

〈논 문〉

치형오차를 가진 헬리컬기어의 진동특성에 관한 연구

박찬일* · 이장무**

(1995년 10월 11일 접수)

A Study on the Vibration Characteristics of Helical Gears with Tooth Errors

Chan Il Park and Jang Moo Lee

Key Words: Helical Gear(헬리컬기어), Mesh Stiffness(맞붙림 강성), Rotational Vibration(회전진동), Vibration Characteristics(진동특성)

Abstract

Gear vibration is caused by the mesh stiffness, gear accuracy, and assembling errors. For these reasons, helical gear has the axial, radial, and rotational vibrations. In this study, the mesh stiffness is calculated by considering the tooth bending, contact, and foundation deformations. Rotational vibration of helical gear with tooth error is modeled by the nonlinear equation of motion with single degree of freedom and is analyzed numerically. Also, by a specially designed experimental set-up, the results of the analysis are cross-checked and the vibration characteristics of helical gear are discussed.

1. 서 론

자동차 변속기는 엔진소음의 저감에 따라 변속기 소음의 저감도 더욱 필요하게 되었다. 변속기 소음은 기어진동이 주요원인인 음이므로 그 음이 낮아도 순음이기 때문에 승객에게 많은 불편함을 준다. 변속기 개발에서 기어 진동을 저감시키는 방법중 치형 수정에 의한 것이 기어 사양을 크게 변경시키지 않고 비교적 간단히 실행할 수 있는 방법이다. 그러나 이 치형수정도 치형수정량을 조금씩 변경하면서 반복적인 시험을 통해 그 수정량을 결정하고 있기 때문에 변속기 개발에 많은 시간과 비용이 투입되고 있고 설계단계에서는 수정량에 대한 확실한 지표가 없는 실정이다. 그러므로 변속기어 중에 중요한 헬리컬기어를 대상으로 설계 단계에서 치형 수정량에 대한 기어의 진동특성을 예측하고자 한다.

기어의 진동해석으로 Fukuma⁽¹⁾는 스퍼기어의 축방향과 반경방향의 진동에 대해 기어, 축과 베어링을 고려하여 연구하였고, Kiyono^(2,3)는 축을 포함하여 헬리컬기어계의 축방향, 반경방향, 원주방향 진동을 해석하고 실험적으로 동적스트레인과 가속도를 측정하고 그 특성을 스퍼기어와 비교하였다. Kubo⁽⁴⁾는 헬리컬기어에 대해 치형오차에 의한 응력상태, 접촉상태와 Umezawa의 강성기법을 이용하여 원주 방향 진동을 해석하였고 Umezawa⁽⁵⁾는 치지지부를 고려하지 않고 FDM으로 치의 굽힘강성을 계산하여 실제 사용되는 치의 오차에 의한 원주방향 진동을 해석하였다. Conry⁽⁶⁾는 헬리컬기어의 치면하중을 줄이는 방법으로 Kato⁽⁷⁾와 Sundaresan⁽⁸⁾은 전달오차를 최소화하는 방식으로 치형수정에 대한 연구를 하였다. 그러나 치면하중이나 전달오차해석에 의해서는 rpm에 따른 기어의 동적특성을 충분히 검토할 수 없고 이를 위해서는 기어의 진동해석이 필요하다. 또한 헬리컬기어 진동해석에서는 시간에 따라 변하는 치의 강성의 계산이 가장

*강릉대학교 정밀기계공학과

**회원, 서울대학교 기계설계학과

중요하나 기존에 연구에서는 치의 강성에 미치는 여러요소, 즉 치지지부, 치의 접촉변형 등에 대한 고려가 충분치 않거나 실제로 현업에서 사용되는 치의 오차에 대한 모델링이 불충분하였다. 그러므로 이 논문에서는 유한요소법으로 치지지부의 변형을 고려하여 치의 굽힘변형과 접촉변형에 의한 강성을 계산하고 치형방향 오차와 치근방향 오차를 고려하여 기어의 원주방향 진동을 1 자유도의 비선형 운동방정식으로 모델링하여 헬리컬기어의 원주방향 진동을 해석한다. 또한 실험장치를 제작하여 헬리컬기어의 진동특성을 실험적으로 검토한다.

임으로써 가능하며 기어 한쌍의 원주방향의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 &= T_{Q1} - \sum K_j (R_{b1} \theta_1 - R_{b2} \theta_2 - e_j) R_{b1} \\ J_2 \ddot{\theta}_2 &= -T_{Q2} + \sum K_j (R_{b1} \theta_1 - R_{b2} \theta_2 - e_j) R_{b2} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,

e_j : 치형오차

R_{b1}, R_{b2} : 구동 및 피동기어의 기초원 반경

T_{Q1}, T_{Q2} : 구동 및 피동기어에 작용하는 토크

J_1, J_2 : 구동 및 피동기어의 질량 관성모멘트

작용선 방향의 진동으로 윗 식을 변화하기 위하여

$$M_1 = J_1 / R_{b1}^2$$

$$M_2 = J_2 / R_{b2}^2$$

$$x_1 = R_{b1} \theta_1$$

$$x_2 = R_{b2} \theta_2$$

$T_{Q1}/R_{b1} = T_{Q2}/R_{b2} = W$ 인 관계를 이용하면 다음과 같이 된다.

$$M_1 \ddot{x}_1 = W - \sum K_j (x_1 - x_2 - e_j) \quad (2)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 = -W + \sum K_j (x_1 - x_2 - e_j) \quad (3)$$

식 (2)에 M_1/M_2 를 곱하여 식 (3)에서 빼고 $x = x_1, x_2$ 인 관계와 감쇠를 고려하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} M \ddot{x} + 2\xi_c \sqrt{MK} \dot{x} + K(t, x)x \\ = W + F(t, x) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $M = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$

$$K(t, x) = \sum K_j$$

$$F(t, x) = \sum K_j e_j$$

ξ_c : 감쇠계수

2. 기어 진동해석

2.1 운동방정식

기어 진동은 기어의 설계요인, 제작요인, 조립요인에 의해 생긴다. 설계요인으로 기어 강성이 변하고, 제작요인으로 기어 정도가 달라지며, 조립요인에 의해 조립오차가 발생하여 치의 맞물림 충격 등의 진동을 일으킨다. 이러한 요인에 의해 기어 사이에는 운동과 힘의 불완전한 전달이 이루어지며 기어의 원주방향, 반경방향, 축방향의 진동을 일으킨다. 이 가운데 원주방향 진동, 즉 상대 비틀림 진동이 다른 방향의 진동에 비해 맞물림 기전력 관점에서 중요하다. 또한 기어의 원주방향 진동가속도와 소음스펙트럼을 측정된 결과로부터 진동과 소음은 맞물림 주파수의 배수 스펙트럼에서 높게 나오고, 두 크기의 대응관계가 잘 일치하고 있다고 알려져 있다. 그러므로 기어 소음을 줄이기 위해서는 기어 진동의 첫번째 원인인 원주방향 진동을 줄

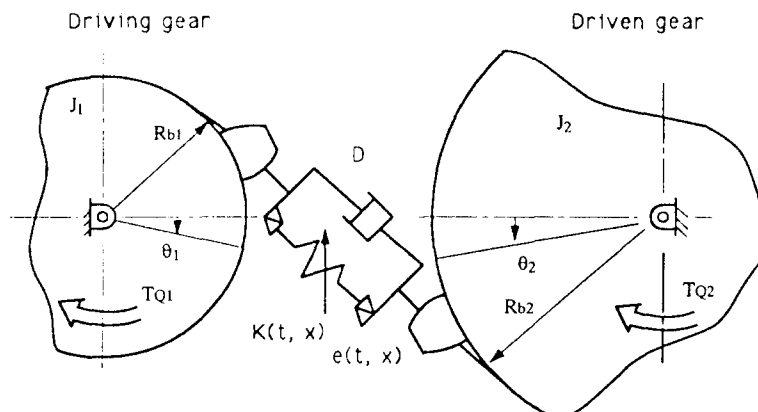


Fig. 1 A dynamic model of Helical gear

$\xi = x/x_s$, $\tau/w_n = t$ 인 관계를 사용하여 운동방정식은 다음과 같은 무차원 식이 된다.

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + 2\xi c \sqrt{\frac{K(t, x)}{K}} \frac{d\xi}{d\tau} + \frac{K(t, x)}{K} \xi = 1 + \frac{F(t, x)}{W} \quad (5)$$

여기서, $x_s = W/\bar{K}$, $\bar{K} = \frac{1}{T_2} \int_0^{T_2} K(t, x) dt$

$$T_2 = 60/NZ, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

$N = \text{rpm}$, $z = \text{잇수}$

2.2 치의 오차

치의 오차는 제작상의 문제에서도 발생하지만 본 논문에서는 진동, 소음을 줄이기 위한 치형수정의 의미를 포함한다. 오차에 의한 진동방정식의 강제외력항인 $F(t, x)$ 에 사용되는 오차는 Fig. 2와 같이 크게 치형방향 오차와 치근방향 오차가 사용된다. 치형방향 오차는 치선수정, 압력각오차, 치형크라우닝(crowning)이 치근방향 오차로는 리드(lead)오차, 리드 크라우닝이 고려된다. 이러한 치의 오차는 각 치에 똑같이 존재한다고 가정하며 이 해석에서는 구동치와 피동치의 합성오차가 사용된다. 치의 오차는 물림이 진행함에 따라 변동하고 또한 접촉선을 따라서도 일정하지 않으므로 접촉선에 따라 분포된 치의 오차를 다음과 같이 접촉선을 따라서 오차를 평균하여 접촉선의 대표오차로 사용한다.

$$\bar{e}_j = \frac{1}{l} \int_0^l e_j(x) dx \quad (6)$$

여기서, l 은 접촉선의 길이

2.3 치의 강성

운동방정식에서 시간에 따라 변하는 비선형 치의 강성 $K(t, x)$ 를 구하기 위하여 Fig. 3과 같이 치를 지지부틀 고려한 랙(rack)으로 모델링한 후 상용코드 CAEDS를 사용하여 유한요소법으로 해석하여 굽힘영향계수를 구하고 접촉에 의한 변형을 유한폭의 로울러와 플레이트의 접촉으로 자유단의 보정함수를 사용하여 접촉영향계수를 구하였다.⁽⁹⁾ 이 굽힘영향계수와 접촉영향계수를 이용하여 j 세 치의 쌍에서 접촉선 상의 합성오차를 $e_j(x)$ 라고 하면 다음식에 의해 맞물리고 있는 각 치의 하중 W_j 와 회전지연 Δ 가 구해진다.

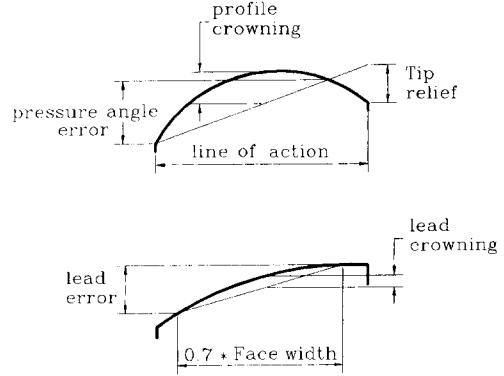


Fig. 2 Tooth error model

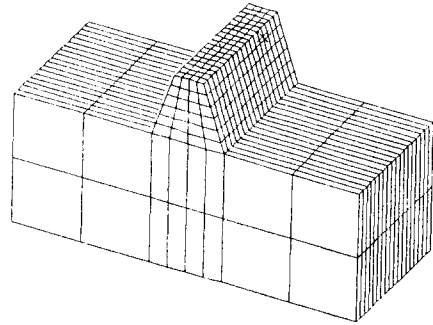


Fig. 3 Finite element model of tooth

$$\int_0^l K_b(x, \xi) p(\xi) d\xi + K_c(x) p(x) = [\Delta - e_j(x)] \cos \beta_b \quad (7)$$

$$W_j = \int_0^l p(\xi) d\xi \quad (8)$$

따라서 j 번째 치의 접촉선 상에 변형의 축직각 방향의 성분은 $\Delta - \min e_j(x)$ 이고 치의 쌍에 작용하는 축직각 방향의 하중은 $W_j \cos \beta_b$ 이므로 축직각 방향의 합성 강성은 다음과 같다.

$$K_j = \frac{W_j \cos \beta_b}{\Delta - \min e_j(x)} \quad (9)$$

맞물리는 전체 치의 축직각 방향의 합성강성은 맞물리는 각각의 치의 강성을 합하여 다음과 같이 구한다.

$$K(t, x) = \sum_j K_j \quad (10)$$

2.4 진동해석

해석을 위한 헬리컬기어 데이터는 Table 1에 보

Table 1 Gear specification

	Driving	Driven
Normal module	2.25	
Normal pressure angle	17.5°	
Center distance(mm)	126.975	
Whole depth(mm)	6.6	
Face width(mm)	18	
Outside diameter (mm)	130.36	135.26
Pitch diameter (mm)	122.32	127.41
Root diameter (mm)	117.16	122.06
Amount of addendum mod. (mm)	1.1709	1.0702
Helix angle(deg)	28°RH	28°LH
Number of teeth	48	50
Finishing	Grinding	

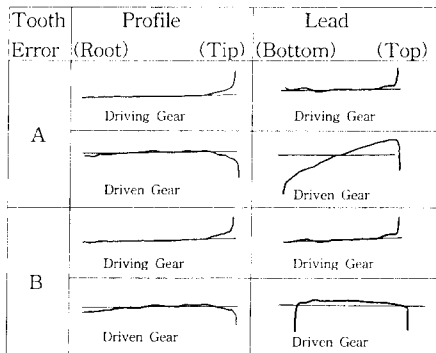


Fig. 4 Measured tooth error

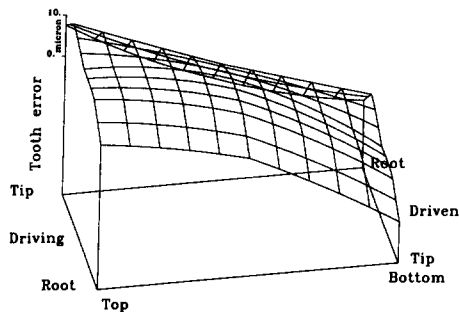


Fig. 5 Composite error

인 자동차 변속기용 기어이며, Fig. 4의 치의 오차를 사용하였다. Fig. 4의 치형 A는 구동치와 피동치에 치선수정과 피동기어에 리드오차를 준 치형이

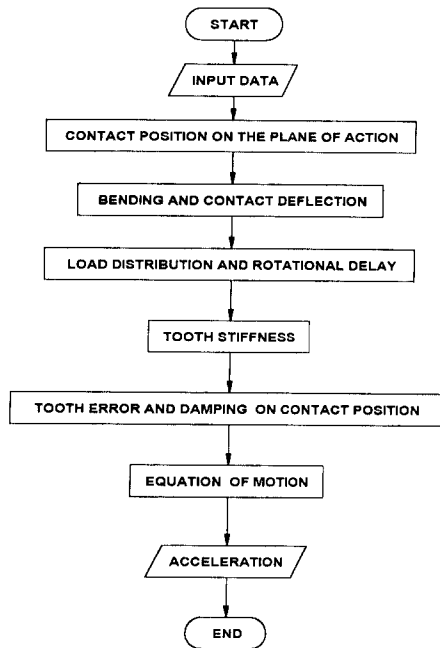


Fig. 6 Flow diagram of vibration analysis

고 B는 구동치와 피동치에 치선수정은 하였으나 리드오차는 거의 주지않아서 리드오차에 의한 영향을 실험적으로 규명할 수 있도록 하였다. Fig. 5는 이 치의 오차를 해석에 사용하기 위해 계산한 합성

오차에 대한 그림이다.

구동 rpm과 구동토크의 운전조건에 의해 맞물림이 진행됨에 따라 각 맞물림 위치에서 운동 방정식의 계수로 사용되는 치의 강성, 감쇠계수 및 치의 오차에 의한 강제 외력항이 계산되고 이 해석에서는 0.07의 감쇠계수비를 사용하였다. 이 계수들을 이용하여 운동방정식이 계산되고 최종 결과는 진동 가속도의 rms 값과 각 rpm에서의 파형으로 출력한다. Fig. 6은 이 해석의 흐름도이며 수치해법은 IMSL의 DVERK을 사용하였다.

2.5 해석결과 및 고찰

Fig. 7과 Fig. 8은 Fig. 4의 치형 A에 대해 Fig. 9와 Fig. 10은 치형 B에 대해 각각 토크 2 kgf·m와 10 kgf·m을 가했을 때 치한개의 강성변화, rpm 변화에 따른 진동의 rms 크기를 각각 나타내고 있다. Fig. 11은 치형 B에 대해 700 rpm, 10 kgf·m에서의 진동 파형이다. 이 결과에서 볼 때 토크가 커짐에 따라 치의 강성과 진동 수준이 증가하고 있다. 진동 수준에 있어서도 rpm이 증가 할수록 고유진동수 전까지는 진동 수준이 단조 증가

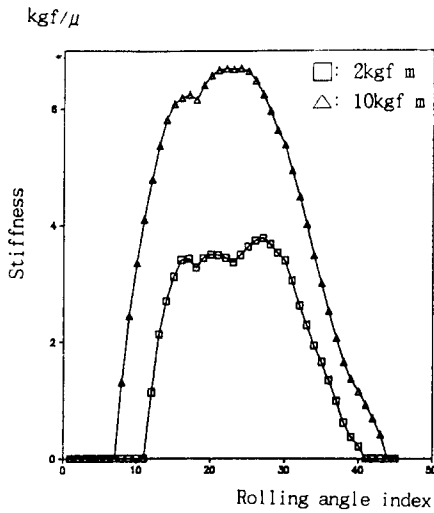


Fig. 7 Mesh stiffness of tooth error A

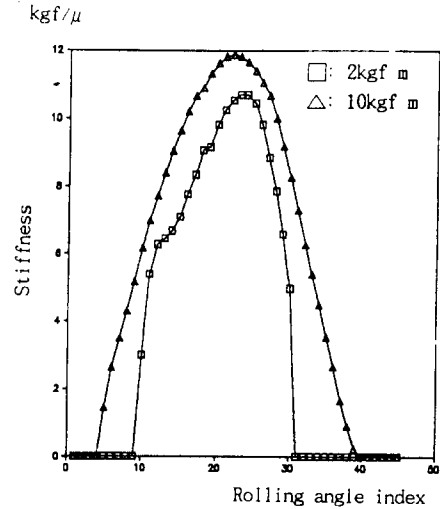


Fig. 9 Mesh stiffness of tooth error B

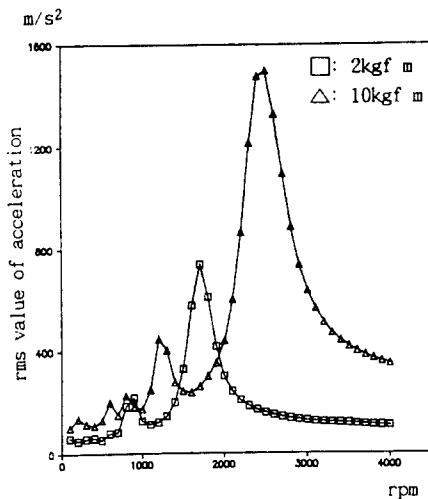


Fig. 8 Acceleration of tooth error A

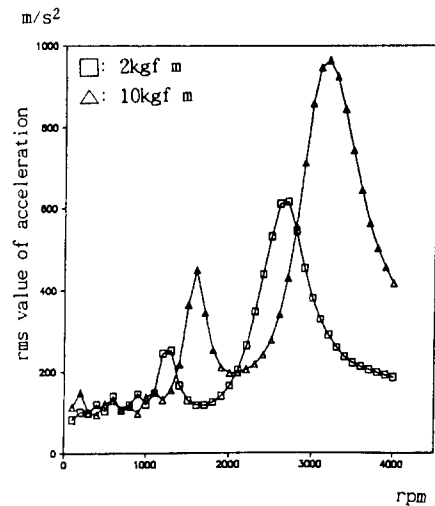


Fig. 10 Acceleration of tooth error B

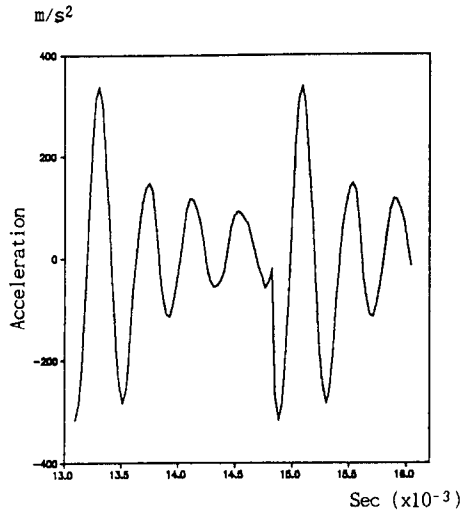


Fig. 11 Wave form of acceleration

한다. 이 계는 고유진동수의 1/2과 1/3배의 주파수에서도 진동의 피크(peak)가 나타나는 비선형 특성을 가지고 있다. 이러한 현상은 치형오차의 영향을 많이 받고 있음을 알 수 있는데 이 영향을 알기 위하여 리드오차가 큰 치형과 리드오차가 없는 치형에 대해 진동 수준을 비교하면 토크가 작을 때는 큰 차이가 없으나 토크가 커짐에 따라 리드오차가 큰 치형의 진동 크기가 급격히 증가함을 알 수 있다.

3. 실험

3.1 실험방법

헬리컬기어의 진동을 측정하기 위하여 Fig. 12와 같이 실험 장치를 제작하였다. 구동은 7.5KW, 1700 rpm의 DC 모터로 하고 1/2 감속풀리와 벨트를 사용하여 기어에 동력을 전달하였다. 입력축의 rpm과 출력축의 토크는 각각 rpm 센서와 토크미터를 설치하여 측정하고 동력 흡수는 3521 N·m, 80HP, 1370 rpm의 다이내모미터를 사용하였다. 기어의 윤활을 위하여 모터와 기어펌프로 이루어진 별도의 윤활장치를 제작하여 기어에 강제적으로 윤활을 시켰다. 피동기어에 알루미늄블록 두 개를 180°간격으로 붙이고, 그 위에 가속도 계를 회전방향으로 부착하였다. 이 가속도 계의 선을 슬립링을 통해 전치증폭기(pre-amplifier)에 접속하여 신호를 증폭하고 저역 통과필터(low pass filter)를 통

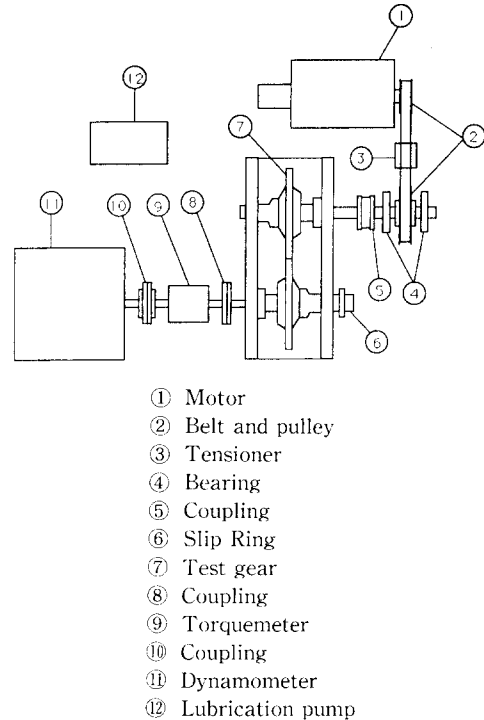


Fig. 12 Schematic diagram of test rig

하여 노이즈 성분을 제거하도록 하였다. 기어의 반경방향 성분과 회전방향 성분을 얻기 위하여 저역 통과 필터에서 나온 2 개의 가속도의 합과 차를 계산하여 그 신호를 테이프 레코더에 기록하였다. 이 신호로 시간영역의 파형과 주파수 영역의 파워 스펙트럼을 조사하였다. 실험에 사용된 기어는 Table 1의 제원을 가지고 있고 Fig. 4와 같이 리드오차가 있는 치형 A와 없는 치형 B 두 종류에 대하여 하였다. 실험은 토크 2 kgf·m와 10 kgf·m에서 rpm을 200에서 700까지 100rpm씩 변화시키면서 회전방향 진동과 반경방향 진동을 구하였다. 그리고 실험장치에 포함된 축, 베어링 등의 기어 시스템의 진동특성이 기어 진동에 미치는 영향을 파악하고자 충격시험을 하여 시스템의 주파수 응답 특성을 구하였다.

3.2 실험결과 및 고찰

Fig. 13과 14는 700 rpm, 10 kgf·m에서 측정된 치형 A의 회전방향 진동과 반경방향 진동의 파워 스펙트럼이고 Fig. 15와 16은 700 rpm, 2 kgf·m과 10 kgf·m에서 측정된 치형 B의 회전방향 진동의

파형과 파워 스펙트럼이다. 치형 A와 치형 B의 기어진동의 크기를 비교하면 리드오차가 큰 치형 A가 진동이 큰 것을 알 수 있고, 회전방향 진동과

반경방향 진동을 비교해 보면 스펙트럼의 피크의 대응관계가 일치하고 있음을 알 수 있다. 토크가 증가되는 경우의 진동특성을 비교하면 토크가 큰

Table 2 Instruments used in the experiments

Instrument	Model
Accelerometer	PCB 303A, B&K 4371
Pre-amplifier	PCB 480 D06, B&K 2635
Impact hammer	B&K 8202
Low pass filter	ITHACO 4212
Computation	DAYTRONIC 9260
Tape recorder	TEAC XR5000
Oscilloscope	TEKTRONIX 2236, 468, 2440
FFT analyser	SCIENTIFIC ATLANTA SD 375
Plotter	HP 7090A

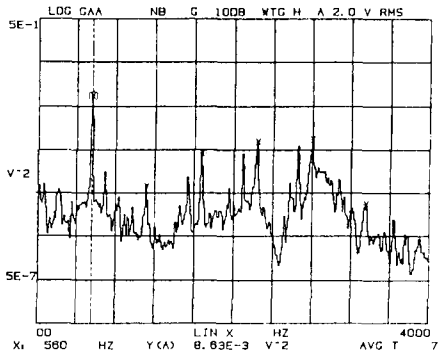
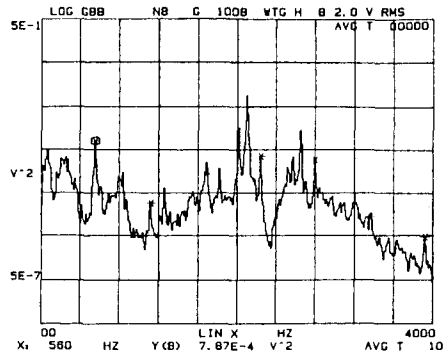


Fig. 13 Power spectrum of rotational vibration of tooth error A (700 rpm, 10 kgf · m)



(A) Wave form

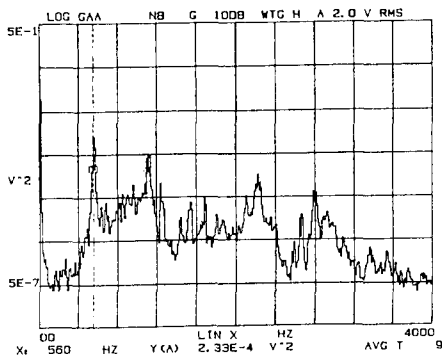
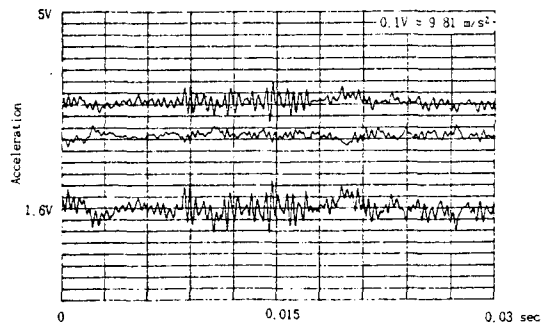
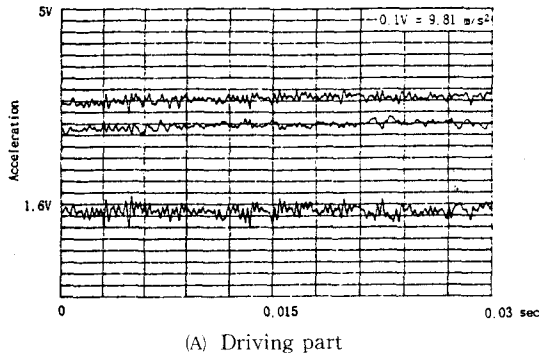


Fig. 14 Power spectrum of radial vibration of tooth error A (700 rpm, 10 kgf · m)

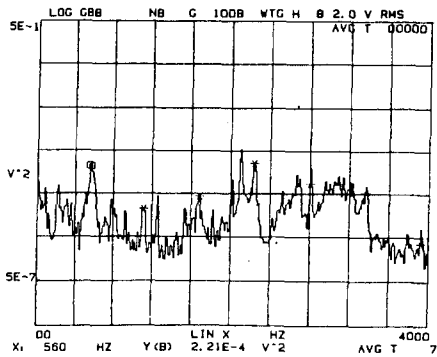


(B) Power spectrum

Fig. 15 Rotational vibration of tooth error B (700 rpm, 2 kgf · m)

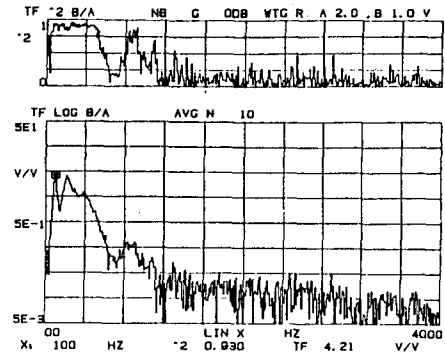


(A) Driving part

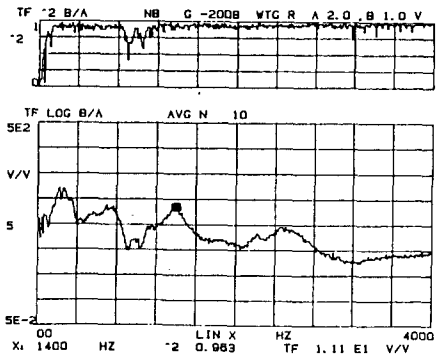


(B) Driven part

Fig. 16 Rotational vibration of tooth error B(700 rpm, 10 kgf · m)



(A) Wave form



(B) Power spectrum

Fig. 17 Transfer function of gear test system

경우가 진동이 더 작음을 알 수 있다. 이것은 부하 토크가 작을 때 백래시 등의 영향으로 치면분리가 일어나 진동을 크게 하는 것으로 사료된다.

Fig. 17의 충격시험에 의한 기어 시험시스템의 구동부분과 피동부분의 주파수 응답특성과 기어 진동의 파워스펙트럼을 비교하면 두 스펙트럼의 주요 피크가 일치하지 않으므로 이 기어 실험장치는 기어 진동에 영향을 거의 미치지 않고 있다. Fig. 16의 (A)의 진동파형은 한주기마다의 파형이 조금 변화하나 Fig. 11의 해석결과와 한주기의 파형의 갯수가 비교적 일치하고 있음을 알 수 있다. 이는 구동치와 피동치가 치마다 약간의 치형오차의 변화가 있고 기어가 회전함에 따라 가속도계의 위치가 맞물리는 부분에서 멀고 가까워짐에 따라 진동의 감지가 달라지는 것으로 사료된다. 그러므로 이 해석 프로그램을 이용하여 치형수정량을 시험단계에서의 결정에 의존하지 않고 설계단계에서 치형수정의 영향을 검토할 수 있다.

4. 결 론

자동차 변속기용 헬리컬기어를 대상으로 치형오차에 의한 회전방향 진동을 해석하였고 실험적으로 기어 진동의 특성을 연구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 치형오차와 치의 강성을 고려한 기어 진동모델을 이용하여 기어 진동을 해석하였고 실험을 통하여 이 해석결과의 타당성을 보였다.
- (2) 치의 강성이 시간에 따라 변하는 비선형특성에도 불구하고 리드오차가 큰 기어가 진동이 큰 것을 실험적으로 확인하였다.
- (3) 반경방향과 회전방향의 진동은 스펙트럼의 피크의 대응관계가 일치하는 것을 실험으로 확인하였다.
- (4) 본 연구에서 개발된 이 해석 프로그램을 이용하여 치형수정에 대한 영향을 설계단계에서 검토할 수 있다.

참고문헌

- (1) Fukuma, H. et al., 1973, "Fundamental Research on Gear Noise and Vibration(6th Report, Generation Mechanism of Radial and Axial Vibration of Spur Gear)," *Bulletin of the JSME*, Vol. 16, No. 97, July, pp. 1094~1107.
- (2) Kiyono, S., Aida, T. and Fujii, Y., 1978, "Vibration of Helical Gears: Part 1 Theoretical Analysis," *Bulletin of the JSME*, Vol. 21, No. 155, May, pp. 915-922.
- (3) Kiyono, S., Aida, T. and Fujii, Y., 1978, "Vibration of Helical Gears: Part 2 Experimental Investigation," *Bulletin of the JSME*, Vol. 21, No. 155, May, pp. 923~930.
- (4) Kubo, A., 1978, "Stress Condition, Vibrational Exciting Force, and Contact Pattern of Helical Gear with Manufacturing and Alignment Error," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 100, Jan., pp. 77~84.
- (5) Umezawa, K., 1989, "The performance Diagrams of Helical Gears," *Proceedings of the 1989 International Power Transmission and Gearing Conference*, pp. 399~408.
- (6) Conry, T.F. and Seireg, A., 1973, "A Mathematical Programming Technique for the Evaluation of Load Distribution and Optimal Modifications for Gear systems," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 95, pp. 1115~1122.
- (7) Sundaresan, S. et al., 1991, "Design of Helical Gears with Minimum Transmission Error under Manufacturing and Operating Variances," *Proceedings of the International Conference on Motion and Power Transmission*, MPT'91, Hiroshima, pp. 92~97.
- (8) Kato, S. et al., 1985, "Analytical Procedure for Gear Tooth Surface Modification Reducing Gear Noise," *SAE Paper* 852273.
- (9) 박찬일, 이장무, 1995, "자동차 헬리컬기어의 하중전달 특성해석," 한국자동차공학회논문집, 제3권, 제5호, pp. 1~9.
- (10) 박찬일, 이장무, 1995, "치형오차를 가진 헬리컬기어의 진동특성에 관한 연구," 한국자동차공학회, 1995 춘계 학술대회논문집(II), pp. 451~456.
- (11) Mook, D. T. and Nayfeh, A. H. , 1979, *Non-linear Oscillations*, John Wiley & Sons, New York, Chapter 5.