

Generalized Input Estimation for Maneuvering Target Tracking

黃益鎬* · 李章揆** · 朴用桓***

(Ick-Ho Whang · Jang-Gyu Lee · Yong-Hwan Park)

Abstract - The input estimation method estimates maneuvering input acceleration in order to track a maneuvering target. In this paper, the optimal input estimator is derived by choosing the MAP hypothesis among maneuvering input transition hypotheses under the assumption that a maneuvering input acceleration is a semi-Markov process. The optimal input estimation method cannot be realized because the optimal filter should consider every maneuver onset time hypothesis from filter starting time to current time which increase rapidly. Hence the suboptimal filter using a sliding window is proposed. Since the proposed method can consider all hypotheses of input transitions inside the window, it is general enough to include Bogler's input estimation method. Simulation results show, however, that we can obtain a good performance even when the filter considering just one input transition in the window is used.

Key Words : Maneuver(기동), Target Tracking(표적 추적), Input Estimation(입력추정), Hypothesis Test(가설검증), MAP Estimator(최대 사후 확률 추정자)

1. 서 론

공간을 이동하는 표적을 레이다 등의 추적 센서로 측정하여 그 표적의 위치, 속도, 가속도 등을 추정하는 문제를 표적 추적 문제라 한다. 일반적인 추적센서는 표적의 위치만을 측정하므로 속도나 가속도 등은 표적의 운동모델을 통하여 구하게 되며, 이러한 운동모델의 적용성 및 계산상의 용이함으로 인하여 칼만필터가 많이 사용되어 왔다. 고전적으로 사용되어 온 표적의 운동 모델로는 등속 직선 운동 모델을 들 수 있으며, 표적의 기동이 없거나 미약한 경우는 이 모델을 사용하여도 양호한 추적 성능을 얻을 수 있었다. 그러나 표적이 급격한 방향 전환을 하거나 탐지 및 추적을 회피하기 위하여 기동(maneuver)을 할 경우, 그 기동 가속도는 상당한 크기로 인가되므로 등속도 운동만을 가정한 추적필터로는 좋은 성능을 기대할 수 없다. 따라서 기동이 심한 표적에 대해서도 양호한 추적 성능을 보장할 수 있는 기동 표적 추적 문제가 제기되었다.

기동 표적 추적 문제에 대한 연구는 대략 세 가지 정도로 분류될 수 있다. 첫째로 표적의 기동 가속도를 확률이나 역학적 관계 등을 이용하여 모델링하는 방법이다. 여기에 속하는 대표적인 방법은 기동 가속도를 1차 마코프 프로세스(First order Markov process)로 모델링한 Singer의 기동 표적 모델이며[1], 이외에도 평면기동(planar motion)을 가정한 Berg의 모델[2] 등을 들 수 있다. 두번째 형태는 기동 및 무기동에 대한 여러 가지 표적모델을 상정하여 다수의 부필터들(subfilters)을 구동

시키고, 그 추정치들을 베이츠의 법칙(Bayesian rule)에 따라 처리함으로써 최종적인 추정치를 얻는 방법으로 Moose가 제안한 적응 필터[3], Blom과 Bar-Shalom등이 제안한 상호간섭 다중 모델 기법(Interacting Multiple Model method)[4]등이 이에 속한다. 기동 표적에 대한 추적필터를 구현하는 세번째 방법은 표적의 기동을 검출하여 이에 대처하는 방법이다. 이 범주에 속하는 대표적인 기법은 가변차원 필터(Variable Dimension filter)[5], 입력추정기법(Input Estimation technique)[6-9]등이다.

Chan등은 표적이 기동할 때 필터의 잔류오차들(residuals)이 편향(bias)되는 성질을 이용하여, 일정한 윈도우(window) 내의 잔류오차들에 대하여 최소자승법(least square)을 적용함으로써 표적의 기동 가속도를 추정하는 방법인 입력추정기법을 제안하였다[6]. 이 방법은 기동 입력이 윈도우의 시작 시간에서 인가되었다고 가정하고 입력을 추정하므로, 기동입력의 크기가 충분히 커서 기동이 빠르게 검출되는 경우에는 우수한 추적 성능을 제공하지만, 입력의 크기가 작은 경우에는 기동 검출이 늦어지며 입력을 실제보다 크게 추정하여 과보상(over-compensation)하는 단점이 있다.

Bogler는 기동 입력의 크기 뿐 아니라 기동이 개시된 시간까지 동시에 추정하는방법을 제안하여 Chan의 입력추정기법의 단점을 개선하였다[7]. 그는 Margill의 적응 필터의 개념을 이용하여 기동 인가 시간에 대한 필터 뱅크를 구성하고 정규화된 잔류오차의 합을 최소화하는 기동 인가 시간 및 기동의 크기를 추정하였다. 그러나 이 기법에서는 기동 입력이 윈도우 내에서 한번 인가되는 경우만을 고려하였으므로 윈도우 내에서 기동입력이 두번 이상 변화하는 경우에 대한 연구가 요망된다.

본 논문에서는 표적의 기동을 가속도 입력의 변화로 정의하고 이를 추정하여 보상함으로써 기동 표적을 추적하는 방법을 제시하였다. 제시된 방법은 가능한 가속도 입력의 변화 추이(input transition sequence)에 대한 가설을 작성하여 최대사후

*正 會 員 : 國防科學研究所 先任研究員 · 工博

**正 會 員 : 서울大 工大 制御計測工學科 教授 · 工博

***正 會 員 : 서울大 大學院 電氣工學科 博士課程

接受日字 : 1995年 4月 26日

1次 修正 : 1995年 8月 8日

2次 修正 : 1995年 9月 15日

확률(MAP : maximum a posteriori probability)의 관점에서 입력 가속도의 변화를 추정하는 방법이다. 이와같이 유도된 기법은 윈도우 내에서 다수의 입력 변화가 있는 경우에도 적용할 수 있는 일반적인 형태이며, Bogler의 기법도 결과적으로 제안된 기법의 특별한 경우임을 보일 수 있었다. 한편, 유도된 최적해는 추적 필터가 구동되기 시작한 시점부터 현재까지의 입력 전이 가설을 모두 고려하여야 하므로 시간에 대하여 지수적으로 증가하는 입력 전이 가설을 고려하여야 한다. 따라서 계산량 및 기억용량을 고려할 때, 적당한 갯수의 가설만을 고려하여 기동 여부를 검토하는 것이 바람직하다. 본 논문에서는 윈도우를 설정하고 시뮬레이션을 통하여 윈도우 내에서 어느 정도까지의 가설을 고려하는 것이 적합한가를 검토하였다.

2. 일반화된 입력 추정 기법

2.1 기동 입력 변화 추이에 대한 사후 확률

일반적으로 공간을 비행하는 물체의 움직임은 선형 직교 좌표계에서 위치, 속도, 가속도에 의하여 표현되며 각 축에 대하여 독립적인 움직임으로 모델링 될 수 있다. 또한 고려하는 추적 센서는 표적의 위치만을 측정할 수 있다고 가정한다. 이때 가속도 \underline{a} 가 시간 τ_i 에서 인가되었다고 한다면 표적의 운동은 다음과 같은 이산 시스템으로 표현할 수 있다.

$$\underline{x}_{k+1} = F \underline{x}_k + B \underline{\Delta}_c \underline{\delta}_{k+1, \tau_i} + G \underline{w}_k \quad (1.a)$$

$$\underline{z}_k = H \underline{x}_k + \underline{v}_k \quad (1.b)$$

여기서, $\underline{\delta}_{i,j}$ 는 크로네커 델타(Kronecker delta)함수이며, 공정잡음 \underline{w}_k 와 측정잡음 \underline{v}_k 는 각각 다음과 같은 정규분포를 따른다고 가정한다.

$$\underline{w}_k \sim N(\underline{0}, Q_k), \quad \underline{v}_k \sim N(\underline{0}, R_k) \quad (1.c)$$

표적의 상태변수 \underline{x}_k 는 세 축에 대한 위치, 속도, 가속도로 구성되며, 추적 센서의 측정간격(sampling interval)을 Δ 라 할 때, F, B, G, H 는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$F = \begin{bmatrix} I & \Delta I & \frac{1}{2} \Delta^2 I \\ 0 & I & \Delta I \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \Delta^2 I \\ \Delta I \\ I \end{bmatrix}, \quad H = [I \ 0 \ 0] \quad (1.d)$$

여기서 I 는 3×3 단위행렬(identity matrix)이다.

표적의 초기 상태변수는 정규분포를 가지며, 그 평균 $\hat{\underline{x}}_0$ 와 공분산 P_0 는 알고 있다고 가정한다. 필터가 동작한 시간부터 현재 시간 k 까지의 표적의 기동 입력 전이 추이에 대한 가설을 θ^k , 시간 k 에서의 가설을 θ_k 라 하자. 이때, 기동 입력 전이 가설은 기동입력의 인가 시간 τ_i 와 그 크기 $\underline{\Delta}_i$ 로 이루어지며, 이를 다음과 같이 표시한다.

$$\theta^k = \{(\tau_i, \underline{\Delta}_i) ; 1 \leq i \leq \gamma, \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_\gamma \leq k < \tau_{\gamma+1}\} \quad (2)$$

초기시간부터 현재까지의 누적추정치 집합을 Z^k , 시간 k 에

서의 추정치를 \underline{z}_k 라 하자. 현재시간을 k 라 하고, 길이가 l 인 윈도우를 고려하는 경우, 주어진 누적추정치에 대한 기동가설의 사후확률은 베이츠의 법칙을 연속적으로 적용하여 다음의 식과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} p(\theta^k | Z^k) &= \frac{1}{c_1} p(\underline{z}_k | \theta^k, Z^{k-1}) p(\theta_k | \theta^{k-1}, Z^{k-1}) p(\theta^{k-1} | Z^{k-1}) \\ &= \frac{1}{c_1} \left\{ \prod_{i=0}^l p(\underline{z}_{k-i} | \theta^{k-i}, Z^{k-i-1}) \right\} \\ &\quad \times \left\{ \prod_{i=0}^l p(\theta_{k-i} | \theta^{k-i-1}, Z^{k-i-1}) \right\} \\ &\quad \times p(\theta^{k-l-1} | Z^{k-l-1}) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 c_1 은 정규화 상수(normalizing constant)로써 모든 가설에 대하여 식(3)의 분자를 더한 값으로 주어진다.

표적의 기동 가속도 \underline{u} 는 매 샘플링 간격에서 일정한 값을 유지하며, 시간 k 에서 새로운 크기로 변화할 전이 확률이 다음 식으로 주어지는 세미마코프프로세스(semi-Markov process)라고 가정한다.

$$p(\underline{u}_k | \underline{u}_{k-1}) = \begin{cases} M & \text{if } \underline{u}_k = \underline{u}_{k-1} \\ \epsilon & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.a)$$

$$\underline{u}_{\min} \leq \underline{u}_i \leq \underline{u}_{\max} \quad \text{for all } i \quad (4.b)$$

$$M + \epsilon \prod_{i=1}^{\dim(\underline{u})} (el_i(\underline{u}_{\max}) - el_i(\underline{u}_{\min})) = 1 \quad (4.c)$$

여기서 $el_i(\underline{x})$ 는 벡터 \underline{x} 의 i 번째 원소를 나타낸다.

이 경우, 기동입력의 전이에 대한 사전확률은 추정치에 무관한 마코프 프로세스이며, 기동 입력 전이 가설이 주어졌을 때 칼만필터의 잔류오차는 정규분포를 가지므로, 식(3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} p(\theta^k | Z^k) &= \frac{1}{c'} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=0}^l (\underline{z}_{k-i} - S_{k-i}^{-1} \underline{z}_{k-i}) \Big|_{\theta^{k-i}}\right) \\ &\quad \prod_{i=0}^l p(\theta_{k-i} | \theta^{k-i-1}) p(\theta^{k-l-1} | Z^{k-l-1}) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $(\underline{z}_{k-i} - S_{k-i}^{-1} \underline{z}_{k-i}) \Big|_{\theta^{k-i}}$ 는 가설 θ^{k-i} 에 의하여 구동되는 칼만 필터의 잔류오차의 제곱의 정규화된 값이다. 윈도우내에서 γ 번의 기동 입력의 전이가 있다고 가정하면, $\prod_{i=0}^l p(\theta_{k-i} | \theta^{k-i-1}) = M^{l-\gamma+1} \epsilon^\gamma$ 이 되어 다음과 같이 입력 전이에 대한 사후 확률을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} p(\theta^k | Z^k) &= \frac{1}{c'} p(\theta^{k-l-1} | Z^{k-l-1}) M^{l-\gamma+1} \epsilon^\gamma \\ &\quad \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=0}^l (\underline{z}_{k-i}^T S_{k-i}^{-1} \underline{z}_{k-i}) \Big|_{\theta^{k-i}}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 c' 는 정규화 상수(normalizing constant)이다.

2.2 최대 사후 확률 기동 입력 전이 가설의 추정

2.1절에서 유도한 기동 입력 전이 가설의 사후 확률을 이용하면 최대 사후 확률(Maximum A Posteriori)의 관점에서 최적의 기동 입력 전이 가설을 구할 수 있고, 구해진 입력 전이를 식(1)의 외부 입력으로 하여 칼만 필터를 구동시킴으로써 기동 표적을 추적할 수 있다.

한편, 식(6)을 살펴보면 γ 번의 입력 전이가 있는 가설들에 대한 사후확률은 단지 $\exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=0}^l (\mathbf{r}_{k-i}^T S_{k-i}^{-1} \mathbf{r}_{k-i}) \Big|_{\theta^{k-1}}\right)$ 에 의하여 주어지는 값만 달라짐을 알 수 있다. 또한, 길이 l 인 윈도우에서 γ 번의 기동입력이 인가된 경우, 기동 개시 시점들의 배치 $(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_\gamma)$ 에 대한 가설의 가지수는 l 에서 γ 개를 선택하는 조합(combination)의 가지수인 $\binom{l}{\gamma}$ 로 주어진다. 따라서, 가능한 기동 개시 시점 가설의 개수는 γ 가 0인 것에서부터 l 인 것까지 고려하면 되므로 $\sum_{\gamma=0}^l \binom{l}{\gamma}$ 가지 임을 알 수 있다. 윈도우 길이가 유한이라면, 기동 개시 시점 가설의 개수도 유한이므로 만약 기동 개시 시점들의 배치가 주어진 상황에서 $\exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=0}^l (\mathbf{r}_{k-i}^T S_{k-i}^{-1} \mathbf{r}_{k-i}) \Big|_{\theta^{k-1}}\right)$ 를 최대로 하는 입력 크기들을 선정할 수 있다면, 유한번의 비교로써 사후 확률을 최대로 하는 기동 입력 전이 가설을 찾을 수 있다. 한편, 지수함수는 단조함수이므로 이 문제는 결국 정규화 된 잔류오차의 합을 최소로 하는 문제와 같아진다. 따라서, 일반화된 입력 크기 추정 문제는 기동 개시 시점 $(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_\gamma)$ (단, $\tau_\gamma \leq k < \tau_{\gamma+1}$)과 누적 측정치 Z^k 및 상태변수의 초기치 \mathbf{x}_0 가 주어졌을 때 식(7)의 평가 함수 J 를 최대로 하는 입력 크기의 집합 (λ) 를 구하는 문제로 정의할 수 있다.

$$J = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \mathbf{r}_i^T S_i^{-1} \mathbf{r}_i \quad (7)$$

이와같이 주어진 일반화된 입력 크기 추정 문제의 해는 동적 계획법(dynamic programming)의 개념에서 다음의 정리와 같이 구해진다.

정리 1 (최적 입력 크기 추정)

일반화된 입력 크기 추정 문제의 해는 다음 단계에 의하여 구해진다

(1 단계) 식(8)에 의하여 $N_a, A_a, M_i(a), D_j(i, a)$ 를 $a = \gamma$ 에서 $a = 1$ 까지 계산한다. 여기서 $M_i(a), D_j(i, a)$ 의 초기치는 식(9)로 주어진다.

$$N_a = \sum_{i=\tau_a+1}^k D_a(i, a+1)^T S_i^{-1} D_a(i, a+1) \quad (8a)$$

$$A_a = N_a^{-1} \sum_{i=\tau_a+1}^k D_a(i, a+1)^T S_i^{-1} [\bar{\mathbf{z}}_i - M_i(a+1)] \quad (8b)$$

$$M_i(a) = \begin{cases} M_i(a+1) & \text{if } i \leq \tau_a \\ M_i(a+1) + D_a(i, a+1)A_a & \text{if } i > \tau_a \end{cases} \quad (8c)$$

$$D_j(i, a) = \begin{cases} D_j(i, a+1) & \text{if } i \leq \tau_a \\ D_j(i, a+1) - D_a(i, a+1)N_a^{-1} \sum_{s=\tau_a+1}^k D_a(s, a+1)^T S_s^{-1} D_j(s, a+1) & \text{if } i > \tau_a \end{cases} \quad (8d)$$

$$M_i(\gamma+1) = 0 \quad (9a)$$

$$D_j(i, \gamma+1) = HFL_j(i-1) \quad (9b)$$

여기서 $\bar{\mathbf{z}}_k, S_k$ 는 각각 무기동 칼만필터의 잔류오차 및 그 공분산이며, $L_i(j)$ 는 식(13)으로 정의된다.

(2 단계) 1단계에서 구한 변수들의 값과 식(10)을 이용하여 최적의 입력 수준 λ_a^* 를 $a=1$ 에서 $a=\gamma$ 까지 구한다.

$$\lambda_a^* = A_a - N_a^{-1} \sum_{i=\tau_a+1}^k \sum_{j=1}^{a-1} D_a(j, a+1)^T S_i^{-1} D_j(i, a+1) \lambda_j^* \quad (10a)$$

$$\lambda_1^* = A_1 \quad (10b)$$

위와 같이 구한 최적의 기동 입력의 크기를 식(6)에 대입하면, 주어진 기동 개시 시점을 가지는 기동 입력 전이 가설들의 최대의 사후 확률을 얻을 수 있다. □

(증명)

입력이 전혀 없을 때의 칼만필터를 무기동 칼만필터라 하고, 그 추정치와 잔류오차를 각각 $\hat{\mathbf{x}}_k^0, \bar{\mathbf{z}}_k$ 라 하자. 이때, 기동 입력이 고려된 칼만필터의 추정치와 무기동 칼만필터의 추정치는 식(11)의 관계를 만족하므로, 기동이 고려된 잔류오차 와 무기동 잔류오차 사이의 관계식은 식(12)와 같이 주어진다.

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^0 + \sum_{i=1}^{d(k)} L_i(k) \lambda_i \quad (11)$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \bar{\mathbf{z}}_{k+1} - HF \sum_{i=1}^{d(k)} L_i(k) \lambda_i \quad (12)$$

여기서

$$L_i(j) = \begin{cases} B & \text{if } j = \tau_i \\ [I - K_j H] FL_i(j-1) & \text{if } j > \tau_i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

$$d(i) = \arg \max_a \{ \tau_a \leq i \} \quad (14)$$

즉 $d(k) = \gamma$ 이고, K_i 는 시간 i 에서의 칼만이득이다.

식(12)의 관계식을 사용하여 식(7)의 평가함수를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$J = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \left[\bar{\mathbf{z}}_i - M_i(\gamma+1) - \sum_{j=1}^{d_{\gamma+1}(i-1)} D_j(i, \gamma+1) \lambda_j \right]^T S_i^{-1} \left[\bar{\mathbf{z}}_i - M_i(\gamma+1) - \sum_{j=1}^{d_{\gamma+1}(i-1)} D_j(i, \gamma+1) \lambda_j \right] \quad (15)$$

여기서

$$d_a(i) = \begin{cases} a-1 & \text{if } \tau_{a-1} \leq i \leq k \\ d_{a+1}(i) & \text{if } i < \tau_{a-1} \end{cases} \quad (16.a)$$

$$d_{\gamma+1}(i) = d(i) \quad (16.b)$$

이고, $M_i(\gamma+1)$, $D_j(i, \gamma+1)$ 의 값은 식(9)로 주어진다.

이제 동적계획법(dynamic programming)의 개념을 이용하여 식(15)를 최소화하는 입력들의 집합 $\{\underline{\Delta}_i, \tau_i < k\}$ 를 구한다.

$\underline{\Delta}_\gamma$ 가 τ_γ 이전의 추정치 및 잔류오차에 영향을 주지 못함에 유의하여 식(15)를 $\underline{\Delta}_\gamma$ 에 대하여 미분하여 0으로 놓으면, 식(17)과 같이 주어진 평가함수를 최대화 하는 마지막 기동입력 $\underline{\Delta}_\gamma^*$ 를 구할 수 있다.

$$\underline{\Delta}_\gamma^* = A_\gamma - N_\gamma^{-1} \sum_{i=\tau_\gamma+1}^k \sum_{j=1}^{\gamma-1} D_j(i, \gamma+1)^T S_i^{-1} D_j(i, \gamma+1) \underline{\Delta}_i^* \quad (17)$$

여기서 N_γ, A_γ 는 식(8)과 식(9)로 주어진다. 식(17)에서 볼 수 있듯이 $\underline{\Delta}_\gamma^*$ 는 τ_γ 이전의 기동입력들과 잔류오차들의 선형 조합으로 표현된다. 식(17)을 식(15)에 대입하여 새로운 평가함수 $J_{\gamma-1}$ 을 계산하면 식(18)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} J_{\gamma-1} &= J(\underline{\Delta}_1, \underline{\Delta}_2, \dots, \underline{\Delta}_{\gamma-1}, \underline{\Delta}_\gamma^*) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \left[\bar{x}_i - M_i(\gamma) - \sum_{j=1}^{a_i(i-1)} D_j(i, \gamma) \underline{\Delta}_j \right]^T \\ &\quad S_i^{-1} \left[\bar{x}_i - M_i(\gamma) - \sum_{j=1}^{a_i(i-1)} D_j(i, \gamma) \underline{\Delta}_j \right] \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $M_i(\gamma)$, $D_j(i, \gamma)$ 는 식(8)로 정의된다.

새로 구해진 평가함수 $J_{\gamma-1}$ 도 식(15)로 주어지는 최초의 평가함수와 같은 구조이므로, 마찬가지로 식(18)을 $\underline{\Delta}_{\gamma-1}$ 에 대하여 미분함으로써 입력 크기의 최적 추정치 $\underline{\Delta}_{\gamma-1}^*$ 를 구할 수 있다.

식(19)로 $J_\gamma, J_{\gamma-1}, \dots, J_1$ 을 정의하고, $\underline{\Delta}_{\gamma-1}^* \Rightarrow J_{\gamma-2} \Rightarrow \underline{\Delta}_{\gamma-2}^* \Rightarrow J_{\gamma-3} \Rightarrow \dots \Rightarrow \underline{\Delta}_1^*$ 의 순서로 위의 과정을 반복하면, 평가함수 J_a 는 식(20)으로 계산되며 이를 최적화하는 입력 크기 $\underline{\Delta}_a^*$ 는 식(10)으로 얻어진다

$$J_a = \begin{cases} J(\underline{\Delta}_1, \underline{\Delta}_2, \dots, \underline{\Delta}_\gamma) & \text{if } a = \gamma \\ J(\underline{\Delta}_1, \dots, \underline{\Delta}_a, \underline{\Delta}_{a+1}^*, \dots, \underline{\Delta}_\gamma^*) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} J_a &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \left[\bar{x}_i - M_i(a+1) - \sum_{j=1}^{a_{i+1}(i-1)} D_j(i, a+1) \underline{\Delta}_j \right]^T \\ &\quad S_i^{-1} \left[\bar{x}_i - M_i(a+1) - \sum_{j=1}^{a_{i+1}(i-1)} D_j(i, a+1) \underline{\Delta}_j \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Q.E.D.

정리 1의 내용과 식 (6)을 이용하면 기동 개시 시간이 주어 진 경우에 대한 최적의 입력 가설을 얻을 수 있다. 전술하였듯이 기동 개시 시간 가설은 유한개이므로 모든 기동 개시 시간에 대하여 최적 입력 크기 가설의 확률을 비교함으로써 전체적으로 최적인 기동 입력 가설을 얻을 수 있다. 이렇게 구한 전체적으로 최적인 기동 입력 전이 가설이 기동입력의 새로운 전이를 의미하는 가설이라면 이때를 기동이 검출된 시점으로 생각할 수 있으며, 구해진 최적 입력 가설에서 지정된 입력의 전이를 식(1)에 의하여 구성된 칼만필터의 입력으로 인가하여 기동 표적 추적 필터를 구성하게 된다.

위의 알고리즘에서 윈도우의 길이를 필터의 구동 개시 시점부터 현재까지로 고려하면 최적의 해를 얻을 수 있다. 그러나 이렇게 할 경우, 필터에서 고려하여야 할 기동 개시 시간 가설의 갯수는 시간에 따라 급격히 증가하므로 구현이 불가능하다. 따라서 적당한 크기의 윈도우를 설정하여 그 윈도우 내에서 발생하는 기동만 고려함으로써 준최적 필터를 구성하여야 한다. 한편, 입력의 크기를 충분히 추정할 만큼의 잔류오차를 가져야 신뢰성 있는 입력 추정이 가능하므로, 하나의 기동 입력이 인가된 후 다음 번 입력이 인가되기까지 어느 정도 이상의 시간 간격이 있는 경우만 고려하여 기동 개시 시점을 가정하는 것이 바람직하다. 이렇게 고려하는 인접한 기동 개시 시점들 간의 최소 간격을 최소 추정 길이(least estimation interval)라 한다. 최소 추정 길이가 너무 작으면 필터가 측정잡음에 민감해지며, 너무 크면 기동의 검출이 느려져서 필터가 기동에 적용하는 시간이 길어진다. 이와 같이 적당한 윈도우 길이 및 최소 추정 길이를 선정한으로써 기동 표적을 추적할 수 있는 준최적 필터를 구현할 수 있다.

2.3 Bogler의 입력추정 기법과의 관계

1장에서 설명하였듯이 Bogler는 기동 입력이 윈도우 내에서 1번만 인가되는 것으로 가정하여, 기동 개시 시간과 그 크기를 구하였다. 그는 기동 개시 시간 가설 각각에 대하여 구동되는 부필터를 가정하고 이중에서 가장 작은 비용함수(cost function)를 제공하는 부필터를 선정함으로써 기동 개시 시간 및 그 크기를 계산하였다. 계산된 기동입력의 크기는 그 오차 공분산을 고려하여 기동판정을 수행하고, 기동으로 판정되면 이에 대한 보상을 수행한다. 본 논문에서 제시한 방법은 윈도우 내에서 다수의 기동입력의 전이가 있는 모든 경우에 대하여 가설을 세우고 이 가설 각각에 대한 확률을 구함으로써 적합한 입력 전이 가설을 구하는 것이므로 Bogler의 입력추정 기법과 근본적으로 같은 맥락에서 이해할 수 있다. 본 절에서는 Bogler의 입력추정 기법이 본 논문에서 제시한 기법의 특별한 경우임을 보였다.

2.2절에서 제시한 입력추정 기법에서 윈도우 내의 기동이 1 번 뿐인 경우 즉, $\gamma=1$ 인 경우만을 고려하면 '기동이 전혀 없다'는 가설과 '기동이 1번 있다'는 가설과의 존재확률을 비교함으로써 기동판정이 가능하다. 따라서 '기동이 전혀 없다'는 가설을 \emptyset , 이때의 잔류오차를 \bar{x} 라 할 때, 다음과 같은 기동판정 조건을 만족하는 기동 입력 전이 가설 θ 이 존재한다면 기동이 발생한 것으로 판단할 수 있다.

$$p(\theta^k|Z^k) > p(\bar{\theta}^k|Z^k) \quad (21)$$

여기서 θ 는 기동 입력 전이를 1번만 고려하는 가설 중에서 선택한다.

식(21)을 식(6)에 대입하고 양변에 \log_e 를 취하여 정리하면 다음식을 얻을 수 있다.

식(21) \Leftrightarrow

$$\left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=0}^l \mathbf{r}_{k-i}^T S_{k-i}^{-1} \mathbf{r}_{k-i} + \sum_{i=0}^l \log_e p(\theta_{k-i}|\theta^{k-i-1}) \right. \\ \left. > -\frac{1}{2} \sum_{i=0}^l \bar{\mathbf{r}}_{k-i}^T S_{k-i}^{-1} \bar{\mathbf{r}}_{k-i} + \sum_{i=0}^l \log_e p(\bar{\theta}_{k-i}|\bar{\theta}^{k-i-1}) \right\} \\ \Leftrightarrow \left\{ \exists n \text{ s.t. } \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{r}}_{k-i}^T S_{k-i}^{-1} \bar{\mathbf{r}}_{k-i} - \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_{k-i}^T S_{k-i}^{-1} \mathbf{r}_{k-i} \right] > \log_e \frac{M}{\epsilon} \right\} \quad (22)$$

정리로 계산한 $\gamma=1$ 일 때의 최적 입력 크기는 Bogler가 구한 최적 입력의 크기와 같다. 또, 약간의 계산을 거치면 식(22)의 좌변은 추정된 입력의 제곱을 그 공분산으로 정규화 한 것과 같은 값을 알 수 있으므로[7] 식(22)의 조건은 Bogler가 제시한 입력추정 기법에서 기동 판정 임계치를 $\log_e \frac{M}{\epsilon}$ 로 치환한 것과 동일한 기동 판정 조건이 된다. 따라서 Bogler의 입력 추정 기법은 본 논문에서 제안한 기법의 $\gamma=1$ 일 때에 해당한다고 할 수 있다.

3. 시뮬레이션 결과 분석

본 장에서는 몬테칼로 시뮬레이션을 통하여 2.2절에서 제안된 준최적 필터의 성능을 검토하며, 기동으로 검출되는 가설들의 종류 및 특성을 조사하여 필터 구성시 고려해야 할 기동 가설의 수를 더 줄여도 되는가를 검토하였다.

추적 필터 구성시, 공정 잡음 공분산 $Q_k=1$, 측정 잡음 공분산 $R_k=100$, 윈도우의 길이 $l=6$, 최소 추정 길이 3, 샘플링 간격 $\Delta t=1$ [sec]인 경우를 고려하였다. 이와 같은 윈도우 길이와 최소 추정 길이를 사용할 경우 윈도우 내에서 기동입력이 3회 이상 변화한 가설은 고려되지 않으며, 기동 입력이 1번 인가된 가설들과 2번 인가된 가설만이 고려된다. 표적의 기동 입력 시나리오는 그림 1에 제시한 것과 같이 STEP과 RAMP의 두 가지를 고려하였다. STEP 시나리오는 윈도우 내에서 기동 입력의 크기가 2번 변화하며, RAMP 시나리오는 윈도우 내에서 입력의 크기가 지속적으로 변화한다.

2.3절에서 설명하였듯이 $\log_e \frac{M}{\epsilon}$ 은 카이 제곱 분포 (Chi-square distribution)에 의존하는 임계치에 해당하므로 이 값을 조절하며 두가지 기동에 대하여 검출된 가설을 조사하였다. 기동검출 임계치는 기동이 1번 일어난 경우에 각각 1.5σ (86.6%), 3σ (99.7%)의 신뢰도로 기동을 검출할 수 있는 $\log_e \frac{M}{\epsilon}$ 의 값을 선정하였으며, 기동이 2번 있는 가설이 검출된 횟수와 오검출(false alarm) 횟수를 판단 기준으로 하여 기동 검출 성능을 분석하였다. 표 1은 위에 설명한 내용에 의하여 100회의 몬테 칼로 시뮬레이션을 수행한 결과이다. 표에서 2번 기동 검출 횟수는 윈도우 내에서 기동이 2번 있는 가설이

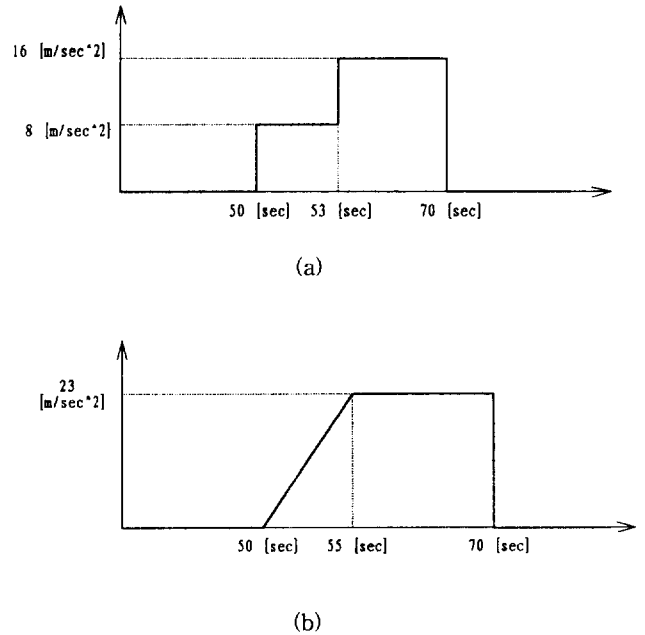


그림 1 기동 입력 시나리오
(a) 기동 입력 시나리오 STEP
(b) 기동 입력 시나리오 RAMP

Fig. 1 Maneuvering input scenarios
(a) Maneuvering input scenario STEP
(b) Maneuvering input scenario RAMP

추정된 횟수이다. 오검출 횟수는 기동이 인가되지 않은 부분에서 기동이 검출된 횟수를 말하며, 본 시뮬레이션에서는 50초 이전 및 80초 이후에 검출된 기동은 모두 오검출로 산정하였다.

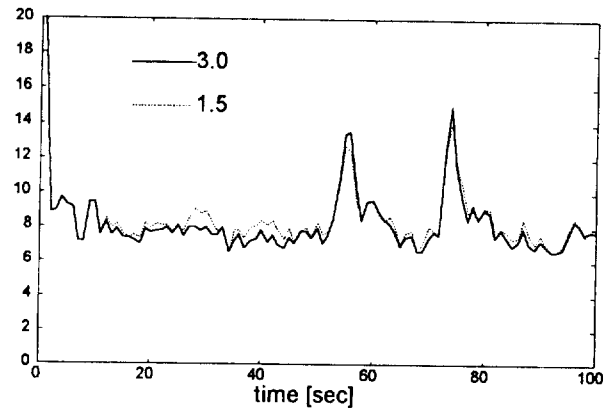
표 1을 살펴보면, 3σ 의 임계치를 가지고 기동을 검출한 경우, 검출된 기동 가설은 모두 윈도우 내에서 기동 입력이 1번 인가된 것임을 알 수 있다. 이와 같은 결과를 주는 이유는 식(6)에서 찾을 수 있다. 식(6)에서 보면 1번의 입력 변화에 대한 가설에 비하여 2번의 기동 입력 변화를 고려하기 위해서는 $\frac{M}{\epsilon}$ 배 이상의 잔류 오차의 보상 효과가 있어야 한다. 즉, 기동이 2번 있었다는 가설로 보상된 잔류오차에 의하여 증가된 확률의 크기가 $\frac{M}{\epsilon}$ 보다 작으므로 기동이 1번 있는 경우 보다 더 큰 확률을 주지 못했기 때문이다. 따라서, $\frac{M}{\epsilon}$ 의 크기를 줄임으로써 기동이 2번 있는 가설의 검출을 기대할 수 있다. 진술하였듯이 $\frac{M}{\epsilon}$ 은 기동 검출 임계치와 비례하므로 이 임계치를 1.5σ 로 낮추어 시뮬레이션하여 그 결과를 살펴보았다. 실제로 이 경우 기동 입력이 2번 변화된 것으로 검출된 경우가 발생하였으나 그 횟수는 단 3회 뿐이었으며, 그 이외는 모두 기동 입력이 1번 인가된 가설이 검출된 경우였다. 오히려 임계치를 3σ 에서 1.5σ 로 낮춤에 따라 오검출 횟수가 급격히 증가되었으며, 이로 인하여 그림 2와 그림 3에 보인 것 처럼 더 큰 추정오차를 유발하였다. 그 이유는 기동이 없는 가설과 기동이 1번 있는 가설간의 확률의 차이도 역시 $\frac{M}{\epsilon}$ 이므로 이 값을 줄이는 경우에는, 측정잡음에 더욱 민감해지므로 오검출의 가능성이 증가하기 때문이다.

이상의 결과를 요약하면, 윈도우 내에서 기동이 2번 이상 있

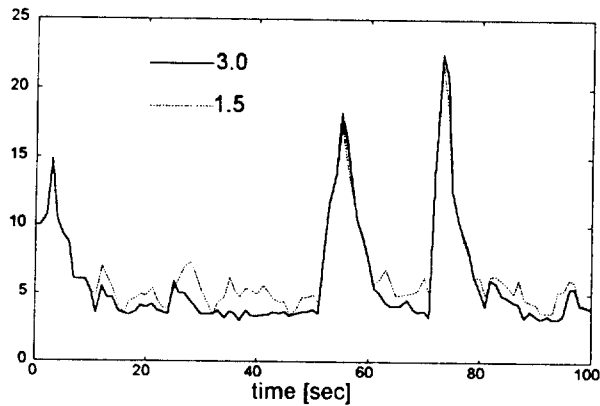
표 1 일반화된 입력 추정 기법의 기동 검출 특성

Table 1 Performance of generalized input estimation method

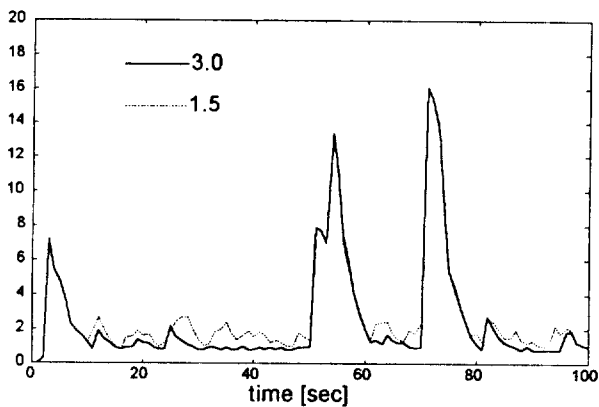
입력 시나리오	STEP		RAMP	
	1.5 σ	3.0 σ	1.5 σ	3.0 σ
기동검출 임계치	3	0	3	0
2번 기동 검출 횟수	62	16	51	10
오검출 횟수				



(a)



(b)



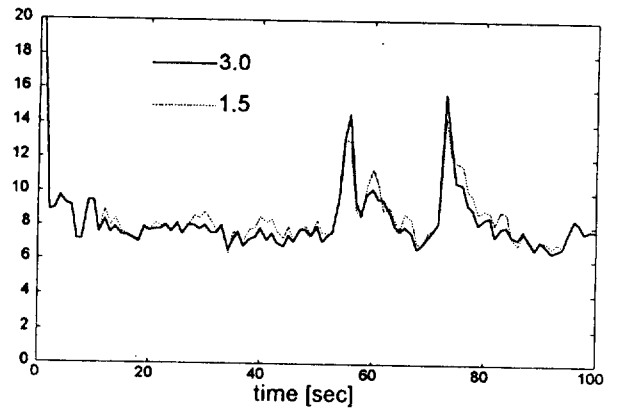
(c)

그림 2 RMS 추정 오차(STEP 시나리오)

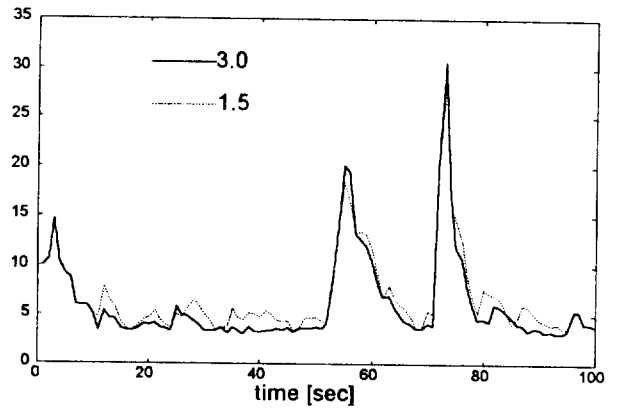
- (a) RMS 위치 오차 (b) RMS 속도 오차
- (c) RMS 가속도 오차

Fig. 2 RMS estimation errors(STEP scenario)

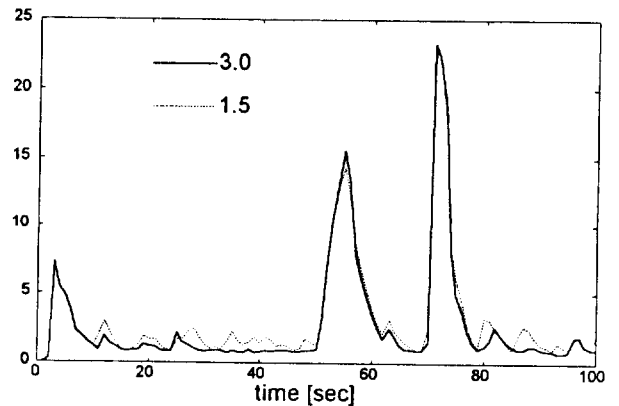
- (a) RMS position errors (b) RMS velocity errors
- (c) RMS acceleration errors



(a)



(b)



(c)

그림 3 RMS 추정 오차(RAMP 시나리오)

- (a) RMS 위치 오차 (b) RMS 속도 오차
- (c) RMS 가속도 오차

Fig. 3 RMS velocity estimation errors(RAMP scenario)

- (a) RMS position errors (b) RMS velocity errors
- (c) RMS acceleration errors

더라도 이것이 다수의 기동이 있는 것으로 검출되는 경우는 거의 없으며 대부분의 경우 1번의 기동으로 검출함을 알 수 있다. 따라서 윈도우 내에서 1번의 기동만을 고려하는 Bogler의 입력 추정 기법을 사용하더라도 양호한 성능을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

입력 추정 기법은 표적의 기동 가속도를 기동 입력으로 가정하고 잔류오차에 나타난 기동의 영향을 최소 자승법으로 추정하여 보상하는 방법이다. 본 논문에서는 최대 사후 확률의 관점에서 입력 추정 기법을 새로 유도함으로써 윈도우 내에서 2번 이상의 기동이 있는 경우도 포함하는 일반적인 입력 추정 기법을 제안하였다. 또한, 기존의 기법은 제안된 기법에서 기동 입력이 1번만 인가된 경우만을 고려한 경우에 해당하는 것을 보였으며, 이 경우 기존의 기법에서의 기동 검출 임계치는 제안된 기법에서 기동 가속도의 전이에 대한 사전확률에 관계되는 변수들의 비로 표현됨을 보였다.

제안된 기법을 사용하여 최적의 입력추정 기법을 구성하기 위해서는 필터가 구동되기 시작한 시점부터 현재까지의 기동 입력 전이 가설을 모두 다 고려하여야 한다. 그러나 이 경우 고려하여야 할 가설의 갯수가 급격히 증가하므로 실제로 구현 가능하지 않다. 따라서 윈도우 내에서 적당한 갯수의 가설만을 고려하는 준최적 필터를 제안하였으며, 시뮬레이션을 통하여 윈도우 내에서 어느 정도의 가설을 고려하는 것이 적합한지를 검토하였다.

윈도우 내에서 다수의 기동이 있는 경우에 대하여 시뮬레이션한 결과, 대부분의 경우 다수의 기동도 1번의 기동으로 검출되었으며 다수의 기동으로 검출되는 경우는 거의 없었다. 따라서 윈도우 내에서 1번의 기동만을 고려하여 필터를 구성하여도 전체 성능에는 큰 차이가 없으며, 이는 Bogler의 입력추정기법을 그대로 사용하여도 양호한 성능의 추적필터를 구성할 수 있음을 보여준다.

참 고 문 헌

[1] R. A. Singer, "Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets," *IEEE Trans. Aerosp. Electr. syst.*, vol. 6, pp. 473-483, July, 1970.

[2] R. F. Berg, "Estimation and prediction for maneuvering target trajectories," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 28, pp. 294-304, Mar., 1983.

[3] R. L. Moose, "An adaptive state estimation solution to the maneuvering target problem," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 20, pp. 359-362, June, 1975.

[4] H. A. P. Blom, Y. Bar-Shalom, "The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 33, pp. 780-783, Aug., 1988.

[5] Y. Bar-Shalom, K. Birnmiwal, "Variable dimension filter for maneuvering target tracking," *IEEE Trans. Aerosp. Electr. syst.*, vol. 18, pp. 621-629, Sept, 1982.

[6] Y. T. Chan, A. G. Hu, J. B. Plant, "A Kalman filter based tracking scheme with input estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electr. syst.*, vol. 15, pp. 237-244, Mar., 1979.

[7] P. L. Bogler, "Tracking a maneuvering target using input estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electr. syst.*, vol. 23, pp. 298-310, May, 1987.

[8] I. H. Whang, J. G. Lee, T. K. Sung, "Modified Input Estimation Technique Using Pseudoresiduals," *IEEE Trans. Aerosp. Electr. syst.*, vol. 30, pp. 220-228, Jan., 1994.

[9] Y. Park, J. H. Seo, J. G. Lee, "Tracking Using The Variable Dimension Filter With Input Estimation," *IEEE Trans. Aerosp. Electr. syst.*, vol. 31, pp. 320-328, Jan., 1995.

저 자 소 개



황익호 (黃益鎬)

1964년 8월 18일생. 1988년 서울대 공대 제어계측공학과 졸업. 1990년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(석사). 1995년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박). 현재 국방과학연구소 선임연구원



박용환 (朴用桓)

1967년 10월 29일생. 1990년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1992년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학과 박사과정



이장규 (李章揆)

1946년 3월 28일생. 1971년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1977년 미국 피츠버그 대학 전기공학과 졸업(공학박). 현재 서울대 공대 제어계측공학과 교수 및 동 대학교 부설 자동제어 특화연구센터 소장