

라그랑지승수 수정에 의한 효율적인 동적부하배분 알고리즘

論 文
45~4~2

An Efficient Dynamic Load Dispatch Algorithm with Lagrange Multipliers Adjustment

宋吉永* · 吳廣海** · 金龍河***
(Kil-Yeong Song · Kwang-Hae Oh · Young-Ha Kim)

Abstract - This paper presents a new algorithm to solve Dynamic Economic Dispatch problem. Proposed algorithm is composed of two computational modules; one is dispatch, the other adjusting module. In the dispatch module based on the traditional Static Economic Dispatch method, the power dispatch of each unit is calculated. And in case the results of dispatch module violate ramp rate constraints, Lagrange multipliers are adjusted in the adjusting module. Tests and computer results on test systems are given to show the efficiency of the proposed algorithm.

Key Words : Dynamic Economic Dispatch, Static Economic Dispatch, Lagrange Multipliers, Ramp Rate Constraints

1. 서 론

최근 국내외 경제여건의 호전으로 인한 경제성장과 소득수준 향상에 따른 냉방수요의 증가 등으로 전력수요는 급증하는 추세에 있으며 기저부하의 증가율에 비해 첨두부하의 증가율이 현격히 커지고 있다. 이와 아울러 근래에 기저부하를 담당하던 원자력 발전기의 전원구성비율이 증가하는 추세에 있으므로 종전에 기저부하를 담당하던 화력발전소들의 부하분담 우선순위가 낮아지게 되어 부하추종의 문제가 더욱 중요해지고 있다. 그러므로 종래의 정적부하배분(Static Economic Dispatch ; SED) 문제에 화력발전기의 출력변화율을 함께 고려하여 부하가 급변하는 시간대에서 발전기부하추종능력을 벗어나는 경우에도 제약조건을 만족시키면서 가장 경제적인 발전출력을 결정하는 이른바 동적부하배분(Dynamic Economic Dispatch ; DED)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[1, 2].

이와 같은 동적부하배분은 하나의 고려대상기간 동안 각발전기의 출력을 최적으로 배분하는 것이므로 고려대상기간을 여러개의 시점으로 쪼개어 각 시점의 발전기출력을 결정변수로 함으로써 고려대상기간 동안의 발전기 최적운전계획을 수립하는 것이다. 따라서 해를 구하기 위한 방법에 따라 계산소요시간 및 해의 정밀성이 상충하는 특성을 지니게 된다. 그러므로 이들에 주안점을 두고 연구가 진행되고 있다. 종래의 연구는 순차근사동적계획법을 이용한 방법[3], 상태방정식으로 정식화한 접근법[4], 정적부하배분 결과를 토대로 선형계획법(Linear Programming ; LP)[5]을 사용하는 방법등으로 대별되어지나

어떤 방법도 계통규모의 증가나 여러시간대에 걸쳐 부하가 급변하는 등의 계통이 악조건인 경우에도 정밀하고 신속한 안정된 해를 보장하기는 어려운 것으로 알려져 있다.

본 연구에서는 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 라그랑지승수(Lagrange-multiplier) 수정법에 의한 효율적인 동적부하배분 알고리즘을 제안하였다. 즉, 경제부하배분문제의 제약식을 각 시간대마다 독립적인 수급제약, 출력상한제약의 정적제약과 인접한 시간대 사이에 관계되는 출력변화율제약의 동적제약으로 구분하고, 정적부하배분을 기본으로 하여 출력변화율제약 위반시간대의 해당 라그랑지승수를 쿤터커(Kuhn Tucker) 최적조건을 만족시킬때까지 반복수정하여 최적해를 구하였다.

제안한 알고리즘을 발전기대수 및 고려대상시간수가 작은 AEP계통에 적용해서 얻은 결과를 동적부하배분문제에서 가장 정확한 해를 구할 수 있는 방법으로 알려진 2차계획법(Quadratic Programming Technique)에 의한 결과와 비교하여 제안한 알고리즘의 최적성 및 수렴특성을 검증하였다. 아울러 계통규모가 큰 2개의 실규모계통에 적용해서 순차근사동적계획법에 의한 결과와 비교를 통하여 제안한 알고리즘의 효율성을 입증하였다.

2. 정 식 화

본 연구에서는 동적부하배분 문제를 식(2) ~ 식(4)의 제약조건을 만족하면서 고려대상기간(NHR 시간대) 동안의 화력발전기(NG 대)의 총연료비를 최소화하는 최적화 문제로 정식화 하였다.

● 목적함수

$$\text{Min } F = \text{Min} \sum_{t=1}^{\text{NHR}} \sum_{i=1}^{\text{NG}} [a_i P_{i,t}^2 + b_i P_{i,t} + c_i] \text{ [원]} \quad (1)$$

* 正 會 員 : 高麗大 工大 電氣工學科 教授 · 工博
 ** 正 會 員 : 高麗大 大學院 電氣工學科 博士課程 修了
 *** 正 會 員 : 仁川大 工大 電氣工學科 助教授 · 工博
 接受日字 : 1995年 4月 25日
 最終完了 : 1996年 3月 5日

● 제약조건

① 수급제약

$$\left(P_D^t - \sum_{i=1}^{NG} P_{i,t} = 0 \right), \quad t=1, \dots, NHR \quad (2)$$

② 출력상하한제약

$$\left(\underline{P}_i \leq P_{i,t} \leq \overline{P}_i \right), \quad i=1, \dots, NG, \quad t=1, \dots, NHR \quad (3)$$

③ 출력변화율상하한제약

$$\left(\begin{array}{l} T \cdot \underline{\Delta}_i \leq \Delta_{i,t-1} \leq T \cdot \overline{\Delta}_i \\ P_{i,t} = P_{i,t-1} + \Delta_{i,t-1} \end{array} \right), \quad i=1, \dots, NG, \quad t=1, \dots, NHR \quad (4)$$

단, a, b, c_i : 연료비계수

P_{i,t} : t 시간대에서 i 발전기의 출력 [MW]

P_D^t : t 시간대의 부하 [MW]

$\overline{P}_i, \underline{P}_i$: 출력상하한치 [MW]

$\overline{\Delta}_i, \underline{\Delta}_i$: 출력변화율상하한치 [MW/분]

$\Delta_{i,t-1}$: t-1 시간대에서 i 발전기의 출력 증가량 [MW]

T : 시간대 간격 [분]

3. 해 법

3.1 이론적 배경

하나의 시간대에 대한 정적부하배분문제는 각 발전기의 출력을 결정변수로 하여 목적함수가 2차식이고 등호 및 부등호 제약식들이 1차식인 최적화 문제로 구성된다. 이에 대하여 여러 시간대에 대한 동적부하배분문제는 식(1)에서와 같이 모든 시간대에 있어서 각 발전기출력이 결정변수로 되므로 정적부하배분에 비하여 결정변수의 갯수가 {(시간대수-1)*발전기갯수} 만큼 많아지고 출력변화율제약에 관한 부등호제약만이 추가 된다. 즉, 동적부하배분문제의 목적함수도 2차식이고 등호 및 부등호 제약식들이 1차식이므로 최적화문제의 형태는 정적부하배분 문제와 동일하다. 이러한 형태의 문제는 최적화기법에서 널리 쓰이는 쿤-터커 최적조건을 적용하여 최적해를 구할 수 있다[6]. 다음과 같은 일반적인 형태의 최적화문제에서 쿤터커 최적조건을 위한 라그랑지 함수는 모든 제약을 포함한 확대목적함수의 형태로 구성된다.

• 최적화 문제

$$\begin{aligned} \text{Minimize : } & f(\mathbf{X}) \\ \text{Subject to : } & w_i(\mathbf{X}) = 0 \quad i=1, 2, \dots, N_w \\ & g_i(\mathbf{X}) \leq 0 \quad i=1, 2, \dots, N_g \end{aligned}$$

X : N 개의 결정변수를 나타내는 벡터

• 라그랑지 함수

$$\mathcal{L}(\mathbf{X}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{X}) + \sum_{i=1}^{N_w} \lambda_i w_i(\mathbf{X}) + \sum_{i=1}^{N_g} \mu_i g_i(\mathbf{X})$$

이때 점 $\mathbf{X}^0, \lambda^0, \mu^0$ 가 최적해가 되기위한 쿤터커 조건은 다음과 같이 요약된다.

- 조건 1. $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X_i}(\mathbf{X}^0, \lambda^0, \mu^0) = 0$ for $i=1, \dots, N$
- 조건 2. $w_i(\mathbf{X}^0) = 0$ for $i=1, \dots, N_w$
- 조건 3. $g_i(\mathbf{X}^0) \leq 0$ for $i=1, \dots, N_g$
- 조건 4. $\mu_i^0 g_i(\mathbf{X}^0) \leq 0$ for $i=1, \dots, N_g$
 $\mu_i \geq 0$

본 연구에서 제안한 라그랑지승수 수정법을 이용한 동적부하배분에서는 위와 같은 쿤터커 최적조건을 만족시키는 $\mathbf{X}^0, \lambda^0, \mu^0$ 값을 구하기 위해 부하배분모듈과 라그랑지승수 수정모듈을 순차적으로 반복계산하는 Relaxation 기법을 이용하였다.

3.2 라그랑지승수 수정법을 이용한 동적부하배분의 해법

동적부하배분 문제를 라그랑지승수 수정법으로 풀기 위하여 먼저 아래식과 같은 라그랑지 확대목적함수를 구성하였다.

$$\left(\begin{array}{l} x = \sum_{t=1}^{NHR} \sum_{i=1}^{NG} [a_i P_{i,t}^2 + b_i P_{i,t} + c_i] + \sum_{t=1}^{NHR} \lambda_t (P_D^t - \sum_{i=1}^{NG} P_{i,t}) \\ + \sum_{t=1}^{NHR} \sum_{i=1}^{NG} [\mu_{i,t}^+ (P_{i,t} - \overline{P}_i) + \mu_{i,t}^- (\underline{P}_i - P_{i,t})] \\ + \sum_{t=1}^{NHR} \sum_{i=1}^{NG} [\gamma_{i,t}^+ (P_{i,t} - P_{i,t-1} - \overline{\Delta}_i \cdot T) + \gamma_{i,t}^- (\underline{\Delta}_i \cdot T - P_{i,t} + P_{i,t-1})] \end{array} \right) \quad (5)$$

단, λ_t : t 시간대의 부하수급제약에 관한 라그랑지 승수

$\mu_{i,t}^+, \mu_{i,t}^-$: t 시간대에서 발전기 i의 출력상하한제약에 관한 라그랑지승수

$\gamma_{i,t}^+, \gamma_{i,t}^-$: t-1 시간대와 t 시간대 사이에서 발전기 i의 출력변화율 제약에 관한 라그랑지승수

쿤터커 최적조건으로써 해를 결정하기 위하여 식(5)를 NG×NHR 개의 결정변수 P_{i,t}로 편미분하면 식(6)과 같은 쿤터커 제1조건을 구할 수 있다. 이때 부등호제약에 관한 라그랑지 승수는 상한 및 하한의 값중 하나만이 0이 아닌 양의 값을 가질 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 식(6)에서 $\pm \mu_{i,t}^+$ 및 $\pm \gamma_{i,t}^+$ 를 “상호배타적으로 $+\mu_{i,t}^+ (+\gamma_{i,t}^+)$ 혹은 $-\mu_{i,t}^- (-\gamma_{i,t}^-)$ ” 라는 의미로 표현 하였다.

$$\left(\begin{array}{l} \vdots \\ 2a_i P_{i,t-1} + b_i - \lambda_{t-1} \pm \mu_{i,t-1}^+ \pm \gamma_{i,t-1}^- \mp \gamma_{i,t-1}^+ = 0 \\ 2a_i P_{i,t} + b_i - \lambda_t \pm \mu_{i,t}^+ \pm \gamma_{i,t}^- \mp \gamma_{i,t}^+ = 0 \\ \vdots \end{array} \right) \quad (6)$$

단, $i=1, \dots, NG$

또한 쿤터커 제2조건 ~ 쿤터커 제4조건에 의해 식(7) ~ 식(9)가 성립되어야 한다.

$$\left(P_D^t - \sum_{i=1}^{NG} P_{i,t} = 0 \right) \quad (7)$$

$$\left(\begin{array}{l} P_{i,t} - \overline{P}_i \leq 0 \\ \underline{P}_i - P_{i,t} \leq 0 \end{array} \right) \quad (8a)$$

$$\begin{cases} \mu_{i,t}^+(P_{i,t} - \bar{P}_i) = 0, \mu_{i,t}^+ \geq 0 \\ \mu_{i,t}^-(\underline{P}_i - P_{i,t}) = 0, \mu_{i,t}^- \geq 0 \end{cases} \quad (8b)$$

$$\begin{cases} P_{i,t} - P_{i,t-1} - \bar{\Delta}_i \leq 0 \\ \underline{\Delta}_i - P_{i,t} + P_{i,t-1} \leq 0 \end{cases} \quad (9a)$$

$$\begin{cases} \gamma_{i,t}^+(P_{i,t} - P_{i,t-1} - \bar{\Delta}_i) = 0, \gamma_{i,t}^+ \geq 0 \\ \gamma_{i,t}^-(\underline{\Delta}_i - P_{i,t} + P_{i,t-1}) = 0, \gamma_{i,t}^- \geq 0 \end{cases} \quad (9b)$$

동적부하배분문제의 최적해는 식(6) ~ 식(9)를 만족해야 하는데, 식(6)에서 밑줄로 표시한 출력변화율제약에 관한 라그랑지승수 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 가 하나의 변수로서 인접한 두 시간대의 식에 공통적으로 포함되어 각 시간대별 분할 계산이 불가능하기 때문에 기존의 등중분연료비법으로는 직접해를 구할 수가 없다. 그러나, 출력변화율제약을 위반하는 시간대에서 발전기의 출력변화가 상한치 혹은 하한치가 되도록 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 의 값을 결정하게 되면 각 시간대별 분할 계산이 가능해지게 된다. 이런 사실에 착안하여, 본 연구에서는 그림 1과 같이 기존의 등중분연료비법으로 부하를 배분하는 부하배분모듈과 출력변화율제약을 위반하는 시간대에 대하여 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 를 수정하는 수정모듈로 나누어 이들을 반복 계산 함으로써 최적해를 구해 나가도록 하였다. 즉, $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 의 값이 일단 결정되면 동적부하배분문제는 정적부하배분문제로 되므로 식(6) ~ 식(8)을 만족시키는 $P_{i,t}$, λ_t , $\mu_{i,t}^{\pm}$ 를 부하배분 모듈에서 계산하도록 하였으며, 식(9)가 만족되지 않는 경우에는 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 수정모듈에서 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 를 수정하여 식(6) ~ 식(9)를 만족할 때 까지 부하배분모듈과 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 수정모듈을 반복계산함으로써 해의 최적성을 보장하도록 한 것이다.

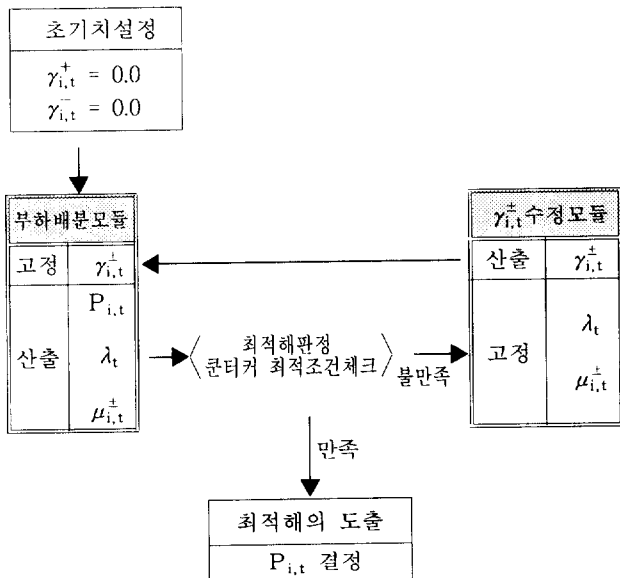


그림 1 제안한 동적부하배분 방법의 개념도
Fig. 1 Diagram of Proposed DED Algorithm

3.2.1 부하배분 모듈

식(6)에서 출력변화율제약의 라그랑지승수인 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 의 값을 고정시키면, 각시간대별 모든 발전기의 출력은 식(10)으로 결정된다.

$$P_{i,t} = \frac{\lambda_t - b_i \mp \mu_{i,t}^{\pm} \mp \gamma_{i,t}^{\pm} \pm \gamma_{i,t+1}^{\pm}}{2a_i} \quad \begin{matrix} i=1, \dots, NG \\ t=1, \dots, NHR \end{matrix} \quad (10)$$

본 연구에서는 식(10)을 참고문헌[6]에서의 λ 반복법으로 계산하였다. 이때의 구체적인 계산과정은 그림 2의 흐름도에서 보이고 있는 바와 같다.

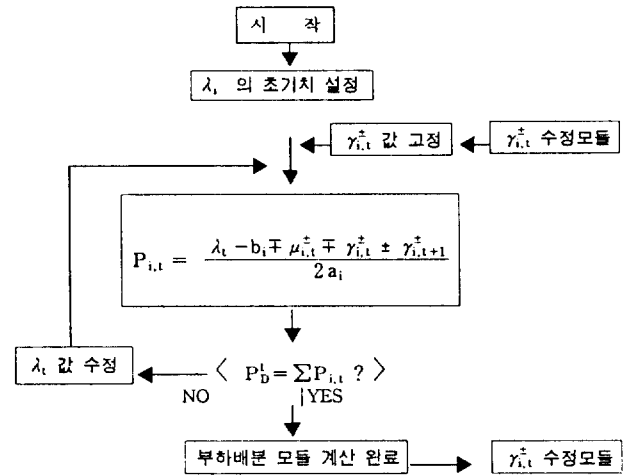


그림 2 부하배분 모듈의 흐름도
Fig. 2 Flow Chart of Dispatch Module

3.2.2 출력변화율제약의 라그랑지승수 수정모듈

$\gamma_{i,t}^{\pm}$ 수정모듈은 부하배분 모듈의 계산결과로부터 각 발전기의 출력이 출력변화율제약과 쿤-터커 배타조건을 위반하는 모든 시간대를 탐색하고 탐색된 시간대에서 발전기 출력변화율이 상한 혹은 하한으로 되게끔 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 를 수정하는 계산모듈이다. 이와 같이 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 수정모듈을 두어 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 를 따로 계산하게 되면, $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 수정방정식을 3중대각방정식의 특수한 형태로 구할 수 있게 되어 소요계산량을 크게 줄일수 있다. 이를 위해 본 연구에서는 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 수정방정식을 다음과 같이 유도하였다.

지금 부하배분모듈에서 계산된 λ_t , $\mu_{i,t}^{\pm}$ 값을 고정시키고 $P_{i,t}$, $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 의 변화분을 각각 $\Delta P_{i,t}$ 와 $\Delta \gamma_{i,t}^{\pm}$ 라고 하면 쿤터커 제1조건 식(6)은 식(11)로 표현 된다.

$$\begin{cases} 2a_i(P_{i,t-1} + \Delta P_{i,t-1}) + b_i - \lambda_{t-1} \pm \mu_{i,t-1}^{\pm} \pm (\gamma_{i,t-1}^{\pm} + \Delta \gamma_{i,t-1}^{\pm}) \mp (\gamma_{i,t}^{\pm} + \Delta \gamma_{i,t}^{\pm}) = 0 \\ 2a_i(P_{i,t} + \Delta P_{i,t}) + b_i - \lambda_t \pm \mu_{i,t}^{\pm} \pm (\gamma_{i,t}^{\pm} + \Delta \gamma_{i,t}^{\pm}) \mp (\gamma_{i,t+1}^{\pm} + \Delta \gamma_{i,t+1}^{\pm}) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

$i=1, \dots, NG$

식(11)에서 고정된 값들을 제외시키면, $\Delta P_{i,t}$ 와 $\Delta \gamma_{i,t}^{\pm}$ 와의 관계는 식(12)로 정리된다.

$$\begin{cases} 2a_i \Delta P_{i,1} \pm \Delta \gamma_{i,1}^+ \mp \Delta \gamma_{i,2}^+ = 0 \\ 2a_i \Delta P_{i,2} \pm \Delta \gamma_{i,2}^+ \mp \Delta \gamma_{i,3}^+ = 0 \\ 2a_i \Delta P_{i,3} \pm \Delta \gamma_{i,3}^+ \mp \Delta \gamma_{i,4}^+ = 0 \\ 2a_i \Delta P_{i,4} \pm \Delta \gamma_{i,4}^+ \mp \Delta \gamma_{i,5}^+ = 0 \\ \vdots \\ 2a_i \Delta P_{i,NHR} \pm \Delta \gamma_{i,NHR}^+ = 0 \end{cases}, \quad i = 1, \dots, NG \quad (12)$$

식(12)에서 출력변화율제약이나 쿤-터커 배타조건을 위반하는 연속되는 시간대가 $\phi 0, \phi 1, \phi 2, \dots, \phi k$ 와 $\Omega 0, \Omega 1, \Omega 2, \dots, \Omega m$ 이라면, 이런 시간대에서 발전기 출력변화는 최대치 혹은 최소치가 되도록 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 를 수정해야 한다. 이를 위해 식(12)의 $\phi 0, \phi 1, \phi 2, \dots, \phi k$ 와 $\Omega 0, \Omega 1, \Omega 2, \dots, \Omega m$ 시간대에서 이웃한 두식의 차를 각각 구하여 식(13)과 같은 3중대각 방정식(Tridiagonal Equations)을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \pm 2 & \mp 1 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mp 1 & \pm 2 & \mp 1 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mp 1 & \pm 2 & \mp 1 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mp 1 & \pm 2 & \mp 1 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mp 1 & \pm 2 & : & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & : & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & \pm 2 & \mp 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & \mp 1 & \pm 2 & \mp 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & \mp 1 & \pm 2 & \mp 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & \mp 1 & \pm 2 & \mp 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & : & 0 & 0 & 0 & \mp 1 & \pm 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \gamma_{i,\phi 1}^{\pm} \\ \Delta \gamma_{i,\phi 2}^{\pm} \\ \vdots \\ \Delta \gamma_{i,\phi k}^{\pm} \\ \dots \\ \Delta \gamma_{i,\Omega 1}^{\pm} \\ \Delta \gamma_{i,\Omega 2}^{\pm} \\ \vdots \\ \Delta \gamma_{i,\Omega m}^{\pm} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2a_i(\Delta P_{i,\phi 1} - \Delta P_{i,\phi 1-1}) \\ -2a_i(\Delta P_{i,\phi 2} - \Delta P_{i,\phi 1}) \\ \vdots \\ -2a_i(\Delta P_{i,\phi k} - \Delta P_{i,\phi k-1}) \\ \dots \\ -2a_i(\Delta P_{i,\Omega 1} - \Delta P_{i,\Omega 1-1}) \\ -2a_i(\Delta P_{i,\Omega 2} - \Delta P_{i,\Omega 1}) \\ \vdots \\ -2a_i(\Delta P_{i,\Omega m} - \Delta P_{i,\Omega m-1}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

식(13)에서 $\Delta \gamma_{i,t}^{\pm}$ 의 계수행렬은 3중대각행렬이므로 본 연구에서는 $\Delta \gamma_{i,t}^{\pm}$ 를 구할때 방정식의 갯수에 따른 기억용량과 계산상의 부담이 거의 없는 것으로 알려져 있는 LU분해법의 특수한 경우인 Thomas 법으로 구하도록 하였다[7, 8]. 이때 식(13)의 우변 $\Delta P_{i,t} - \Delta P_{i,t-1}$ 에는 출력변화율제약이나 쿤-터커 배타조건을 위반하는 두 시간대($t-1$ 시간대와 t 시간대) 사이에서 발전기 출력의 변화분이 출력변화율 상한 혹은 하한으로 되어야 하므로 표 1에 나타낸 값을 대입한다.

출력변화율제약이나 쿤-터커 배타조건을 위반하는 시간대의 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 값은 식(13)에서 계산된 $\Delta \gamma_{i,t}^{\pm}$ 를 이용하여 식(14)로 수정한다.

표 1 $\Delta P_{i,t} - \Delta P_{i,t-1}$ 값의 계산
Table 1 Calculation of $\Delta P_{i,t} - \Delta P_{i,t-1}$

$\Delta \gamma_{i,t}^{\pm}$ 값을 계산하는 경우		$\Delta P_{i,t} - \Delta P_{i,t-1}$ 값
출력변화율제약 위반	상한을 초과	$\bar{\Delta}_i - P_{i,t} + P_{i,t-1}$
	하한을 초과	$\underline{\Delta}_i - P_{i,t} + P_{i,t-1}$
쿤-터커 배타조건 위반	$\gamma_{i,t}^{old} > 0$ 이고 $P_{i,t} - P_{i,t-1} \neq \bar{\Delta}_i$ 인 경우	$\bar{\Delta}_i - P_{i,t} + P_{i,t-1}$
	$\gamma_{i,t}^{old} > 0$ 이고 $P_{i,t} - P_{i,t-1} \neq \underline{\Delta}_i$ 인 경우	$\underline{\Delta}_i - P_{i,t} + P_{i,t-1}$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{i,\phi 1}^{\pm} \\ \gamma_{i,\phi 2}^{\pm} \\ \vdots \\ \gamma_{i,\phi k}^{\pm} \\ \dots \\ \gamma_{i,\Omega 1}^{\pm} \\ \gamma_{i,\Omega 2}^{\pm} \\ \vdots \\ \gamma_{i,\Omega m}^{\pm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{i,\phi 1}^{old} \\ \gamma_{i,\phi 2}^{old} \\ \vdots \\ \gamma_{i,\phi k}^{old} \\ \dots \\ \gamma_{i,\Omega 1}^{old} \\ \gamma_{i,\Omega 2}^{old} \\ \vdots \\ \gamma_{i,\Omega m}^{old} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \gamma_{i,\phi 1}^{\pm} \\ \Delta \gamma_{i,\phi 2}^{\pm} \\ \vdots \\ \Delta \gamma_{i,\phi k}^{\pm} \\ \dots \\ \Delta \gamma_{i,\Omega 1}^{\pm} \\ \Delta \gamma_{i,\Omega 2}^{\pm} \\ \vdots \\ \Delta \gamma_{i,\Omega m}^{\pm} \end{bmatrix} \quad (14)$$

3.2.3 최적해의 판정

앞서 3.2.1절 및 3.2.2절에서와 같이 제안한 방법은 라그랑주 승수 수정모듈에서 수정된 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 값을 가지고, 쿤터커 최적조건식(9)를 위반한 시간대에 대해서만 λ 반복법으로 $P_{i,t}$ 를 계산하고, 그 결과로부터 쿤터커 최적조건식(9)를 위반한 시간대에서 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 를 수정하는 과정을 반복한다. 이때 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 값은 부하배분모듈의 λ 반복법으로 계산되는 $\lambda_t, \mu_{i,t}^{\pm}$ 값을 잠정적으로 고정시키고 $P_{i,t}, \gamma_{i,t}^{\pm}$ 의 변화분인 $\Delta P_{i,t}$ 와 $\Delta \gamma_{i,t}^{\pm}$ 의 관계식으로 부터 발전출력이 출력변화율 상하한이 되도록 계산된 값이기 때문에 수정된 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 값을 가지고 λ 반복법으로 다시 발전출력을 계산하더라도 발전출력이 출력변화율 상하한과 일치하지 않고 다소 차이가 있게 된다. 이런 이유로 $\gamma_{i,t}^{\pm}$ 수정모듈과 부하배분모듈을 반복계산 하게 되며 두 계산모듈의 반복계산 도중에, 계산된 $P_{i,t}, \lambda_t, \mu_{i,t}^{\pm}, \gamma_{i,t}^{\pm}$ 들이 식(6) ~ 식(9)를 모두 만족시킨다면 고려대상기간 전체에 대한 최적해이므로 계산을 종료한다.

4. 사례 연구

본 연구에서 제안한 동적부하배분법을 먼저 AEP계통[5]에 적용하여 그 결과를 2차계획법[9]에 의한 결과와 비교하여 알고리즘의 수렴특성과 해의 정확성을 분석하였다. 또한 31기 및 66기로 구성된 대규모 계통에도 이 알고리즘을 적용하여 대규모계통에서의 계산이 용이한 순차근사동적계획법[10]과 계산소요시간을 비교함으로써 제안한 알고리즘의 신속성을 검증하였다.

4.1 계통 특성자료

표 2 ~ 표 3은 사례연구에서 사용한 계통의 특성자료를 보인 것이다.

표 2 계통 특성자료

Table 2 Characteristics of Generation System

	구성발전기수 [대]	설비용량 [MW]	최대부하추종능력 [MW/분]
AEP 계통	6대	2700	-190 ~ +155
System A	15대	2035	-180 ~ +180
System B	31대	8046	-1075 ~ +1075
System C	66대	22644	-2239 ~ +2239

표 3 AEP 계통의 특성자료

Table 3 Characteristics of AEP System

발전기 번호	연료비계수			출력 상하한		출력변화를 상하한	
	a	b	c	하한 [MW]	상한 [MW]	하한[MW/분]	상한 [MW/분]
1	0.003124	15.84	1122.0	150.0	600.0	-40.0	35.0
2	0.003880	15.70	620.0	100.0	400.0	-20.0	20.0
3	0.009640	15.94	156.0	50.00	200.0	-20.0	10.0
4	0.002641	13.41	950.0	150.0	600.0	-50.0	40.0
5	0.003496	14.17	560.5	100.0	450.0	-30.0	25.0
6	0.003496	14.17	560.5	100.0	450.0	-30.0	25.0

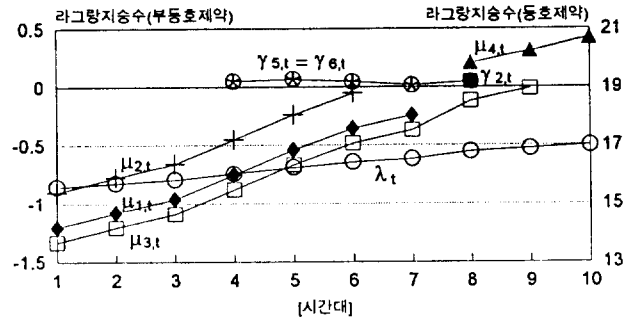
시간대 [분]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
부하 [MW]	1110	1170	1240	1330	1420	1505	1590	1670	1750	1820

4.2 시험계통에의 적용

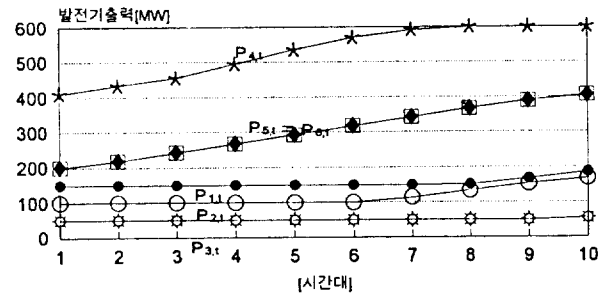
그림 3은 각 시간대별 라그랑지승수값과 발전기출력을 나타낸 것이다. 여기서는 제약조건의 상한 및 하한에 걸린 라그랑지승수값만을 그림에 표시하였는데 부등호제약의 하한에 관한 라그랑지 승수는 (-)값으로, 상한에 관한 것은 (+)값으로 나타내었다.

이 그림에서 발전기 #1, #2, #3의 출력이 하한값으로 결정된 시간대와 발전기 #4의 출력이 상한값으로 결정된 시간대에서는 출력상하한제약의 라그랑지승수값 $\mu_{i,t}$ 이 0이 아닌 값을 나타내고 있고, 발전기 #2, #5, #6의 출력이 출력변화를 상한값으로 증가되는 시간대에서는 출력변화율제약의 라그랑지승수값 $\gamma_{i,t}$ 이 0이 아닌 값을 나타내고 있다. 이와 아울러 그림 3에 나타낸 값들은 식(6) 및 식(7)을 만족하고 있다. 따라서 제안한 알고리즘의 결과가 최적해로서의 쿤터커 제1조건~제4조건을 모두 만족시키고 있음을 알 수 있었다.

한편 그림 4는 반복 계산 과정에서 나타나는 최대 출력변화율제약 위반량과 이때 계산된 출력변화율제약에 관한 라그랑지 승수값의 추이로써 제안한 알고리즘의 수렴특성을 나타낸 것이다.



(a)



(b)

그림 3 AEP 계통에 적용한 결과

(a) 제약의 상한치 및 하한치에 걸린 발전기의 라그랑지 승수

(b) 발전기 출력

Fig. 3 Results on AEP System

(a) Lagrange Multipliers of Limit-Binding-Units

(b) Power Output

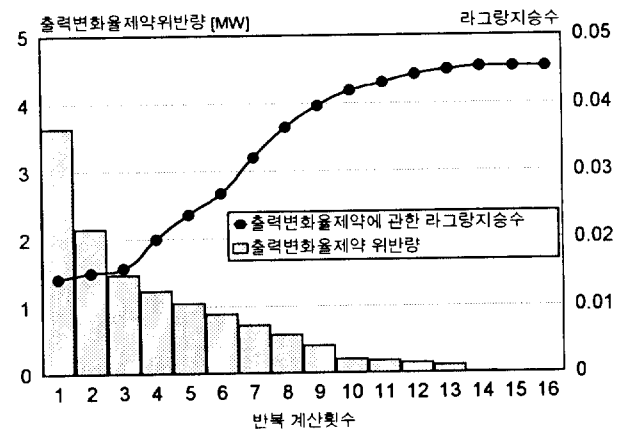


그림 4 제안한 알고리즘의 수렴특성

Fig. 4 Convergence Characteristics of Proposed Algorithm

이 그림에서 계산의 초기 계산 단계에서는 출력변화율제약 위반량이 크게 나타나고 반복횟수에 따른 변화폭도 크지만, 반복횟수가 증가함에 따라 출력변화율제약 위반량은 0으로 되고 라그랑지 승수값도 일정한 값으로 수렴하고 있음을 알 수 있다.

또한, 제안한 알고리즘의 반복계산횟수 및 계산소요시간을 2차계획법과 비교한 결과, 두 방법에서 동일한 계산결과가 얻어지는데 2차계획법에서는 34회의 반복(3초)계산이 소요되는 반면 제안한 방법에서는 14회 반복(1초)만으로 최적해가 구해졌다. 이는 제안한 방법이 시간대별로 분할계산을 하고있기 때문이라 사료된다.

4.3 실규모계통에의 적용

계통의 부하 자료로는 그림 5의 전형적인 우리나라 일간부하 형태에서 부하가 급변동하는 아침 부하 모드(Load Mode A)와 정오 부하 모드(Load Mode B)에 대하여 각각 두시간 동안의 5분간격 부하를 입력 부하 자료로 하였다.

제안한 알고리즘의 실규모 계통에 대한 적합성을 검토하기 위해, 다양한 실규모 계통에 적용하여 동적부하배분을 행하고 그 결과를 순차근사동적계획법의 결과와 계산의 신속성 및 최적해로서의 정확성 측면을 비교하였다.

먼저 발전계통 A, 발전계통 B, 발전계통 C에 대하여 제안한 방법과 순차근사동적계획법과의 계산소요시간을 비교하여 그 결과를 표 4에 나타내었다. 이때 제안한 방법에서는 허용오차를 0.02 MW로 하였고 순차근사동적계획법의 격자간격은 5 MW로 하였다.

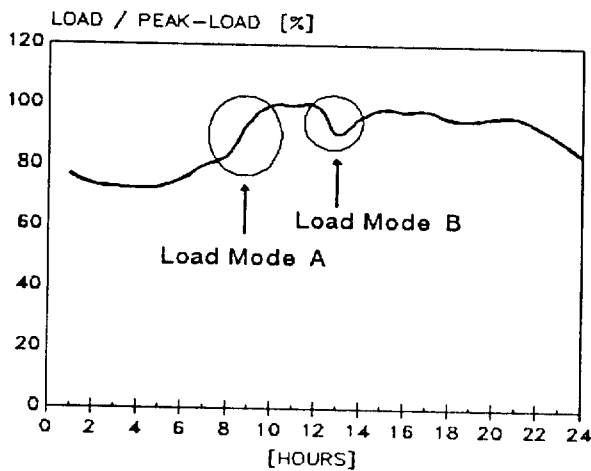


그림 5 부하 자료
Fig. 5 Load Data

표 4 계통규모에 따른 계산 소요시간의 비교 (* : 기준)
Table 4 Comparison of Computing Time According to System Size

계산 소요 시간	순차근 사동적 계획법	부하모드	발전계통	발전계통	발전계통
			A	B	C
	순차근사동적 계획법	부하모드 A	1.133	12.67	95.87
		부하모드 B	1.000*	10.73	85.40
	제안한 방법	부하모드 A	0.333	0.333	0.467
		부하모드 B	0.333	0.267	0.400

표 4에서 순차근사동적계획법은 계통규모가 커짐에 따라 계산소요시간이 급격히 증가되어 대규모 계통에의 적용에 있어서는 계산 소요시간의 한계에 도달할 가능성이 있는 반면에, 제안한 방법은 계통규모가 커져도 계산 소요시간은 크게 증가하지 않아 대규모 계통에서는 순차근사동적계획법보다 수십배 이상의 신속함을 보인다.

또한 최적해로서의 정확성 측면을 검토하기 위하여 제안한 방법의 결과와 순차근사동적계획법의 결과를 화력발전기의 총 연료비로 비교하고 이를 순차근사동적계획법 대신 제안한 알고리즘으로 계산할 경우의 연료비 절감액을 그림 6에 %단위로 나타내었다. 그림 6에서 계통규모가 클수록 제안한 알고리즘은 순차근사동적계획법보다 발전비용절감면에서 더 경제적인 동적부하배분계획을 산출하고 있음을 알 수 있다.

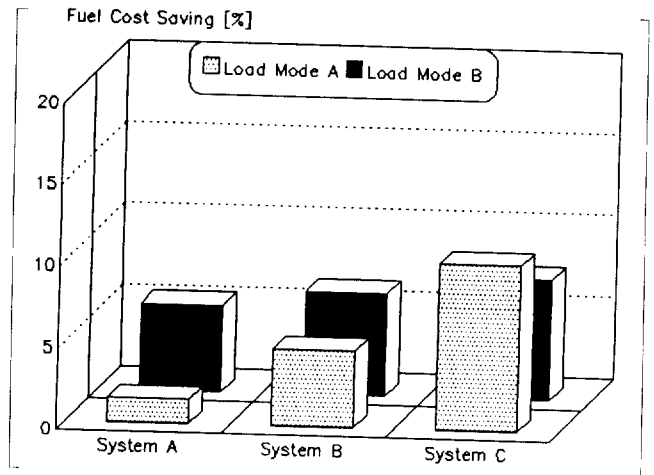


그림 6 계통규모에 따른 발전비용 절감액(%)의 비교
Fig. 6 Cost Savings According to System Size

이상과 같이 제안한 방법은 기존의 순차근사동적계획법 보다 계산의 신속성 측면과 최적해로서의 정확성측면에서 공히 더 우수함을 보였으며, 특히 계산의 신속을 요하는 대규모 실계통의 LFC나 AGC 범주의 문제에서 이용될 때는 기존의 순차근사동적계획법 보다 효율적인 방법이라 사료된다.

5. 결 론

본 연구의 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 쿤-터커 최적조건으로부터 출력변화율제약에 관한 라그랑지 승수의 수정방정식을 3중대각방정식의 형태로 유도함으로써 효과적으로 동적부하배분을 행할 수 있는 새로운 알고리즘을 개발하였다.

(2) 시험계통에 대한 2차계획법과 제안한 방법의 적용결과를 분석하여 결과의 최적성을 조사하였다.

(3) 제안한 알고리즘을 다양한 실규모 계통에 적용하고 그 결과를 기존의 순차근사동적계획법의 결과와 비교함으로써, 제안한 알고리즘은 정확성과 신속성을 겸비한 효과적인 동적부하 배분 방법임을 검증하였다.

(4) 특히, 제안한 알고리즘은 계통의 규모에 관계없이 우수한 수렴특성을 보이고 있으므로 대규모 실계통에의 적용성이 클

것으로 판단된다.

(5) 앞으로, 순동예비력제약 및 선로제약등 세밀한 실제운전상의 제약까지도 고려하고, 동적부하배분과 관계된 선형급전제어, LFC, AGC 문제의 적용이 본 연구의 차후과제라고 사료된다.

참 고 문 헌

[1] 長谷川 他: 「發電機出力變化率を考慮した電力貯藏システムの最適運用」, 電氣學會電力-에너지部門全國大會, NO.22, pp 127 - 132 (平2).
 [2] 홍상은, 「발전설비의 부하추종」, 대한전기학회지, 1987. 11.
 [3] D.W.Ross and S.Kim, 「Dynamic Economic Dispatch of Generation」, IEEE Trans. Vol. PAS-99, NO.6, pp 2060 (1980).
 [4] T. E. Bechert and N. Chen, 「Area Automatic Generation Control by Multi-Pass Dynamic Programming」, IEEE

Trans on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, NO. 5, pp. 1460-1469, 1977.
 [5] C.B.Somuah, N.Khunaizi, 「Application of Linear Programming Redispatch Technique to Dynamic Generation Allocation」, IEEE Trans. on Power System, Vol. 5. NO. 1. February 1990.
 [6] A. j. Wood, B. F. Wollenberg, 「 Power Generation, Operation, and Control」, 1983.
 [7] 洪 俊杓, 「컴퓨터 수치해석」, 1993.
 [8] Melvin J. Maron, 「 Numerical Analysis : A Practical Approach」, 1982.
 [9] W. L. Winston 「 Operation Research 」, 1994.
 [10] ROBERT E. LARSON and JOHN L.CASTI, 「Principles of Dynamic programming」, Part I, part II, 1977.
 [11] H. W. Dommel, W. T. Tinney, 「Optimal Load Flow Solution」, IEEE Trans. on Power Systems, Vol. PAS-87, pp 1866-1876 Oct., 1968.

저 자 소 개

송길영 (宋吉永)

전기학회논문지 제45권 제1호 참조

김용하 (金龍河)

전기학회논문지 제45권 1호 참조



오 광 해 (吳 廣 海)

1968년 4월 10일생. 1990년 고려대 공대 전기공학과 졸업. 1992년 고려대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 전기공학과 박사과정 수료