3804 대한기계학회논문집(A) 제 20 권 제 12 호, pp. 3804~3821, 1996

〈논 문〉

불연속구조물의 배치최적설계를 위한 이점역이차근사법의 개발

박영선* · 임재문** · 양철호*** · 박경진****

(1996년 2월 29일 접수)

A Development of Two-Point Reciprocal Quadratic Approximation Method for Configuration Optimization of Discrete Structures

Y.S. Park, J.M. Lim, C.H. Yang and G.J. Park

Key Words: Configuration Optimization(배치최적설계), Structural Optimization(구조최적설계), Two-Point Reciprocal Quadratic Approximation Method(이점역이차근사법)

Abstract

The configuration optimization is a structural optimization method which includes the coordinates of a structure as well as the sectional properties in the design variable set. Effective reduction of the weight of discrete structures can be obtained by changing the geometry while satisfying stress, Euler buckling, displacement, and frequency constraints, etc. However, the nonlinearity due to the configuration variables may cause the difficulties of the convergence and expensive computational cost. An efficient approximation method for the configuration optimization has been developed to overcome the difficulties. The method approximates the constraint functions based on the second-order Taylor series expansion with reciprocal design variables. The Hessian matrix is approximated from the information on previous design points. The developed algorithms are coded and the examples are solved.

1. 서 론

지난 20여년 동안 최적설계기법(optimal design methodology)은 공학적 문제에 적합한 알고리즘의 개발 및 실험을 통해 발전되어 왔다. 여러 가지 알고리즘의 발달과 더불어 컴퓨터 프로그램화도 많이 진척되어 왔으며, 이에 따라 여러 분야에서 최적설계의 적용이 이루어져 왔다.[1~3] 특히 유한요소법의 발달과 정착화로 구조물 설계는 최적설계의 적용이 가장 활발히 진행되고 있는 분야 중의 하나이다.[1~5] 트러스와 보 등으로 이루어진 불연속구조물(discrete structure)에서 구조물의 좌표를 설계변수에 포함하는 배치최적설계(configuration optimization)는 그 효율적인 중량감소 성능으로 인하여 구조최적설계 분야의 중요한 연구 과제가 되어 왔다. 그러나 배치변수가 갖는 비선형성과 이에 따른 설계문제의 복잡성으로 인하여 계산비용, 효율성, 수렴의 신뢰도 등을 만족시키는 범용적인 설계기법에 대해서는 아직도 많은 연구가 진행되고 있다.[6,7]

Vanderplaats와 Mose 등은 트러스구조물에서 단면과 배치변수를 나누어 각 변수의 특성에 따라 각각 최적설계를 적용하였으며,[8] 1971년 Pederson도 유사한 연구를 수행하였다.[9] 이들의 연구는 대형 구조물에 대한 배치최적설계의 적용 가능성을

*회원, 대우자동차(주) 기술연구소
**회원, 한양대학교 대학원 기계설계학과
***회원, 기아자동차(주) 기술연구소
****회원, 한양대학교 기계공학과

보인 것으로 평가된다. Imai는 직접법의 한 기법인 증대 라그란지 승수법(augmented Lagrange multiplier method)을 이용하여 치수변수와 배치변수를 동시에 고려하는 배치최적설계를 수행하였다. 일차원탐색시 근사법을 사용하여 직접법의 단점인 과다한 함수계산을 줄이는 연구를 수행하였다.[10,11] Schmit와 Miura는 Taylor 급수 전개를 근거로 최적설계의 제한조건식을 근사화하는 기법을 도입하여 효율성을 보였다. 이때는 단면변수만이 설계과정에 고려되었다.[12] Felix와 Vanderplaats는 이러한 연구를 발전시켜 변위 및 고유진동수에 대한 제한조건을 포함하는 배치최적설계에 대한 연구를 수행하였다.[13] Kodiyalam과 Vanderplaats 등은 응력 제한조건식의 힘성분만을 선형근사화(linear approximation)하는 힘계근사법(force approximation method)을 제안하고,[14] Hansen은 이를 배치최적설계에 적용한 연구를 수행하였다.[15] 이러한 연구를 통하여 힘계근사법은 응력의 근사화에 매우 우수한 성능을 보였으나 특성상 변위와 고유진동수에 대한 제한조건은 고려되지 않는 단점이 있다.

현재까지의 연구들은 트러스구조물에 대한 연구가 대부분이며 특히 보구조물에 대한 배치최적설계의 적용은 극히 미비한 실정이다.[16~19] 직접법이 이용된 연구에는 배치최적설계의 비선형성과 복잡성에 따른 수렴성의 문제가 제기되며, 또한 과다한 유한요소해석으로 인한 고가의 설계비용이 문제점으로 지적된다.[20,21] 근사법이 적용된 경우는 저렴하고 용이하게 설계해의 계산이 가능하지만, 배치변수의 적용에 따라 비선형성이 크게 증가된 각 제한 조건식에 대한 보다 정확한 근사화가 기존의 간단한 근사법으로는 매우 어려우므로 계산된 최적해의 질이 직접법에 비하여 떨어지는 단점이 지적된다.[5,19] 또한 문제의 성격에 따라 적합한 근사화 기법을 적용해야 하므로 직접법을 사용하는 경우에 비하여 설계자의 구조최적설계에 대한 경험과 감각이 요구된다. 본 연구에서는 배치변수의 적용에 따른 제한조건식의 비선형을 구현할 수 있도록 Taylor 급수의 이차항을 고려하여 근사식의 정확성을 높인 새로운 비선형근사화기법을 개발한다. 이때 Taylor 급수 이차항의 해석적인 계산에는 고가의 비용이 요구되므로 설계과정을 통하여 발생되는 설계점의 정보를 이용하여 근사화된 Taylor 급수의 이차항을 계산하는 기법을 개발한다. 개발된 근사법은 트러스요소는 물론 비선형이 높은 보요소로 이루어진 배치최적설계 문제에도 적용하여 그 성능을 검토한다.

2. 배치최적설계기법

2.1 정식화

불연속 구조물에 대한 배치최적설계 문제는 일반적인 구조최적설계의 경우와 같이 정식화된다.

$$\text{Minimize } f(\boldsymbol{b}) = \sum_{i=1}^{NEL} \rho_i A_i L_i \tag{1}$$

$$L_i = \sqrt{(x_{i2}-x_{i1})^2 + (y_{i2}-y_{i1})^2 + (z_{ii}-z_{i1})^2} \tag{2}$$

Subject to state equations

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{f} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{y} = \lambda \boldsymbol{M}\boldsymbol{y} \tag{4}$$

and constraints

$$g_j(\boldsymbol{b}) \le 0 \qquad j = 1, \cdots, NC \tag{5}$$

$$b_k^l \le b_k \le b_k^u \qquad k = 1, \cdots, ND \tag{6}$$

여기서, $\boldsymbol{b}$는 설계변수벡터(design variable vector), $f(\boldsymbol{b})$는 목적함수(cost function), ρ_i, A_i, L_i는 각각 i번째 요소의 밀도, 단면적, 길이이며, x_{i1}, x_{i2}, y_{i1}, y_{i2}, z_{i1}, z_{i2}는 각 절점의 x, y, z방향 좌표이다. 식 (3)과 식 (4)는 상태방정식(state equation)으로서 각각 유한요소식과 특성치방정식(eigenvalue equation)이며, 이들은 최적설계의 등제한조건함수(equality constraint function)의 역할을 한다. $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{M}$은 각각 구조물의 강성(stiffness)행렬과 질량(mass)행렬이며, $\boldsymbol{u}$는 상태변수인 절점의 변위, 그리고, $\boldsymbol{f}$는 외력벡터이다. 그리고 $\boldsymbol{y}$와 λ는 각각 특성벡터(eigenvector)인 모드형(mode shape)과 특성치(eigenvalue)인 고유진동수(natural frequency)이다. $g_j(\boldsymbol{b})$는 부등제한조건함수(inequality constraint function), NEL은 구조물의 요소수(number of element), ND는 설계변수수(number of design variables), NC는 제한조건함수의 수(number of constraint functions), b_k^l, b_k^u는 각각 설계변수의 하한(lower bound)과 상한(upper bound)값이다.

본 연구는 응력(stress), 좌굴(buckling), 변위(displacement), 그리고 고유진동수(natural frequency) 등 일반적으로 구조최적설계에 고려되는

모든 경우의 제한조건을 포함한다. 제한조건식은 식 (7~11)과 같이 무차원화(normalization)되고 또한 각 항의 제곱을 취하여 정의된다. 근사법의 적용 시에 제한조건식의 각 항에 제곱을 취하고, 활성화 제한조건 집합전략(active set constraint strategy)[1~3]을 적용하면 제곱을 취하지 않은 경우에 비하여 활성화 제한조건의 수가 줄어들어 근사화된 문제의 크기가 작아지므로 수렴 속도가 다소 증가하는 경향이 있다.

응력에 대한 제한조건은 다음과 같다.

$$g(\boldsymbol{b})=\frac{\sigma^2}{\sigma_{all}^2}-1\leq 0 \tag{7}$$

여기서, σ는 응력, σ_{all}은 허용응력이다.

오일러의 좌굴응력을 이용한 좌굴에 대한 제한조건은 다음과 같다.

$$g(\boldsymbol{b})=\frac{\sigma^2}{\sigma_e^2}-1\leq 0 \tag{8}$$

여기서, σ는 응력, σ_e는 오일러 좌굴응력으로 다음과 같다.

$$\sigma_e=-\frac{K_B AE}{L^2} \tag{9}$$

여기서, K_B는 오일러 좌굴계수, A는 요소의 단면적이다.

변위에 대한 제한조건은 다음과 같다.

$$g(\boldsymbol{b})=\frac{\boldsymbol{u}^2}{\boldsymbol{u}_{all}^2}-1\leq 0 \tag{10}$$

여기서, u는 각 절점의 변위량, u_{all}은 허용 변위량이다.

고유진동수에 대한 제한조건은 다음과 같다.

$$g(\boldsymbol{b})=\frac{\lambda_{all}^2}{\lambda^2}-1\leq 0 \tag{11}$$

여기서, λ는 구조물의 고유진동수, λ_{all}은 허용한계 진동수이다.

2.2 기하행렬

배치설계에는 단면성분, 좌표성분 등 서로 크기와 단위, 특성이 다른 다수의 설계변수가 동시에 고려된다. 또한 배치설계는 구조물의 대칭성 등 그 자체의 특성때문에 배치변수에 대한 기하학적인 제한조건이 발생하게 된다. 이러한 배치설계의 설계변수에 대한 조건을 효율적으로 제어하기 위하여, 본 연구에서는 설계변수 연계(design variable linking)[1~3]를 발전시킨 기하행렬(geometry matrix)을 정의한다. 먼저, 설계변수벡터를 식 (12)와 같이 독립설계변수 벡터($\boldsymbol{b}_I$)와 종속설계변수벡터($\boldsymbol{b}_D$)로 구분한다.

$$\boldsymbol{b}=\begin{Bmatrix}\boldsymbol{b}_I\\ \boldsymbol{b}_D\end{Bmatrix} \tag{12}$$

기하행렬은 독립설계변수벡터와 종속설계변수 벡터의 관계를 규명, 연결하여 주는 행렬로서, 두 벡터간의 계수(coefficients)들로 식 (13)과 같이 구성된다.

$$\boldsymbol{b}_D=G\boldsymbol{b}_I \tag{13}$$

따라서 모든 설계변수는 소수의 $\boldsymbol{b}_I$의 함수로 기하행렬 $\boldsymbol{G}$의 기능에 따라 제어되며, 기하행렬에는 다음과 같은 여러 가지 역할이 정의된다.

(1) 설계변수의 상수와 변수를 구분한다. 즉, 초기치의 값을 그대로 가지고 불변하는 구조물의 고정 좌표값이나 단면적 값과 최적화 과정의 설계변수를 구분한다.

(2) 구조물의 대칭성(symmetricity)을 정의한다. 즉, 요소의 단면적이나 각 절점의 좌표에 대한 좌우 대칭 관계를 묘사하여 설계변수를 연결하며, 기준 단면적에 대한 임의의 배수만큼의 크기를 가지는 단면적의 경우에는 이 기하행렬의 요소에 그 배수를 입력하여 구성한다.

(3) 구성요소간의 직진성(straightness)을 정의한다. 설계변수의 수를 감소시키기 위하여, 선형적으로 구성 가능한 요소에서는 요소 중간에 있는 좌표값들을 양 끝 좌표에 대한 종속변수로 나타내어 이 두 절점의 좌표만을 설계변수로 취급하며, 각 종속변수들은 식 (14)의 선형함수에 대한 보간식(interpolation)을 이용하여 구한다.

$$\begin{aligned}x_i&=x_j+\frac{x_k-x_j}{x_k-y_j}(y_i-y_j)\\&=(1-\frac{y_i-y_j}{y_k-y_j})x_j+(\frac{y_i-y_j}{y_k-y_j})x_k\\&=G_{ij}x_j+G_{ik}x_k\end{aligned} \tag{14}$$

여기서, x_i는 보간되는 종속변수이고, x_j, x_k, x_j, x_k는 독립변수로서 양단 절점의 x, y좌표이며, G_{ij}, G_{ik}는 기하행렬에서 각각 x_j, x_k의 위치에 해당하는 열의 i행 요소가 된다.

(4) 단위보정(unit scaling)을 수행한다. 단면에

대한 설계변수와 구조물의 좌표값에 대한 설계변수를 동시에 고려하는 경우에, 실제의 공학적 구조물에서 단면적은 대개 cm^2의 단위를, 좌표값은 m의 단위값을 가지며 이를 하나의 단위계로 나타내면 좌표값은 단면적에 비하여 $10^2 \sim 10^4$이상의 큰 단위차를 갖는다. 이는 목적함수나 제한조건의 구배(gradient) 성분값에 더욱 큰 수치적 차이를 발생시켜 공학적으로 타당하지 않은 형상이 발생되거나 수렴성의 저하를 유발하게 된다. 따라서 이러한 문제점을 극복하기 위해서, 최적설계과정에서는 각 변수에 대해 수치적으로 비슷한 크기의 값을 갖도록 설계변수를 조정하고, 구조물의 해석 프로그램으로 변수값을 전달할 때는 기하행렬을 통해 원래의 값으로 환원시키는 보정 기능을 수행한다.

2.3 배치최적설계의 비선형성 고찰

서론에서 언급하였듯이, 구조최적설계는 설계변수에 따라 문제의 비선형성과 복잡성을 달리한다. 설계변수에 따른 제한조건식의 비선형성을 고찰하기 위하여 제한조건식으로 사용되는 변위에 대하여 고려한다. Fig. 1과 같은 외팔보구조물에 하중 P가 작용하는 경우를 가정하면 끝단에서의 변위 u는

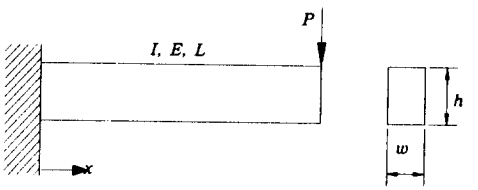

Fig. 1 A cantilever beam

식 (15)와 같다.

$$u=\frac{PL^3}{3EI} \tag{15}$$

여기서, I는 관성모멘트, E는 탄성계수, L은 요소의 길이, w는 단면의 폭, 그리고 h는 단면의 높이이다.

설계변수의 변화에 따른 변위의 비선형성은 식 (15)에서 설계변수 외의 항을 상수로 표기하여 Table 1과 같이 나타난다. 치수최적설계로부터 배치최적설계까지 고려되는 설계변수가 증가함에 따라 설계변수 $\boldsymbol{b}$의 함수의 형태로서 변위의 비선형성이 현저하게 증가한다. 특히 배치설계의 경우 구조물의 차원(dimension)이 증가함에 따라 배치변수의 수가 증가하여 더욱 복잡한 양상을 띄게 된

Table 1 Nonlinearity index according to design variable types

	Variable	Nonlinearity (c_i : constant, b : design variable)
Size optimization	I	$u=\frac{c_1}{I}=c_1 b^{-1}$
	w	$u=\frac{c_2}{w}=c_2 b^{-1}$
	h	$u=\frac{c_3}{h^3}=c_3 b^{-3}$
	w, h	$u=\frac{c_4}{wh^3}=c_4 b_1^{-1} b_2^{-3}$
Shape optimization	L	$u=c_5 L^3=c_5 b^3$
	w, h, L	$u=c_6\frac{L^3}{wh^3}=c_6 b_1^3 b_2^{-1} b_3^{-3}$
Configuration optimization	x	$u=c_7(x_2-x_1)^2=c_7 b^3$
	x, y	$u=c_8\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}^3$ $=c_8(b_1^2+b_2^2)^{3/2}$
	w, h, x, y, z	$u=c_{10}\frac{\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}^3}{wh^3}$ $=c_{10}(b_1^2+b_2^2+b_3^2)^{3/2} b_4^{-1} b_5^{-3}$

다. 이러한 복잡한 형태의 제한조건식을 포함하는 배치최적설계 문제는 수렴성이 저하되며 고가의 계산 비용이 요구될 가능성이 크다. 따라서 이러한 배치최적설계 문제에는 직접법에 비하여 계산 비용이 저렴한 근사법이 적합할 것으로 판단되며 또한 비선형성이 높은 제한조건식을 구현할 수 있는 근사화기법이 요구된다.

3. 이점역이차근사법의 개발

3.1 근사함수식의 유도

역이차근사법(reciprocal quadratic approximation)은 이차근사법에서 설계변수의 역수를 이용하여 식 (16)과 같이 근사식을 구한 형태이다. 자세한 유도방법은 참고문헌 (7)에 수록되어 있다.

$$g_{QR}(\boldsymbol{b}) = g(\boldsymbol{b}_0) + \sum_{i=1}^{ND} \frac{b_{0i}}{b_i}\left(2-\frac{b_{0i}}{b_i}\right)\cdot(b_i-b_{0i})\frac{\partial g(\boldsymbol{b}_0)}{\partial b_i} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{ND}\sum_{j=1}^{ND}\left(\frac{b_{0i}}{b_i}\right)\cdot\left(\frac{b_{0j}}{b_j}\right)(b_i-b_{0i})(b_j-b_{0j})\frac{\partial^2 g(\boldsymbol{b}_0)}{\partial b_i \partial b_j} \tag{16}$$

이 기법은 이차근사법과 마찬가지로 이차미분항을 구하는 어려움이 있지만, 응력과 변위 등의 제한 조건의 근사화에 매우 우수한 것으로 보고되고 있다. 본 연구에서는 역이차근사법의 우수성을 유지하면서 고가의 이차 미분항의 계산 비용을 줄이기 위하여 이전 설계점의 정보를 이용하여 근사화된 이차 미분항을 구한다. 최적설계과정이 진행됨에 따라 제한조건식의 함수값과 설계변수에 대한 미분값을 유한요소법을 통하여 계산하게 된다. 일반적인 근사법은 이러한 정보를 각 설계점에서의 근사화에 이용하고 일단 함수의 근사화가 완료되면 설계종료 시까지 전혀 사용하지 않는다. 제안된 기법은 이와 같은 설계과정 중의 정보를 저장하여 현 설계점에서의 함수근사화에 이용한다.

역이차근사식은 식 (16)의 이차 미분항을 미지수 $\boldsymbol{H}_{ap}$로 치환하면 식 (17)과 같다.

$$g_{QR}(\boldsymbol{b}) = g(\boldsymbol{b}_0) + \sum_{i=1}^{ND}\frac{b_{0i}}{b_i}\left(2-\frac{b_{0i}}{b_i}\right)\cdot(b_i-b_{0i})\frac{\partial g(\boldsymbol{b}_0)}{\partial \boldsymbol{b}_j} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{ND}\sum_{j=1}^{ND}\left(\frac{b_{0i}}{b_i}\right)\cdot\left(\frac{b_{0j}}{b_j}\right)(b_j-b_{0i})(b_j-b_{0j})\boldsymbol{H}_{ap\ ij} \tag{17}$$

현 설계점이 $\boldsymbol{b}_0$, 이전 설계점은 $\boldsymbol{b}_{-1}$일 때, 이전 설계점에서 식 (16)의 미분값과 본래 함수의 미분값을 일치시키는 $\boldsymbol{H}_{ap}$값을 구한다. 즉, 식 (18)과 같이 식 (16)을 $\boldsymbol{b}$에 대하여 미분하고, 이전 설계점 $\boldsymbol{b}_{-1}$을 대입하여 본래의 함수의 미분값과 일치하도록 하고, 식 (19)와 같이 미지수 $\boldsymbol{H}_{ap}$값에 대하여 정리하여 구한다. 보다 자세한 유도과정은 참고문헌(7)에 기술되어 있다.

$$\frac{\partial g(\boldsymbol{b}_{-1})}{\partial b_i} = \frac{\partial g^{QR}(\boldsymbol{b}_{-1})}{\partial b_i},\quad i=1,\cdots,ND \tag{18}$$

$$\boldsymbol{H}_{ap\ ij} = \frac{\dfrac{\partial g(\boldsymbol{b}_{-1})}{\partial b_i} - \left(\dfrac{3b_{0i}^2}{b_{-1i}^2} - \dfrac{2\boldsymbol{b}_{0i}^3}{b_{-1i}^3}\right)\dfrac{\partial g(\boldsymbol{b}_0)}{\partial b_i}}{\dfrac{\boldsymbol{b}_{-1i}^3}{b_{-1i}^2} - \dfrac{b_{0i}^4}{b_{-i}^3}},\quad i=1,\cdots,ND \tag{19}$$

식 (19)는 설계변수의 수 MD만큼의 방정식을 가지므로 $\boldsymbol{H}_{ap}$의 비대각요소를 무시하고 ND개의 대각요소 만을 구할 수 있다. 계산된 $\boldsymbol{H}_{ap}$는 비대각요소의 무시에 따른 오차가 발생된다. 특히 이 값은 계산된 대각요소의 크기를 증가시키는 경향을 나타내므로 근사식의 비선형이 증가될 소지가 있다. 이를 보상하기 위하여 근사화된 이차 미분항과 이차미분항의 미분시에 발생된 일차미분항의 크기에 식 (20)과 같이 보정계수 W를 부과한다.

$$g_{QR}(\boldsymbol{b}) = g(\boldsymbol{b}_0) + \sum_{i=1}^{ND}\frac{b_{0i}}{b_i}(b_i-b_{0j})\frac{\partial g(\boldsymbol{b}_0)}{\partial b_i} + W\left[\sum_{i=1}^{ND}\frac{b_{0i}}{b_i}(b_i-b_{0i})\left(1-\frac{b_{0i}}{b_i}\right)\frac{\partial g(\boldsymbol{b}_0)}{\partial \boldsymbol{b}_i} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{ND}\left(\frac{b_{0i}}{b_i}\right)^2(b_i-b_{0i})^2 H_{ap\ ii}\right] \tag{20}$$

여러 개의 이전 설계점으로부터 저장된 각 설계점에서의 실제 함수값과 식 (20)의 근사식 함수값과의 차이가 Fig. 2와 같이 존재한다면, 이전 설계점에서의 i번째 함수값 g_i와 근사식의 함수값 g_{QRi}의 차이 δg_i를 최소화하는 계수 W를 구한다. Fig. 2에 나타난 각 설계점의 함수값 차이는 식 (21)과 같다.

$$\sigma g_i = g_i - g_{QRi} = g_i - (c'_i + Wc''_i) \tag{21}$$

여기서, c'_i, c''_i는 식 (20)의 g_{QR}을 간단히 표현하기 위한 상수이다. 윗식은 일차식이므로 선형 중첩하고, 현 설계점에 가까운 점의 오차의 감소에 더 큰 비중을 두기 위하여 보정계수 β_i를 부과하여 W를 식 (22)와 같이 구할 수 있다.

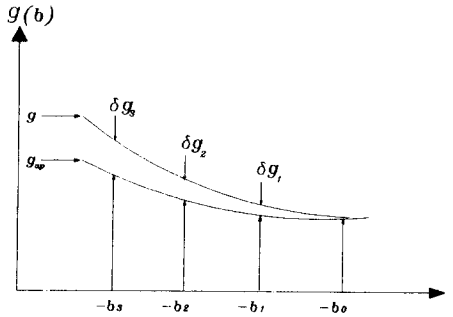

Fig. 2 Differences between exact and approximated functions

$$W=\sum_{i=1}^{NP}\beta_i\left(\frac{g_i-c'_i}{c''_i}\right) \tag{22}$$

여기서, NP는 고려되는 이전 설계점의 수로서 수치 실험을 통하여 5개를 사용한다. 최종적으로 유도된 이점역이차근사법(two-point reciprocal quadratic approximation method) g_{TQ}는 식 (23)과 같다.

$$g_{TQ}(\boldsymbol{b})=g(\boldsymbol{b}_0)+\sum_{i=1}^{ND}\frac{b_{0i}}{b_i}(b_i-b_{0i})\frac{\partial g(\boldsymbol{b}_0)}{\partial b_i}$$
$$+W\Big[\sum_{i=1}^{ND}\frac{b_{0i}}{b_i}(b_i-b_{0j})\left(1-\frac{b_{0i}}{b_i}\right)\frac{\partial g(\boldsymbol{b}_0)}{\partial \boldsymbol{b}_i}$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{b_{0i}}{b_i}\right)^2(b_j-b_{0i})^2\boldsymbol{H}_{ap\ ii}\Big] \tag{23}$$

3.2 이점역이차근사법에 의한 최적설계문제의 정식화

구조최적설계에서의 목적함수는 일반적으로 구조물의 중량을 고려하며 명시함수로 표시되므로 그대로 사용한다. 식 (5)의 제한조건 함수식만을 유도된 역이차근사법을 이용하여 아래와 같이 정식화한다.

$$g_j=g_{TQ}\leq 0\quad j=1,\ \cdots,\ NC \tag{24}$$

식 (1~6)에서 설명한 바와 같이 등제한조건함수는 구조해석을 위한 유한요소식과 고유진동수 해석을 위한 특성치방정식으로 고려되며, 부등제한조건함수인 응력, 좌굴, 변위, 고유진동수의 함수들이 식 (24)식과 같이 제안된 이점역이차근사법을 통하여 근사화 된다. 이중에 좌굴에 대한 제한조건식은 허용치가 식 (9)와 같이 설계변수의 함수로서 설계과정을 통하여 변하므로, 식 (9) 자체를 현 설계점에서의 근사화하는 것은 매우 부정확한 결과를 유발한다. 따라서 식 (8)의 응력 항만을 유한요소법의 정보를 이용하여 식 (25)와 같이 근사화하고 설계변수의 함수인 좌굴 허용치 σ_e는 설계과정을 통하여 계속 계산해 주어야 한다.

$$g_{TQ}(\boldsymbol{b})=\frac{\sigma_{ap}^2}{\sigma_e^2}-1=\frac{\sigma_{TQ}^2}{\left(-\frac{K_BAE}{L^2}\right)^2}-1 \tag{25}$$

4. 제안된 근사법의 성능 평가

배치최적설계에서의 이점역이차근사법의 성능 평가는 도해를 통한 근사성능의 평가와 수치예제를 이용한 수렴성능평가로 이루어진다. 성능의 평가는 기존에 구조최적설계에서 사용되고 있는 근사법과의 비교를 수행하여 고찰한다. 비교를 위한 기존의 근사법으로는 Tayor 급수의 일차항까지를 이용하는 선형근사법(linear approximation method),[5,19] 설계변수의 역수를 취하는 역근사법(reciprocal approximation method),[5,19] 선형근사법과 역근사법을 결합한 형태의 보수근사법(conservertive

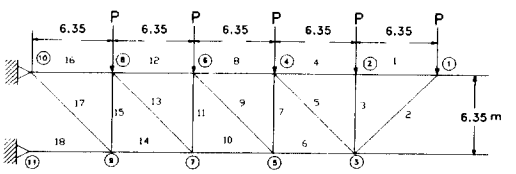

Fig. 3 Eighteen-bar truss (unit : m)

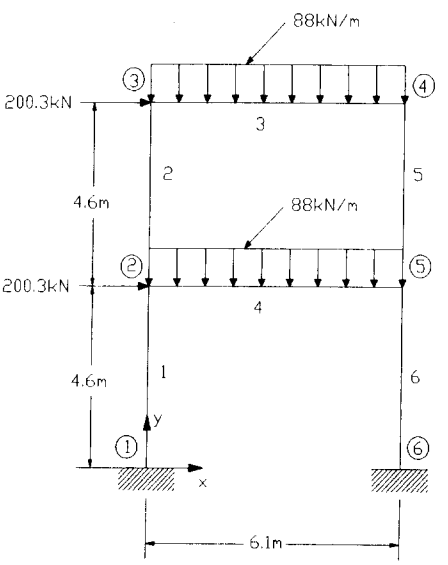

Fig. 4 One-bay-two-story structure

approximation method),[5,19] 그리고 Vanderplaats가 개발하여 응력성분의 근사화에 우수한 성능을 보이는 것으로 알려진 힘계근사법(force approximation method)[5,14,15] 등이 이용된다. 수치예제로서 트러스구조물의 배치최적설계에 일반적으로 사용되는 Fig. 3의 18바 트러스를 선택한다. 요소와 절점의 번호에 대한 각 그림에서의 표기는 서로의 구분을 위하여 절점의 번호를 원문자로 표시한다. 보구조물의 배치최적설계에 대한 성능 평가를 위해 일반적으로 사용되는 문제는 아직 없으므로, 단면최적설계의 성능평가에 쓰이는 Fig. 4의 1칸 2층 구조물(one-bay-two-story structure)문제에 배치변수를 추가하여 풀이한다.

4.1 근사성

이점역이차근사법의 근사성능의 평가를 위해 예제문제인 트러스와 보구조물의 치수변수 및 배치변수의 변화에 따른 응력, 변위, 진동수 제한조건식의 변화를 각 근사법에 따라 도시하였다. Table 2와 같이 설계변수와 제한조건식의 경우에 따라 12가지의 경우로 나누고 각 경우의 함수관계를 Table 3에 표시한다. 각 예제의 초기조건 및 하중조건 등은 Tables 4, 5와 같다. Figs. 5~16에서 유한요소법에 의해 구한 제한조건식의 결과는 FEM, 선형근사법은 LIN, 역근사법은 REC, 보수근사법은 CON, 힘계근사법은 FOR, 그리고 제안된 이점역이차근사법은 TQ로 각각 표시한다. 각 그림에 표시된 설계변수의 영역은, 치수변수의 경우 일정량(50%)의 이동한계 내에서 함수값을 도시하였고 배치변수의 경우는 상한과 하한 내에서 표시하여 실제 설계과정 중에 고려되는 근사식의 영역을 나타내었다. Figs. 5~16을 통하여 볼 수 있듯이 거의

Table 2 Case numbers for various comparisons

Element	Variable	Stress	Displacement	Frequency
Truss	Size	1	2	3
	Configuration	4	5	6
Beam	Size	7	7	8
	Configuration	10	11	12

Table 3 Function relations of Figs. 5~16

Case	f(b)	b
1	Stress of element 1	Area of element 1
2	y-Displacement on node 1	Area of element 1
3	Natural frequency	Area of element 1
4	Stress of element 1	x-Coordinate of node 3
5	y-Displacement on node 1	x-Coordinate of node 3
6	Natural frequency	x-Coordinate of node 3
7	Stress of element 2	Width of element 2
8	x-Displacement on node 3	Width of element 2
9	Natural frequency	Width of element 2
10	Stress of element 2	x-Coordinate of node 3
11	x-Displacement on node 3	x-Coordinate of node 3
12	Natural frequency	x-Coordinate of node 3

Table 4 Numerical data for eighteen-bar truss

Design variable linking	$A_1=A_4=A_8=A_{12}=A_{16}$ $A_2=A_6=A_{10}=A_{14}=A_{18}$ $A_3=A_7=A_{11}=A_{15}$ $A_5=A_9=A_{13}=A_{17}$
Density	2770.kg/m^3
Young's modulus	68.9 GPa
Allowable stress	137.8 MPa
Buckling coefficient	4.

Loading data

Loading condition	Node	Load (kN)
1	1	Py=−889.84
	2	Py=−889.84
	4	Py=−889.84
	6	Py=−889.84
	8	Py=−889.84

모든 경우에서 제안된 기법은 힘계근사법을 제외한 기존의 근사법에 비하여 우수한 근사성능을 보이고 있다. 배치변수의 변화에 따른 제한조건식의 근사화에서도 제안된 근사법이 가장 근사한 결과를 보인다. 제한조건의 종류에 따른 결과를 살펴보면, 응력의 경우에는 힘계근사법이 단연 우수한 결과를 보이는데 이는 응력제한조건식에서 힘성분 이외의 모든 성분이 설계변수의 변화에 따라 정확히 계산된 값을 갖기 때문이다. 변위와 고유진동수의 경우는 대개 이점역이차근사법, 역근사법, 보수근사법, 선형근사법의 순서의 근사 정확도를 보인다. 실제적인 구조최적설계에서 응력보다는 변위, 또는 진동수에 대한 제한조건이 보다 중요한 관건임을 고려할 때 제안된 근사법의 적용은 보다 큰 효과가 있을 것으로 기대된다. 그러나 이러한 결과는 한 개의 변수의 변화에 대한 제한조건식의 결과이므로 다수의 설계변수가 동시에 변화하는 실제 설계에서는 경우에 따라 다소 상이한 양상을 보일 것으로 생각된다. 보수근사법의 근사식은 모든 경우에서 역근사법 또는 선형근사법과 같은 양상을 보이는데 이는 보수근사법의 특성상 한 개의 설계변수에 대해서는, 그 미분값이 음수인 영역에서는 역근사법을, 양수인 영역에서는 선형근사법을 취하기 때문이며 모든 설계변수가 고려되는 실제 설계과정에서는 역근사법과 선형근사법이 배합된 특성을 보인다.

4.2 수렴성

제안된 이점역이차근사법(TQ)과의 성능 비교를 위하여 선형근사법(LIN), 역근사법(REC), 보수근사법(CON), 힘계근사법(FOR)을 함께 풀이하였다. 근사법은 과도한 근사화를 방지하기 위하여 이동한계 전략을 사용해야 한다.[3~5] 이동한계 전략은 근사화기법의 특성에 따라 여러 가지 기법이 존재하고 있지만 각 기법의 근사화 성능에 대한 공정한 평가를 위해서 설계과정을 통하여 일정한 크기를 갖도록 하였으며, 가장 일반적인 20%와 50%에 대하여 풀이하였다.

수렴기준은 식 (26)과 같이 목적함수의 감소율에 대한 함수로 정의하고 근사법의 특성상 제한조건함수가 정확히 만족되지 않을 경우를 고려하여 목적함수의 감소율에 대한 수렴기준이 만족된 상태에서 더 이상의 진전이 없는 경우에는 설계를 종료하도록 한다.

$$\left|\frac{f^{k+1}-f^k}{f^{k+1}}\right| \leq \varepsilon (\varepsilon : \text{small positive value}) \quad (26)$$

근사화된 배치최적설계는 풀이하기 용이한 간단한 형태의 명시함수로 구성되므로 이때 사용되는 직접법 알고리듬의 선택은 크게 중요하지 않다.[7,19,21] 본 연구에서는 범용 최적설계 프로그램인 ADS의 수정된 유용방향법(modified feasible direction method)[22]을 이용하며 프로그램의 파라미터는 수

Table 5 Numerical data for one-bay-two-story structure

Design variable linking	$b_1=b_2=b_5=b_6$ $h_1=h_2=h_5=h_6$ $t_1=t_2=t_5=t_6$ $b_3=b_4$, $h_3=h_4$, $t_3=t_4$ $x_2=-x_5$, $x_3=-x_4$
Density	7856 kg/m^3
Young's modulus	206.7 GPa
Allowable stress	24.8 MPa
Allowable displacement	$x_a=38$ mm, $y_a=5.1$ mm
Allowable frequency	0.746 Hz

Loading data

Loading condition	Node	Load
1	2	Px=200.3 kN
	3	Px=200.3 kN
2	2	Py=−267 kN, Mz=−271.3 kNm
	3	Py=−267 kN, Mz=−271.3 kNm
	4	Py=−267 kN, Mz=271.3 kNm
	5	Py=−267 kN, Mz=271.3 kNm

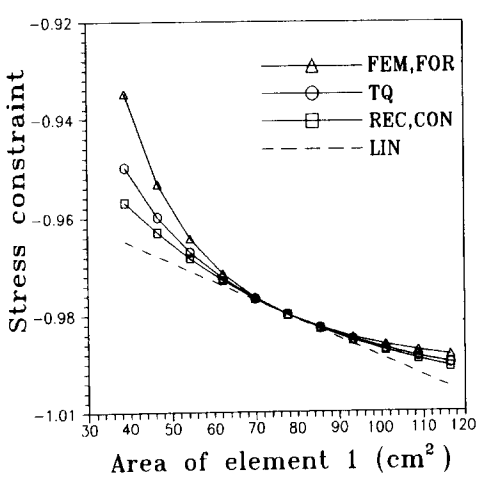

Fig. 5 Approximation performance for case 1

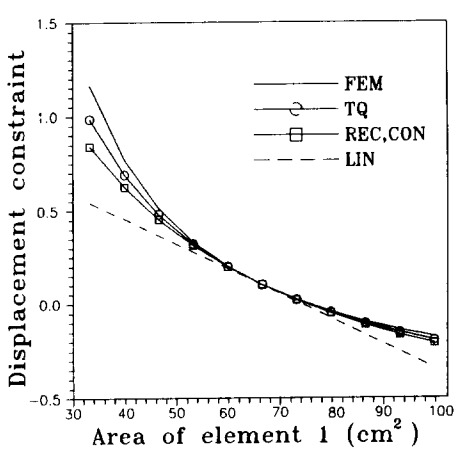

Fig. 6 Approximation performance for case 2

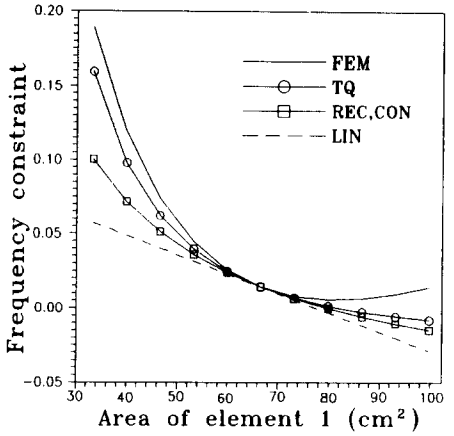

Fig. 7 Approximation performance for case 3

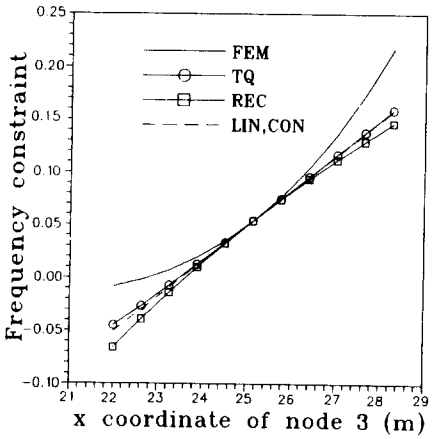

Fig. 8 Approximation performance for case 4

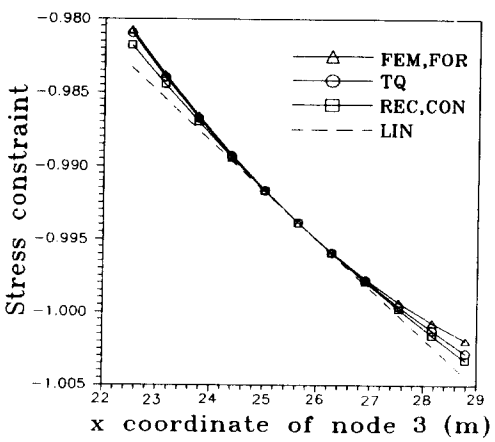

Fig. 10 Approximation performance for case 6

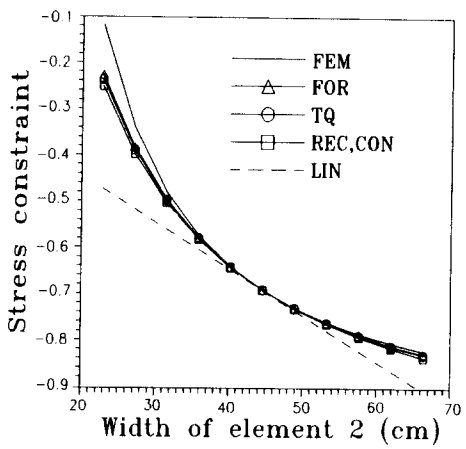

Fig. 11 Approximation performance for case 7

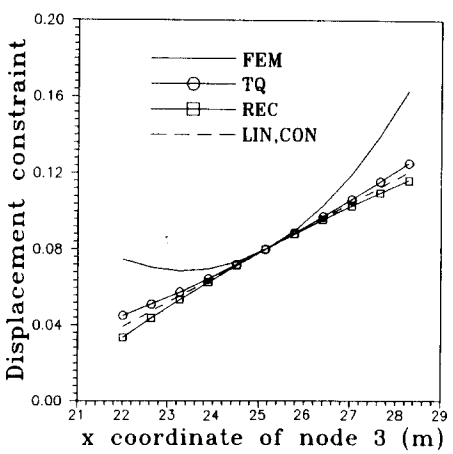

Fig. 9 Approximation performance for case 5

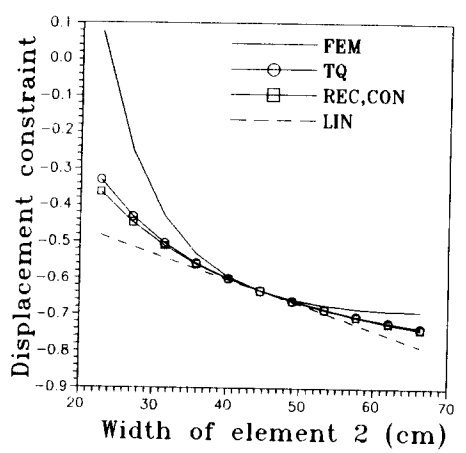

Fig. 12 Approximation performance for case 8

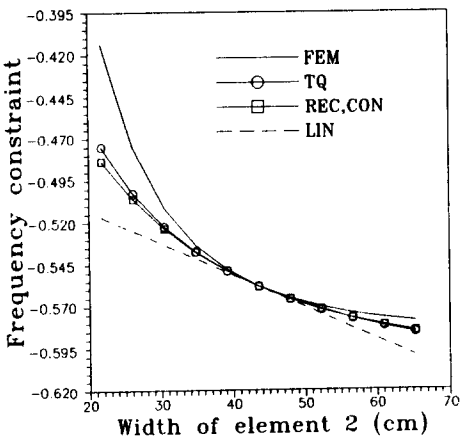

Fig. 13 Approximation performance for case 9

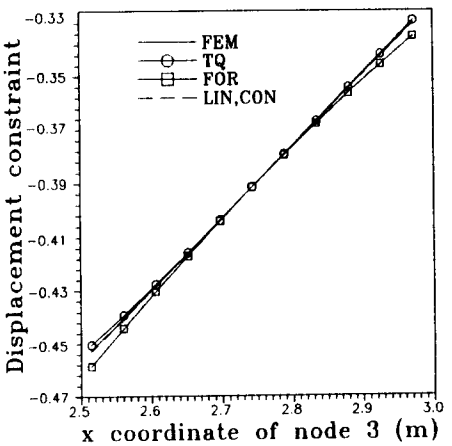

Fig. 15 Approximation performance for case 11

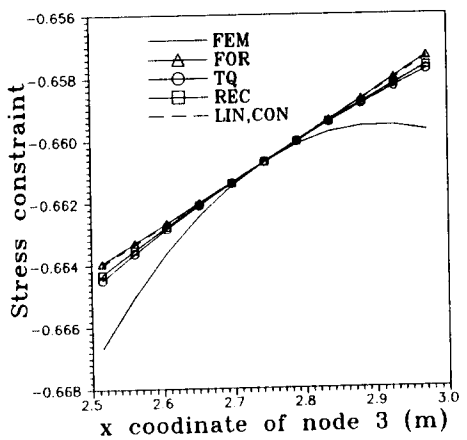

Fig. 14 Approximation performance for case 10

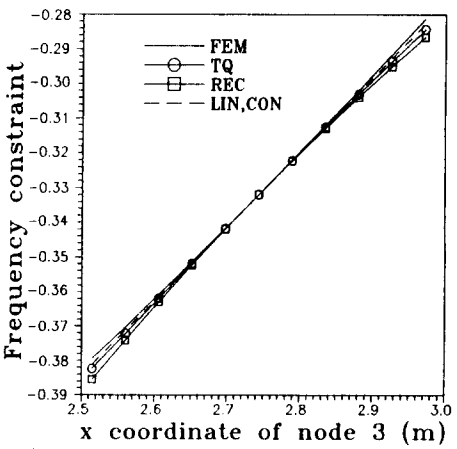

Fig. 16 Approximation performance for case 12

정치 않는다. 본 논문의 목적은 설계기법의 개발에 있으므로 최적설계시 요구되는 함수의 민감도해석은 유한차분법(finite difference method)을 이용한다.[3,23] 유한차분법에 의한 i번째 변수에 대한 함수 $f(\boldsymbol{b})$의 편미분값은 전방차분법(forward difference method)을 적용한 경우 식 (27)과 같이 계산된다.

$$\frac{\partial f}{\partial b_i}=\frac{f(b_1,\cdots,b_i+\triangle b_i,\ \cdots,\ b_n)-f(b_1,\ \cdots,\ b_i,\ \cdots,\ b_n)}{\triangle b_i} \tag{27}$$

여기서,

$$\triangle b_i=c_d|b_i| \tag{28}$$

유한차분법의 적용시 유한차분 매개변수(finite difference parameter) c_d는 배치변수에 가장 적합한 크기로 알려진 10^{-4}를 사용하였다.[23] 결과를 수록한 Tables 6~8에서 COST는 목적함수값, DV는 설계변수값, ITER은 반복진행수, 그리고 FE는 함수값 계산수를 의미한다. 함수값 계산에 대한 공정한 비교를 위하여 민감도해석에 사용되는 계산은 제외한 수치로 표기하였다.

4.2.1 18바 트러스

구조물의 형상과 하중조건은 Fig. 3과 같으며 초기조건과 물성치 등는 Table 4와 같다. 요소의 단면적은 Table 4와 같이 연계(link)되며, 좌표변수는 x_3, y_3, x_5, y_5, x_7, y_7, x_9, y_9가 고려되어 4개의 독립치수변수와 8개의 독립좌표변수가 정의된다. 보다 자세한 문제의 정식화는 참고문헌 (13), (15)에 수록되어 있다. 치수변수인 면적(cm^2)과 배치변수

인 좌표(m)의 단위차를 보정하기 위해 기하행렬을 이용하여 배치변수에 10을 부과한 후 계산하였다. Table 6의 초기치와 같이 치수변수와 배치변수의 단위가 거의 비슷하게 보정되어 있음을 볼 수 있다. 20%와 50% 고정 이동한계 하에서의 최종 결과와 수렴 형상은 각 Table 6과 Fig. 17과 같다.

Table 6 Results for eighteen-bar truss

Move limit			Initial	LIN	REC	CON	FOR	TQ
20%	COST		2919.4	2047.33	2046.99	2046.85	2046.37	2046.61
	DV	A_1	64.50	79.85	81.66	81.33	78.30	78.63
		A_2	139.64	116.62	117.33	117.20	116.04	116.16
		A_3	80.62	31.54	31.54	31.41	31.67	31.54
		A_5	45.60	25.15	21.74	22.32	27.15	26.64
		x_3	254.00	232.61	232.56	232.61	232.64	232.64
		y_3	12.70	61.11	61.19	61.16	60.86	60.91
		x_5	190.50	165.10	165.10	165.10	165.13	165.15
		x_5	12.70	51.31	51.64	51.61	51.08	51.16
		x_7	127.00	106.58	106.53	106.55	106.53	106.55
		x_7	12.70	38.38	39.14	39.04	37.87	38.00
		x_9	63.50	52.17	52.20	52.22	52.15	52.17
		y_9	12.70	20.14	21.59	21.36	19.25	19.48
	ITER		-	10	12	10	11	11
	FE		-	10	12	10	11	11
50%	COST			2043.87	2046.48	2051.30	2049.25	2046.68
	DV	A_1		80.69	78.88	80.88	76.43	78.69
		A_2		116.94	116.23	116.42	115.33	116.23
		A_3		31.54	31.67	31.54	31.80	31.60
		A_5		23.03	26.32	26.64	30.44	26.57
		x_3		232.61	232.61	232.74	232.61	232.56
		y_3		61.19	60.88	51.21	60.60	60.91
		x_5		165.10	165.10	165.23	165.10	165.10
		y_5		51.51	51.16	51.21	50.80	51.16
		y_7		106.55	106.53	106.60	106.50	106.55
		y_7		38.89	38.07	38.05	37.03	38.05
		y_9		52.20	52.15	52.20	52.07	52.17
		y_9		21.11	19.63	19.48	17.81	19.56
	ITER			9	9	9	9	9
	FE			9	9	9	9	9

구조물의 형상의 변화는 Table 6의 배치변수에 대한 결과와 같이 각 기법이 거의 동일 형상으로 수렴하였다. 각 근사법의 수렴성능은 성능이 우수한 것으로 알려져 있는 힘계근사법을 포함하여 Table 6과 같이 각 기법에 따라 반복진행수, 함수값 계산수에서 큰 차이가 없이 수렴한다. 이는 트러스 구조물의 근사화에는 거의 모든 기법이 우수한 성능을 나타내며 또한 고정된 이동한계의 사용에 따라 각 근사법의 특성이 잘 나타나지 못했기 때문으로 보인다. 목적함수의 감소율과 이때 나타난 최대 제한조건 위반량은 각각 Figs. 18, 19와 같이 각 근사법의 특성에 따라 상이한 형태로 이루어진다. 선형근사법은 근사화 자체의 성능이 떨어져서 비유용영역(infeasible region)을 따라 최초에 큰 감소율을 보이다 수렴하며, 제한조건 위반량도 크게 나타난다. 역근사법은 꾸준한 수렴 속도를 보이며 해에 이르고 있다. 보수근사법은 그 특성상 선형과 역근사법의 배합이므로 수렴 성능도 그에 비례하며, 힘계근사법은 고정 이동한계의 적용에 따라 우수성은 크게 나타나지는 않지만 양호한 수렴 성능을 보이며, 이점역이차근사법은 역근사법의 발전된 형태이므로 그와 비슷하거나 다소 우수한 궤적을 보이며 안정된 최대 제한조건 위반량을 보이며 수렴하고 있다. 20% 이동한계에 비해 50%의 경우에 더 신속한 수렴을 보인 것은 각 근사법들의 근사화 성능이 양호함을 보여준다.

Table 7 Results for one-bay-two-story structure with stress constraint

Move limit			Initial	LIN	REC	CON	FOR	TQ
20%	COST		17.30	4.11	4.33	4.13	4.13	4.13
	DV	w_1	38.10	254.00	166.24	233.43	254.00	247.78
		h_1	76.20	464.24	400.81	510.26	469.72	481.61
		t_1	5.08	0.25	0.36	0.25	0.25	0.25
		w_3	38.10	30.30	61.72	38.29	40.28	46.74
		h_3	76.20	368.20	299.90	333.48	347.40	335.51
		t_3	5.08	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
		x_2	304.80	203.20	175.01	203.63	202.36	202.26
		x_3	304.80	25.40	25.40	25.40	25.40	25.40
	ITER		-	17	17	19	15	18
	FE		-	17	17	19	15	18
50%	COST		4.12	4.12	4.14	4.14	4.13	4.13
	DV	w_1		231.24	236.80	236.80	246.99	254.00
		h_1		512.85	504.88	504.90	482.88	466.78
		t_1		0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
		w_3		43.28	58.70	58.70	40.39	20.50
		h_3		343.18	314.60	314.66	347.80	389.97
		t_3		0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
		x_2		203.71	202.34	202.34	202.74	204.42
		x_3		25.40	25.40	25.40	25.40	25.40
	ITER			17	20	20	7	15
	FE			17	20	20	7	15

Table 8 Results for one-bay-story structure with all constraints

Move limit			Initial	LIN	REC	CON	FR	TQ	FQ
20%	COST		17.30	6.42	6.52	6.52	6.51	6.50	6.41
	DV	w_1	38.10	48.54	48.29	48.46	63.88	61.26	69.44
		h_1	76.20	152.48	152.48	152.48	201.50	208.00	166.24
		t_1	5.08	1.96	1.63	1.63	1.22	1.22	1.30
		w_3	38.10	39.01	41.61	41.61	46.10	44.32	67.84
		h_3	76.20	346.71	336.80	336.80	354.76	354.76	388.19
		t_3	5.08	0.33	0.33	0.33	0.25	0.30	0.25
		x_2	304.80	173.48	174.24	174.24	174.24	173.48	179.58
		x_3	304.80	25.40	25.40	25.40	26.16	28.70	25.40
	ITER		-	16	10	10	10	12	11
	FE		-	16	10	10	10	12	11
50%	COST			6.41	6.40	6.40	6.45	6.43	6.45
	DV	w_1		48.54	49.71	49.66	56.79	53.16	59.00
		h_1		152.48	144.30	144.37	193.40	187.73	183.72
		t_1		1.96	1.63	1.65	1.17	1.37	1.35
		w_3		39.01	48.34	48.41	51.99	51.49	54.20
		h_3		346.71	411.40	410.62	374.01	399.41	392.30
		t_3		0.33	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
		x_2		173.48	198.88	198.88	178.31	173.48	177.55
		x_3		25.40	25.40	25.40	25.91	28.45	25.91
	ITER			14	11	11	10	9	8
	FE			14	11	11	10	9	8

4.2.2 1칸 2층 구조물

구조물의 형상과 하중조건은 Fig. 4와 같으며 초기조건과 물성치는 Table 5와 같다. 보다 자세한 문제의 정식화는 참고문헌 (1)에 수록되어 있다. 원래 구조물의 단면계수 w, h, 를 결정하는 치수 최적설계 문제이므로 2개의 배치변수로 $x_2=x_5$, $x_3=x_4$를 추가하여 풀이한다. 설계변수의 단위는 모두 cm이다. 분포하중이 작용하는 3, 4번 요소는 설계과정 중에 배치변수의 변화에 따라 요소의 길이도 달라진다. 그러나 외부하중은 설계초기에 Table 5와 같이 등가의 집중하중으로 환산되어 분포하중이 작용하는 요소의 양단의 절점에 부과되므로 설계과정 중에 외부하중의 변화는 발생하지 않는다. 힘계근사화법(FOR)은 응력제한조건에 매우 우수한 것으로 알려져 있지만 변위와 진동수의 제한조건에 대해서는 적용되지 않으므로 현재 힘계근사법을 적용한 상용 구조 최적설계 프로그램 (24)에서는 역근사화법을 이용하여 변위와 진동수 제한조건을 근사화 한다. 이러한 경우를 본문에서는 FR로 표기하며, 이점역이차근사법을 힘계근사화와 연계하여 응력제한조건은 힘계근사법, 나머지 제한조건은 이점역이차근사법으로 풀이하는 예는 FQ로 표기하여 비교한다. 비교의 예를 위하여 응력제한조건만을 고려하는 예와 변위와 진동수 제한조건을

구분하여 20%, 50%의 이동한계를 적용하여 각각 풀이한다. 수렴형상은 근사법에 따라 Tables 7, 8에서의 배치변수의 결과와 같이 약간의 차이는 있지만 Fig. 20과 같다. 우선 응력만을 고려한 경우에는 Table 7과 같은 결과를 보인다. 트러스의 예와는 달리 이동한계가 커짐에 따라 힘계근사법의 우수성이 나타나며 다른 기법은 반복진행수가 늘어난 반면 제안된 방법은 반복진행수를 줄이며 수렴한다. 20% 이동한계 하에서 역근사법의 경우는 조숙현상(premature)으로 다른 기법에 비해 큰 값으로 일찍 수렴하였다. 수렴기준을 강화하면 같은 결과를 얻을 것으로 보이며, 50% 이동한계 하에서는 반복진행수는 늘었지만 다른 기법과 거의 동일한 값으로 수렴한다. 20% 이동한계 하에서의 목적함수 감소율과 최대 제한조건 위반량은 Figs. 21, 22와 같다. 선형근사법의 경우 최초의 목적함수 감소율은 높은 반면 이때의 제한조건 위반량이 크게 나타나 근사 성능이 다른 기법에 비해 떨어짐을 보여준다. 결과는 대개 비슷하지만 힘계근사법이 다소 우수하게 보인다. 50% 이동한계에서도 유사한 결

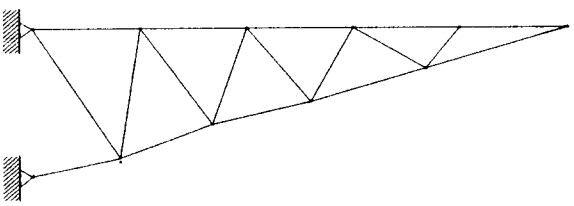

Fig. 17 Final configuration for eighteen-bar truss

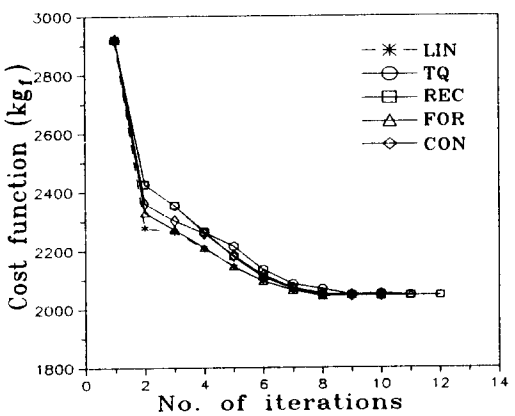

Fig. 18 Cost function history of eighteen-bar truss

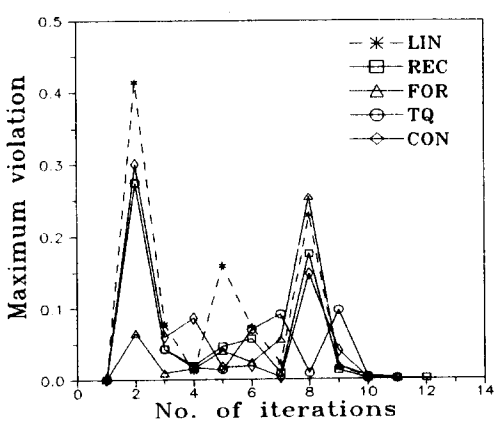

Fig. 19 Maximum constraint violation history of eighteen-bar truss

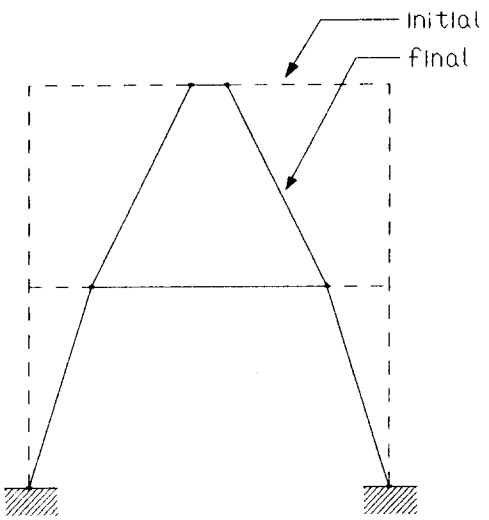

Fig. 20 Final configuration for one-bay-two-story structure

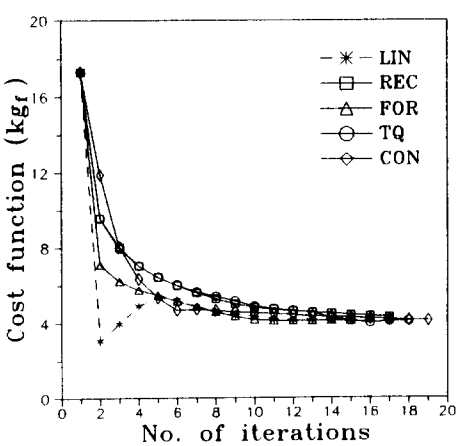

Fig. 21 Cost function history of one-bay-two-story structure with stress constraints

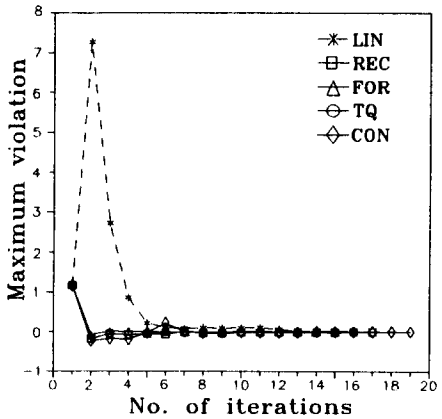

Fig. 22 Maximum constraint violation history of one-bay-two-story structure with stress constraints

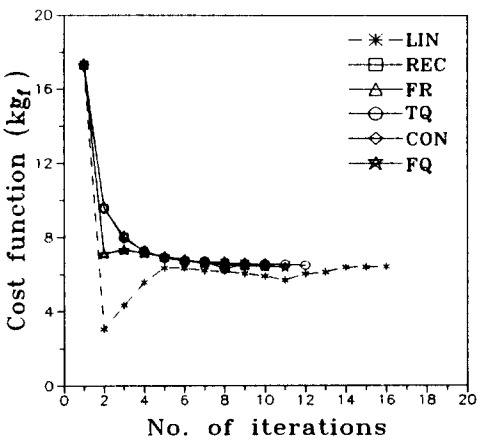

Fig. 23 Cost function history of one-bay-two-story structure with all constraints

과를 보인다. 제한조건함수에 변위와 진동수를 고려한 경우에는 공정한 비교를 위하여 최초에 각 제한조건이 비슷한 위반량을 갖도록 한다. Table 8과 같이 힘계근사법도 다른 기법과 거의 비슷한 성능을 보이며 제안된 기법은 50%의 큰 이동한계 하에서 반복진행수를 9번으로 줄이며 양호하게 수렴하여 다른 기법에 비하여 보구조물에서 대체로 우수한 결과를 보였다. 제안된 방법과 힘계근사법을 연계한 경우 역시 큰 이동한계 하에서 함수값 계산수에서 최대 선형근사법의 14번에 비해 8번으로 좋은 결과를 보였다. 20% 이동한계 하에서의 목적함수의 감소율과 최대 제한조건 위반량은 Figs. 23, 24와 같이 선형근사법을 제외하고는 대개 비슷한 경로를 따라 수렴하고 있다.

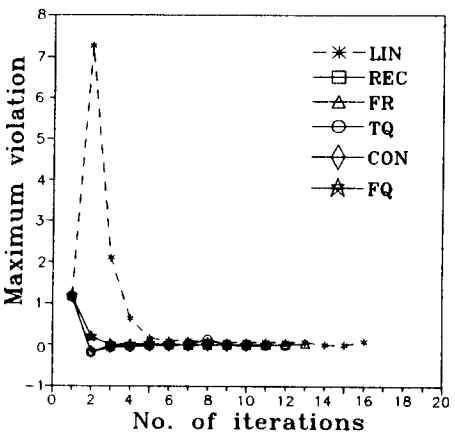

Fig. 24 Maximum constraint violation history of one-bay-two-story structure with all constraints

5. 결 론

구조최적설계의 한 분야로서 최근 활발히 연구되고 있는 배치최적설계에서 효율적인 적용과 고가의 설계 비용의 절감을 위하여 비선형성이 높은 배치최적설계 문제를 근사화하는 이점역이차근사법을 개발하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 배치최적설계의 단점인 높은 비선형성과 고가의 설계 비용을 줄이기 위하여 배치변수가 갖는 제한조건함수에 대한 비선형성을 검토하였고 이를 효과적으로 제어하기 위하여 근사화 설계기법과 많은 설계변수를 제어하는 기하행렬을 이용하는 배치최적설계 체계를 제안하였다.

(2) 배치최적설계의 비선형성을 구현하는 근사법을 개발하기 위하여 Taylor 급수의 이차 미분항을 근사화에 포함하는 역이차근사법을 선택하고 이차 미분항을 값비싼 해석적 방법으로 구하지 않고 설계의 과정 중에 발생하는 설계점의 정보를 이용하여 계산하는 이점역이차근사법을 제안하였다. 이를 통하여 역이차근사법의 우수성을 살리며 동시에 설계 비용을 절감하는 효과를 얻을 수 있었다.

(3) 제안된 이점역이차근사법의 성능을 평가하기 위하여 배치최적설계에서 사용되는 수치예제의 함수 형상을 직접 도해하여 기존의 근사법과 함께 비교하였고, 제안된 기법이 기존의 근사법에 비하여 다소 우수한 근사성능을 보였다. 또한 실제 최적설계를 각각 수행하고 최적해에 이르는 수렴성능을 비교 평가하여 반복진행수를 줄이며 동일한 최적해

에 수렴하는 양호한 성능을 검증하였다.

(4) 변위 및 고유진동수에 대한 제한조건이 포함된 문제에 적용되는 힘계근사법의 성능 향상을 위하여 제안된 근사법을 적용한 경우 기존의 상용프로그램과 같이 힘계근사법을 적용한 경우에 비하여 우수한 수렴 성능을 보였다. 따라서 응력의 근사화에 가장 우수한 성능을 보이는 것으로 평가되고 있는 기존의 힘계근사법과 변위와 제한조건의 근사화에 제안된 이점역이차근사법을 결합하여 힘계근사법의 적용성 및 수렴성의 향상을 검증하였다.

참고문헌

(1) Haug E. J. and Arora, J. S., 1979, *Applied Optimal Design,* John Wiley & Sons, Inc.

(2) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design,* McGraw-Hill.

(3) Vanderplaats, G. N., 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design,* McGraw-Hill Book Company.

(4) Kirsch, U., 1981, *Optimum Structural Design,* McGraw-Hill Book Company.

(5) Haftka, R. T. and rdal, Z. G., 1992, *Elements of Structural Optimization,* Kluwer Academic Publishers.

(6) 양철호, 박영선, 박경진, 1994, "기하행렬을 이용한 불연속 구조물의 배치최적설계," 대한기계학회 춘계학술대회논문집, pp. 486~491.

(7) 박영선, 1996, "불연속구조물의 배치최적설계를 위한 이점역이차근사법 및 이동한계전략의 개발," 한양대학교 박사학위논문.

(8) Vanderplaats, G. N. and Moses, F., 1972, "Automated Design of Trusses for Optimum Geometry," *J. of Structural Division, ASCE*, Vol. 98, No. ST3, pp. 671~690.

(9) Pederson, P., 1971, "On the Minimum Mass Layout of Trusses," AGARD, Istanbul, Turkey, *AGARD-AG-149-71.*

(10) Imai K. and Schmit, L. A., 1981, "Configuration Optimization of Trusses," *ASCE*, Vol. 107, No. ST5, pp. 745~756.

(11) Imai, K., 1978, "Configuration Optimization of Trusses by Multiplier Method," Mechanics and Structures Department, School of Engineering and Applied Science, University of California, Los Angeles, Rpt. No. UCLA-ENG-7842.

(12) Schmit, L. A. and Miura, H., 1975, "Approximation Concepts for Efficient Structural Synthesis," *NASA CR-2552.*

(13) Felix, J. and Vanderplaats, G. N., 1987, "Configuration Optimization of Trusses Subject to Strength, Displacement and Frequency Constraints," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 109, pp. 233~241.

(14) Kodiyalam, S. and Vanderplaats, G. N., 1989, "Shape Optimization of Three-Dimensional Continuum Structures via Force Approximation Techniques," *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 9, pp. 1256~1263.

(15) Hansen, S. and Vanderplaats, G. N., 1990, "Approximation Method for Configuration Optimization of Trusses," *AIAA Journal*, Vol 28, No. 1, pp. 161~168.

(16) Mills-Curran, W. C., Lust, R. V. and Schmit, L. A., 1983, "Approximation Method for Space Frame Synthesis," *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 11, pp. 1571-1580.

(17) Wang, L. and Grandhi, R. V., 1994, "Optimal Design of Frame structures Using Multivariate Spline Approximation," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 10, pp. 2090~2098.

(18) Vanderplaats, G. N. and Salajegheh, E., 1988, "An Efficient Approximation Technique for Frequency Constraints in Frame Optimization," *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 26, No. 9, pp. 1057~1067.

(19) Barthelemy, J. F. M. and Haftka, R. T., 1993, "Approximation Concepts for Optimum Structural Design-A Review," *Structural Optimization*, Vol. 5, pp. 129~134.

(20) 박영선, 이상헌, 박경진, 1994, "구조최적설계시 직접법 및 근사법 알고리즘의 성능 비교에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제18권, 제2호, pp. 313~322.

(21) Park, Y. S., Lee, S. H. and Park, G. J., 1995, "A Study of Direct vs Approximation Methods in Structural Optimization," *Structural Optim-*

ization, Vol. 10, No. 1, pp. 64~66.

(22) Vanderplaats, G. N., 1985, *Copes/ADS Manual*, Engineering Design Optimization Inc., Santa Barbara, CA93111, U. S. A.

(23) 이광원, 박경진, 1995, "불연속 구조물의 배치최적화시 민감도 오차해석," 대한기계학회논문집, 제19권, 제11호, pp. 2863~2874.

(24) Moore, G. J., 1992, *MSC/NASTRAN Design Sensitivity and Optimization, User's Guide*, The Macneal-Schwendler Corporation, Los Angeles, CA 90041, U. S. A.