

〈논 문〉

등방성체와 직교이방성체의 접합계면에 내재된 동적모드 III 균열의 등속전파

이광호* · 황재석** · 최상인* · 유재용***

(1996년 3월 4일 접수)

Dynamic Mode III Crack Propagated with Constant Velocity at Interface between Isotropic and Orthotropic Material

Kwang-Ho Lee, Jai-Sug Hawong, Sang-In Choi and Jae-Yong Yu

Key Words : Dynamic Mode III Crack Propagation(동적모드 III 균열전파), Interface Crack(계면균열), Crack Propagation Velocity(균열전파속도), Bi-Material(이종재료), Isotropic and Orthotropic Material(등방성 및 직교이방성체)

Abstract

The dynamic problems of interface crack propagated with constant velocity along the interface of bimaterial composed of isotropic and orthotropic material under antiplane loading condition are studied in this paper. The general dynamic stress fields and displacement fields of mode III are derived when interface crack between isotropic and orthotropic material is propagating with constant velocity. The general dynamic stress fields and displacement fields in isotropic and orthotropic area of bimaterial are identical to those in the unique isotropic and orthotropic material. Finally, the characteristics of interface crack propagation are studied with various properties of isotropic and orthotropic material and crack propagation velocities.

1. 서 론

이종재료의 파괴역학 문제를 해석함에 있어서 중요한 것은 이종재료 사이의 계면에서 발생하는 응력과 변위상태를 이해하는 것이다. 특히 이종재료의 계면에 내재된 균열은 일반적인 재료에 내재된 균열보다 파괴거동이 복잡하고 위험하다. 그리하여 이종재료에 대한 계면균열의 파괴문제는 많은 연구자들의 관심의 대상이 되고 있다. 일반적인 연구에서, 이종재료의 계면에 존재하는 균열선단부근의 응력은 모드 I, II의 하중을 받을 때는 응력진

동특이현상과 변위의 오버래핑(overlapping)현상이 발생하고 있으나 모드 III 하중을 받을 때는 응력진동특이현상과 변위의 오버래핑현상이 나타나지 않고 있다.^(1,2) 그러나 균열선단 부근에서 응력특이현상과 변위의 오버래핑현상들은 물리적인 의미에서 맞지 않으므로 더 연구되어야 할 과제이다. 한편, 지금까지 이종재료의 파괴역학문제는 주로 정적인 상태에서 연구되어 왔으며⁽³⁻⁵⁾ 동적인 상태에 대한 연구⁽⁶⁻⁸⁾는 미약하다. 특히 등방성체와 이방성체의 계면에 존재하는 균열이 동적인 하중을 받아 균열이 등속으로 진행할 때 균열선단부근의 응력장과 변위장에 대하여 연구된 적이 없다. 따라서 본 연구에서는 등방성체와 직교이방성체가 접합될 때 접합계면에 존재하는 균열이 동적모드 III 하중을 받

*회원, 상주산업대학교 자동차공학과

**회원, 영남대학교 기계공학과

아 정상상태(steady state)로 진행할 때, 즉 시간의 변화에 따른 균열의 속도 및 진행방향이 일정한 경우에 대하여 균열선단부근의 응력장과 변위장 그리고 균열선단에서 멀리 떨어진 부근의 일반적인 응력장과 변위장을 유도하였다. 그리고 본 연구에서 얻은 동적모드 III 응력성분과 변위성분을 이용하여 계면사이에서 등속으로 진행되는 균열의 진행 특성에 대하여도 연구하였다.

2. 등방성체와 직교이방성체로 구성된 계면에 내재된 등속전파균열의 모드 III 응력장과 변위장

동적모드 III 상태의 평형방정식은 방정식 (1)과 같다.⁽⁹⁾

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \quad (1)$$

변형률과 변위의 관계식은 방정식 (2)와 같다.

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial W}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial Z}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \quad (2)$$

등방성체 및 이방성체가 모드 III 응력을 받을 때 응력과 변형률의 관계식은 방정식 (3a)와 (3b)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (3a)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} \\ C_{45} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (3b)$$

방정식 (3a)에서 μ 는 등방성체의 전단계수이며 방정식 (3b)에서 C_{44} , C_{45} , C_{55} 는 직교이방성체의 탄성계수이다. 직교이방성체의 탄성주축과 균열선단의 기준 좌표축이 일치하지 않는 경우는 탄성계수 C_{44} , C_{55} , C_{45} 는 모두 존재하지만 탄성주축과 기준 좌표축이 일치하는 경우는 $C_{45}=0$ 이 되어 C_{44} , C_{55} 만 존재한다. 그리고 직교이방성체의 전단계수 G_{LV} , G_{TV} 가 주어지고 파이버와 균열이 이루는 각도 α 가 주어질 때 탄성계수 C_{44} , C_{45} , C_{55} 는 방정식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} C_{44} &= G_{GL} \cos^2 \alpha + G_{TV} \sin^2 \alpha \\ C_{45} &= (G_{TV} - G_{LV}) \sin \alpha \cos \alpha \\ C_{55} &= G_{LV} \cos^2 \alpha + G_{TV} \sin^2 \alpha \end{aligned} \quad (4)$$

등방성체와 직교이방성체를 각각 1과 2로

두고, 모드 III 상태의 평면문제에서 변위 $U=V=0$ ⁽¹⁰⁾가 되므로 방정식 (2)를 방정식 (3)에 대입하고, 그리고 방정식 (3)의 τ_{yz} , τ_{xz} 등을 방정식 (1)에 대입하여 정리하면 방정식 (5)가 얻어진다.

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial X_1^2} + \frac{\partial^2 W_1}{\partial Y_1^2} = \frac{\rho_1}{\mu_1} \frac{\partial^2 W_1}{\partial t^2} \quad (5a)$$

$$C_{55} \frac{\partial^2 W_2}{\partial X_2^2} + 2C_{45} \frac{\partial^2 W_2}{\partial X_2 \partial Y_2} + C_{44} \frac{\partial^2 W_2}{\partial Y_2^2} = \rho_2 \frac{\partial^2 W_2}{\partial t^2} \quad (5b)$$

기준좌표계 (X, Y)와 크랙이 x 축을 따라 속도 c 로 진행할 때 시간에 따라 움직이는 동좌표계 (x, y)와의 관계는 방정식 (6)으로 나타낸다.

$$x = X - ct, \quad y = Y, \quad t = t \quad (6)$$

방정식 (6)을 방정식 (5)에 대입하면 방정식 (7)과 같다.

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial x_1^2} + \frac{1}{S_1^2} \frac{\partial^2 W_1}{\partial y_1^2} = 0 \quad (7a)$$

$$\frac{\partial^2 W_2}{\partial x_2^2} + 2\alpha \frac{\partial^2 W_2}{\partial x_2 \partial z_2} + \beta \frac{\partial^2 W_2}{\partial y_2^2} = 0 \quad (7b)$$

여기서,

$$S_1 = (1 - M_1^2)^{1/2}, \quad \alpha = \frac{C_{45}}{C_{55}(1 - M_2^2)}, \quad \beta = \frac{C_{44}}{C_{55}(1 - M_2^2)}$$

$$M_1 = \frac{c}{C_{s1}}, \quad M_2 = \frac{c}{C_{s2}} = M_1 \frac{C_{s1}}{C_{s2}}$$

$$C_{s1} = \left(\frac{\mu_1}{\rho_1}\right)^{1/2}, \quad C_{s2} = \left(\frac{C_{55}}{\rho_2}\right)^{1/2}$$

이다. 균열의 속도와 물성치에 의존하는 복소함수 z 를 방정식 (8)과 같이 두면

$$z = x + my \quad (8)$$

여기서, m 은 재료의 물성치와 균열의 전파속도에 의존 된다. 방정식 (8)을 방정식 (7)에 대입하면 방정식 (9)를 얻을 수 있다.

$$\left[1 + \left(\frac{m_1}{S_1}\right)^2\right] \frac{\partial^2 W_1}{\partial z_1^2} = 0 \quad (9a)$$

$$(\beta m_2^2 + 2\alpha m_2 + 1) \frac{\partial^2 W_2}{\partial z_2^2} = 0 \quad (9b)$$

따라서 방정식 (9)의 일반해는 방정식 (10)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} W_1(z_1) &= \Omega_1(z_1) + \overline{\Omega_1(\bar{z}_1)} \\ &= \Omega_1(x + m_1 Y) + \overline{\Omega_1(x + m_1 Y)} \end{aligned}$$

$$= 2Re \Omega_1(z_1) \tag{10a}$$

$$\begin{aligned} W_2(z_2) &= \Omega_2(z_2) + \overline{\Omega_2(z_2)} \\ &= \Omega_2(x + m_2 Y) + \overline{\Omega_2(x + m_2 Y)} \\ &= 2Re \Omega_2(z_2) \end{aligned} \tag{10b}$$

그리고 특성근 m_1, m_2 는 방정식 (9)의 특성근이고 방정식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} m_1 &= iS_1 = i\sqrt{1 - M_1^2} \\ m_2 &= \frac{-\alpha + i\sqrt{(\beta - \alpha^2)}}{\beta} \\ &= \frac{-C_{45} + i\sqrt{C_{44}C_{55}(1 - M_2^2) - C_{45}^2}}{C_{44}} \end{aligned} \tag{11}$$

여기서, 특성근 m_1, m_2 는 복소수이므로 $M_1 < 1, \sqrt{\beta} > \alpha, \beta > 0$ 이다. 그리하여 방정식 (10)을 복소함수 z 로 미분하여 방정식 (3)에 대입하면 응력성분 τ_{yz}, τ_{xz} 는 방정식 (12)로 된다.

$$\begin{aligned} (\tau_{yz})_1 &= 2\mu_1 Re[m_1 \Omega_1'(z_1)] \\ (\tau_{xz})_1 &= 2\mu_1 Re[\Omega_1'(z_1)] \\ (\tau_{yz})_2 &= 2Re[(C_{44}m_2 + C_{45}) \Omega_2'(z_2)] \\ &= 2ReD_1 \Omega_2'(z_2) \\ (\tau_{xz})_2 &= 2Re[(C_{45}m_2 + C_{55}) \Omega_2'(z_2)] \\ &= 2ReD_2 \Omega_2'(z_2) \end{aligned} \tag{12}$$

여기서,

$$\begin{aligned} D_1 &= C_{44}m_2 + C_{45} \\ &= i\sqrt{C_{44}C_{55}(1 - M_2^2) - C_{45}^2} \\ &= iS_2 \\ D_2 &= C_{45}m_2 + C_{55} \end{aligned}$$

복소함수 $\Omega_1(z_1), \Omega_2(z_2)$ 는 멱급수형태로 나타내면, 방정식 (13)과 같다.

$$\begin{aligned} \Omega_1(z_1) &= \sum_n A_n z_1^n = \sum_n (A_n^\circ + iA_n^*) r_1 e^{i\lambda_n \theta_1} \\ \Omega_2(z_2) &= \sum_n B_n z_2^n = \sum_n (B_n^\circ + iB_n^*) r_2 e^{i\lambda_n \theta_2} \end{aligned} \tag{13}$$

여기서, A_n, B_n 등은 복소상수이고, λ_n 는 나중에 결정되어질 실수의 고유치이다.

이종재료의 균열의 표면($\theta = \pi, -\pi$)에서는 수직 방향으로 응력(y방향의 응력)이 작용하지 않으므로 전단응력 $(\tau_{yz})_1 = (\tau_{yz})_2 = 0$ 가 된다. 따라서 방정식 (14)와 같은 복소함수 식이 성립된다.

$$\begin{aligned} (\tau_{yz})_1 &= \mu_1 Re m_1 [\Omega_1'(z_1) - \overline{\Omega_1'(z_1)}] = 0 \\ &\text{at } \theta = \pi \\ (\tau_{yz})_2 &= Re D_1 [\Omega_2'(z_2) - \overline{\Omega_2'(z_2)}] = 0 \end{aligned}$$

$$\text{at } \theta = -\pi \tag{14}$$

방정식 (13)을 방정식 (14)에 대입하면 방정식 (15)가 된다.

$$\begin{aligned} A_n^\circ \sin \lambda_n \pi + A_n^* \cos \lambda_n \pi &= 0 \quad \text{at } \theta = \pi \\ -B_n^\circ \sin \lambda_n \pi + B_n^* \cos \lambda_n \pi &= 0 \quad \text{at } \theta = -\pi \end{aligned} \tag{15}$$

다음에 이종재료의 접합계면을 따라서 연속이라면 $(\tau_{yz})_1 = (\tau_{yz})_2, W_1 = W_2$ 이다.

따라서 방정식 (16)이 성립된다.

$$\begin{aligned} (\tau_{yz})_1 = (\tau_{yz})_2 : \mu_1 S_1 A_n^* - S_2 B_n^* &= 0 \quad \text{at } \theta = 0^\circ \\ W_1 = W_2 : A_n^\circ - B_n^\circ &= 0 \quad \text{at } \theta = 0^\circ \end{aligned} \tag{16}$$

따라서 방정식 (15), (16)에서 A_n°, A_n^* 에 관계없이 해가 존재하기 위하여서는 방정식 (17)의 계수 매트릭스는 0이 되어야 한다.

$$\begin{vmatrix} \sin \lambda_n \pi & \cos \lambda_n \pi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \lambda_n \pi & \cos \lambda_n \pi \\ 0 & \mu_1 S_1 & 0 & -S_2 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A_n^\circ \\ A_n^* \\ B_n^\circ \\ B_n^* \end{vmatrix} = 0 \tag{17}$$

따라서, $\sin 2\lambda_n \pi (S_2 + \mu_1 S_1) = 0$

$$\lambda_n = n/2 (n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4 \dots) \tag{18}$$

이다.

방정식 (17)을 만족하는 경우는 $\lambda_n = n/2$ 과 $S_2 = -\mu_1 S_1$ 이나 이종재료와 균열의 진행속도에 관계없이 방정식 (17)을 만족하기 위하여는 $\lambda_n = n/2 (n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4 \dots)$ 의 조건만 해당된다.

등방성재료(Mat. 1)에 대한 응력장 및 변위장은 방정식 (13)을 미분하여 방정식 (14)에 대입하여 얻은식에 방정식 (18)을 대입하면 방정식 (19)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (A_n^\circ + iA_n^*) [\cos(n\pi/2) + i\sin(n\pi/2)] \\ = (A_n^\circ - iA_n^*) [\cos(n\pi/2) - i\sin(n\pi/2)] \end{aligned} \tag{19}$$

방정식 (19)에서 $n = \text{홀수}$ 이면 $A_n^\circ = 0$ 이고 $n = \text{짝수}$ 이면 $A_n^* = 0$ 이므로 방정식 (20)과 같은 관계가 성립한다.

$$A_n = A_n^\circ + iA_n^* = \begin{cases} -iC_n^+ : n = \text{odd} \\ C_n^+ : n = \text{even} \end{cases} \tag{20a}$$

따라서, $A_n^* = -C_n^+$, $A_n = 0 : n = odd$
 $A_n^* = C_n^+$, $A_n = 0 : n = even$ (20b)

이다. 방정식 (18), (20)을 방정식 (13)에 대입하고 다시 방정식 (12)에 대입하면 방정식 (21)이 된다.

$$\begin{aligned} (\tau_{yz})_1 &= -n\mu_1 S_1 C_n + \sin(n/2 - 1) \theta_1 r_1^{n/2-1} \\ &: n = even \\ (\tau_{yz})_1 &= n\mu_1 S_1 C_n + \cos(n/2 - 1) \theta_1 r_1^{n/2-1} \\ &: n = odd \end{aligned} \quad (21)$$

균열선단부근의 응력확대계수 K_{III} 는

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} (\tau_{yz})_{\theta=0} \quad (22)$$

방정식 (21)의 $n=1$ 인 경우가 균열선단부근의 응력을 나타내므로 $n=1$ 인 방정식 (21)을 방정식 (22)에 대입하면

$$K_{III} = (2\pi)^{1/2} \mu_1 S_1 C_1^+ \quad (23)$$

이다. 따라서 C_n^+ 는 방정식 (24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$C_n^+ = \frac{K_n^+}{(2\pi)^{1/2} \mu_1 S_1} \quad (24)$$

방정식 (24)를 방정식 (21)에 대입하면 일반적인 응력성분 $(\tau_{yz})_1$ 을 얻을 수 있다.

$$(\tau_{yz})_1 = \frac{nK_n^+}{\sqrt{2\pi}} r_1^{\frac{n}{2}-1} \begin{cases} \cos(\frac{n}{2}-1) \theta_1 : n = odd \\ -\sin(\frac{n}{2}-1) \theta_1 : n = even \end{cases} \quad (25)$$

다음에 방정식 (18), (20), (24)을 방정식(13)에 대입하고 다시 방정식 (12)에 대입하면 일반적인 응력성분 $(z_{xz})_1$ 을 얻을 수 있다.

$$(z_{xz})_1 = \frac{nK_n^+}{S_1 \sqrt{2\pi}} r_1^{\frac{n}{2}-1} \begin{cases} \sin(\frac{n}{2}-1) \theta_1 : n = odd \\ \cos(\frac{n}{2}-1) \theta_1 : n = even \end{cases} \quad (26)$$

그리고 직교이방성재료(Mat. 2)에 대한 응력성분도 위와 같은 방법으로 구하면 방정식 (27)와 같이 일반적인 응력성분을 얻을 수 있다.

$$(\tau_{yz})_2 = \frac{nK_n^+}{\sqrt{2\pi}} r_2^{\frac{n}{2}-1} \begin{cases} \cos(\frac{n}{2}-1) \theta_2 : n = odd \\ -\sin(\frac{n}{2}-1) \theta_2 : n = even \end{cases}$$

$$(z_{xz})_2 = \frac{nK_n^+}{\sqrt{2\pi}} r_2^{\frac{n}{2}-1} \begin{cases} p \cos(\frac{n}{2}-1) \theta_2 + q \sin(\frac{n}{2}-1) \theta_2 : n = odd \\ -p \sin(\frac{n}{2}-1) \theta_2 + q \cos(\frac{n}{2}-1) \theta_2 : n = even \end{cases} \quad (27)$$

여기서, $n > 0$, $n =$ 정수

$$p = \frac{C_{45}}{C_{44}}, \quad q = \frac{C_{44}C_{55} - C_{45}^2}{C_{44}\sqrt{C_{44}C_{55}(1-M_2^2)} - C_{45}^2}$$

방정식 (18), (20), (24)을 방정식 (13)에 대입한 후 다시 방정식 (10)에 대입하면 재료 1 및 재료 2의 일반적인 변위장의 방정식 (28)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{2K_n^+}{\mu_1 S_1 \sqrt{2\pi}} r_1^{\frac{n}{2}} \begin{cases} \sin(\frac{n}{2}) \theta_1 : n = odd \\ \cos(\frac{n}{2}) \theta_1 : n = even \end{cases} \\ W_2 &= \frac{2K_n^+}{S_2 \sqrt{2\pi}} r_2^{\frac{n}{2}} \begin{cases} \sin(\frac{n}{2}) \theta_2 : n = odd \\ \cos(\frac{n}{2}) \theta_2 : n = even \end{cases} \end{aligned} \quad (28)$$

여기서, $n > 0$, $n =$ 정수,

$$S_2 = \sqrt{C_{44}C_{55}(1-M_2^2) - C_{45}^2}$$

방정식 (25), (26), (27) 그리고 (28)에서 $n < 0$ 이면, 균열선단부근($r \approx 0$)에서는 방정식 (28)에서 변위가 무한대가 되며, $n=0$ 가 되면 응력은 0이고 변위는 r 에 관계없이 일정한 변위를 갖게되므로 균열을 갖는 탄성체내에서는 $n > 0$ 이고 $n =$ 정수이어야 한다. 그리고 재료 1(등방성체)과 재료 2(직교이방성체)의 균열선단부근의 응력장 및 변위장은 일반적인 응력장과 변위장의 방정식에서 $n=1$ 인 경우이므로 방정식 (29)와 같다.

$$\begin{aligned} (\tau_{yz})_1 &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta_1}{2} f_1(\theta) \\ (z_{xz})_1 &= \frac{K_{III}}{S_1 \sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta_1}{2} f_1(\theta) \\ (\tau_{yz})_2 &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta_2}{2} f_2(\theta) \\ (z_{xz})_1 &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} (p \cos \frac{\theta_2}{2} - q \sin \frac{\theta_2}{2}) f_2(\theta) \\ W_1 &= K_{III} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \frac{1}{\mu_1 S_1} \sin \frac{\theta_1}{2} / f_1(\theta) \\ W_2 &= K_{III} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \frac{1}{S_2} \sin \frac{\theta_2}{2} / f_2(\theta) \end{aligned} \quad (29)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 f_1(\theta) &= [S_1^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta]^{-1/4} \\
 \theta_1 &= \tan^{-1}(S_1 \tan \theta) \\
 S_1 &= \sqrt{1 - M_1^2} \\
 S_2 &= \sqrt{C_{44} C_{55} (1 - M_2^2) - C_{45}^2} \\
 f_2(\theta) &= [\cos^2 \theta + (\alpha_2^2 + \beta_2^2) \sin^2 \theta + \alpha_2 \sin 2\theta]^{-1/4} \\
 \theta_2 &= \tan^{-1} \left(\frac{\beta_2 \tan \theta}{1 + \alpha_2 \tan \theta} \right) \\
 \alpha_2 &= -\alpha / \beta = -C_{45} / C_{44} \\
 \beta_2 &= \frac{\sqrt{\beta - \alpha^2}}{\beta} = \frac{S_2}{C_{44}} = \frac{\sqrt{C_{44} C_{55} (1 - M_2^2) - C_{45}^2}}{C_{44}} \\
 &= \frac{\sqrt{C_{44} C_{55} [1 - (M_1 C_{s1} / C_{s2})^2] - C_{45}^2}}{C_{44}}
 \end{aligned}$$

다음에 원주방향의 전단응력은 방정식 (30)과 같다.

$$\tau_{\theta z} = \tau_{yz} \cos \theta - \tau_{xz} \sin \theta \quad (30)$$

본 연구에서 유도된 등속으로 진행되는 동적모드 III 균열선단부근의 응력장과 변위장은 진동특이현상과 오버랩현상이 없으며 등방성체의 영역(재료 1)에서는 등방성체의 응력성분 및 변위성분⁽¹⁾과 일치하며 직교이방성체의 영역(재료 2)에서는 직교이방성체의 응력성분 및 변위성분⁽²⁾과 일치하고 있음을 알 수 있다. 본 연구의 응력장과 변위장에서 나타나고 있는 이러한 현상들은 기존의 연구된 정적인 모드 III 상태의 등방성이종재료 계면의 응력장과 변위장에서 나타나고 있는 현상과 같다는 것을 알 수 있다.⁽¹³⁾ 이러한 사실들을 통하여 볼 때 본 연구에서 유도된 응력장과 변위장은 타당하다고 할 수 있다.

3. 등방성체와 직교이방성체의 계면에 내재된 균열의 등속전파특성

무한판에 모드 III 응력이 작용하는 경우 균열선단부근에서 응력성분은 Fig. 1과 같으며 응력 및 변위의 상태를 알기 위하여 적용된 이종재료는 에폭시 및 에폭시-구리파이버의 복합재료이다.⁽¹⁴⁾ 기계적성질은 등방성재료의 전단계수 μ 와 직교이방성체의 전단계수 G_{LT}, G_{TV} 등의 비인 $\mu : G_{LV} : G_{TV} = 1 : 2 : 1$ 이고 등방성체의 밀도와 직교이방성체의 밀도 비인 $\rho_1 : \rho_0 = 1.1 : 1.15$ 이다. 균열의 속도를 c 라 하고 등방성체의 전단응력과 속도인 C_{s1} 을 $(\mu/\rho_1)^{1/2}$ 라 두면, 등방성체의 균열의 진행속도

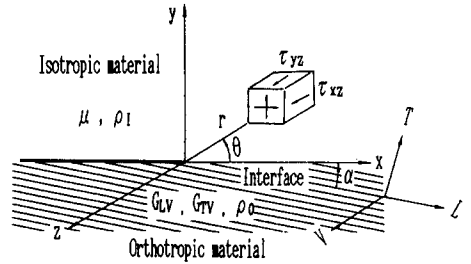


Fig. 1 The stress components at the vicinity of interface crack tip between isotropic and orthotropic material

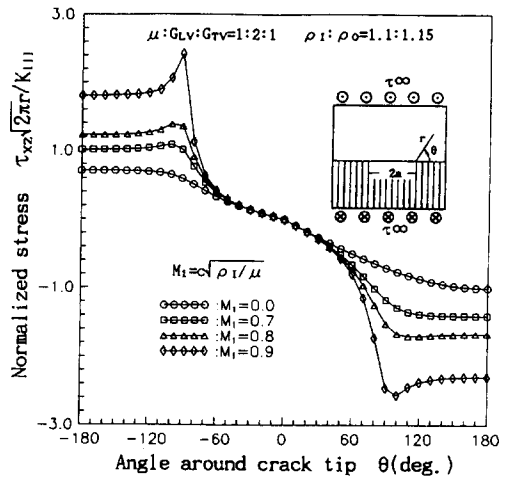


Fig. 2 Variation of $\tau_{xz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ with crack speed in the vicinity of interface crack tip

와 전단응력파의 속도비인 $M_1 = c(\rho_1/\mu)$ 이다. 만약 $M_1 > 1$ 이 되면 방정식 (11)에서 특성근 m_1 은 실수가 되므로 방정식 (11)의 조건에 부합되지 않는다. 이것은 다시말해 균열의 진행속도는 전단응력파의 속도보다 빨리 진행할 수 없다는 것을 의미한다. 따라서 본 연구에서는 균열의 진행속도를 $M_1 = 0$ 에서 $M_1 = 0.9$ 까지 변화시키면서 균열선단의 응력 및 변위상태를 비교하였다.

Fig. 2는 순수모드 III 상태의 등방성체 및 직교이방성체의 파이버와 균열의 각도 $\alpha = 90^\circ$ 인 경우에 계면 균열선단부근의 응력성분 τ_{xz} 을 무차원화한 $\tau_{xz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 을 균열선단 부근의 각도 θ 에 대하여 나타내고 있다. 균열진행상태에 관계없이 등방성체의 응력이 직교이방성체의 응력보다 크다는 것을 알 수 있다. 균열정지상태에서는 재료에 관계없이 $\theta = \pm 180^\circ$ 에서 절대 최대치 τ_{xz}

$(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 가 발생하나, 균열속도가 $M_1=0.7, 0.8, 0.9$ 인 경우에는 직교이방성체에서는 θ 는 약 90° 와 100° 사이에서, 등방성체에서는 θ 는 약 100° 와 120° 사이에서 절대 최대치 $\tau_{xz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 가 발생한다. 그리고 균열의 진행속도가 증가할수록 무차원응력은 증가하며 $\theta=0^\circ$ 을 중심으로 무차원 응력값은 서로 반대값을 가진다.

Fig. 3은 등방성체 및 직교이방성체의 파이버와 균열의 각도 $\alpha=0^\circ$ 인 경우에 계면 균열선 단부근의 무차원응력 $\tau_{xz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 을 비교한 것이다. 균열의 속도가 $M_1=0, 0.7, 0.8$ 로 진행하는 경우에는 직교이방성체에서 응력이 등방성체에서 응력보다 크게 작용되나 $M_1=0.9$ 인 경우에는 등방성체에서 응력이 직교이방성체에서 응력보다 크게 작용된다. 그리고 Fig. 2와 비교하면 등방성체에 작용하는 응력은 직교이방성체의 파이버 각도 α 의 변화에 영향을 받지 않으며, 직교이방성체에서는 $M_1=0, 0.7, 0.8$ 인 경우에는 $\alpha=0^\circ$ 인 경우가 $\alpha=90^\circ$ 인 경우 보다 절대 최대 $\tau_{xz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 은 더 크다. 그러나 균열의 속도가 $M_1=0.9$ 로 진행하는 경우에는 $\alpha=90^\circ$ 인 경우가 $\alpha=0^\circ$ 인 경우보다 최대 $\tau_{xz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 는 더 크다. 절대 최대치 응력이 발생하는 위치는 등방성체에서는 Fig. 2와 동일하나 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성체에서는 $\theta=-180^\circ$ 에서 발생한다.

Fig. 4는 등방성체 및 직교이방성체의 파이버와 균열의 각도 $\alpha=90^\circ$ 인 경우에 대하여 무차원응력 $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 을 비교한 것이다. 균열정지상태를

제외하면, 대체로 직교이방성체의 무차원응력이 등방성체의 무차원응력보다 크다. 균열정지상태($M_1=0$)에서, 직교이방성체에서는 $-60^\circ < \theta < 0^\circ$, 등방성체에서는 $0^\circ < \theta < 30^\circ$ 에서, 거의 일정한 값을 유지하다가 급격히 감소함을 알 수 있다. 그리고 균열의 속도가 $M_1=0.7$ 이상인 경우에는, $|\theta| < 40^\circ$ 에서는 거의 일정한 값을 가지다가, $|\theta| > 40^\circ$ 이후에는 증가후 다시 감소함을 알 수 있다. 최대치 무차원응력 $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 가 발생하는 위치는 $M=0.8, 0.9$ 인 경우에는 $|80^\circ| < \theta < 90^\circ$ 에서 발생하며 균열의 진행속도가 고속일수록 $\theta=90^\circ$ 근방에서 발생한다.

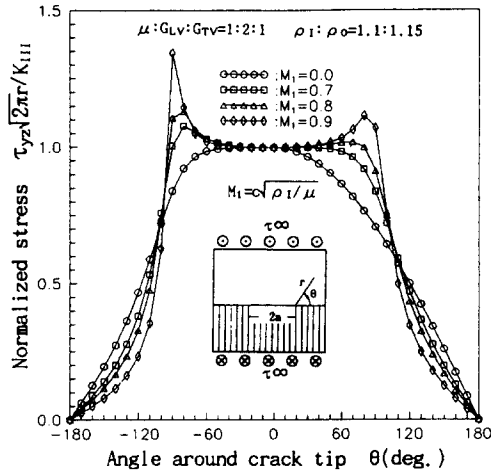


Fig. 4 Variation of $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ with crack speed in the vicinity of interface crack tip

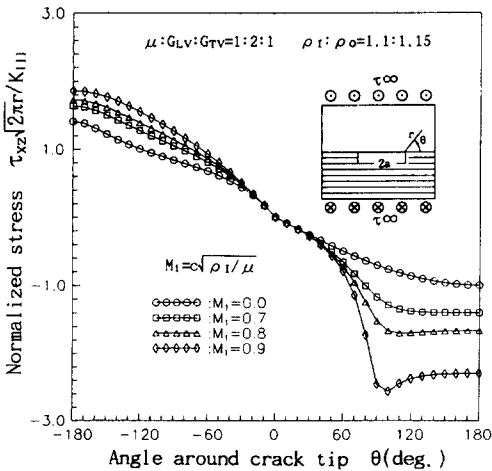


Fig. 3 Variation of $\tau_{xz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ with crack speed in the vicinity of interface crack tip

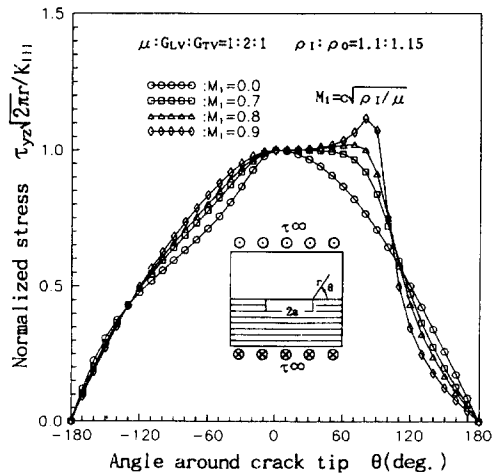


Fig. 5 Variation of $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ with crack speed in the vicinity of interface crack tip

Fig. 5는 등방성체 및 직교이방성체의 파이버와 균열의 각도 $\alpha=0^\circ$ 인 경우에 대하여 무차원응력 $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 을 비교한 것이다. 균열정지상태나 균열진행상태에 관계없이 대체로 $\alpha=90^\circ$ 인 이종재료와는 반대로 등방성체의 $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 가 직교이방성체의 $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 보다 크게 작용하고 있다. Fig. 4와 비교하면 최대치 무차원응력 $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 은 등방성체에서는 α 에 관계없이 일정한 값을 가지나 직교이방성체에서는 $\alpha=90^\circ$ 인 경우가 $\alpha=0^\circ$ 인 경우 보다 더 크다. 그리고 그 위치는 등방성체인 경우에는 Fig. 4와 같으나 $\alpha=0^\circ$ 인 경우에는 균열의 진행속도에 관계없이 $\theta=0^\circ$ 에서 최대 $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 을 가진다.

Fig. 6은 순수모드 III 상태에서 등방성체 및 직교이방성체의 파이버와 균열의 진행방향과의 각도 $\alpha=90^\circ$ 인 경우에, 균열선단부근의 무차원 응력 $\tau_{\theta z}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 을 나타내고 있다. 균열정지상태에서는 $\theta=0^\circ$ 에서, 즉 균열진행방향에서 최대치 무차원 응력 $\tau_{\theta z}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 이 발생한다. 그러나 균열이 고속이 되면 $\theta=90^\circ$ 방향에서 최대치 무차원응력이 발생한다. 이것은 균열의 진행이 고속이 되면 균열은 약 $\theta=90^\circ$ 방향으로 진행 한다고 볼수있으며 이것이 바로 분자균열의 원인이 된다. 그리고 균열이 고속일 수록 최대치 무차원응력 $\tau_{\theta z}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 은 더욱 증가한다. 그리고 균열의 속도가 $M_1 > 0.65$ 으로 진행되는 경우는 등방성체가 직교이방성체보다 최대 무차원응력값이 크다.

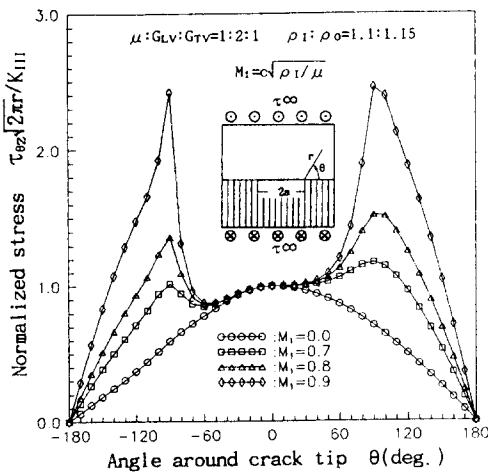


Fig. 6 Variation of $\tau_{\theta z}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ with crack speed in the vicinity of interface crack tip

Fig. 7은 순수모드 III 상태에서 등방성체 및 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성 이종재료에 대한 균열선단부근의 무차원응력 $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ 을 나타내고 있다. 균열의 속도가 약 $M > 0.65$ 인 경우에는 등방성체의 원주응력이 직교이방성체의 원주응력보다 크다.

$\alpha=0^\circ$ 인 이종재료와 비교할때 등방성체재료의 영역에서는 α 에 관계없이 일정한 원주응력값을 가지나 직교이방성체재료의 영역에서는 $\alpha=90^\circ$ 인 경우가 $\alpha=0^\circ$ 인 경우보다 원주응력이 더 크게 작용함을 알 수 있다. 따라서 등방성체의 밀도(ρ_I)와 직교이방성체의 밀도(ρ_0)의 크기가 비슷하고 재료의 기계적 성질의 크기가 $G_{LV} > G_{TV}$ 인 경우, 균열이 고속으로 진행할때 분자균열이 발생할 순서는 등방성체재료가 가장 높고 다음이 $\alpha=90^\circ$ 그리고 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성체재료의 순서이다. 그리고 최근에는 비강도, 비강성이 우수한 복합재료가 개발되고있는데 만약에, 직교이방성체의 기계적 성질이 일정한 상태하에서 직교이방성체의 밀도가 더 낮아진다면 직교이방성체의 영역에서 분자균열이 발생할 위험은 더욱 더 낮아진다.

Fig. 2~Fig. 7에서 보듯이 균열진행속도가 $M_1=0$ 에서 $M_1=0.9$ 로 증가 할 때 응력성분 τ_{yz} , τ_{xz} , $\tau_{\theta z}$ 에 미치는 영향의 크기는 이종재료에 관계없이 $\tau_{xz} > \tau_{\theta z} > \tau_{yz}$ 의 순이며, 등방성체재료가 직교이방성체보다 그 영향이 더 크나 τ_{yz} 는 $\alpha=90^\circ > \text{등방성} > \alpha=0^\circ$ 의 순서이다. 그리고 $\alpha=90^\circ$ 인 직교이방성체인 경우가 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성체재료의 경우보다 균

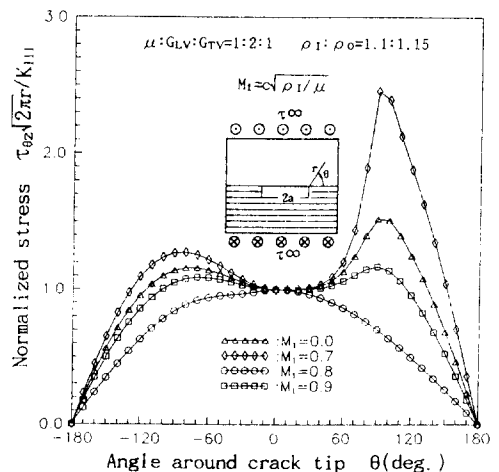


Fig. 7 Variation of $\tau_{yz}(2\pi r)^{1/2}/K_{III}$ with crack speed in the vicinity of interface crack tip

열속도가 응력에 미치는 영향이 더 크다. 이것은 균열정지상태에서 균열이 고속으로 진행할때 균열 선단에서 응력파가 발생하고 또한 먼저 발생한 응력파가 이방성의 영향의 간섭을 받게되며 이러한 간섭은 $\alpha=90^\circ$ 인 경우가 $\alpha=0^\circ$ 경우 보다 크다. 그리고 균열선단에서는 이러한 간섭의 영향으로 상대적으로 균열진행방향(x방향)과 일치하는 응력성분 τ_{xz} (x-y평면에서)가 증가하며 $\alpha=90^\circ$ 인 경우가 $\alpha=0^\circ$ 인 경우보다 더 많은 영향을 받는다.

이종재료의 직교이방성영역에서 보강방향의 변화, 즉 $\alpha=0^\circ$ 에서 $\alpha=90^\circ$ 로 변화할때 균열선단의 응력 τ_{yz} , τ_{xz} , $\tau_{\theta z}$ 에 미치는 영향은 등방성체에서는 그 영향은 없으며, 직교이방성체에서는 최대로 영향을 받는 θ 에서, 대체로 $\tau_{xz} > \tau_{\theta z} > \tau_{yz}$ 순이고 균열이 고속일수록 응력에 미치는 영향의 크기는 더욱 더 크다. 이러한 현상은 x-y 평면의 균열정지상태에서는 균열의 방향과 응력성분 방향이 일치하는 응력성분 τ_{xz} 가 보강방향의 변화에 영향을 가장 많이 받으며, 고속균열에서 이러한 영향을 더욱 더 많이 받는다는 것은 균열이 고속일수록 균열선단에서 발생하는 응력파의 속도는 더욱 더 고속이 되므로 응력파의 방향과 일치하는 응력성분 τ_{xz} 가 α 가 변할 때 가장 크게 변하고 균열이 고속일수록 이러한 변화는 더욱 더 심하다.

응력성분 τ_{yz} , τ_{xz} , $\tau_{\theta z}$ 의 최대치 크기의 순서는 균열정지상태의 등방성체에서는 $\tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{\theta z}$ 이고 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성체에서는 $\tau_{xz} < \tau_{yz} \approx \tau_{\theta z}$ 순이고 $\alpha=90^\circ$ 인 직교이방성체인 경우는 $\tau_{yz} > \tau_{\theta z} > \tau_{xz}$ 이다. 균

열이 $M_1=0.7$, $M=0.8$, $M=0.9$ 로 진행하는 경우에는 α 에 관계없이 $\tau_{xz} > \tau_{\theta z} > \tau_{yz}$ 의 순이다. 이것은 최대응력은 균열정지상태에서는 물성치의 영향을 주로 받고 균열이 고속으로 진행하는 경우에는 균열의 속도에 영향을 많이 받는다는 것을 알 수 있다.

Fig. 8은 동적모드 III 상태에서 등방성체 및 $\alpha=90^\circ$ 인 직교이방성 이종재료에 대한 계면 균열선단부근의 무차원변위 $W\mu(\pi/2r)^{1/2}/K_{III}$ 를 나타내고 있다. 균열의 진행속도에 관계없이 $\theta=0^\circ$ 에서 무차원변위는 0이며, $\theta=180^\circ$ 에서 최대 $W\mu(\pi/2r)^{1/2}/K_{III}$ 가 발생하고 균열의 진행속도가 고속일수록 $W\mu(\pi/2r)^{1/2}/K_{III}$ 은 더욱 더 증가함을 알 수 있다. 이러한 사실은 균열선단의 x축을 중심으로 모드 III 하중이 작용하는 경우 $\theta=0^\circ$ 에서 변위가 발생하지 않으며 균열의 표면에서 최대의 변위가 발생한다는 것은 당연하며 물리적인 의미에서도 부합된다. 그리고 최대변위는 등방성체가 직교이방성체보다 크게 발생하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9는 동적모드 III 상태에서 등방성체 및 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성 이종재료에 대한 균열선단부근의 무차원변위 $W\mu(\pi/2r)^{1/2}/K_{III}$ 를 나타내고 있다. 등방성체에서는 균열의 속도에 관계없이 $\theta=180^\circ$ 에서 발생하나 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성재료의 균열정지상태에서는 약 $\theta=150^\circ$ 부근에서 최대변위가 발생하고 있음을 알 수 있다. 그리고 최대변위는 등방성체의 변위가 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성체의 변위보다 크게 발생한다.

Fig. 8과 Fig. 9를 비교하면 최대변위는 균열정지

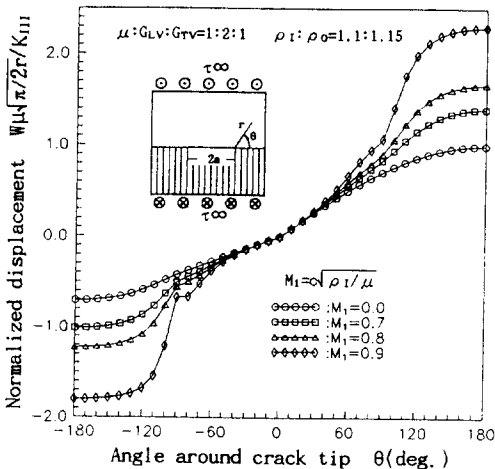


Fig. 8 Variation of $W\mu(\pi/2r)^{1/2}/K_{III}$ with crack speed in the vicinity of interface crack tip

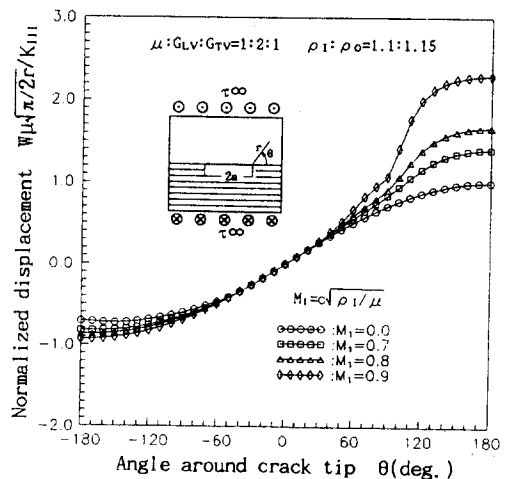


Fig. 9 Variation of $W\mu(\pi/2r)^{1/2}/K_{III}$ with crack speed in the vicinity of interface crack tip

상태에서 등방성체가 가장 크며, $\alpha=0^\circ$ 인 경우나 $\alpha=90^\circ$ 인 경우의 직교이방성체에서는 거의 비슷하다. 균열의 속도가 $M_1=0.7, 0.8, 0.9$ 인 경우에는 등방성체가 가장 크고 다음에 $\alpha=90^\circ, \alpha=0^\circ$ 의 순서이다. 그리고 균열의 속도증가가 변위의 변화에 미치는 영향의 크기는 등방성체, $\alpha=90^\circ$ 및 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성체의 순서이다. 이러한 현상은 등방성체의 밀도(ρ_I)와 직교이방성체의 밀도(ρ_O)의 크기가 비슷하고 재료의 기계적 성질이 $G_{LV} > G_{TV} \geq \mu$ 인 경우에는 항상 이러한 현상이 나타난다. 그리고 복합재료인 직교이방성체의 밀도가 현재보다 더 낮아지면, 즉 비강도, 비강성이 높은 재료를 사용하면 직교이방성체의 영역에서 변위는 더욱 더 낮아진다.

4. 결 론

동적모드 III 상태하에서 등방성체의 밀도(ρ_I)와 직교이방성체의 밀도(ρ_O)의 크기가 비슷하고 재료의 기계적 성질의 크기가 $G_{LV} > G_{TV}$ 인 이종재료에 대한 동속균열의 응력장과 변위장의 연구에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 동적모드 III 상태에서 일반적인 응력성분 τ_{yz}, τ_{xz} 는 방정식 (26), (27)과 같으며, 일반적인 변위 성분 W 는 방정식 (28)과 같으며, 균열선단부근의 응력성분과 변위성분은 방정식 (29)와 같다.

(2) 본 연구에서 유도한 동속 균열선단에서의 응력성분과 변위성분은 등방성 및 직교이방성영역에서는 각각 기존의 단일 등방성 및 직교 이방성체의 응력성분 및 변위성분과 일치한다.

(3) 균열진행속도가 $M_1=0$ 에서 $M_1=0.9$ 로 증가할 때 응력성분 $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{\theta z}$ 에 미치는 영향은 재료에 관계없이 $\tau_{xz} > \tau_{\theta z} > \tau_{yz}$ 의 순이며, 등방성재료가 직교이방성재료보다 그 영향이 더 크며(단, τ_{yz} 는 $\alpha=90^\circ$ 의 직교이방성 > 등방성 > $\alpha=0^\circ$ 의 직교이방성의 순이다.), 그리고 $\alpha=90^\circ$ 인 직교이방성재료인 경우가 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성재료의 경우보다 균열속도가 응력에 미치는 영향은 더 크다.

(4) 이종재료의 직교이방성영역에서 보강방향의 변화, 즉 $\alpha=0^\circ$ 에서 $\alpha=90^\circ$ 로 변화할때 균열선단의 응력 $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{\theta z}$ 에 미치는 영향은 등방성체에서는 그 영향은 없으며, 직교 이방성체에서는 최대로 영향을 미치는 위치 θ 에서 대체로 $\tau_{xz} > \tau_{\theta z} > \tau_{yz}$ 순이고 균열이 고속일수록 응력에 미치는 영향의 크기는

더욱 더 크다.

(5) 응력성분 $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{\theta z}$ 의 최대치 크기의 순서는 균열정지 상태의 등방성체에서는 $\tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{\theta z}$ 이고 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성체에서는 $\tau_{xz} > \tau_{yz} > \tau_{\theta z}$ 순이고 $\alpha=90^\circ$ 인 직교이방성체인 경우는 $\tau_{yz} \approx \tau_{\theta z} > \tau_{xz}$ 이다. 균열이 $M_1=0.7, M_1=0.8, M_1=0.9$ 로 진행되는 경우에는 재료에 관계없이 $\tau_{xz} > \tau_{\theta z} > \tau_{yz}$ 의 순이다.

(6) 균열속도가 변위 W 에 미치는 영향은 등방성체, $\alpha=90^\circ$ 및 $\alpha=0^\circ$ 인 직교이방성체의 순서이며 그리고 최대 W 는 균열정지상태에서 등방성체가 가장 크며, $\alpha=0^\circ$ 인 경우나 $\alpha=90^\circ$ 인 경우의 직교이방성체에서는 거의 비슷하며, 균열의 속도가 $M_1=0.7, 0.8, 0.9$ 인 경우에는 등방성체가 가장 크고 다음에 $\alpha=90^\circ, \alpha=0^\circ$ 의 순이다.

참고문헌

- (1) Rice, J. R. and Sih, G. C. , 1965, "Plane Problem of Cracks in Dissimilar Media," *J. Appl. Mech.* , Vol. 32, pp. 418~423.
- (2) Loeber, J. F. and Sih, G. C. , 1973, "Transmission of Anti-Plane Shear Waves Past an Interface Crack in Dissimilar Media," *Engng. Fract. Mech.* , Vol. 5, pp. 699~725.
- (3) Williams, M. L. , 1959, "The Stress Around a Fault or Crack in Dissimilar Media," *Bull. Seism. Soc. Am.* , Vol. 49, pp. 199~204.
- (4) Erdogan, F. , 1965, "Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials with Cracks," *J. Appl. Mech.* , Vol. 87, pp. 403~410.
- (5) Comninou, M. , 1977, "The Interface Crack," *J. Appl. Mech.*, Vol. 44, pp. 631~636.
- (6) Aminpour and Holsapple K. H., 1991, "Finite Element Solutions for Propagating Interface Crack with Singularity Elements," *Engng. Fract. Mech.*, Vol. 39, No. 3, pp. 451~468.
- (7) Chen, W. H. and Wu, C. W. , 1981, "On Elastodynamic Fracture Mechanics Analysis of Bi-Material Structures Using Finite Element Method," *Engng. Fract. Mech.* , Vol. 15, No. 1-2, pp. 155~168.
- (8) Kuo, A. Y. , 1984, "Transient Stress Intensity Factors of an Interfacial Crack between Dissimilar Anisotropic Half-Spaces," *J. Appl. Mech.* ,

- Vol. 51, pp. 71~76.
- (9) Achenbach. J. D. and Bazant Z. P. , 1975, "Elastodynamic Near-Tip Stress and Displacement Fields for Rapidly Propagating Crack in Orthotropic Materials," *J. of Appl. Mech.* , Vol. 42, pp. 183~189.
- (10) Sih. G. C. , Paris. P. C. and Irwin. G. R. , 1965, "Crack in Rectilinearly Anisotropic Bodys," *Int. J. of Fract. Mech.* , pp. 189~203.
- (11) Burgers, P. , 1980, "Dynamic Linear Elastic Crack Propagation in Anti-Plane Shear by Finite Differences," *Int. J. Fract.* Vol. 16(3), pp. 261-274.
- (12) 이광호, 황재석, 최선호, 1993, "직교이방성체의 동적응력확대계수에 관한 연구(II)" 등속균열 전파속도하에서 동적모드 III 상태의 응력장, 변위장, 에너지해방률에 관한 연구" 대한기계학회논문집, 제17권, 제2호, pp. 331~341.
- (13) Sih. G. C. , 1981, *Mechanics of Fracture 6(Crack in Composite Materials)*, Martinus Nijhoff Pub, pp. 130~135.
- (14) 황재석, 방창일, 1991, "순수 비틀림모멘트를 받는 직교이방성체의 광탄성실험법 개발에 관한 연구(I)-3차원 광탄성실험법 모델의 절단법과 G_{II} 와 f_{II} 의 측정법" 대한기계학회논문집, 제15권, 제2호, pp. 424~435.