

〈논 문〉

박판금속 성형공정에서의 블랭크 설계 및 변형률 예측

이충호* · 허 훈**

(1995년 10월 11일 접수)

Blank Design and Strain Prediction in Sheet Metal Forming Process

Choong Ho Lee and Hoon Huh

Key Words : Blank Design(블랭크 설계), Strain Prediction(변형률 예측), Deformation Theory(변형 이론), Geometric Compatibility(기하학적 적합성), Sheet Metal Forming Process(박판금속 성형공정), Initial State(초기상태), Final State(최종상태)

Abstract

A new finite element approach is introduced for direct prediction of blank shapes and strain distributions from desired final shapes in sheet metal forming. The approach deals with the geometric compatibility of finite elements, plastic deformation theory, minimization of plastic work with constraints, and a proper initial guess. The algorithm developed is applied to cylindrical cup drawing, square cup drawing, and front fender forming to confirm its validity by demonstrating reasonable accurate numerical results of each problems. Rapid calculation with this algorithm enables easy determination of various process variables for design of sheet metal forming process.

1. 서 론

박판금속 성형공정은 재료의 물성, 블랭크의 형상, 다이의 형상, 블랭크 홀딩력, 마찰 및 윤활 등의 공정변수들에 의하여 매우 복잡한 영향을 받는다. 이와 같은 공정변수들은 재료의 변형 기구와 성형 후의 제품의 질에 직접적인 관련이 있음에도 불구하고, 공정변수에 대한 최적조건은 직관이나 경험 및 시행착오에 의하여 결정되고 있는 실정이다. 최적조건에 대하여 조금 더 체계적인 연구는 컴퓨터의 성능향상과 수치해석 기법의 발전으로 가능해졌다. 유한요소법을 포함한 수치해석 기법을 이용하여 복잡한 부품도 어느 정도 해석할 수 있게 되었고 성형공정에 관한 이해에 큰 도움이 되었으

며 수치해석 결과를 이용하여 시행착오를 줄일 수 있게 되었다. 그러나 일반적인 수치해석 기법은 공정변수가 주어진 상태에서 성형공정을 해석하기 때문에 공정변수를 결정하는 문제에 이용하려면 수치적인 시행착오를 거쳐야 되고 일반적으로 많은 시간과 경비가 소요된다. 따라서 공정변수를 조금 더 빠르고 쉽게 결정할 수 있는 수치적인 연구가 요구된다.

현재까지, 최적의 공정변수들을 종합적으로 결정하기 위한 수치적인 연구 결과는 거의 없다. 그러나 중요한 공정변수중의 하나인 블랭크 형상에 대하여 다수의 연구가 이루어져 왔다. 블랭크 형상을 계산하기 위하여 Jimma,⁽¹⁾ Hazek와 Lange,⁽²⁾ Karima⁽³⁾ 등은 미끄럼선장법을 이용하였고, Vogel과 Lee,⁽⁴⁾ Chen과 Sowerby⁽⁵⁾ 등은 평면응력 특성을 이용하였으며, Duncan 등,⁽⁶⁾ Blount과 Sevens 등⁽⁷⁾은 기하학적인 사상을 이용하였다. 그

*한국과학기술원 기계공학과

**회원, 한국과학기술원 기계공학과

러나 이들의 방법은 기하학적인 제한이 있거나 재료의 거동을 고려하지 않았다. 반면에, 변형이론을 도입하여 블랭크의 모양과 변형률 분포를 정량적으로 계산하려고 시도한 연구는 다음과 같다. Majessi와 Lee^(8~10)는 Levy 등⁽¹¹⁾의 이론을 확장하여 축대칭 성형 및 축대칭 다단계 디프드로잉 등에 적용하여 좋은 결과를 얻어냈다. Guo와 Batoz^(12~15) 등은 일반적인 형상에 적용할 수 있게 수식화 하였는데, 블랭크의 계산과 더불어 최종상태에서의 플랜지 모양을 예측하기도 하였다. Chung과 Richmond^(16~19)는 최종형상과 계산된 블랭크 형상을 이용하여 가상의 중간형상을 구하였다.

본 연구에서는 최종상태의 변형률 텐서를 초기상태의 좌표의 함수로 계산되도록 수식화 하였다. 최종상태의 형상은 선형 삼각형박막요소를 이용하여 묘사하였고 초기상태의 초기추정값은 최종상태의 형상을 선형적으로 사상하여 구하였다. 소성일은 변형이론과 Hill의 이방성 항복식을 도입하여 계산하였다. 소성일과 경계조건을 고려한 포텐셜에너지는 conjugate gradient method와 뉴턴-랩슨법으로 최소화하였다. 마찰일과 블랭크 홀딩력을 고려한 포텐셜에너지의 최소화로부터 초기상태의 블랭크 형상과 최종상태의 변형률 분포를 얻을 수 있다. 또한, 본 해석은 작은 오차 범위에서 매우 빠른 시간 내에 계산이 가능하다.

2. 이론적 수식화

초기 블랭크의 형상을 한 스텝으로 계산하기 위하여 변형이론을 이용한 유한요소법은 초기상태와 최종상태만을 고려한다. 유한요소로 분할된 최종상태의 형상은 제품설계에 의하여 주어지며, 초기상태에서 재료의 두께는 주어지는 값이다. 그리고 최종상태의 변형률 분포와 초기상태에 대한 유한요소의 좌표는 포텐셜에너지 최소화과정으로 얻어진다.

2.1 소성변형에너지

2.1.1 선형 삼각형요소의 변형률식

초기상태와 최종상태의 형상은 Fig. 1과 같은 선형 삼각형요소로 분할된다. Fig. 1은 초기상태와 최종상태의 유한요소이며, 이때의 Green 변형률 텐서는 두쌍의 벡터(G_{2i} , G_{3i}), (g_{2i} , g_{3i})로 구할 수 있다. 그리고 대수변형률 식은 Green 변형률

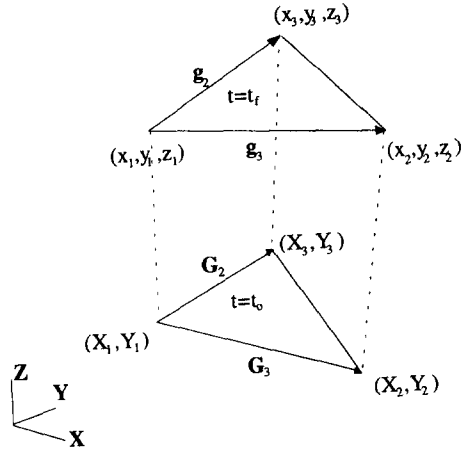


Fig. 1 Kinematics of linear triangular membrane elements between the initial state and the final state

텐서를 이용하여 식 (1)과 같이 표현된다.⁽²⁰⁾

$$[\epsilon_i(X)] = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ln \lambda_1 \cos^2 \theta + \ln \lambda_2 \sin^2 \theta \\ \ln \lambda_1 \sin^2 \theta + \ln \lambda_2 \cos^2 \theta \\ \ln \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \sin \theta \cos \theta \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서, λ_1 , λ_2 는 주신장비이며 Green 변형률 텐서의 특성값이다. θ 는 λ_1 의 주신장방향의 의미한다. 위의 대수변형률 성분은 선형 삼각형요소인 경우에는 요소내에서 일정한 값을 갖는다. 최종상태의 절점좌표 x 는 주어진 값이기 때문에 식 (1)의 변형률 성분은 초기상태의 절점좌표 X 만의 함수이다. 초기상태의 절점좌표 X 는 최소화기법의 매 반복과정에서 갱신된다.

2.1.2 구성방정식

변형률속도-응력 관계식은 유동이론과 Hill의 이방성 항복식으로부터 유도된다. 이때, 변형률속도 성분이 변형중에 일정하다고 가정하면, 식 (2)와 같은 응력-변형률 관계식을 얻을 수 있다. 식 (2)의 변형률성분과 응력성분은 초기상태에서 최종상태로 변형할 때의 값으로 Hencky의 변형이론과 같은 개념이다.

$$\sigma_{xx} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \left[\frac{(1+r_y)(r_x+r_y+r_x r_y)}{r_y(1+r_x+r_y)} \right] \epsilon_{xx}$$

$$+ \frac{r_x + r_y + r_x r_y}{1 + r_x + r_y} \epsilon_{yy} \quad (2a)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \left[\frac{r_x + r_y + r_x r_y}{1 + r_x + r_y} \epsilon_{xx} + \frac{(1 + r_y)(r_x + r_y + r_x r_y)}{r_y(1 + r_x + r_y)} \epsilon_{yy} \right] \quad (2b)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \left[\frac{2(r_x + r_y + r_x r_y)}{(1 + 2r_{45})(r_x + r_y)} \epsilon_{xy} \right] \quad (2c)$$

식 (2)에 상응하는 유효 변형률은 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\bar{\epsilon}^2 = \frac{2}{3} \frac{(r_x + r_y + r_x r_y)(1 + r_y)}{r_y(1 + r_x + r_y)} \times \left[\epsilon_{xx}^2 + \frac{r_y(1 + r_x)}{r_x(1 + r_y)} \epsilon_{yy}^2 + \frac{2r_y}{(1 + r_y)} \epsilon_{xx} \epsilon_{yy} + \frac{4r_y(1 + r_x + r_y)}{(1 + 2r_{45})(r_x + r_y)(1 + r_y)} \epsilon_{xy}^2 \right] \quad (3)$$

식 (2)와 식 (3)의 r_x , r_{45} , r_y 는 압연방향에 대하여 0° , 45° , 90° 의 이방성계수이다.

2.1.3 소성변형에너지

해석하고자 하는 형상의 최종상태와 초기상태가 유한요소로 분할되어 있을 때, 각 요소에 대한 소성변형에너지의 총합은 식 (4)와 같이 나타내어진다.

$$W_p(X) = \sum_{e=1}^E \int_{V_e} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV \quad (4)$$

여기서, 변형률과 응력성분은 식 (1), 식 (2)로 정의된다. 본 연구에서는 선형 삼각형요소를 사용하기 때문에 두께와 변형률성분 및 응력성분은 요소 내에서 일정한 값을 가진다. 따라서, 식 (4)는 식 (5)와 같이 쓸 수 있다.

$$W_p(X) = \sum_{e=1}^E \int_{A_e} \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} D_{\alpha\beta} \epsilon_\alpha \epsilon_\beta dA \quad (5)$$

식 (5)의 소성변형에너지 $W_p(X)$ 는 초기상태의 절점좌표 X 의 함수이다.

2.2 경계조건

박판금속은 그것의 체적에 비하여 상대적으로 큰 표면적을 가지고 있다. 그리고 표면에 작용하는 경계조건은 변형하는 동안에 연속적으로 변한다. 반면에 변형이론을 이용하는 본 해석은 초기상태와 최종상태만을 고려하기 때문에 경계조건을 정밀하게 묘사하기가 매우 어렵다. 따라서, 마찰과 블랭크 홀딩력을 근사적으로 고려하였다.

2.2.1 마찰경계조건

마찰력은 박판금속에 작용하는 수직력 F_n 과 상대적인 변위에 의하여 발생하게 된다. 그리고 수직력은 재료의 평형조건으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_n = \frac{\sum_{k=1}^m \theta_k F_k}{\left\| \sum_{k=1}^m \theta_k F_k \right\|} \cdot N \quad (6a)$$

$$\text{where } F_k = \frac{\partial \left[\sum_{e=1}^E \int_{V_e} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV \right]}{\partial x_k} \quad (6b)$$

여기서, F_n , m , θ_k , F_k , N 는 각각 한 절점에 작용하는 수직력, 한 절점을 포함하고 있는 요소의 수, 한 절점에 대한 각 요소의 사이 각, 한 절점에 작용하는 각 요소의 반력, 한 절점에서의 수직벡터이다. 식 (6a)의 F_n 은 굽힘이 있는 곳에 발생한다. 마찰일은 식 (6)을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$W_f(X) = \sum_{k=1}^N F_t \cdot U_t = - \sum_{k=1}^N \left[\mu F_n \tanh(\alpha |U_t| \frac{U_t}{\|U_t\|}) \right] \cdot U_t \quad (7)$$

여기서, F_t , μ , U_t 는 접선력, 마찰계수, 접선방향의 변위를 의미한다. 유연화 함수 \tanh 는 U_t 가 매우 작을 때에 수치적인 안정성을 부여하기 위하여 사용하였다. 접선방향의 변위 U_t 는 절점에서의 수직벡터 N 을 이용하여 식 (8)과 같이 나타내어진다.

$$U_t(X) = [(x - X) - (N \cdot (x - X))N] \quad (8)$$

2.2.2 블랭크 홀딩력 고려

블랭크 홀딩력은 블랭크에 마찰저항력을 발생시켜 블랭크의 드로잉되는 양을 조절하고, 블랭크에 수직방향으로 힘을 가하여 다이에서 블랭크의 주름이 생기지 않도록 한다. 대부분의 블랭크 홀딩력은 두께가 두꺼워지는 플랜지의 외각선 부분에 작용하기 때문에 플랜지의 외각선에 있는 절점에 블랭크 홀딩력을 고려한다. 그리고 블랭크 홀딩력에 의한 마찰일로서 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_{bf}(X) = \sum_{n=1}^N F_t \cdot U_t = - \sum_{n=1}^N \left[\mu F_n \tanh(\alpha |U_t| \frac{U_t}{\|U_t\|}) \right] \cdot U_t \quad (9)$$

여기서, F_{nb} 는 플랜지의 외각선에 있는 각 절점에 작용하는 블랭크 홀딩력이다.

2.3 포텐셜에너지의 최소화

포텐셜에너지는 내부의 소성변형에너지와 외부일의 차로 정의되며, 최소화를 위하여 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다. 식 (10)의 최소화과정을 거쳐 블랭크의 형상이 계산된다.

$$\min \Psi(X) \equiv W_p(X) - W_f(X) - W_{bf}(X) \quad (10)$$

여기서, $W_p(X)$ 는 내부의 소성변형에너지, $W_f(X)$ 는 마찰 일, $W_{bf}(X)$ 는 블랭크 홀딩력에 의한 일이다. 식 (10)을 최소화시키기 위하여 conjugate gradient method와 뉴튼-랩슨법을 사용하였다. 이때, conjugate gradient method는 안정된 수렴성을 가지나 수렴속도가 느려서 식 (11)을 만족할 때까지 뉴튼-랩슨법에 앞서 사용된다.

$$\text{Max}_n \left[\sqrt{\left(\frac{\partial \Psi(X^{n_1})}{\partial X^{n_1}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi(X^{n_2})}{\partial X^{n_2}} \right)^2} \right] \leq \delta \quad (11)$$

여기서, 아래첨자 1, 2는 초기상태의 좌표에 대한 X, Y방향을 의미하며, 위첨자 n은 n번째의 절점 번호이다.

2.4 선형 역사상을 이용한 초기추정

식 (10)을 최소화하기 위하여 먼저 각 절점의 초기좌표 X_0 에 대한 추정이 필수적이다. 더욱이 본 해석은 대변형을 한 스텝으로 풀기 때문에 초기좌표에 따라 수렴이 될 수도 있고 안될 수도 있다. 본 해석에서는 삼각요소로 분할된 최종상태의 형상을 초기상태로 사상하여 초기 추정값을 구하였다. 이때의 사상은 실제 박판의 변형과정과 반대이므로 역사상이다. 역사상은 재료가 선형(탄성)적으로 변형한다고 가정하고 수행하였다. 그러나 변형된 최종형상을 한번에 펼치기가 어렵기 때문에 최종형상과 초기형상 사이에 몇개의 중간형상을 이용하여 아래와 같은 절차로 수행하였다.

(1) Fig. 2와 같이 최종형상을 포함한 n개의 중간형상을 만든다. 먼저 첫번째의 중간형을 평면에 수직으로 사상한다.

(2) 첫번째의 중간형상에서 수직사상에 의해 얻어진 형상으로 변형하였다고 생각하고 이때의 변형률 ϵ^* 을 계산한다. 그 다음 평면상에서 변형률 ϵ^*

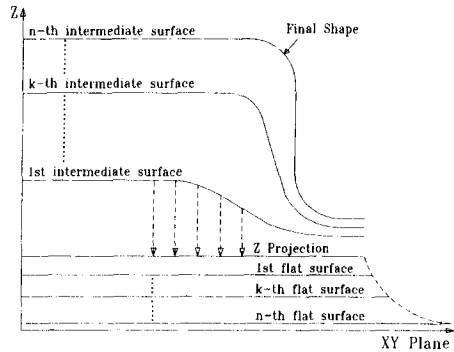


Fig. 2 Intermediate shapes between the initial shape and the final shape for an initial guess

을 고려한 탄성해중이 일어난다고 보고 탄성해를 구한다. 탄성해로부터 첫번째 평면이 얻어진다.

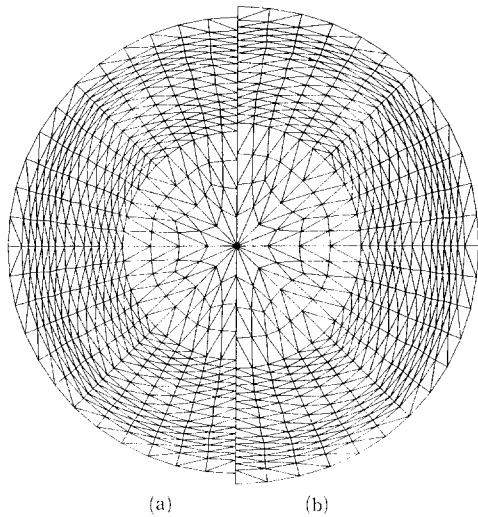
(3) 다시 2번째 중간형상에서 첫번째 평면으로 사상을 고려하여 변형률 ϵ^* 과 탄성해를 구하여 2번째 평면을 얻는다. 이와 같은 방법으로 n번째(최종)형상에 대한 n번째의 평면을 구할 수 있다.

(4) n번째 평면은 최종형상을 탄성적으로 펼쳐 좋은 것으로 실제 성형과정과 반대과정이 되므로 블랭크의 크기가 다를 수 있다. 그래서, n번째 평면의 면적이 최종형상의 면적에 0.9~0.95 배가 되도록 한다.

이와 같은 방법으로 구한 평면의 절점위치는 식 (10)에서 구한 블랭크의 형상과 매우 유사한 형태를 갖기 때문에 복잡한 형상에도 쉽게 초기 추정값으로 이용할 수 있다.

3. 수치해석 결과

2장에서 유도된 수식화로부터 유한요소 프로그램을 개발하였다. 본 이론의 타당성을 검증하기 위하여 여러 가지 박판성형 문제에 본 해석을 적용하여 보았다. 먼저, 원형컵과 사각컵 형상에 대한 CAD 모델을 유한요소로 분할하여 본 해석으로 블랭크를 계산해 보았다. 그리고 계산한 블랭크 형상으로 시편을 제작하여 실제 원형컵과 사각컵을 성형하여 보았고 본 해석결과와 실험결과를 비교하였다. 다음으로, 형상이 복잡한 프런트 랜디에 관한 CAD 모델을 만든 후에 본 해석으로 블랭크를 계산하여 보았다. 해석과 실험을 위한 재료는 자동차 차체성형용 압연강판으로 재료의 물성치와 가공 조건은 Table 1과 같다. 원형컵 드로잉실험과 사각컵 드



(a) Initial shape guessed by linear mapping
(b) Computed optimum blank shape

Fig. 5 Finite element meshes for an initial guess and a computed blank shape of a cylindrical cup

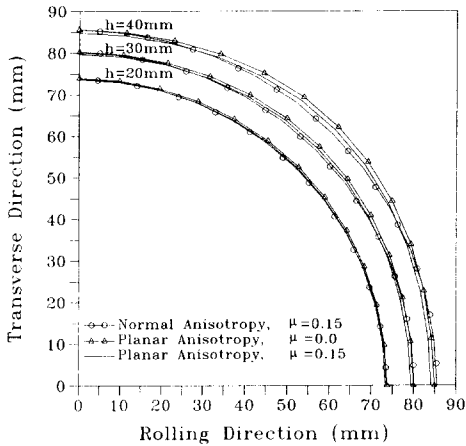


Fig. 6 Computed optimum blank shapes for cylindrical cups with different materials and friction conditions

구되는 형상이 조금 다르게 나온 주된 이유는 본 해석의 변형이론과 단순화시킨 경계조건 때문이라 생각된다.

3.2 사각컵 디프드로잉에 관한 블랭크 해석 및 실험

성형하고자 하는 사각컵의 형상은 컵 높이가 각각 20 mm, 30 mm, 40 mm이고 플랜지의 폭이 5

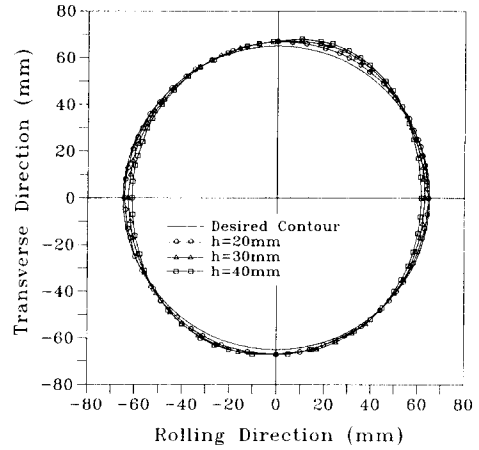


Fig. 7 Comparison of the flange contour in the final shape between the desired CAD models and the experimental ones

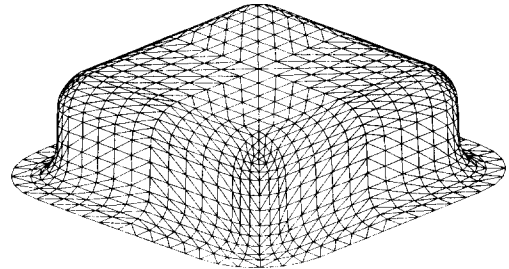
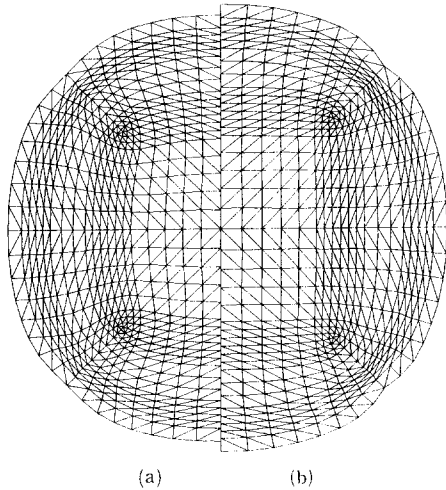


Fig. 8 Deformed shape of square cup with finite element mesh geometry obtained from CAD models (cup height = 30 mm)

mm이다. Fig. 8은 유한요소로 분할된 컵 높이 30 mm인 경우 CAD 형상이다. Fig. 8의 형상에 대한 블랭크를 계산하기 위하여 먼저 선형 역사상으로 Fig. 9(a)와 같은 모양으로 블랭크의 초기 추정값을 구하였다. Fig. 9(a)를 이용하여 계산한 블랭크의 형상은 Fig. 9(b)와 같다. Fig. 9(a)와 Fig. 9(b)를 비교해 보면 매우 유사한 형상을 가지고 있다. 즉, 본 연구에서 제약한 선형 역사상은 포텐셜 에너지가 최소화되기 좋은 상태로 초기 추정을 하고 있음을 알 수 있다. Fig. 10은 Fig. 9(b)와 같은 블랭크의 형상을 여러가지 경우에 대하여 경계만 도시한 것이다. 컵높이, 마찰조건, 이방성에 따라 블랭크의 형상이 달라지는 것을 알 수 있다.

사각컵에 대한 성형실험을 Fig. 10의 평면 이방성인 블랭크에 대한 시편을 제작한 수 수행되었다.



(a) Initial shape guessed by linear mapping
(b) Computed optimum blank shape

Fig. 9 Finite element meshes for an initial guess and a computed blank shape of a square cup

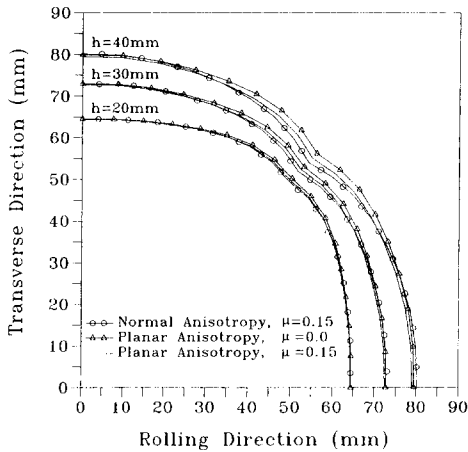


Fig. 10 Computed optimum blank shapes for square cups with different materials and friction conditions

그리고 실험 후의 플랜지의 형상과 Fig. 8의 플랜지의 형상을 비교하여 보았다(Fig. 11). Fig. 11의 결과로부터 본 해석으로 구한 블랭크는 압연방향에 대하여 0°와 90° 방향으로는 실제보다 조금 작게, 45° 방향으로는 실제보다 조금 크게 예측하고 있는 것을 알 수 있다. 좀더 정확한 블랭크를 예측하기 위해서는 블랭크 홀딩력이나 마찰 등의 경계조건과 변형이론에 대한 수정이 필요할 것이다.

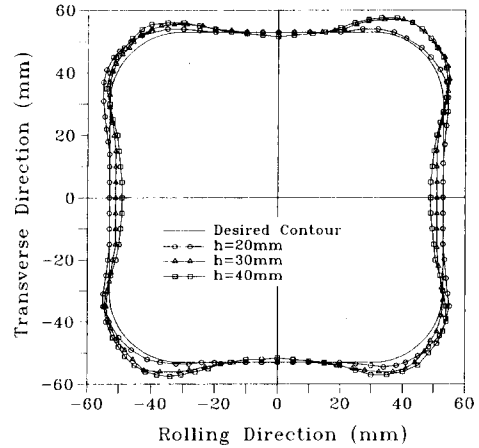


Fig. 11 Comparison of the flange contour in the final shape between the desired CAD models and the experimental ones

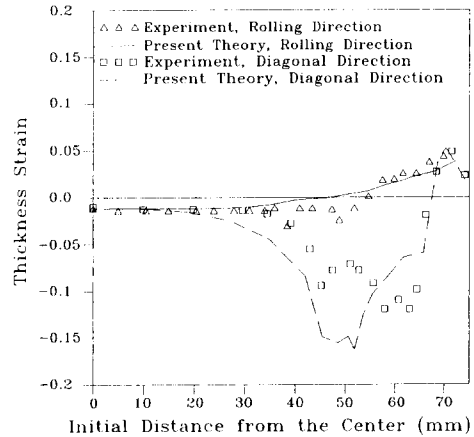


Fig. 12 Comparison of the thickness strain distribution between the computed result and the experimental one for square cup (cup height = 30 mm)

Fig. 12는 중심에서 가로축 방향과 대각선 방향을 따라 두께 변형률 분포를 도시한 것이다. 컵의 윗면과 플랜지 부분은 전반적으로 실험결과와 일치하고 있다. 그러나 컵의 벽면에 해당되는 부분은 실험 결과가 더 낮은 수치를 보이고 있다. 이 부분에서 차이가 발생하는 현상은 강소성 유한요소법과 실험결과와의 비교에서도 볼 수 있다.⁽²¹⁾ 본 연구에서 수행한 실험에서는 컵의 벽면에 미세하게 굽힌

자국이 발생하였는데, 굽힌 자국에 의한 측정오차도 생각해 볼 수 있다.

3.3 프론트 펜더에 관한 블랭크 해석

NUMISHEET'93⁽²²⁾에서 사용되었던 프론트 펜더에 관한 다이형상을 유한요소로 분할하여 블랭크를 예측하여 보았다. 프론트 펜더는 복잡한 형상을 가지고 있어 일반적인 유한요소 코드로도 해석이 쉽지 않고, 해석을 위한 준비시간과 계산시간이 매우 많이 소요된다. 그러나 본 해석은 이와 같은 형상에 대해서도 블랭크의 형상과 변형률 분포를 쉽게 예측할 수 있다. Fig. 13은 해석에 이용된 프론트 펜더의 형상으로 1245개의 절점과 2386개의 유한요소로 이루어져 있다. 이와 같은 프론트 펜더를 해석하는데 workstation HP715/75에서 32분이 소요되었다. Fig. 14는 본 해석으로 구한 프론트 펜더의 블랭크 형상이다.

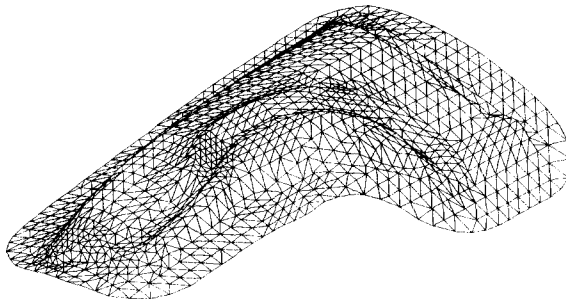


Fig. 13 Deformed shape of a front fender with finite element mesh geometry obtained from a CAD model

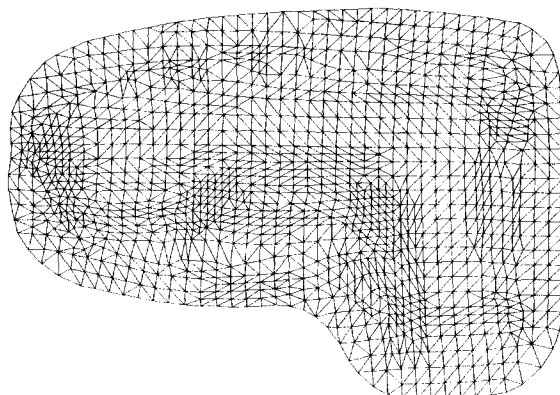


Fig. 14 Computed optimum blank shape for a front fender from a CAD model

4. 결 론

(1) 본 연구에서 원하는 최종형상을 이용하여 초기의 블랭크 형상과 변형률분포를 예측할 수 있는 수치적인 기법을 제안하고 유한요소 프로그램을 개발하여 여러가지 박판성형 문제에 적용하여 보았다.

(2) 원형킵과 사각킵에 대하여 본 연구의 해석결과와 실험결과를 비교해 보았을 때, 작은 오차범위 내에서 블랭크와 변형률 분포를 예측하고 있음을 알 수 있었다. 이와 같은 예측은 시행착오 없이 한 스텝으로 계산하는 것이 본 해석의 장점이다.

(3) 본 해석에서 이용한 초기 추정기법은 실제 블랭크와 매우 유사한 형상으로 초기 추정을 하기 때문에 블랭크 계산을 위한 반복계산에서 수렴이 용이하고 복잡한 형상에 대해서도 쉽게 해를 얻을 수 있다.

(4) 본 해석은 블랭크 형상과 변형률 분포를 작은 오차범위내에서 한 스텝으로 빠르게 구할 수 있으므로 초기 설계단계에서 유용한 정보를 제공할 수 있는 것으로 기대된다.

참고문헌

- (1) Jimma, T., 1970, "Deep Drawing Convex Polygon Shell Researches on the Deep Drawing of Sheet Metal by the Slip Line Theory. 1st Report," *Japan Soc. Tech. for Plasticity*, Vol. 11. No. 116, pp. 653~670.
- (2) Hazeq, V. V. and Lange, K., 1979, "Use of Slip Line Field Method in Deep Drawing of Large irregular Shaped Components," *Proc. of 7th NAMRC*, Ann Arbor, Michigan, pp. 65~71.
- (3) Karima, M., 1989, "Blank Development and Tooling Design for Drawn Parts Using a Modified Slip Line Field Based Approach," *ASME Trans : J. of Engineering for Industry*, Vol. 111, pp. 345~350.
- (4) Vogel, J. H. and Lee, D., 1990, "An Analysis Method for Deep Drawing Process Design," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 32, pp. 891.
- (5) Chen, X. and Sowerby, R., 1992, "The Development of Ideal Blank Shapes by the Method of

- Plane Stress Characteristics," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 34, No. 2, pp. 159~166.
- (6) Sowerby, R., Duncan, J. L. and Chu, E., 1986, "The Modeling of Sheet Metal Stamping," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 28, No. 7, pp. 415~430.
- (7) Blount, G. N. and Stevens, P. R., 1990, "Blank Shape Analysis for Heavy Gauge Metal Forming," *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 24, pp. 65~74.
- (8) Majlessi, S. A. and Lee, D., 1987, "Further Development of Sheet Metal Forming Analysis Method," *Trans. of the ASME : J. of Engineering for Industry*, Vol.109, pp. 330~337.
- (9) Majlessi, S. A. and Lee, D., 1988, "Development of Multistage Sheet Metal Forming Analysis Method," *J. Mater. Shaping Technol.*, Vol. 6, No. 1, pp. 41~54.
- (10) Majlessi, S. A. and Lee, D., 1993, "Deep Drawing of Square-Shaped Sheet Metal Parts, Part 1 : Finite Element Analysis," *ASME trans : J. of Engineering for Industry*, Vol. 115, pp. 102~109.
- (11) Levy, S., Shinh, C. F., Wilkinson, I. P. D., Sine, P. and McWilson, R. C., 1978, "Analysis of Sheet Metal Forming to Axisymmetric Shapes," *Formability Topics-Metallic Materials*, ed. By Niemeier, B. A., Schmieder, A. K. and Newby, J. R., ASTM, pp. 238~260.
- (12) Batoz, J. L., Guo, Y. Q., Duroux, P. and Detraux, J. M., 1989, "An Efficient Algorithm to Estimate the Large Strains in Deep Drawing," *NUMIFORM'89*, pp. 383~388.
- (13) Batoz, J. L., Guo, Y. Q. and Detraux, J. M., 1990, "An Inverse Finite Element Procedure to Estimate the Large Plastic Strain in Sheet Metal Forming," *Proc. of 3rd Int. Conf. on Tech. of Plasticity*, Vol. 3, pp. 1403~1408.
- (14) Guo, Y. Q., Batoz, J. L., Detraux, J. M. and Duroux, P., 1990, "Finite Element Procedures for Shrain Estimations of Sheet Metal Forming Parts," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 30, pp. 1385~1401.
- (15) Guo, Y. Q., Batoz, J. L., Mouatassim, M. El. and Detraux, J. M., 1992, "On the Estimation of Thickness Strain in Thin Car Panels by the Inverse Approach," *NUMIFORM'92*, pp. 473~478.
- (16) Chung, K. and Richmond, O., 1992, "Ideal Forming-I. Homogeneous Deformation with Minimum Plastic Work," *Int J. Mech. Sci.*, Vol. 34, No. 7, pp. 575~591.
- (17) Chung, K. and Richmond, O., 1992, "Ideal Forming-II. Sheet Forming with Optimum Deformation," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 34, No. 8, pp. 617~633.
- (18) Chung, K. and Richmond, O., 1992, "Sheet Forming Process Design Based on Ideal Forming Theory," *NUMIFORM'92*, pp. 455~460.
- (19) Chung, K. and Richmond, O., 1994, "The Mechanics of Ideal Forming," *ASME Trans : J. of Applied Mechanics*, Vol. 61, pp. 176~181.
- (20) Wang, N. M., 1984, "A Rigid-Plastic Rate-Sensitive Finite Element Method for Modeling Sheet Metal Forming Processes," *Proc. Numerical Analysis of Forming Processes*, ed. by Pittman, J.E.T. et. John Wiley & Sons, pp. 117~164.
- (21) Huh, H., Han, S. S. and Yang, D. Y., 1994, "Modified Membrane Finite Element Formulation Considering Bending Effects in Sheet Metal Forming Analysis," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 36, No. 7, pp. 659~671.
- (22) Makinouchi, A., Nakamachi, E., Onate, E. and Wagoner, R. H., 1993, *MISHEET'93*, Isehara, Japan, pp. 381~397.