Sang Won Yun, and Ik Soo Chang)

## 요 약

임의의 모양을 갖는 평면형 서큘레이터의 특성을 해석하였다. 서큘레이터를 구성하는 페라이트 공진기에 대한 공진 주파수 및 전계 분포는 노드 유한 요소법(Node based finite element method)을 이용하여 구하였으며 각 단자가 연결된 서큘레이터의 전압 분포는 그린 함수로부터 유도하였다. 노드 유한 요소법을 이용하여 페라이트 공진기를 해석하는데 있어서 발생하는 가상해를 제거하기 위해서 자계를 변수로 한 경계 유한 요소법(Edge based FEM)의 결과와 비교하여 적용하였으며 그린 함수는 공진기의 해석 결과를 정규화한 고유 함수로부터 얻었다. 각 단자의 전류, 전압을 계산하여 임피던스 행렬을 구하며 이 결과를 원형 디스크의 경우 해석적인 결과와 비교하였다. 육각형 페라이트 공진기를 사용한 서큘레이터를 850 MHz 대역에서 설계하여 실험치와 비교하여 유사한 결과를 얻었다.

## Abstract

Planar circulators with arbitrarily shaped ferrite resonators are analyzed in this paper. First, resonant frequencies and field distributions for the magnetized ferrite resonator are obtained using finite element method(FEM). Then the RF voltage distributions and other circuit parameters of the circulator which is formed by connecting three suitable transmission lines to the ferrite resonator are derived from the Green function. To remove the spurious solutions in analyzing the ferrite resonator, the results of eigenvalue analysis by node based FEM are compared with the edge based FEM. The Green function is expanded in terms of normalized eigenfunctions of the corresponding wave equation. Circulator parameters for circular disk resonator are calculated and compared with the analytical results. The experimental data for the designed circulator using hexagonal resonator in the 850 MHz frequency range agree well with the simulated data.

## I. 서 론

한 개의 안테나를 사용하여 무선 신호의 송수신을 분리하는 듀플렉서나, 전력 증폭기와 같은 대신호를 다

루는 소자를 포함하는 시스템에서는 이들과 이웃소자를 분리하는데 서큘레이터(혹은 아이솔레이터)가 필수적이다. 이 경우 아이솔레이터는 서큘레이터의 한 단자를 정합시켜 구현할 수 있다. 초기의 서큘레이터는 자이레이터나 Faraday rotator를 이용하였으며 junction 서큘레이터가 등장한 것은 1950년대 말이다<sup>[1]</sup>. Junction 서큘레이터는 구조가 간단하여 제작이 용이하나 그 크기가 동작 주파수와 반비례 관계에 있으므로 상대적으로 낮은 주파수인 VHF 영역 이하에서는 주로 집중 정수형 소자를 이용하여 서큘레이터를 설계하며, 주파수가 높은 X밴드 이상에서는 도파관 형태의

\* 正會員, 西江大學校 電子工學科

(Dept. Electronic., Eng., Sogang Univ.)

\*\* 正會員, 韓國電子通信研究所

(Electronics and Telecommunications Research Institute)

接受日字:1995年12月12日, 수정완료일:1996年3月23日

서클레이터를 많이 사용한다.

서클레이터는 페라이트와 같은 비가역 소자를 이용한 부품으로서 페라이트 공진기와 이 공진기를 결합시키는 단자로 이루어진다. 자화된 페라이트를 포함하는 공진기는 동작 주파수 및 소자의 구성에 따라 집중 정수형, 평면형 혹은 3차원 구조로 나뉘지며, 본 논문에서는 높이가 파장에 비해 매우 작은 평면형 구조에 대해서 해석하였다. 평면형 서클레이터는 디스크형 페라이트 공진기를 사용한 경우 H. Bosma가 모드 정합법을 이용하여 처음으로 해석하였으며<sup>[2], [3], [4]</sup>, 초기의 평면형 서클레이터는 모두 디스크 형태의 페라이트 공진기를 사용하였는데 이는 디스크 형태가 아닌 경우에는 해석이 매우 복잡하여 이론적인 예측이 어려웠기 때문이다. 1970년대 후반에 들어서면서 삼각형 공진기가 디스크형 공진기에 비해 방사 손실이 작은 것으로 알려지고 이를 이용한 서클레이터 제작이 실험적으로 이루어지면서 삼각형 외에 육각형, Y자형등의 임의의 모양을 한 공진기를 사용한 서클레이터에 대한 해석이 시도되었다<sup>[5]</sup>. 실제로 서클레이터에 사용되는 공진기의 구조는 디스크형 외에도 3단자의 경우 3중 대칭(3-fold symmetry)을 유지하고 있으면 된다.

임의의 모양을 한 평면형 소자에 대한 해석은 경로 적분법(Contour integral method)을 이용하여 그 구조가 가역 매질로 채워진 경우 Okoshi에 의해 시도되었으며<sup>[6]</sup>, 그 후 비가역 매질을 포함한 평면형 구조의 해석이 시도되었다<sup>[7], [8], [9]</sup>. 이 방법은 임의의 모양을 한 구조의 대해 적용이 가능하므로 다양한 모양의 공진기를 이용한 서클레이터의 해석이 가능하게 되었다. T. Miyoshi<sup>[7]</sup>가 시도한 방법 중에서 변분법에 의한 고유치 해석은 이 방법을 그대로 적용할 경우 일반적으로 가상해를 포함하게 되나 이 부분에 대해서는 언급하지 않고 있으며, J. Helsing<sup>[8]</sup>이 적용한 노드 유한 요소법에서는 외부에서 인가되는 직류 자계 대신에 분리상수  $x/\mu$ 를 변수로 사용하므로 고유치 방정식에서 미지수와 상수항이 분리되나 실제로 서클레이터 제작시 인가되는 것은 페라이트의 포화자화나 외부의 직류 자계로 주어진다. 이 경우 구하고자 하는 미지의 공진 주파수가 고유치 방정식의 상수항에 포함되므로 전체적인 시스템 방정식은 비선형적이 되어 그 풀이가 매우 복잡해진다.

본 논문에서는 유한 요소법과 그린함수를 이용하여 임의의 모양을 한 페라이트 공진기를 이용한 서클레이

터를 해석하였다. 공진기 해석시 발생하는 가상해를 제거하기 위해서 자계성분을 이용한 경계 유한 요소법으로 풀이한 결과와 노드 유한 요소법의 결과를 비교, 가상해를 제거하였으며  $x/\mu$  대신에 인가되는 직류자계를 변수로 하였다. 우선 평면형 페라이트 공진기는 각 노드에서의 전계의 세기를 변수로하여 노드 유한 요소법을 적용하였다. 고유치 해석 문제에 있어서 이 방법은 잠재적으로 가상해를 포함하게 되므로 이러한 단점을 제거하기 위해서는 해석에 사용되는 범함수에 발산 조건을 인가함으로써 가상해를 줄일 수 있지만<sup>[10]</sup> 여기서는 z방향으로의 변화가 없는 2차원 구조의 문제로서 발산 조건도 인가할 수 없으며 유한 요소법에 사용되는 기저 함수 자체가 발산 조건을 만족하도록 된 경계 유한 요소법은 분할 요소의 접선 방향으로 전계 성분이 없으므로 적용하기가 곤란하다. 따라서 자계 성분을 변수로 하는 범함수에 대해 경계 유한 요소법을 이용하여 고유치를 찾고 이를 노드 유한 요소법의 결과와 비교하여 가상해를 제거하였다. 여기에서 구한 전계는 고유함수로서 주어진 영역에서 임의의 전계 분포는 이것의 합으로 전개할 수 있다

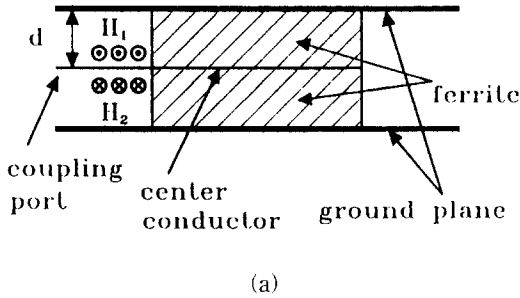
페라이트 공진기와 각 단자의 결합으로 이루어진 서클레이터의 특성은 그린 함수를 이용하여 구하고 공진기 경계의 전압 분포를 계산하였으며 각 포트의 전류, 전압을 구하여 서클레이터의 임피던스 행렬 및 산란 행렬을 유도하였다. 임피던스 행렬로부터 임피던스의 고유치를 구하여 이상적인 서클레이션 조건과 비교하였으며 제3의 단자가 분리되었다고 가정하고 구한 입력 임피던스로부터 서클레이션 근방에서의 1단자 등가 회로가 병렬 공진회로가 됨을 확인하였다. 유한 요소법을 이용한 수치해석 결과를 해석적인 해로 나타낼 수 있는 디스크형의 경우와 비교하였다. 육각형 페라이트 공진기를 이용한 서클레이터를 850 MHz대역에서 설계하여 실험치와 비교하였다.

## II. 해 석

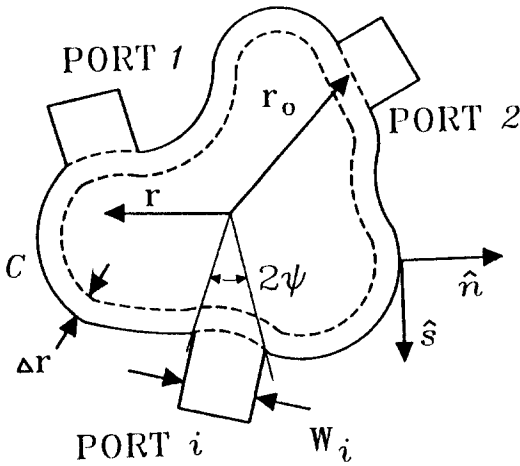
### 1. 서클레이터의 동작원리

임의의 모양을 한 평면형 서클레이터 회로는 다음의 그림 1과 같다. 자화된 페라이트 공진기가 스트립라인 형태로 놓이며 가운데 도체면에 경계면에 단자  $P_i$ 가 연결되어 있다. 각 단자의 넓이는  $W_i$ 로 나타내며 공진기의 나머지 경계는 개방되어 있으므로 완전자기도체

(Perfect Magnetic Conductor, PMC)로 가정한다. 공진기의 경계는  $C$ 로 표시되며 이 경계는 접선성분  $\hat{s}$ 와 수직성분  $\hat{n}$ 으로 나타낸다. 공진기의 두께  $d$ 는 파장보다 훨씬 작아 ( $d \ll \lambda$ )  $z$  방향으로 전자계의 변화가 없다고 가정하면 페라이트가 균일하게 채워진 공진기 내에는  $E_z, H_x, H_y$  성분만 존재하게 된다.



(a)



(b)

그림 1. 임의의 모양을 갖는 평면형 서큘레이터

- (a) 서큘레이터의 구조
- (b) 임의의 모양을 한 페라이트 공진기

Fig. 1. A planar circulator with an arbitrarily shaped ferrite resonator.

- (a) Structure of circulator.
- (b) An arbitrarily shaped ferrite resonator.

페라이트는  $z$  방향으로 포화자화되어 있으며 이 때 투자율은 다음과 같이 텐서로 나타낸다<sup>[11]</sup>.

$$[\mu_r] = \begin{bmatrix} \mu & -j\kappa & 0 \\ j\kappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1a)$$

여기서

$$\mu = 1 - \frac{\gamma^2 H_0 4\pi M_s}{\omega^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (1b)$$

$$x = \frac{\gamma 4\pi M_s \omega}{\omega^2 - (\gamma H_0)^2} \quad (1c)$$

$$\gamma = 2.8 \text{ MHz/Oe} \quad (1d)$$

로 주어지며  $4\pi M_s$ 는 페라이트의 포화자화,  $H_0$ 는 페라이트 내에 인가되는 직류자계를 나타낸다. 이 구조에 대해서 RF 전압  $V(x, y)$ 를  $V = E_z d$ 로 나타내면 다음과 같은 파동방정식을 얻는다.

$$(\nabla_T^2 + \omega^2 \epsilon \mu_{eff}) V(x, y) = 0 \quad (2a)$$

이때

$$\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2b)$$

$$\mu_{eff} = \frac{\mu^2 - \kappa^2}{\mu} \quad (2c)$$

이다. 페라이트 공진기의 전계성분에 대한 경계조건은 자계의 접선성분에 대한 경계조건으로부터 찾을 수 있다. 도체면에서의 표면 전류밀도  $\vec{i}_n$ 은 다음의 경계조건

$$\vec{i}_n = \hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \quad (3)$$

으로 주어진다. 여기서  $\hat{n}$ 은 경계면에 수직인 단위 벡터이며  $\vec{H}_1, \vec{H}_2$ 는 가운데 도체면 위, 아래에서의 자계이다. 스트립 라인의 경우  $\vec{H}_1 = -\vec{H}_2$  이므로

$$\vec{i}_n = -2 \hat{n} \times \vec{H}_2 \quad (4)$$

이다.  $E = \hat{z} E_z$  인 경우 경계  $C$ 에서의 표면전류  $\vec{i}_n$ 은 접선성분  $\hat{s}$ 와 수직성분  $\hat{n}$ 으로 나타낼 수 있다. 따라서 페라이트를 포함한 경우의 표면전류  $\vec{i}_n$ 은

$$\vec{i}_n = \frac{2}{j\omega \mu_o \mu_{eff}} \left( j\frac{x}{\mu} \frac{\partial E_z}{\partial s} \hat{s} + \frac{\partial E_z}{\partial n} \hat{n} \right) \quad (5)$$

가 된다. 단자가 연결되지 않은 공진기 경계에서는 완전한 자계력을 가정하나 실제로는 경계 밖으로 퍼지는 자계 성분이 생기므로 이를 고려하여 다음과 같은 보정값<sup>[7]</sup>

$$\delta R = 0.1788 \times d \quad (6)$$

만큼 경계를 넓힌 후 계산한다.

페라이트 공진기가 디스크 형태인 경우의 고유치 방정식은 다음과 같다.

$$J_n'(k_e R) - \frac{x}{\mu} \frac{n J_n(k_e R)}{k_e R} = 0 \quad (7a)$$

여기서

$$k_e = \omega \sqrt{\epsilon \mu_{eff}} \quad (7b)$$

$$\omega_{+n,j} \sqrt{\epsilon \mu_e} R = (k_e R)_{-n,j} \quad (7c)$$

$$\omega_{-n,j} \sqrt{\epsilon \mu_e} R = (k_e R)_{-n,j} \quad (7d)$$

$J_n$  :  $n$ 차의 제1종 Bessel 함수

$(kr)_{+n,j}$  :  $\pm n$ 차의 번째  $j$ 해

을 나타낸다. 이때 +는 반시계 방향 -는 시계 방향으로 회전하는 모드를 나타낸다.  $n=1$ 인 경우 외부의 직류자계가 인가되지 않은 상태에서는 서로 반대 방향으로 회전하는 모드가 축퇴되어 동일한 전파상수 값을 가지고 있으나 직류 자계가 인가되어  $x/\mu$ 가 증가함에 따라 공진 주파수가 분리되며 전파상수도 서로 다른 값을 갖는다. 자계를 걸지 않은 상태에서 공진하고 있는 경우, 단자 1에서 입사한 신호가 서로 반대 방향으로 진행하여 단자 2 및 단자 3에서 같은 크기 및 위상으로 만나므로 각 각의 단자에서 신호의 크기 및 위상이 같다. 여기에 자계가 인가되어 서로 반대 방향으로 진행되는 전파상수의 값이 달라져 단자 3에서 위상이  $\pi$ 의 홀수 배 만큼 차이가 나면 합해진 신호는 그 크기가 0이 되어 서클레이션이 일어난다(그림 2).

이와 같은 현상학적인 개념을 수식화 하기 위하여 각 서클레이터 경계의 자계 성분에 대해 경계조건

$$H_\phi = \begin{cases} H_1 & -\psi < \phi < \psi \\ H_2 & -120^\circ - \psi < \phi < -120^\circ + \psi \\ H_3 & 120^\circ - \psi < \phi < 120^\circ + \psi \\ 0 & \text{그 외의 페라이트 경계} \end{cases} \quad (8)$$

을 가정하여 각 단자의 전류, 전압을 계산하면 식 (9)와 같은 대칭적인 구조로 이루어진 비가역 소자의 일반적인 임피던스 행렬을 얻는다<sup>[12]</sup>. 여기서  $\psi$ 는 각 포트의 결합각을 나타낸다(그림 1의 (b))

$$[Z] = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & -Z_{12}^* \\ -Z_{12}^* & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{12} & -Z_{12}^* & Z_{11} \end{pmatrix} \quad (9)$$

이 임피던스 행렬의 각 요소는 페라이트의 크기 및 자계의 세기등의 함수로 이것을 이상적인 서클레이터에 대한 임피던스 행렬과 비교하여 페라이트 공진기의 크기 및 인가되는 외부자계의 세기를 결정할 수 있다.

2. 입의의 모양을 한 평면형 페라이트 공진기의 해석  
다루고져 하는 페라이트 공진기가 디스크나 삼각형과 같이 그 구조가 비교적 단순한 것 이외에는 해석적

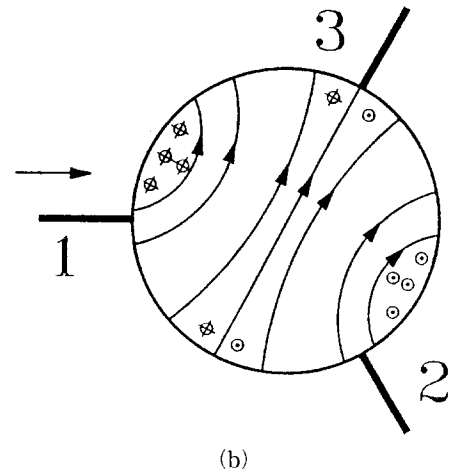
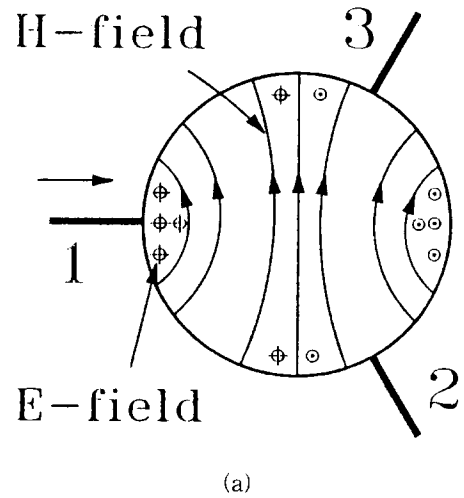


그림 2. 디스크 공진기를 사용한 서클레이터의 전자계 분포 (a) 자계를 걸지 않은 상태의 전자계 분포( $n = \pm 1$ ) (b) 자계가 인가되어 서클레이션이 일어날때의 전자계 분포( $n = \pm 1$ )

Fig. 2. Field patterns for disk resonator circulator. (a) Field distributions for  $n = \pm 1$  modes in an unmagnetized 3-port junction (b) Field distributions for 3-port circulator when the circulation is occurred by  $n = \pm 1$  modes by magnetizing the junction

인 방법에 의한 풀이가 매우 어렵다. 이와같이 해석적인 접근에 의한 분석이 어려운 경우에는 수치해석 방법이 이용되는데 특히 그 구조가 입의의 모양을 한 경우는 유한요소법이 다른 방법에 비해서 효과적이다. 페라이트 공진기에 대한 경계조건은 자계에 대한 접선성분으로 부터 구할 수 있는데, 이것을 전계에 대한 경계조건으로 바꾸면 식 (5)로부터

$$j \frac{x}{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \quad (10)$$

을 얻는다. 이 페라이트 공진기에 대한 전개분포는 다음 파동 방정식 (2a)의 해로 주어지며 이 파동 방정식에 대한 범함수(Functional)는

$$F(\psi_a') = \int \int_D (|\nabla_t \psi_a'(r)|^2 - \omega^2 \epsilon u_{eff} |\psi_a'(r)|^2) dS - j \frac{x}{\mu} \oint_C \psi_a'(r) \cdot \frac{\partial \psi_a'(r)}{\partial t} dt \quad (11)$$

로 주어진다<sup>[7]</sup>. 시험함수  $\psi_a'$ 는 정확한 해인  $\psi_a$ 의 근사값으로서 다음과 같이 전개한다.

$$\psi_a'(r) = \sum_{i=1}^N u_i N_i \quad (12)$$

여기서  $N_i$ 는 기저함수로서  $u_i$ 는 각 노드에서의  $\psi_a'$ 값을 나타내며 범함수  $F(\psi_a')$ 에 대한 정류조건(Stationary condition)

$$\frac{\partial F(\psi_a'(r))}{\partial u_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (13)$$

으로부터 다음과 같은 고유치 방정식을 얻는다.

$$([A] - k_{eff}^2 [B])[u] = 0 \quad (14)$$

이때

$$k_{eff}^2 = \omega^2 \epsilon \mu_{eff} \quad (15)$$

로 고유치를 나타내며

$$[A_{ij}] = \int \int_S \nabla_T N_i \cdot \nabla_T N_j dS - j \frac{x}{\mu} \oint_i N_i \frac{\partial N_j}{\partial t} dt \quad (16a)$$

$$[B_{ij}] = \int \int_S N_i N_j dS \quad (16b)$$

이다. 여기서  $t$ 는 분할 요소의 접선 성분,  $S$ 는 각 요소의 면적을 가리킨다. 이 경우  $[A]$ 는 Hermitian 행렬이 되며  $[B]$ 는 Symmetric, positive definite 행렬이 되어 고유치는 실수로 나타난다. 이때 고유함수는 임의의 크기를 갖고 있으므로

$$\int \int \epsilon \phi_a \phi_b^* dS = \delta_{ab} \quad (17)$$

이용해 앞에서 계산한 고유함수를 정규화 한다

노드 유한 요소법을 사용하여 구한 고유치 및 고유함수는 가상해를 포함하므로 이를 제거할 필요가 있다. 평면형 페라이트 공진기에서와 같이 전개가  $E_z$  성분만 있어 이 전계를 변수로 풀이한 경우에는  $z$  방향으로 변화가 없다고 가정하였으므로 전계에 대한 발산 조건

을 인가할 수 없다. 따라서 이와 같은 경우에는 자계를 변수로 하는 새로운 범함수를 이용하여 이것으로부터 고유치를 계산한 후 앞에서 구한 결과와 비교하여 가상해를 제거한다. 자계 성분을 변수로 전개한 범함수

$$F(H) = \frac{1}{2} \int \int_D [ \frac{1}{\epsilon_r} (\nabla \times H)^* \cdot [\epsilon]^{-1} \cdot (\nabla \times H) - \omega^2 H^* \cdot [u_r] \cdot H ] dS \quad (18)$$

에 변분원리와 페라이트 공진기 경계에서의 자계벽 조건

$$\begin{cases} \delta F(H) = 0 \\ H_{tan} = 0 \end{cases} \quad \text{on } C \quad (19)$$

를 적용하면 다음과 같은 새로운 고유치 방정식을 얻는다.

$$([A'] - k_0^2 \epsilon_r [B'])[H] = 0 \quad (20)$$

각 각의 요소에 의한 부속행렬의 값은 다음과 같으며

$$[A^e] = \begin{bmatrix} A_{xx}^e & A_{xy}^e \\ A_{yx}^e & A_{yy}^e \end{bmatrix} \quad (21a)$$

$$[B^e] = \begin{bmatrix} B_{xx}^e & B_{xy}^e \\ B_{yx}^e & B_{yy}^e \end{bmatrix} \quad (21b)$$

$$[H^e] = [H_x^e \ H_y^e]^T \quad (21c)$$

여기서

$$[A_{xx}^e] = \frac{\partial \{ \vec{N}_x \}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \{ \vec{N}_x \}}{\partial y} \quad (21d)$$

$$[A_{xy}^e] = - \frac{\partial \{ \vec{N}_x \}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \{ (\vec{N}_y \cdot \hat{y}) \hat{x} \}}{\partial x} \quad (21e)$$

$$[A_{yx}^e] = - \frac{\partial \{ \vec{N}_y \}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \{ (\vec{N}_x \cdot \hat{x}) \hat{y} \}}{\partial y} \quad (21f)$$

$$[A_{yy}^e] = \frac{\partial \{ \vec{N}_y \}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \{ \vec{N}_y \}}{\partial x} \quad (21g)$$

$$[B_{xx}^e] = \mu \{ \vec{N}_x \} \cdot \{ \vec{N}_x \} \quad (21h)$$

$$[B_{xy}^e] = jx \{ \vec{N}_x \} \cdot \{ (\vec{N}_y \cdot \hat{y}) \hat{x} \} \quad (21i)$$

$$[B_{yx}^e] = -jx \{ \vec{N}_y \} \cdot \{ (\vec{N}_x \cdot \hat{x}) \hat{y} \} \quad (21j)$$

$$[B_{yy}^e] = \mu \{ \vec{N}_y \} \cdot \{ \vec{N}_y \} \quad (21k)$$

이다. 이때  $[A']$ 는 Symmetric, positive definite 행렬,  $[B']$ 는 Hermitian 행렬이 되므로 노드 유한 요소법의 결과와 마찬가지로 고유치는 실수로 나타난다.

3. 임의의 모양을 한 평면형 공진기를 이용한 서클 레이터.

페라이트 공진기에 각 단자를 연결하여 얻은 서클레

이터의 특성은 그린 함수  $G(r, r_0)$  를 이용하여 구한다. 여기서  $r_0$  는 그림 1(b)에서와 같이 중심으로부터의 결합단자 까지의 거리를 나타내며  $r$  은 구하고자 하는 점까지의 거리를 나타낸다. 이때 그린 함수  $G(r, r_0)$  은 다음의 경계조건을 만족시켜야 한다.

$$j\frac{\partial G}{\partial n} - \frac{\partial G}{\partial t} = 0 \quad \text{on } C \quad (22)$$

여기서  $G(r, r_0)$  는 유한 요소법을 이용해서 구한 고유치 및 고유 함수로부터 구하며  $G(r, r_0)$  는 정규화된 식고 함수인  $\phi_a$  의 합으로 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$G(r, r_0) = j\omega u_{eff} d \sum_{a=0}^{\infty} \frac{\phi_a(r) \phi_a^*(r_0)}{\omega_a^2 u_a - \omega^2 u_{eff}} \quad (23)$$

이 그린 함수는

$$G(r, r_0)^* = -G(r_0, r) \quad (24)$$

을 만족시키고 있으며 이는 무손실을 가정하고 얻은 [2] 의 결과와 일치한다. 이제 이 그린 함수를 이용하여 페라이트 공진기내의 입의의 점에서 RF 전압  $V(r)$  은

$$V(r) = j\omega u_{eff} d \oint_C \sum_{a=0}^{\infty} \frac{\phi_a \phi_a^*}{\omega_a^2 u_a - \omega^2 u_{eff}} (-i_n) dt. \quad (25)$$

으로부터 구할 수 있다.  $C$  는 경계선 전체를 따르는 적분 경로이다. 실제로  $i_n$  은 경계에 수직으로 입사하는 표면 전류 밀도를 나타내므로 결합 단자에만 있고 그 외의 경계에서는 0이 된다. 그러므로 식 (25) 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V = \sum_{j=1}^i \sum_{a=0}^{\infty} j\omega u_{eff} d \int_{W_j} \frac{\phi_a \phi_a^*}{\omega_a^2 u_a - \omega^2 u_{eff}} (-i_n) dt, \quad (26)$$

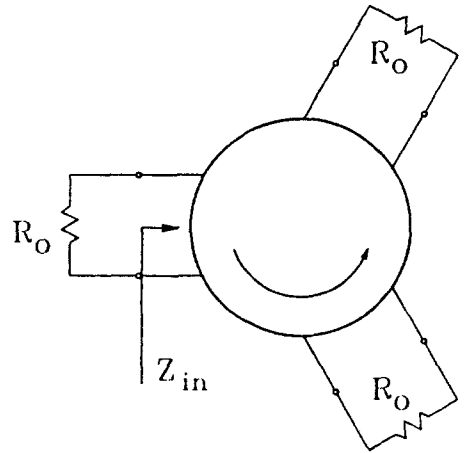
여기서  $j$  는 결합 단자를 나타내며  $W_j$  는  $j$  번째 단자의 폭을 표시한다.  $i$  번째의 단자의 전압  $V_i$  는  $i$  번째 단자의 전압의 평균값을 취한다. 마찬가지로  $j$  번째 단자의 전류  $I_j$  를 구하면 다음과 같은 임피던스 행렬의 요소를 구할 수 있다.

$$Z_{ij} = \frac{V_i}{I_j} = \sum_{a=0}^{\infty} \frac{j\omega u_{eff} d}{2W_i W_j} \int_{W_i} \int_{W_j} \frac{\phi_a \phi_a^*}{\omega_a^2 u_a - \omega^2 u_{eff}} dt_i dt_j. \quad (27)$$

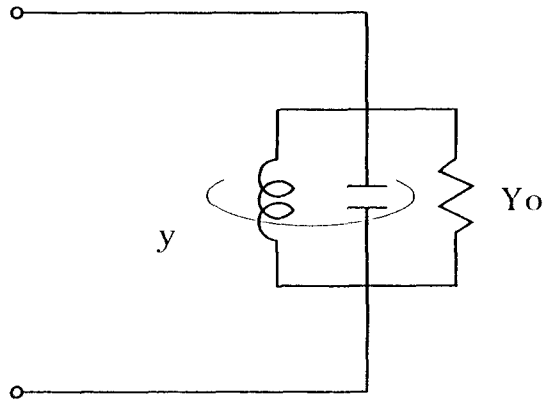
4. 평면형 서큘레이터의 1단자 등가회로

서큘레이터의 특성을 나타내며 정합회로 설계에 필

요한 1단자 등가회로는 다음과 같이 한 포트가 분리되었다고 가정하여 구할 수 있다(그림 3).



(a)



(b)

그림 3. 서큘레이션 근방에서의 1단자 등가회로

(a) 서큘레이터의 입력 임피던스의 계산

(b) 서큘레이션 근방에서의 1단자 등가회로

Fig. 3. 1-port equivalent circuit of circulator in the vicinity of circulation.

(a) Determination of input impedance of circulator

(b) 1-port equivalent circuit of circulator in the vicinity of circulation

서큘레이션이 일어나는 동작 주파수에서 단자 3이 분리되었다고 가정하면

$$V_3 = I_3 = 0 \quad (28)$$

이므로 주어진 임피던스 행렬  $Z$  로부터

$$Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12}^2 / Z_{22} \quad (29)$$

을 얻는다. 임의의 모양을 한 경우의 1단자 등가회로는 식 (29)에서 구한  $Y_{in}$  으로부터  $Y_o$ ,  $y$ , susceptance slope parameter  $b$  를 계산하여 서클레이션 근방에서의 1단자 등가회로를 구할 수 있다. 여기서

$$Y_o = Re(Y_{in})^{-1} \quad (30a)$$

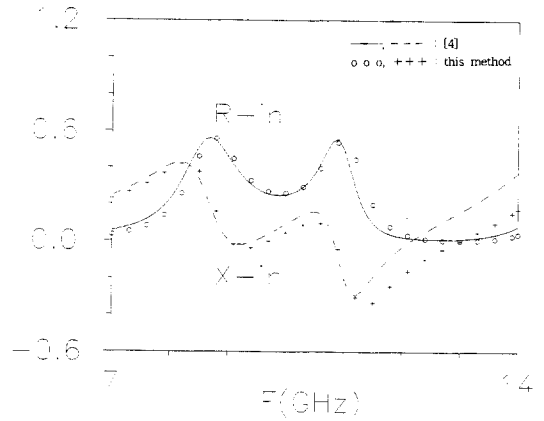
$$y = Im(Y_{in})^{-1} \quad (30b)$$

$$b = \frac{w_o}{2} \frac{\partial y}{\partial w} \Big|_{w_o} \quad (30c)$$

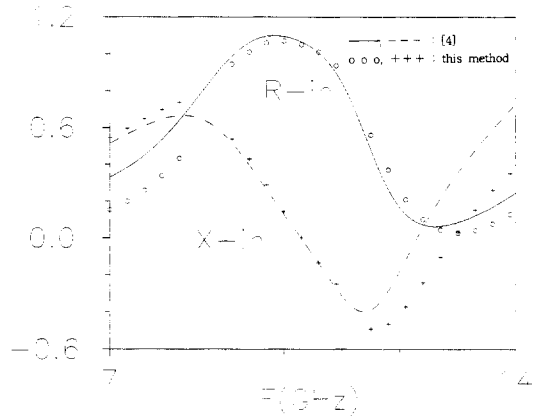
$y$ 는 순허수로 junction의 주파수 특성을 결정해주며  $Y_o$ 는 입력단자의 임피던스 레벨 선택에 영향을 준다.

### III. 해석결과

유한 요소법으로 구한 서클레이터의 특성을 해석적으로 풀이가 가능한 디스크 형태의 공진기를 사용한 결과와 비교하였다<sup>[4]</sup>. 여기서 페라이트의 반경은 2.54 mm, 포화자화는 1000 Gauss, 인가된 직류 자계의 세기는 포화자화 정도로 하여 이 페라이트를 겨우 포화 자화시킬 수 있도록 하였다. 이 경우는 동작 주파수가 인가된 직류 자계에 의해 결정되는 자기공명 주파수(Ferrimagnetic resonance frequency)보다 높은 자기공명 아래영역(Below resonance region)에서 동작한다. 그림 4 (a)와 같이 단자의 결합각이 작은 경우 ( $\psi=0.1$ ) 주파수가 9 GHz, 9.5 GHz, 11 GHz에서 공진이 일어남을 알 수 있다. 이 공진 주파수는 결합 단자에 의한 섭동이 비교적 작은 경우이므로 독립된 페라이트 공진기의 공진주파수(8.7 GHz, 11.1 GHz)와 유사하다. 이 중 9 GHz, 11 GHz에서는 병렬공진, 9.5 GHz에서는 직렬공진을 하고 있으며 입력 임피던스의 실수부분은 이 두 주파수에서 파크값을 갖는다(그림 4(a)). 결합각이 점점 커져  $\psi=0.3$ 에 이르면 병렬공진을 하던 두 모드는 하나의 모드로 겹쳐진 것으로 나타나며 이때 입력 저항도 10.3 GHz근방에서 한 개의 극값을 갖는데 이것은 결합 단자에 의한 섭동이 커져서 고차 모드에 의한 영향에 의해 각각의 독립된 두개의 공진 모드가 하나의 새로운 공진기로 동작하는 것으로 볼 수 있다. 이것으로부터 서클레이터의 등가회로는 그림 3(b)와 같이 1단자 등가회로로 나타낼 수 있다.



(a)



(b)

그림 4. 단자의 결합각에 따른 정규화된 입력 임피던스 (a)  $\psi=0.1$ 인 경우 (b)  $\psi=0.3$ 인 경우

Fig. 4. Formalized Input impedance behavior of disk resonator circulator for different coupling angles. (a)  $\psi=0.1$  (b)  $\psi=0.3$

여기서 각 공진기에 대한 변수들은 식 (30)에 의해 계산될 수 있으며 서클레이션 조건은 다음과 같음을 알 수 있다. 즉,

$$R_o = R \quad (31a)$$

$$Im(Z_{in}) = 0 \quad (31b)$$

그림 5는 정규화된 임피던스 고유치로서  $n = \pm 1$  공진이 일어나는 근방에서는  $n=0$  모드의 임피던스 고유치가  $z_o \approx 0$  으로 이는 이상적인 서클레이션 조건과 일치하고 있다. 실제로 이상적인 서클레이션 조건은 다음과 같다.

$$z_0 = 0 \tag{32a}$$

$$z_{+1} = j\sqrt{3} \tag{32b}$$

$$z_{-1} = -j\sqrt{3} \tag{32c}$$

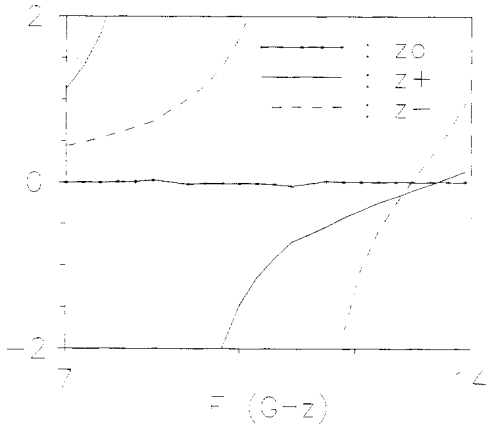


그림 5. 정규화된 임피던스 고유치 ( $\Psi=0.3$ )  
 Fig. 5. Normalized impedance eigenvalues of disk junction circulator ( $\Psi=0.3$ ).

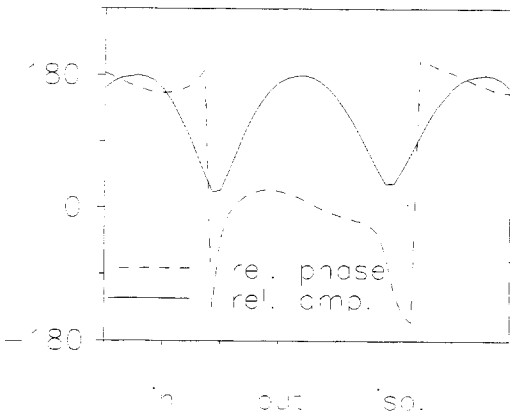


그림 6. 서큘레이션시 공진기 경계에 전압의 크기 및 위상  
 Fig. 6. Calculated RF voltage amplitude and phase along the boundary of ferrite junction at 10.3 GHz ( $\Psi=0.3$ ).

그림 6은 서큘레이션이 일어날때 페라이트 경계에서의 전압 분포로서 입력 및 출력 단자에서는 같은 크기의 전압이 반대의 위상으로 나타나며 포트 내에서는 동일한 위상을 유지하고 있다. 분리 단자에서는 아주 작은 전압이 유도되며 단자 중앙에서 위상이 180° 바뀌는데 이것은 그림 2에 대한 해석과 일치하며 물리적으로 타당한 결과를 보여준다

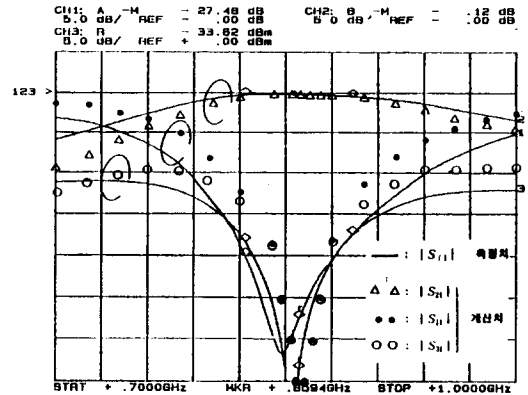


그림 7. 육각형 공진기를 이용한 서큘레이터의 주파수 응답  
 Fig. 7. Computed and experimental frequency response of circulator of a hexagonal resonator (without extra trimming but a slight magnetic bias adjustment).

그림 7은 제작한 서큘레이터의 특성으로 페라이트 공진기는 육각형 형태로 꼭지점에 단자를 결합하였다. 삼각형 형태의 공진기는 원형 공진기에 비해 높은 무부하 Q를 갖는 것으로 알려져 있어 서큘레이터에 이용에 적합하다<sup>[5]</sup>. 실험에 사용된 페라이트는 Transtech사의 TTG-1021로서  $4\pi M_s = 1100 \text{ G}$ ,  $\epsilon_r = 15.2$ ,  $W = 7.3 \text{ mm}$ ,  $l = 29.5 \text{ mm}$ ,  $d = 2.5 \text{ mm}$ 이며 외부에서 인가한 자계는 2000 Oe이다. 페라이트 공진기를 해석하는데 손실은 없다고 가정하였으며 이 실험결과는 외부에서 인가되는 자계를 제외하고는 Trimming을 하지 않은 상태에서의 측정치로 실선은 측정값, marker로만 표시된 것은 유한요소법을 이용한 계산값이다. 이 때 계산에서 고려된 공진모드는 10개이다. 여기서 측정된 산란계수와 계산된 값의 중심주파수가 다른 것은 인가되는 자계 비이어서의 차이에 의한 것이며  $S_{11}$ ,  $S_{21}$ ,  $S_{31}$ 의 중심주파수가 서로 차이가 나는 것은 페라이트 자체의 손실보다는 공진기를 이루는 페라이트와 중간 도체면의 중심의 위치가 일치하지 않는 등 제작상에 오차에 의한 것이라 생각된다.

#### IV. 결론

유한 요소법을 이용하여 임의의 모양을 한 평면형 서큘레이터의 특성을 해석하였다. 서큘레이터를 구성하는 페라이트 공진기에 대한 공진 주파수 및 전계 분포

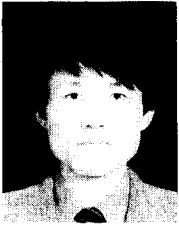


는 노드 유한요소법을 이용하여 구하였으며 각 단자가 연결된 서큘레이터의 전압 분포는 그린 함수로부터 유도하였다. 노드 유한 요소법을 이용하여 페라이트 공진기를 해석하는데 있어서 발생하는 가상해를 제거하기 위해서 자계를 변수로 한 경계 유한 요소법의 결과와 비교하여 적용하였으며 그린함수는 공진기의 해석 결과를 정규화한 고유 함수로부터 얻었다. 각 단자의 전류, 전압을 계산하여 임피던스 행렬을 얻으며 이 결과를 원형 디스크의 경우 해석적인 결과와 비교하였다. 여기서 구한 페라이트 공진기의 주위의 전압 분포는 물리적인 해석과 일치하는 결과를 보여주고 있다. 외부에서 인가되는 직류 자계 및 단자의 결합각을 조절하여 원하는 주파수 대역에서 정합이 일어나도록 하여 서큘레이션 조건을 찾았다. 육각형 페라이트 공진기를 사용한 서큘레이터를 824-894 MHz 대역에서 설계하여 계산치와 비교하여 유사한 결과를 얻었다.

#### 참 고 문 헌

- [1] H. N. Chait and T. R. Curry, "A new type of Y-circulator," *J. Appl. Phys., suppl.* vol. 30, pp. 152s-153s, Apr. 1959.
- [2] H. Bosma, "On stripline circulation at UHF," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-12, pp. 61-72, Jan. 1964.
- [3] C. E. Fay and R. L. Comstock, "Operation of the ferrite junction circulator," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-13, pp. 15-27, Jan. 1965.
- [4] Y. S. Wu and F. J. Rosenbaum, "Wideband operation of microstrip Circulators," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-22, pp. 849-856, Oct. 1974.
- [5] J. Helszajn and D. S. James, "Planar Triangular Resonators with Magnetic Walls," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-26, pp. 95-100, Feb. 1978.
- [6] T. Okoshi, and T. Miyoshi, "The planar circuit - An approach to microwave integrated circuitry," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-20, pp. 245-252, April 1972.
- [7] T. Miyoshi, S. Yamaguchi, and S. Goto, "Ferrite planar circuits in microwave integrated circuits," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-25, pp. 593-600, July 1978.
- [8] R. W. Lyon and J. Helszajn, "A Finite Element Analysis of Planar Circulators Using Arbitrarily Shaped Resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-29, pp. 1964-1982, Nov. 1982.
- [9] T. Miyoshi and S. Miyaushi, "The design of planar circulators for wideband operations," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-28, pp. 210-215, Mar. 1980.
- [10] M. Koshihara, K. Hayata and M. Suzuki, "Finite-element formulation in terms of the electric field vector for electromagnetic waveguide problems," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. MTT-33, pp. 900-905, Oct. 1985.
- [11] R. F. Soohoo, *Microwave Magnetics*, Harper & Row, New York, 1985.
- [12] J. Helszajn, *Non-Reciprocal Microwave Junctions and Circulators*, Wiley, New York, 1975.

## — 저 자 소 개 —



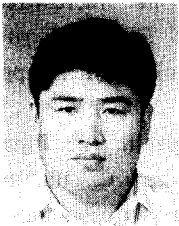
鄭重成(正會員)

1960년 1월 1일생. 1984년 8월 서강대학교 전자공학과(공학사). 1987년 2월 동대학원 전자공학과(공학석사). 1987년 2월~1990년 12월 국방과학연구소 연구원. 1991년 3월~현재 서강대학교 대학원 박사과정. 주관심분야는 수동소자 설계 및 수치해석.



金炳郁(正會員)

1971년 2월 15일생. 1994년 2월 서강대학교 전자공학과(공학사). 1996년 2월 동대학원 전자공학과(공학석사). 1996년 2월~현재 한국표준과학원 전자기환경그룹 근무



田東錫(正會員)

1961년 5월 25일생. 1992년 2월 대전산업대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1996년 2월 충북대학교 산업대학원 전자공학과(공학석사). 1984년 1월~현재 한국전자통신연구소 통신부품연구실 근무. 주관심분야는 반도체, 통신부품 등임.

尹相元(正會員)

第 31卷 A編 10號 參照

현재 서강대학교 전자공학과 교수

張益洙(正會員)

第 31卷 A編 10號 參照

현재 서강대학교 전자공학과 교수