

## 〈논 문〉

# 랜덤하중하에서의 GFRP의 피로누적손상거동과 피로수명예측

김정규\* · 심동석\*\*

(1996년 6월 27일 접수)

## The Fatigue Cumulative Damage and Life Prediction of GFRP under Random Loading

Jung-Kyu Kim and Dong-Suk Shim

**Key Words :** Fatigue Cumulative Damage(피로누적손상), Secant Modulus(시컨트계수), Damage Curve(손상곡선), Cumulative Damage Theory(누적손상이론), Random Loading(변동하중), Weibull Distribution Function(와이블 분포함수)

### Abstract

In this study, the prediction of the fatigue life as well as the estimation of the characteristics of fatigue cumulative damage on GFRP under random loading were performed. The constant amplitude tests and the random loading tests were carried on notched GFRP specimens with a circular hole. Random waves were generated with a micro-computer and had wide band spectra. Since it is useful that the prediction of fatigue life at the given load sequences is based on S-N curves under constant amplitude loading, the estimation of equivalent stress is done on every random waves. The equivalent stress was at first estimated by Miner's rule and then by the proposed model which was based on Hashin-Rotem's cumulative damage theory regarding nonlinear fatigue cumulative damage behavior. The fatigue lives were predicted from each equivalent stress evaluated. And each predicted fatigue life was compared with experimental results. The number of cycles of random loads were counted by mean-cross counting method. The results showed that the fatigue life predicted by proposed model was correlated well with the experimental results in comparison with Miner's model.

### I. 서 론

기계구조물은 응력진폭이나 평균응력이 변하는 변동하중을 받는 경우가 많으므로, 이러한 응력하에서의 피로강도 및 피로수명예측은 실제 기계구조물의 설계에 있어서 중요하다. 변동응력이 작용하는 경우에는 먼저 하중파형으로부터 특성인자를 평

가하고, 하중이력에 따른 피로손상거동을 묘사하여 피로수명을 정확히 예측하는 것이 요구된다.

금속재료의 경우에는 다양한 하중이력에 대한 피로특성을 밝히기 위하여 많은 모델이 제안되고 있다. 일정진폭하중하에서는 Paris-Erdogan의 균열진전법칙에 의하여 피로특성이 평가되고 있으며, 과대하중에 의한 피로균열진전의 지연에 대한 대표적인 모델로는 소성영역에 주목한 Wheeler의 모델,<sup>(1)</sup> 균열선단의 압축잔류응력에 근거한 Willenborg의 모델<sup>(2)</sup> 그리고 균열닫힘현상을 정량적으로 측정한

\*회원, 한양대학교 기계설계공학과

\*\*회원, 한양대학교 대학원 기계설계공학과

Elber의 모델<sup>(3)</sup> 등이 있다. 또한 랜덤하중하에서의 피로수명평가에 관한 것으로는 Miner의 선형누적손상 모델, <sup>(4)</sup> Barsom의 Root-Mean-Square 모델, <sup>(5)</sup> Chang 등의 모델<sup>(6)</sup>이 제시되고 있으며, 이들의 모델은 다양한 하중이력에 대하여 좋은 예측결과를 나타내고 있다.

한편, 복합재료는 기계적 및 화학적 성질의 우수성으로 인하여 금속재료를 대신하여 이의 사용이 늘고 있으며, 이에 따라 복합재료의 피로특성 및 피로수명예측에 대한 연구가 많아지고 있다. 복합재료의 피로손상은 모재균열(matrix cracking), 층간분리(interfacial debonding), 탈적층(delamination) 및 섬유파단(fiber breakage) 등의 상호작용에 의하여 손상이 일어남으로 피로손상거동이 복잡할 뿐만 아니라 금속재료의 균열길이와 같이 손상의 척도를 일의적으로 정의하기가 어렵다. 따라서 재료마다 다양한 척도에 의하여 피로특성을 평가하고 있다. 이의 평가방법으로는 일정진폭하중하에서 하중반복수에 따른 강성저하 또는 강도저하의 양에 주목한 강성저하 모델<sup>(7,8)</sup>과 강도저하모델<sup>(9,10)</sup>이 있으며, 피로수명도 이를 모델에 근거하여 예측하고 있다. 그러나 랜덤하중하에서는 강성저하의 양을 측정하기 어려울 뿐만 아니라 피로누적손상거동의 묘사가 어려우므로 피로특성 및 피로수명평가에 대한 연구가 적은 실정이다.

본 연구에서는 평균응력과 응력진폭이 다양하게 변하는 랜덤하중하에서 섬유강화복합재료의 피로누적손상거동과 피로수명을 평가하기 위하여, 일정진폭 및 인장-인장형의 광대역의 프로그램된 파형을 이용하여 랜덤하중하의 피로시험을 행하였다. 피로수명은 하중파형에 존재하는 극대응력과 평균응력 경과 수에 주목하고, 랜덤하중의 하중이력으로부터 등가응력을 구하여 일정진폭하중의 결과에 근거하여 평가하였다.

## 2. 실험방법

### 2.1 재료 및 시험편

사용재료는 평직(plain woven) glass/epoxy복합재료( $\nu_f=62\%$ , 두께  $t=2\text{ mm}$ )이며, 이 재료의 기계적 특성은 Table 1과 같다. 시험편은 중앙에 원공을 갖는 노치재로 ASTM D3039-76<sup>(11)</sup>에 따라 판폭  $W=20\text{ mm}$ , 길이  $L'=150\text{ mm}$ 로 가공하였으며, 원공의 크기는  $4\text{ mm}$ 로 하였다. 이의 형상은 Fig.

**Table 1** Mechanical properties of plain woven glass/epoxy

| Material    | $E_{xx}$ (GPa) | $E_{yy}$ (GPa) | $G_{xy}$ (GPa) | $v_{xy}$ |
|-------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| Glass/Epoxy | 23.6           | 23.6           | 4.0            | 0.11     |

$E_{xx}$  : Longitudinal Young's modulus

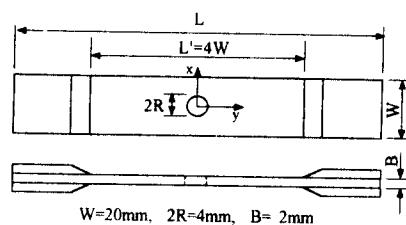
$E_{yy}$  : Transverse Young's modulus

$G_{xy}$  : In-plane shear modulus

$v_{xy}$  : Poisson's ratio

**Table 2** Various random wave form used in this study

| Wave form | Mean load<br>$P_{mean}$ (N) | Maximum load<br>$P_{max}$ (N) |
|-----------|-----------------------------|-------------------------------|
| WB-1      | 2800                        | 5600                          |
| WB-2      | 3100                        | 6200                          |
| WB-3      | 3300                        | 6600                          |
| WB-4      | 3450                        | 6900                          |
| WB-5      | 3600                        | 7200                          |
| WB-6      | 4050                        | 8100                          |
| WB-7      | 4250                        | 8500                          |



**Fig. 1** Configuration of the test specimen (unit : mm)

1과 같다.

### 2.2 피로시험

일정진폭피로시험은 5 Hz의 정현파로 하였으며, 이때 응력비  $R (= \sigma_{min}/\sigma_{max})$ 은 0을 유지하였다. 또한, 랜덤하중의 피로실험은 0~5 Hz의 구간에서 동일한 PSD(power spectral density) 값을 갖는 광대역파를 설정하여 행하였다. 파형은 250 kN용 유압서어보식 피로시험기에 마이크로컴퓨터를 부착하고 피로시험기 내부에 설치된 함수발생기(function

generator)를 제어하여 프로그램된 인장-인장 변동 하중파형을 발생시켰다. 랜덤파형은 Table 2에 나 타낸 바와 같이 평균하중을 2800 N에서 4250 N까지 단계적으로 증가시키면서 7가지의 파형으로 하 였으며, 일정진폭피로실험의 응력비에 근사하도록 최대하중진폭을 평균하중의 2배로 하였다. Fig. 2는 평균하중 4250 N의 랜덤파형의 예이다.

피로누적손상의 척도로 사용되는 시컨트계수(secant modulus)의 변화는 시험편에 게이지 길이(gage length) 50 mm의 변위신장계(extensometer)를 부착하여 일정주기마다 측정하였다. 이의 결과는 GPIB board를 마이크로컴퓨터에 접속하여 자동으로 저장되도록 하였다. 이때 랜덤하중상태에서의 시컨트계수의 측정은 불가능하므로 랜덤하중파형의 일정주기마다 3사이클의 일정진폭하중( $R=0, 1$  Hz)을 주어 일정진폭피로실험에서와 같은 방법으로 행하였다. Fig. 3은 이의 모식도로서 1주기에서 첫번째 파형은 시컨트계수를 측정하기 위한 일정진 폭하중( $\Delta P=500$  N, 1 Hz)이고, 두 번째 파형은 10 분 동안의 랜덤하중이다. 그리고 변동하중하에서의 파단수명( $N_f$ )은 1주기에서 평균응력값 경과수(mean level cross number)를 파단할 때까지의 블럭수( $B_f$ )에 곱한 값으로 나타내었다.

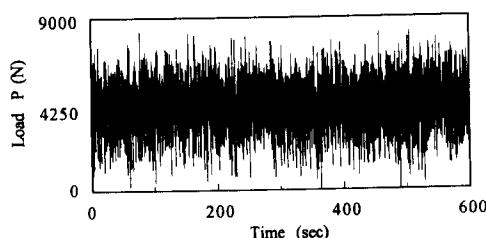


Fig. 2 Load histories for random wave ( $P_{mean}=4250$  N,  $P_{max}=500$  N)

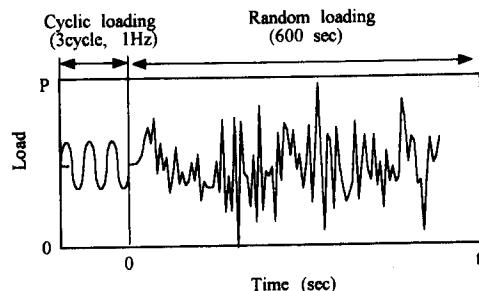


Fig. 3 Measurement of secant modulus under random loading

### 3. 실험결과 및 고찰

#### 3.1 일정진폭하중하의 피로누적손상거동

다양한 하중이력을 갖는 랜덤하중하의 피로수명은 일반적으로 잘 확립된 S-N곡선법에 근거하여 평가하는 것이 기계구조물의 피로설계에 있어 편리하다. 그러므로 일정진폭하중하의 S-N곡선은 랜덤하중하의 재료의 피로수명평가에 있어 대단히 중요하다. Fig. 4는 원공노치를 가진 유리섬유강화복합재료의 S-N곡선으로 최대응력진폭( $\sigma_{max}$ ) ( $=P_{max}/(W \cdot 2R) t$ )와 피로수명  $N_f$ 와의 관계를 나타낸 것이다. 이들 결과를 실선으로 근사화시켜 수식으로 나타내면 식 (1)과 같다.

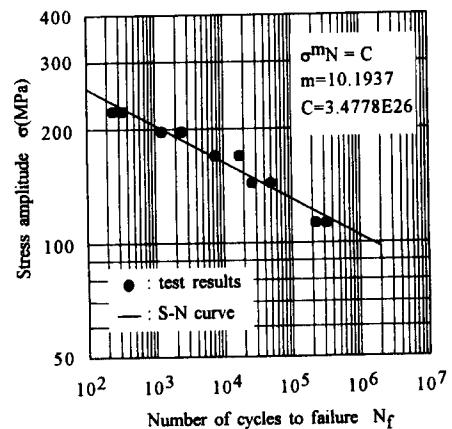


Fig. 4 S-N curve under constant amplitude load

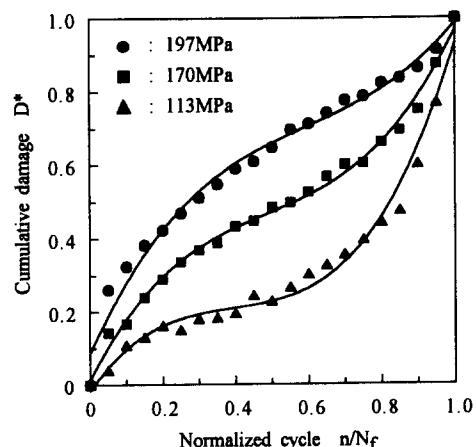


Fig. 5 Cumulative damage curves under constant amplitude loads

$$\sigma^m N = C \quad (1)$$

$$\begin{cases} m : 10.1937 \\ C : 3.4778 \times 10^{26} \end{cases}$$

여기서, 상수  $C$ ,  $m$ 은 S-N곡선의 형태를 특정지 위주는 재료상수로서 랜덤하중하의 피로수명을 평가함에 있어서 중요한 자료가 된다.

한편, Fig. 5는 최대응력 진폭 197 MPa, 170 MPa, 113 MPa에서 하중반복수비에 따른 피로누적손상량( $D^*$ )과의 관계를 나타낸 것이다. 피로누적손상량( $D^*$ )은 식(2)와 같이 정의하여 평가하였다.

$$D^* = \frac{E_0 - E_{sn}}{E_0 - E_{sf}} \quad (2)$$

여기서,  $E_0$ 는 초기탄성계수,  $E_{sn}$ 과  $E_{sf}$ 는 각각  $n$ 사이클이후 및 파손시의 시컨트계수이다. 이 식에서  $D^*$ 는 재료의 초기상태( $E_{sn}=E_0$ )에서는  $D^*=0$ 이고, 파손시( $E_{sn}=E_{sf}$ )에서는  $D^*=1$ 이 된다. Jen 등의 피로누적손상모델<sup>(12)</sup>에서는 하중반복수비에 대한 잔류강성이 선형적으로 감소하고 있으나, 본 연구에서와 같이 원공이 존재하는 경우, 피로누적손상은 비선형성을 나타낸다.

### 3.2 랜덤하중하의 피로누적손상거동

Fig. 6은 랜덤하중하에서의 누적손상량( $D^*$ )과 하중반복수비( $n/N_f$ )와의 관계를 나타낸 대표적인 예이다. 여기서, 하중반복수( $n/N_f$ )는 변동파형의 특성상 연기 어려우므로, 하중반복수비( $n/N_f$ )와 파손블럭수비( $b/N_f$ ; 파단블럭수( $B_f$ )에 대한 임의

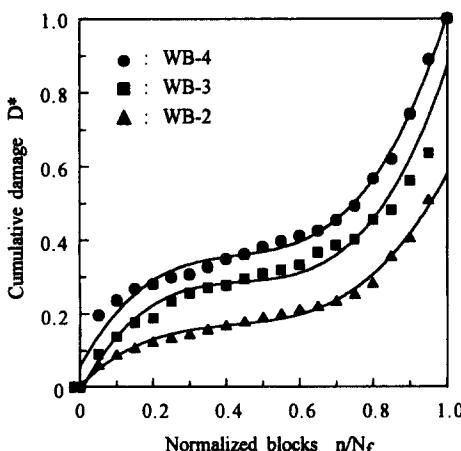


Fig. 6 Cumulative damage curves under random loading waves

의 시간에서의 블럭수( $b$ )의 비)에 대한 손상량의 저하양상이 거의 근사하다는 가정을 기본으로 하여  $b/B_f$ 의 값으로부터 근사화시켜 나타낸 것이다.

그림에서 하중반복수비에 대한 누적손상량의 변화양상은 일정진폭하중하에서와 같이 3단계로 나눌 수가 있다. 즉, 1단계인 하중반복수비의 15~20%까지는 누적손상량이 급격히 증가하고, 하중반복수비 80%까지의 2단계에서는 일정한 증가를 하며, 3단계인 80%이상에서는 다시 급격히 증가하여 불안정파괴에 이른다. 따라서, 누적손상량( $D^*$ )은 파손블럭수비에 대한 3차 다항식으로 다음과 같이 표현될 수 있다.<sup>(13)</sup>

$$\begin{aligned} D_{random}^* &= \alpha \left( \frac{b_i}{B_{f_i}} \right)^3 + \beta \left( \frac{b_i}{B_{f_i}} \right)^2 + \gamma \left( \frac{b_i}{B_{f_i}} \right) + w \\ &= \alpha \left( \frac{n_i}{N_{f_i}} \right)^3 + \beta \left( \frac{n_i}{N_{f_i}} \right)^2 + \gamma \left( \frac{n_i}{N_{f_i}} \right) + w \quad (3) \end{aligned}$$

여기서,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $w$ 는 3차함수의 계수로서 재료 및 하중상태에 따른 상수이다.

피로수명의 초기단계에서의 손상거동은 일정진폭하중하에서와 같이 원공주위의 응력집중으로 인하여 손상이 급속히 누적되고, 2단계에서의 일정한 증가현상은 1단계에서의 피로손상이 원공주위의 응력집중을 완화시켰기 때문으로 생각된다.

### 3.3 Miner의 법칙에 의한 피로수명예측

변동하중하에서 Miner 법칙을 기본으로 한 등가응력평가는 피로수명예측에 유용함이 보고되고 있다.<sup>(14)</sup> 따라서 먼저 이의 유용성을 검토하기 위하여 Miner 법칙을 기본으로 하고 변동하중하의 극대값의 연속확률분포를 도입하여 피로수명을 평가하였다.

Miner 법칙에 의한 다단블럭하중하의 파손조건은 S-N곡선  $N_i = C\sigma_i^{-m}$ 의 관계로부터 다음과 같이 나타내어진다.

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \frac{1}{A^m} \sum_{i=1}^k \sigma_i^m n_i = 1 \quad (4)$$

여기서 랜덤하중의 응력값은 다양하게 변하므로 연속확률분포함수를 도입하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{A^m} \sum_{i=1}^N \sigma_i n_i = \frac{1}{A^m} \int_0^\infty \sigma^m f_p(\sigma) d\sigma = 1 \quad (5)$$

따라서  $A$ 는

$$\left[ \int_0^\infty \sigma^m f_p(\sigma) d\sigma \right]^{\frac{1}{m}} = A \quad (6)$$

이다.

또한, 일정진폭하중에 대한 손상량과 변동하중에 의한 손상량이 같다고 하면 등가응력  $\sigma_{eq}$ 를 사용하면, 식 (6)은 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\sigma_{eq} \left[ \int_0^{\infty} f_p(\sigma) d\sigma \right]^{\frac{1}{m}} = A \quad (7)$$

그리므로 식 (6)과 식 (7)을 연립하면 등가응력  $\sigma_{eq}$ 는 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{eq} = \left[ \frac{\int_0^{\infty} \sigma^m f_p(\sigma) d\sigma}{\int_0^{\infty} f_p(\sigma) d\sigma} \right]^{\frac{1}{m}} = \left[ \Gamma \left( \frac{m}{\alpha} + 1 \right) \right]^{\frac{1}{m}} \quad (8)$$

이 식에서  $f_p(\sigma)$ 는 극대응력분포의 확률밀도함수이며,  $m$ 은 일정진폭하중하의 S-N곡선으로부터 얻어지는 재료상수이다.

따라서 일정진폭하중하의 S-N곡선으로부터 등가의 피로수명을 구하면 다음과 같다.

$$(N_f)_{pre} = C \sigma_{eq}^{-m} \quad (9)$$

Fig. 7은 평균하중 3600 N의 랜덤하중파형에서의 극대응력분포를 나타낸 것이다. 이를 극대응력은 2-parameter Weibull분포에 잘 일치하고 있으므로 식 (8)의 확률밀도함수는 다음과 같은 2-parameter Weibull분포함수로 나타낼 수 있다.

$$f_p(\sigma) = \frac{\lambda}{\theta} \left( \frac{\sigma}{\theta} \right)^{\lambda-1} \exp \left[ - \left( \frac{\sigma}{\theta} \right)^{\lambda} \right] \quad (10)$$

여기서,  $\lambda$ ,  $\theta$ 는 형상계수 및 척도계수이다. 또한 극대응력의 적분상한값은 이론적으로는  $\sigma = \infty$ 이지만 실제의 응력진폭에는 이러한 값이 존재하지 않으므로 응력파형의 실험조건과 관련하여 최대응력  $\sigma_{pmax}$ 로 하여 피로수명을 평가하였다.

Fig. 8은 변동하중파형의 한 블럭당 평균응력값 경과속에 파손블럭수( $B_f$ )를 곱한 파손수명( $N_f$ )<sub>exp</sub>와 식 (9)로부터 구한 피로수명( $N_f$ )<sub>pre</sub>을 함께 나타낸 것이다. 평가된 피로수명은 실험결과보다는 과대평가되고 있다. 이의 원인은 변동하중파형(0 Hz ~ 5 Hz)에 있어서 주파수 차이에 의한 피로수명의 오차와 Fig. 6에서와 같이 피로누적손상의 비선형성에 기인한다고 할 수 있다.

### 3.4 누적손상이론에 의한 피로수명예측

원공을 가진 복합재료의 피로누적손상은 3차 다항식으로 표현되는 비선형성을 나타내고 있으므로 이를 고려하여 등가응력을 평가하기 위해서는 실험

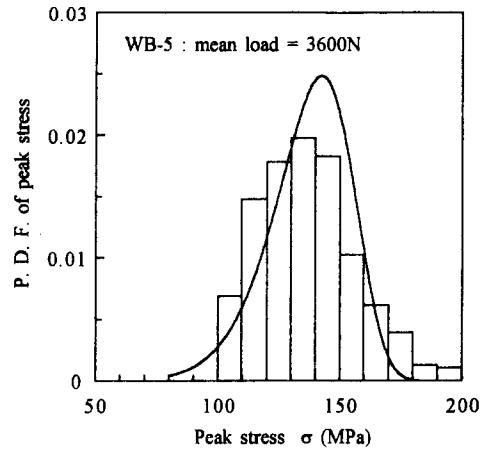


Fig. 7 The Weibull P.D.F. of peak stress

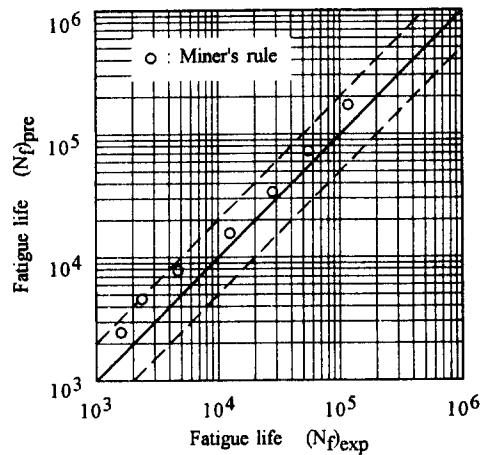


Fig. 8 Comparison of experimental result and fatigue life calculated by Miner's rule

으로부터 얻어지는 상수  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\omega$ 를 모두 구해야 하는 불편이 있다. 따라서 피로수명은 누적손상이론에 근거한 다단블럭하중하의 파손조건<sup>(15~17)</sup>을 도입하여 평가하였다.

일반적으로 다단블럭하중의 파손조건은 다음 식과 같이 표현된다.

$$\left\{ \left[ \left( \frac{n_1}{N_{f_1}} \right)^{f(\Psi_1, p)/f(\Psi_2, p)} + \frac{n_2}{N_{f_2}} \right]^{f(\Psi_2, p)/f(\Psi_3, p)} + \dots + \frac{n_{i-1}}{N_{f_{i-1}}} \right\}^{f(\Psi_{i-1}, p)/f(\Psi_i, p)} + \frac{n_i}{N_{f_i}} = 1 \quad (11)$$

따라서 랜덤하중 한블럭의 손상량( $D_{random}^*$ )<sub>1block</sub>은 식 (12)와 같이 정의할 수 있다.

$$(D_{\text{random}}^*)_{\text{1block}} = \left[ \left( \frac{n_1}{N_{f_1}} \right)^{\frac{f(\Psi_1, p)}{f(\Psi_2, p)}} + \frac{n_2}{N_{f_2}} \right]^{\frac{f(\Psi_2, p)}{f(\Psi_3, p)}} + \cdots + \left( \frac{n_i}{N_{f_i}} \right)^{\frac{f(\Psi_i, p)}{f(\Psi_{i+1}, p)}} \quad (12)$$

그리고 S-N곡선  $N_i = C\sigma_i^{-m}$ 의 관계로부터 다음의 식이 얻어진다.

$$(D_{\text{random}}^*)_{\text{1block}} = \left[ \left( \frac{\sigma_1^m n_1}{C} \right)^{\frac{f(\Psi_1, p)}{f(\Psi_2, p)}} + \frac{\sigma_2^m n_2}{C} \right]^{\frac{f(\Psi_2, p)}{f(\Psi_3, p)}} + \cdots + \left( \frac{\sigma_i^m n_i}{C} \right)^{\frac{f(\Psi_i, p)}{f(\Psi_{i+1}, p)}} \quad (13)$$

이들 식에서  $n_i$ 는 랜덤 하중파형의 특성상 극대응력이 다양하게 변하므로 1이다. 따라서 하중반복수비( $n/N_f$ )는 응력의 함수로 바꾸어지며, 손상은 랜덤 하중파형의 극대값에 따라 누적된다.

또한,  $f(\Psi_i, p)$ 는 Hashin-Rotem<sup>(15)</sup>의 손상함수로서 식 (14)와 같이 정의하였다.

$$f(\Psi_i, p) = 1/\log(\sigma_{ai}/\sigma_e) \quad (14)$$

여기서,  $\sigma_e$ 는 피로한도이며, 이 응력값 이하의 응력에서는 피로손상의 증가가 일어나지 않는다고 가정하였다.

이렇게 얻어진 랜덤 하중 한블럭의 손상을 일정 진폭하중의 손상으로 등가시키면 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$(D_{\text{random}}^*)_{\text{eq}} = \left[ \left( \frac{n}{(N_f)_{\text{eq}}} \right)^{\frac{f(\Psi, p)}{f(\Psi, p)}} \right] = \left[ \left( \frac{\sigma_{eq}^m n}{C} \right)^{\frac{f(\Psi, p)}{f(\Psi, p)}} \right] \quad (15)$$

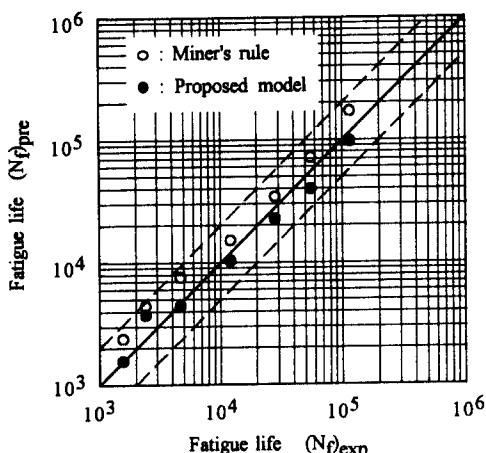


Fig. 9 Comparison of experimental result and fatigue life calculated by Miner's rule and proposed method

따라서 식 (13)과 식 (15)를 연립하여 Newton-Raphson 법으로 해를 구하면 등가응력이 얻어진다. 얻어진 등가응력을 일정 진폭하중의 S-N곡선에 대입하면, 피로수명을 예측할 수 있다.

Fig. 9는 누적손상이론에 근거한 예측결과와 Miner 법칙에 의한 예측결과를 함께 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 누적손상이론에 근거하여 비선형성을 고려한 피로수명예측은 Miner의 법칙을 기본으로 한 것보다 안전한 예측을 제공하고 있으며 실험결과와 예측결과가 거의 일치하고 있다. 따라서 일정 진폭하중의 S-N 결과를 기본으로 하여, 변동 하중하에서의 피로수명을 예측하기 위해서는 복합재료의 피로누적의 비선형성을 묘사할 수 있는 등가응력의 평가가 중요하다.

#### 4. 결 론

원공을 가진 복합재료의 피로누적손상거동과 피로수명을 예측하기 위하여 일정 진폭 및 인장-인장형의 광대역으로 프로그램된 랜덤파형의 피로시험을 행하고, 연속화를 분포를 도입한 Miner 법칙과 누적손상이론으로부터 이를 검토하였다. 이의 결과는 다음과 같다.

(1) 랜덤 하중하에서의 피로누적손상거동은 일정 진폭하중의 경우와 같이 하중반복수비의 15~20%까지는 누적손상량이 급격히 증가하고, 하중반복수비 80%까지는 완만한 증가를 하며, 80% 이상에서는 다시 급격히 증가하여 파단에 이르는 3차 함수 형태의 비선형성을 나타낸다.

(2) Miner 법칙을 기본으로 하고 연속화를 분포함수를 도입하여 평가한 랜덤 하중하의 피로수명 예측결과는 실험결과보다 다소 과대평가 되었다. 이는 재료의 피로누적손상의 비선형적 특성을 고려하지 못하기 때문이다.

(3) 누적손상이론에 근거하여 재료의 비선형적인 피로누적손상거동을 고려한 피로수명평가는 Miner의 누적손상법칙에 의한 것보다 좋은 결과를 나타내었다.

#### 후 기

본 연구의 일부는 1994년도 교육부 학술연구조성비(기계공학 : ME 94-C-14)에 의하여 수행되었으며, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Wheeler, O. E., 1972, "Spectrum Loading and Crack Growth," *J. Basic Eng., Trans. ASME*, Vol. D94, No. 1, pp. 181~186.
- (2) Willenborg, J., Engle, R. M. and Wood, H. W., 1971, "A Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Concept," *AFFDL-TM-71-1-FBR*.
- (3) Wolf and Elber, 1976, "Equivalent Constant -Amplitude Concept for Crack Growth under Spectrum Loading," *ASTM STP 595*, pp. 236 ~250.
- (4) Miner, M. A., 1945, "Cumulative Damage in Fatigue," *ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 12, pp. A159~A164.
- (5) Barsom, J. M. and Rolfe, S. T., 1977, "Fracture and Fatigue Control in Structures-Applications of Fracture Mechanics," *Prentice Hall*, pp. 327~333.
- (6) Chang, J., 1981, "Round-Robin Crack Growth Prediction on Centered Tension Specimen under Random Spectrum Loading," *ASTM STP 748*, pp. 3~40.
- (7) Yang, J. N., Jones, D. L., Yang, S. H. and Meskini, A., 1990, "A Stiffness Degradation Model for Graphite/Epoxy Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 24, pp. 753~769.
- (8) Hwang, W. and Han, K. S., 1986, "Fatigue of Composites-Fatigue Modulus Concept and Life Prediction," *Journal of Composite Materials*, Vol. 20, pp. 154~165.
- (9) Hashin, Z., 1985, "Cumulative Damage Theory for Composite Materials : Residual Life and Residual Strength Methods," *Composite Science and Technology*, Vol 23, pp. 1~19.
- (10) Whitney, J. M., 1983, "Residual Strength Degradation Model for Competing Failure modes," in T. K. O'Brien(Ed), *Long Term Behavior of Composites*, *ASTM STP 787*, pp. 483~497.
- (11) *ASTM D3039-76*, "Standard Test Method for Tensile Properties of Fiber Resin Composite."
- (12) Jen, M-H. R., Hsu, J. M. and Hwang, D. G., 1990, "Fatigue Degradation in Centrally Notched Quasi-Isotropic Laminates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 12, pp. 823~837.
- (13) 김도식, 김정규, 1995, "평직 GFRP 복합재료의 2단 블럭 하중하의 피로누적손상거동 및 피로수명예측," *대한기계학회논문집*, 제19권, 제12호, pp. 3299~3307.
- (14) 綱島貞男, 谷本敏夫, 松岡敬, 越智昭夫, 1985, "實動荷重下における FRP の疲労壽命推定に関する研究," *材料*, 第34卷, 第378號, pp. 293~299.
- (15) Hashin Z. and Rotem A., 1978, "A Cumulative Damage Theory of Fatigue Failure," *Materials Science and Engineering*, Vol. 34, pp. 147~160.
- (16) Subramanyan, 1976, "A Cumulative Damage Rule Based on the Knee Point of the S-N Curve," *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 98, pp. 316~321.
- (17) Kujawski, D. and Ellyin, F., 1988, "On The Concept of Cumulative Damage," *International Journal of Fracture*, Vol. 37, pp. 263~278.