〈논 문〉

부분구조응답함수감도법을 이용한 동적구조변경

지태한* · 박영필*

(1996년 1월 31일 접수)

Structural Dynamic Modification Using Substructure Response Function Sensitivity Method (SRFSM)

TaeHan Jee and YoungPil Park

Key Words: Structural Dynamic Modification(동적구조변경), Response Function Sensitivity (응답함수감도), Substructure Response Function Sensitivity Method(부분구조응답함수감도법)

Abstract

A great deal of effort has been invested in upgrading the performance and the efficiency of mechanical structures. Using experimental modal analysis(EMA) or finite element analysis (FEA) data of mechanical structures, this performance and efficiency can be effectively evaluated. In order to analyze complex structures such as automobiles and aircraft, for the sake of computing efficiency, the dynamic substructuring techniques that allow to predict the dynamic behavior of a structure based on that of the composing structures, are widely used. By linking a modal model obtained from EMA and an analytical model obtained from FEA, the best conditioned structures can be designed. In this paper, a new algorithm for structural dynamic modification - SRFSM (substructure response function sensitivity method) is proposed by linking frequency response function synthesis and response function sensitivity. A method to obtain response function sensitivity using direct derivative of mechanical impedance, is also used.

기 호 설 명

$[\ ]$	: 행렬
$\{\ \}$	: 행벡터
$\lfloor\ \rfloor$	: 열벡터
$[\ ]^+$	: 일반화된 역행렬
$[G]$	: 주파수응답함수행렬(컴플라이언스)
$[K]$	: 강성행렬
$[M]$	: 질량행렬
$[Z']$	: 1계감도행렬
$[\phi]$	: 모달행렬
$\{\eta\}$	: 특성벡터
G_{ij}	: i와 j사이의 주파수응답함수
P_i	: i번째 설계변수
k_r	: 대각강성행렬의 r번째 요소
m_r	: 대각질량행렬의 r번째 요소
Ω_r	: r번째 고유진동수
β_r	: 진동수비($\frac{w}{\Omega_r}$)
λ_r	: r번째 고유치
w	: 회전진동수(rad/sec)

*회원, 현대자동차(주) 승용제품개발 제2연구소
**회원, 연세대학교 기계공학과

1. 서 론

현대인의 생활에서 기계에 대한 의존도가 높아짐

에 따라 기계의 성능 및 효율을 높이려는 노력이 꾸준히 진행되어 왔다. 이러한 기계의 성능 및 효율은 내구성, 안전성, 정밀성 및 환경영향 등에서 고르게 평가되어야 하며, 이 중에서도 기계구조물의 진동문제가 중요하게 대두되어 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 기계구조물의 진동은 유한요소해석 또는 실험해석을 통해서 분석하게 되며, 두가지를 혼합하여 적용하는 것도 가능하다. 이러한 진동분석을 통해서 기계구조물의 모드특성을 정확히 알 수 있고, 이를 바탕으로 초기 유한요소모델을 개선하여 구조물의 특성을 올바로 구현하는 유한요소모델의 작성이 가능하다면, 유한요소모델을 변화시켜가며, 여러 가지 형태의 구조물을 제안할 수 있고, 목표로 하는 모드특성을 갖는 구조물의 설계도 가능하게 된다.

이와 같이 실제 구조물이 설계파라미터와 다르거나 또는 구조물을 변경시켜 원하는 동적특성을 구현하게 하기위해서는 구조물의 동적구조변경(Structural Dynamic Modification: SDM)을 행하게 된다. 동적구조변경은 재해석이라고도 하며 실험이나 유한요소해석으로 얻은 데이터를 이용하여 기존의 모델을 보다 정확하게 수정하거나 부적합한 부분을 변경하는 과정으로, 현재 가장 활발히 연구되고 있는 분야이며 많은 분야에서 응용되고 있다. 일반적으로 전체 구조물 또는 변경하고자 하는 부분을 유한요소 모델링한 후 변경할 파라미터를 대입하여 원하는 특성을 만족할 때까지 반복계산을 하게 되며, 구조물과 변경파라미터 사이의 감도분포를 계산하여 놓으면 이를 효율적으로 수행할 수 있다. 감도분포는 원하는 구조특성을 갖기 위한 설계변경의 크기와 위치를 나타내는 지표가 되며, 구조변경에 대한 특성변화를 직접 예측 가능하다는 점에서 다른 방법에 비해 유리하다.

동적구조변경은 모달파라미터를 이용하는 모드방법과 주파수응답함수를 이용하는 응답함수법으로 나눌 수 있으며, 이들은 다시 엄밀해법과 Taylor 급수를 이용한 감도법으로 나눈다.[1] 이 중에서 모드감도법(modal sensitivity method)은 현재까지 가장 활발히 연구되어 온 분야로서, 우선 설계파라미터에 대한 고유해의 감도를 계산한 후 모드해석(실험 또는 유한요소해석)을 수행하여, 모드해석결과와 감도를 이용하여 구조변경량을 결정하는 방법이다. 따라서 모드해석시 계산시간이 많이 걸리고, 정확한 모드해석을 위해서는 실험회수가 많다는 단점이 있다. Fox 등[2]이 처음으로 고유값과 고유벡터의 1계감도를 구하였고, Nelson[3]은 고유벡터의 감도를 보다 간단히 구하는 방법을 발표하였다. 이의 응용에 대한 연구는 여러 분야에서 발표되고 있다.[4]

응답함수감도법(response sensitivity method)은 모드감도를 먼저 구한 후 이를 이용하여 계산하는 간접방법이 주로 사용되었다. 즉, 응답함수를 모달파라미터로 표현한 후 각 모드별로 모드감도를 합하여 응답함수감도를 구하는 방법을 사용한 연구가 발표되었다.[5] 따라서 모드감도법에 비해 이에 대한 응용연구는 활발하지 않은 실정이다. 따라서 모드해석이나 모드감도를 구하지 않고도 직접 응답함수감도를 구할 수 있는 직접미분법을 이용하였다.

본 연구에서는 기계구조물의 실험데이터를 바탕으로 구조물의 동적구조변경에 적용하기 위한 방법으로 새로운 알고리듬인 부분구조응답함수감도법(Substructure Response Function Sensitivity Method: SRFSM)을 제안하였으며, 이의 타당성을 확인하기 위한 시뮬레이션과 실험을 하였다. 이 알고리즘은 주파수응답함수합성법, 전계의 주파수응답함수의 분계에 대한 감도와 주파수응답함수의 설계변수에 대한 감도로 구성된다. 따라서 여기서는 전계의 주파수응답함수의 분계에 대한 감도를 체계적으로 제시하고, 주파수응답함수의 설계변수에 대한 감도를 기존의 모드감도법을 이용하는 간접법보다 우수한 직접미분에 의한 감도를 제시하였다.

또 부분구조합성법중에서 주파수응답함수합성법을 사용하여 목표함수를 구성하기 때문에 모드해석과정 등이 필요없고, 변경하지 않는(복잡한) 분계는 실험으로 주파수응답함수만 구한 후 실제 변경하는 분계는 유한요소 모델링하여 구하는 방법을 사용함으로써 대형 복합구조물도 쉽게 해석할 수 있으며, 단지 1~2개의 주파수응답함수만 사용하여도 좋은 결과를 주므로 경제적이다.

2. 주파수응답함수의 감도

2.1 간접계산에 의한 설계변수에 대한 감도 (모드방법)

N자유도 비감쇠계의 주파수 ω에서의 i점 가진 j점 응답의 주파수응답함수를 모달파라미터(고유진동수와 고유벡터)로 표현하면

$$G_{ij}(\omega)=\sum_{r=1}^{N}\frac{\phi_{ri}\phi_{rj}}{k_r(1-\beta_r^2)} \tag{1}$$

와 같이 나타낼 수 있다.[6] 여기서, $k_r=([\phi]^T[K][\phi])_r$, $\beta_r=\frac{\omega}{\Omega_r}$이고, ϕ_{ri}는 r번째 고유벡터의 i번째 성분이다. 또 질량행렬이 정규화되어 있다면, 이 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$G_{ij}(\omega)=\sum_{r=1}^{N}\frac{\phi_{ri}\phi_{rj}}{\lambda_r-\omega} \tag{2}$$

여기서, $\lambda_r=\Omega_r^2$이다. 식 (2)를 m개의 설계변수 $P_l(l=1,\cdots,m)$로 미분하면 주파수응답함수의 설계변수에 대한 감도를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial G_{ij}(\omega)}{\partial P_l}=\sum_{r=1}^{N}\left(\frac{1}{\lambda_r-\omega^2}\left(\frac{\partial\phi_{ri}}{\partial P_l}\phi_{rj}+\frac{\partial\phi_{rj}}{\partial P_l}\phi_{ri}\right)-\frac{\phi_{ri}\phi_{rj}}{(\lambda_r-\omega^2)^2}\frac{\partial\lambda_r}{\partial P_l}\right) \tag{3}$$

이 식에서 알 수 있듯이 고유값과 고유벡터의 설계변수에 대한 감도를 알면 간접적으로 주파수응답함수의 감도를 구할 수 있다. 실제로는 구조물의 N자유도 중에서 저차로부터 몇 개의 자유도만을 선택하여 사용하게 되므로 고차모드 생략에 따른 오차가 존재하게 된다. 여기서, r번째 고유값과 고유벡터의 감도는 다음 식과 같이 표현된다.[13]

i) 고유값의 감도

$$\frac{\partial\lambda_r}{\partial P_i}=\{\phi_r\}^T\left(\frac{\partial[K]}{\partial P_i}-\lambda_r\frac{\partial[M]}{\partial P_i}\right)\{\phi_r\}\qquad i=1,\cdots,m \tag{4}$$

ii) 고유벡터의 감도

$$\frac{\partial\{\phi_r\}}{\partial P_i}=\{\sigma\}+\gamma\{\phi_r\}\quad i=1,\cdots,m \tag{5}$$

여기서,

$$\begin{Bmatrix}\{\sigma_j\}\\{\sigma_l\}\end{Bmatrix}=[q]^{-1}\begin{Bmatrix}\{p_j\}\\{p_l\}\end{Bmatrix},\quad \{\sigma\}=\begin{Bmatrix}\{\sigma_j\}\\0\\\{\sigma_l\}\end{Bmatrix}$$

$$j=1,\cdots,\ p-1$$

$$l=p+1,\cdots,N$$

$$\left([q]=\begin{bmatrix}[Q_{jj}] & [Q_{lj}]^T\\ [Q_{lj}] & [Q_{ll}]\end{bmatrix}\right. \tag{6}$$

$$[Q]=[K]-\lambda_r[M]$$

$$\{p\}=-\left\{\frac{\partial[K]}{\partial P_i}-\lambda_r\frac{\partial[M]}{\partial P_i}-\frac{\partial\lambda_r}{\partial P_i}[M]\right\}\{\phi_r\}\Big)$$

$$\gamma=-\frac{1}{2}\left(\{\phi_r\}^T[M]\{\sigma\}+\{\phi_r\}^T\frac{\partial[M]}{\partial P_i}\{\phi_r\}\right) \tag{7}$$

2.2 직접미분에 의한 설계변수에 대한 감도

N자유도 비감쇠계의 주파수응답함수를 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$[G]=(-\omega^2[M]+[K])^{-1} \tag{8}$$

설계변수에 대한 감도를 구하기 위해 식 (8)의 좌우변을 $P_i(i=1,\cdots,m)$로 미분하면 다음과 같이 설계변수에 대한 감도행렬을 구할 수 있다.[7]

$$\frac{\partial[G]}{\partial P_i}=-[G]\left(-\omega^2\frac{\partial[M]}{\partial P_i}+\frac{\partial[K]}{\partial P_i}\right)[G] \tag{9}$$

이 방법은 모드방법과 달리 질량 및 강성행렬의 미분값만 알면 되므로 (즉, 변경하고자 하는 분계의 특성행렬이 필요함), 유한차분법을 이용하여 상용 유한요소해석 프로그램으로 모델링한 분계에도 유효하게 적용할 수 있다. 또 모드를 선택하는 과정과 고유해를 구하는 과정이 없기 때문에 계산시간이 훨씬 빠르며, 감쇠행렬을 포함하는 일반적인 계에도 적용이 가능하다.

3. 부분구조응답함수감도법

3.1 주파수응답함수의 분계에 대한 감도

Fig. 1과 같이 A, B 두분계가 결합부 S에서 강결합된 계를 생각하자. 결합부의 자유도를 N_s라 하면, 감도를 구하기 위해 i점 가진 j점 응답의 주파수응답함수를 i, j의 위치에 따라 나타내면 다음과 같이 표현할 수 있다.[8]

i) i, j가 A에 있을 때

$$G_{ij}^C=G_{ij}^A-\lfloor G^A\rfloor_{is}([G^A]_{ss}+[G^B]_{ss})^{-1}\{G^A\}_{sj} \tag{10}$$

ii) i, j가 B에 있을 때

$$G_{ij}^C=G_{ij}^B-\lfloor G^B\rfloor_{is}([G^A]_{ss}+[G^B]_{ss})^{-1}\{G^B\}_{sj} \tag{11}$$

iii) i는 A, j는 B에 있을 때

$$G_{ij}^C=\lfloor G^A\rfloor_{is}([G^A]_{ss}+[G^B]_{ss})^{-1}\{G^B\}_{sj} \tag{12}$$

iv) i는 B, j는 A에 있을 때

$$G_{ij}^C=\lfloor G^B\rfloor_{is}([G^A]_{ss}+[G^B]_{ss})^{-1}\{G^A\}_{sj} \tag{13}$$

여기서, i와 j는 결합부 S에 속해 있지 않은 점들이고, 위첨자 A, B는 각 분계를, C는 전계를 나타낸다. 분계 B에 대한 전계 C의 감도를 구하

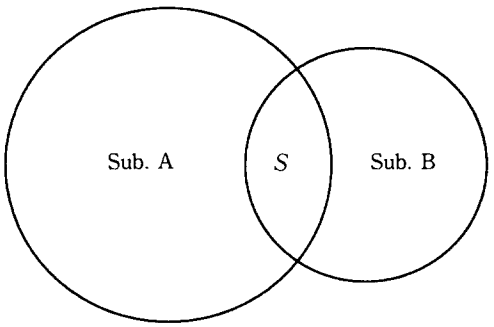

Fig. 1 Coupled structure consisting of 2 substructures

기 위해 전계 C의 주파수응답함수를 B의 주파수응답함수로 미분하면 iii)의 경우(i는 A, j는 B에 있을 때)는 다음과 같이 된다.

① 결합부사이의 주파수응답함수에 대한 감도

$$\frac{\partial G_{ij}{}^{C}}{\partial G_{lm}{}^{B}}=-\lfloor G^{A}\rfloor_{is}([G^{A}]_{ss}+[G^{B}]_{ss})^{-1}[D_1]([G^{A}]_{ss}+[G^{B}]_{ss})^{-1}\{G^{B}\}_{sj}\quad l,\ m=1\sim N_s \tag{14}$$

② 결합부와 j점사이의 주파수응답함수에 대한 감도

$$\frac{\partial G_{ij}{}^{C}}{\partial G_{lj}{}^{B}}=\lfloor G^{A}\rfloor_{is}([G^{A}]_{ss}+[G^{B}]_{ss})^{-1}\{D_2\}\quad l=1-M_s \tag{15}$$

여기서, l과 m은 결합부 S에 속하는 점이고, $[D_1]$은 l번째 행과 m번째 열에서만 1이고 나머지는 0인 행렬이며, $\{D_2\}$는 l번째만 1이고 나머지는 0인 벡터이다. 나머지 경우도 같은 방법으로 유도할 수 있다.

3.2 부분구조응답함수감도법

본 논문에서 제안하는 부분구조응답함수감도법에 의한 해석은 다음과 같다. 우선 진동분석을 통해서 변경시키고자 하는 부분을 분계로 잡는다. 실제로 기존의 구조물을 원하는 진동특성이나 소음특성에 맞게 구조변경하는 경우에는 구조물 전체를 변경하기보다는 어느 한 부분만을 변경하는 것이 대부분이고, 구조물 전체를 변경하는 경우는 극히 드물다. 따라서 변경할 부분을 한 분계로 하고 나머지 변경되지 않는 부분을 다른 분계로 하여 주파수응답함수합성법을 적용한다. 이때 변경할 분계는 FEM으로 해석하여 특성행렬(질량, 감쇠, 강성행렬)을 구하고, 나머지 분계는 FEM 또는 실험으로 해석한다. 다음으로 전계의 주파수응답함수의 분계에 대한 감도를 식 (14)와 (15)에서 구하고, 분계의 특성행렬을 이용하여 분계 주파수응답함수의 설계변수에 대한 감도를 앞서 설명한 모드방법 또는 식 (9)의 직접미분법으로 구한다. 이 두가지 감도를 조합하여 다음과 같이 설계변수와 목적함수(주파수응답함수의 차이벡터)사이의 관계를 1차근사식으로 나타낼 수 있다.

$$\{\Delta G^{C}\}\cong\frac{\partial\{G^{C}\}}{\partial[G^{B}]}\frac{\partial\{G^{B}\}}{\partial[P]}\{\Delta P\} \tag{16}$$

여기서, 목적함수 $\{\Delta G^{C}\}$는 전계의 주파수응답함수로 n차원 벡터이고, 설계변수 $\{\Delta P\}$는 m차원 벡터이다. 이 식을 이용하여 SRFSM의 알고리즘을 구성하였으며, 이 식으로 부터 설계변수의 변화량을 구하는 방법은 다음에 설명하는 반복적인 방법을 사용하면 쉽게 구할 수 있다.

3.3 구조변경량의 결정

m개의 설계변수를 $\{P\}$, 목적으로 하는 n개의 특성벡터(목적함수)를 $\{\eta^{*}\}$, 이의 초기 값을 $\{\eta_0\}$라고 하면, Taylor급수를 이용하여 설계변수의 미소변경량에 대한 특성벡터의 변화량을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\Delta\eta\}=[Z']\{\Delta P\}+[Z'']\frac{\{\Delta P^{2}\}}{2!}+\cdots \tag{17}$$

여기서, $\{\Delta\eta\}=\{\eta^{*}\}-\{\eta_0\}$이고, $[Z']$과 $[Z'']$는 $n\times m$의 특성벡터의 1차와 2차 감도행렬이다. 즉, 1차감도는 다음과 같다.

$$[Z']=\frac{\partial\{\eta\}}{\partial[P]}=\begin{bmatrix}\frac{\partial\eta_1}{\partial P_1}\cdots\frac{\partial\eta_1}{\partial P_m}\\ \vdots\quad\vdots\\ \frac{\partial\eta_n}{\partial P_1}\cdots\frac{\partial\eta_n}{\partial P_m}\end{bmatrix} \tag{18}$$

식 (17)에서 2차 이상의 고차 항을 무시하면, 다음과 같이 1차의 선형근사식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\{\Delta\eta\}\cong[Z']\{\Delta P\} \tag{19}$$

여기서, 설계변수의 수 m과 특성벡터의 수 n이 같고 랭크도 같다면 역행렬로 풀 수 있다. 그러나 일반적으로 $[Z']$는 정방행렬이 되지 않는 경우가 대부분이므로 다음과 같이 역행렬을 구한다.[9]

i) $(m<n)$일 경우는

$$[Z']^{+}=([Z']^{T}[Z'])^{-1}[Z']^{T} \tag{20}$$

ii) $(m \geq n)$일 경우는

$$[Z']^{+}=[Z']^{T}([Z'][Z']^{T})^{-1} \tag{21}$$

이와 같이 역행렬이 구해지면 다음과 같이 설계변수의 변경량을 결정한다.

$$\{\Delta P\}=[Z']^{+}\{\Delta\eta\} \tag{22}$$

이 식에서 계산된 $\{\Delta P\}$를 이용하여 초기 설계변수 $\{P_0\}$에서 변화된 새로운 설계변수를 구하면 다음과 같다.

$$\{P\}=\{P_0\}+\alpha\{\Delta P\},\ 0<\alpha\leq 1 \tag{23}$$

여기서, α는 가중값이다. 초기 설계변수값에 식(23)에서 구한 변경량을 대입하여 변화시킨 설계변수는 고차 항을 무시하고 1차감도만을 사용한 근사식이기 때문에 실제 목표로 하는 값과 한 번에 일치하지는 않는다. 따라서 개량시킨 값을 초기값으로 다시 사용하여 두값의 차이가 기준 값에 수렴할 때까지 반복 계산한다. 이때 변경량이 초기값에 비해 크게 되면 수렴시에 문제가 생기므로 가중치 α를 조절하여 수렴의 안정성을 보장한다.

일반적으로 가중값이 작으면 수렴성은 증가하나 수렴속도가 늦게 되고, 가중값이 크면 수렴속도는 증가하나 발산할 가능성이 커지게 된다. 또 목표값이 초기값에서 지나치게 벗어나 있으면 물리적 의미가 없는 값으로 수렴하거나 발산하게 되므로 목표값 선정시 주의해야 한다.

4. 판구조물의 동적구조변경

앞에서 설명한 SRFSM 알고리듬을 동적구조변경에 적용하기 위하여 Fig. 2와 같은 구조물을 제작하였다. 두께 4.5 mm인 일단고정 강판을 하나의 부재로 하고, 이 고정강판과 직름 1 mm의 강선을 통해서 결합하고 있는 정사각형의 강판을 변경하고자하는 부재로 하였다. 이들 둘의 결합은 주파수응답함수합성법의 오차를 배제하기위해 1점에서 점접촉한다고 가정하였으며, 따라서 z방향의 병진변위만 결합된 것으로 볼 수 있다. 실험에서는 이를 구현하기위하여 강선의 양끝 부분을 순간접착제를 이용하여 강판에 부착하였다.

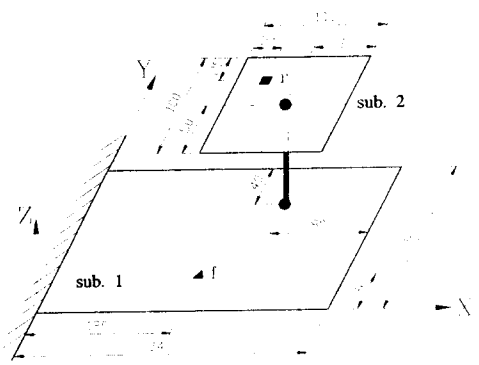

Fig. 2 Rigidly connected plate structures

목적함수(특성벡터)로는 f점 가진 r점 응답의 주파수응답함수 1개만 사용하여 다음의 과정을 확인하였다. 첫째, 부재 2의 두께를 달리하여 측정한 주파수응답함수를 목적함수로 구성하고, 이 목적함수를 사용하여 SRFSM이 정확한 부재 2의 두께를 주는지를 확인하였다. 둘째, 주파수응답함수를 임의로 좌우로 이동시킨 데이터를 목적함수로 구성하여, 부재 2의 두께를 SRFSM으로 계산하고, 이 두께를 주파수응답함수합성법을 적용하여 목적함수와 비교하였다. 각각의 경우를 모드방법과 직접미분법으로 나누어 정확성, 수렴성 등을 살펴보았다.

4.1 시뮬레이션

시뮬레이션을 위하여 이 구조물을 ANSYS로 해석하여 주파수응답함수를 구하였다. Fig. 3은 Fig. 2의 구조물에서 부재 2의 두께를 1.5 mm, 1.8 mm, 2.1 mm로 하였을 때 각각의 경우에 대한 f점 가진 r점 응답의 전계의 주파수응답함수를 나타낸다.

Fig. 3의 주파수응답함수를 특성벡터로 하고, 부재 2의 두께를 설계변수로 하여 SRFSM을 적용하였다. 또, 앞에서 제시한 응답함수감도의 타당성을 확인하기 위하여 SRFSM중 응답함수의 감도를 식

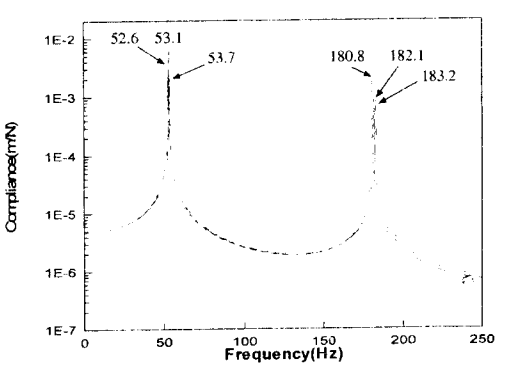

Fig. 3 Compliance of plate structure (FEM) (– · –1.5 t, ——1.8 t, ·····2.1 t)

(9)의 직접미분법으로 구한 경우와 기존의 간접법인 모드방법(식 (3))으로 구한 두 경우를 0~250 Hz의 구간에서 비교하였다. 계산결과를 주파수점별로 살펴보면, 직접미분법을 사용한 경우는 대부분의 구간에서 정확한 값으로 수렴하나 모드방법을 사용한 경우에는 많은 구간에서 발산하였고, 수렴을 하여도 실제값 주위에 상당히 큰 오차를 포함하는 값으로 수렴하는 것을 알 수 있었다. 또 두방법 모두 공진봉과 반공진봉에서는 특이점이 되어 발산하는 것을 알 수 있었다. 그렇지만 공진봉 앞뒤의 구간이 수렴성과 응용적인 면에서 가장 좋은 구간이 되는데, 이것은 공진봉부근은 다른 부분에 비해 상대적인 크기가 크므로 신호대 잡음비가 우수하고, 주파수응답함수를 보면 공진봉을 쉽게 확인 할 수 있으므로 구간선정이 용이하며, 공학분야에서 접하는 구조변경문제는 거의 모두가 공진봉의 위치나 크기를 변경하는 것이 주된 목적이기 때문이다. 그러나 초기 주파수응답함수의 공진봉과 목적으로 하는 공진봉사이의 구간도 비선형구간이 되므로 피하는 것이 좋다. 따라서 이후의 계산은 최대한 공진봉에서 가까우며 발산하지 않고 결과를 주는 주파수대역을 선정하여 수행하였다.

이에 따라 선정주파수대역을 첫 번째 공진봉 앞의 30~50 Hz사이를 0.5 Hz간격으로 잡은 경우를 Table 1에 나타내었다. 일반적으로 모드해석 데이터를 사용하는 경우 모드선택수에 따라 계산시간은 상당한 영향을 받으므로 되도록 적게 잡는 것이 좋다. 그러나 선택모드수가 너무 적으면 계산과정에서 쉽게 발산하는 것을 알 수 있었다. 일반적으로 사용모드수를 늘리면 정확도가 증가하나 이 경우는 모드수의 증가에 큰 영향을 받지 않았다. 이것은 분계가 단순한 판구조물이므로 몇 개의 모드조합만으로도 충분히 분계의 운동을 표현할 수 있었고, 또 1차모드 주위의 주파수대역을 선정하였기 때문에 1~2개의 모드로도 충분한 정확도를 유지하였기 때문이라고 판단된다.

또 분계 2의 두께 1.8 mm, 2.1 mm의 각 데이터에 5%의 잡음을 혼합하여 주파수 30~50 Hz의 대역에서 똑같은 계산을 행한 결과를 Table 2에 나타내었다. 잡음이 혼합된 경우 전체적으로 수렴값의 정확도는 Table 1의 결과에 비해 떨어지는 것을 알 수 있었고, 잡음없는 시뮬레이션에서는 거

Table 1 Comparison of direct derivative and modal method (FEM-no noise)

	Thickness of sub. 2	Direct derivative	Modal method (number of selected mode)				
			2	5	10	30	50
Average thickness (mm)	2.1	2.100	2.090	2.102	2.085	2.091	2.081
	1.5	1.500	1.503	1.503	1.517	1.500	1.522
Converged point (total 41)	2.1	41	18	25	23	25	18
	1.5	41	23	32	26	16	19
Number of iteration	2.1	2	12.8	8.4	13.3	12.2	15
	1.5	2	20.8	12.3	15.2	18.2	12.1

Table 2 Comparison of direct derivative and modal method (FEM-5% noise)

	Direct derivative	Modal method (number of selected mode)				
		2	5	10	30	50
Average thickness (mm)	2.060	2.101	2.063	2.063	2.106	2.116
Converged point (total 41)	41	21	21	21	26	25
Number of iteration	2.3	14.7	11.1	11.1	9.0	12.1

의 오차가 없었던 직접미분법의 결과에서도 어느정도 오차를 포함하는 것을 알 수 있었다. 이 것은 잡음이 주파수응답함수의 크기와 위상을 변화시켜 목표로하는 주파수응답함수값이 실제값과는 동떨어진 값을 갖기 때문일 것이다.

그러나 모든 선정주파수점에서 직접미분법을 사용한 경우는 2~3회의 반복계산안에 일정한 값으로 수렴하였다. Table 2의 결과를 보면 모드방법이 직접미분법에의한 결과보다 정확한 값을 준 것으로 되어있으나, 모드방법을 사용한 경우는 실제값 주위에 상당한 오차를 포함한 값으로 수렴을 하여 전체적인 평균을 하면 결과적으로 실제값에 가까운 값을 나타내는 결과를 보이므로 선정 주파수대역에 민감하고, 수렴성등에서 그다지 신뢰성이 없었으며, 국부최소값(local minimum)으로도 수렴하는 경향이 많았다. 그러나 직접미분법을 사용한 경우는 일부 작은 값이 나오는 구간이 있어 평균값이 작아졌지만 전 구간에 걸쳐서 정확한 값으로 수렴을 하였다. 따라서 직접미분법을 사용한 경우는 주파수대역과 수렴기준값에 상관없이 일정한 값에 수렴하는 양상을 보였으나, 모드방법은 큰 영향을 받는 것을 알 수 있었다.

이상의 결과에서 직접미분법이 모드감도를 이용하는 간접법에 비해 계산정밀도 및 수렴속도, 수렴성등에서 월등히 앞서는 것을 알 수 있었고, 특히 직접미분법을 사용한 경우 단지 한 개의 주파수점을 선택하여 계산하여도 정확한 결과를 주는 것을 확인하였다. 따라서 직접미분법을 이용한 SRFSM이 동적구조변경에 유효한 알고리듬임을 알 수 있었다.

또, 구조물의 동적구조변경을 위해 주파수응답함수를 임의로 변경하는 것에 SRFSM을 적용하기 위하여 분계 2의 두께가 1.8 mm인 주파수응답함수의 1차 공진봉(53.1 Hz)의 위치를 변화시키는 것을 목적으로 하여 잡음이 섞인 전계의 데이터를 저주파쪽으로 2 Hz, 고주파쪽으로 1 Hz씩 수평이동시킨후, 이동시킨 데이터와 원래 데이터와의 차이를 목적함수(특성벡터)로 하여 분계 2의 두께를 계산하여 보았다. 이는 한 개의 주파수응답함수를 임의로 좌우로 평행이동시켰기 때문에 실제 구조물의 데이터와는 차이가 있을 것이다. 계산결과 왼쪽으로 2 Hz 이동시킨 데이터를 목적함수로 사용한 경우, 1차 공진봉보다 저주파수 부근(30 Hz 전후)에서는 3.5 mm정도의 값을 얻었고, 주파수가 증

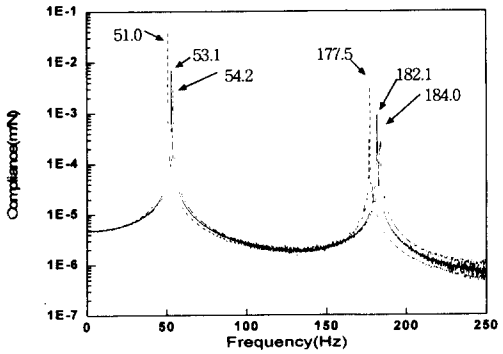

Fig. 4 Compliance obtained by SRFSM (FEM) (—·—1.24 t, ——1.80 t, ·····2.96 t)

가할수록 계산되는 두께값이 계속 작아져 공진봉부근(50 Hz전후)에서는 2.9 mm의 값을 얻었다. 이 결과는 30 Hz부근의 주파수응답함수를 목표로하는 주파수응답함수에 일치시키려면 분계 2의 두께가 3.5 mm가 되어야하고, 50 Hz부근에서는 2.9 mm가 되어야 한다는 것을 의미한다. 여기서는 1차 공진봉을 옮기는 것이 목적이므로 공진봉부근에서 8개의 주파수점(49~50 Hz)을 선택하여 그 평균값을 구하였다. 왼쪽으로 이동시킨 데이터를 사용한 경우는 2.96 mm, 오른쪽으로 이동시킨 경우는 1.24 mm의 두께값을 얻었다. 따라서 이 값을 분계 2에 대입한후 구한 전계의 주파수응답함수를 Fig. 4에 나타내었다. 2.96 mm를 대입한 경우는 1차 공진봉이 53.1 Hz에서 51.0 Hz로 1.9 Hz이동하였고, 1.24 mm를 대입한 경우는 54.2 Hz로 1.1 Hz만큼 이동되었다.

이 경우와 같이 공진봉의 주파수를 바꿀경우에는 변화량이 크게되면 수렴성도 떨어지고 원하는 결과를 얻을 수 없는데, 실용적으로도 급격한 구조의 변화는 강성을 약하게 한다든가, 모드의 순서를 바꾸기도 하는 등의 악영향을 줄 수 있으므로 동적구조변경은 전체 구조물에는 큰영향을 주지않는 범위에서 행하는 것이 좋다. 실제로 원래의 주파수응답함수를 오른쪽으로 2 Hz나 그 이상 이동시킨 데이터를 사용하게 되면 분계 2의 두께값이 거의 0이 되는 것을 알 수 있었다.

4.2 실험

이상의 결과를 바탕으로 이를 실제 판구조물의 실험에 적용하여 보았다. Fig. 5은 Fig. 2와 같은 계를 분계 2의 두께를 시뮬레이션과 같이 1.5 mm,

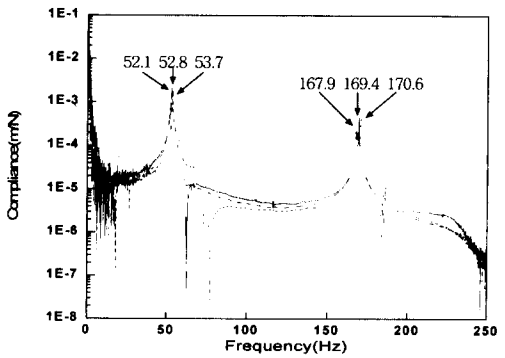

Fig. 5 Compliance of plate structure (experiment) (-·-2.1 t, ——1.8 t, ·····1.8 t)

1.8 mm, 2.1 mm로 달리하여 실험한 결과이다.

공진봉부근을 제외하고는 주파수응답함수에 잡음이 많이 실려있고 매끄럽지 않은 것을 알 수 있고, 1차와 2차 공진봉사이에 반공진점이 존재하고 2차 공진봉위로 하나의 공진봉이 더 있는 것을 알 수 있다. 이것은 유한요소 모델에서는 1점결합 및 고정조건으로 가정하였으나 실제와는 차이가 있는 것을 의미한다. 이 결과가 전계의 유한요소 모델링이 실제 구조물을 정확하게 표현하지 못한다는 것을 의미하지만, SRFSM을 이용한 동적구조변경에서는 전계와 분계 1의 주파수응답함수는 실험데이터를 사용하고, 분계 2만 유한요소해석을 하여 합성하는 방법을 사용하기 때문에 모델링오차를 최대한 배제할 수 있다. 이후에 보이겠지만 합성결과가 전계의 실험결과와 거의 같은 것을 알 수 있다.

Fig. 5의 미처리(raw) 주파수응답함수 데이터를 특성벡터로 하여 시뮬레이션과 같은 계산과정을 적용하여 분계 2의 판두께를 구하였다. 공진봉이외의 부근에서는 잡음이 심하기 때문에 주파수 대역을 47 Hz에서 52 Hz까지 0.125 Hz간격으로 잡았다. 총 41개의 주파수점중 수렴되는 점의 수와 평균반복횟수, 계산된 평균두께 등을 Table 3에 나타내었다. 모드방법에서는 저차로부터 10개의 모드를 사용하였다.

결과에서 알 수 있듯이 모드방법을 사용한 경우가 약 2배 정도의 오차를 보이고, 특히 수렴점수에서 현격한 차이를 보이고 있다. 직접미분법을 사용한 경우의 결과를 보면 실제 두께보다는 큰 값으로 수렴하였으며, 이것은 분계 1은 실험데이터를 사용하고 분계 2는 유한요소해석 데이터를 사용하여 주파수응답함수합성법을 적용한 결과이기 때문에, 고정조건이라든가 점결합조건의 모델링착오에 의한 것이라고 볼 수 있다. 또 공진봉에 가까울수록 계산되는 두께값이 작아지는 경향을 보였다. 전계의 주파수응답함수를 실험으로 구하면, 분계 2의 두께가 1.8 mm인 경우에는 첫 번째 고유진동수가 52.8 Hz, 1.5 mm인 경우에는 53.7 Hz, 2.1 mm인 경우에는 52.1 Hz인데 비해, 분계 1은 실험데이터를 사용하고 분계 2는 유한요소 데이터를 사용하여 합성한 결과는 52.0 Hz, 53.2 Hz, 51.3 Hz였다. 따라서 약 0.7 Hz정도 저주파쪽으로 치우치는 값을 얻었다. 이것은 분계 2의 두께가 실험에서는 유한요소해석보다 높게 평가되고 있는 것을 의미한다. 즉 유한요소해석에는 결합조건 등에 따른 오차가 포함되고, 분계 2의 질량이 부가되는 효과를 고려하지 않은 것 때문으로 생각된다. 이상의 결과로부터 직접미분법을 이용한 SRFSM이 실험데이터에도 유효하게 적용될 수 있으며, 단지 몇 개의 주파수점만 선택하여도 원하는 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

다음으로 분계 2의 두께가 1.8 mm인 경우에 대한 주파수응답함수를 시뮬레이션과 같이 왼쪽으로 2 Hz(50.8 Hz), 오른쪽으로 1 Hz(53.8 Hz) 평행이동한 데이터에 대해서 1차 공진봉을 옮기는 것을 목표로 하여 분계 2의 판두께를 직접미분법을 이용한 SRFSM으로 구해보았다. 앞서 설명한 바와 같이 1차 공진봉부근에서 5개의 주파수점을 선택하여

Table 3 Comparison of direct derivative and modal method (Experiment)

	Direct derivative		Modal method	
Thickness of sub. 2	2.1	1.5	2.1	1.5
Average thickness(mm)	2.256	1.696	2.410	1.207
Converged point(total 41)	41	39	9	14
Number of iteration	7.3	5.3	9.0	9.0

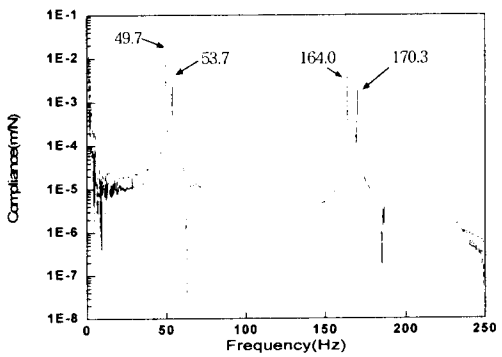

Fig. 6 Compliance obtained by SRFSM (experiment) (-·-3.03 t, ——1.25 t, ·····1.8 t)

두께를 구하였다. 왼쪽으로 2 Hz 이동시킨 경우는 두께 3.03 mm, 오른쪽으로 1 Hz 이동시킨 경우는 1.25 mm의 결과를 얻었다. 이 결과를 분계 2에 대입하여 주파수응답함수합성법으로 구한 전계의 주파수응답함수를 Fig. 6에 나타내었다. 여기서 왼쪽으로 이동시킨 데이터를 사용하여 구한 1차 공진봉값은 49.7 Hz로 3.1 Hz 이동하였고, 오른쪽으로 이동시킨 데이터를 사용하여 구한 값은 53.7 Hz로 0.9 Hz이동하였다.

이를 시뮬레이션결과와 비교하여보면 전체적으로 저주파수 쪽으로 이동한 것을 알 수 있었다. 이러한 동적구조변경에서 첫 번째 공진봉을 기준으로 할 경우와 두 번째 공진봉을 기준으로 할 경우의 동정값이 차이가 나는 것을 알 수 있었으며, 따라서 동시에 여러개의 공진봉을 옮기고자 하는 경우에는 각각의 공진봉주위에서 동정값을 계산한 후 중요한 순서대로 가중치을 주어 구하는 방법을 사용하면된다. 그러나 이 경우도 물리적으로 불가능한 조합을 목적함수로 구성하게 되면 발산하게된다.

5. 결 론

본 연구에서는 기계구조물의 응용분야에서 늘 접하게 되는 구조변경문제를 유효하게 해결하는 수단으로서 동적구조변경의 새로운 알고리듬을 제안하였으며, 간단한 구조물의 시뮬레이션과 실험을 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 주파수응답함수의 감도중 모드감도를 이용하는 간접법과 직접미분을 통해 구하는법을 비교하였으며, 전계의 주파수응답함수에 대한 분계의 주파수응답함수의 감도를 체계적으로 구하는 방법을 제시하였고, 이를 제안한 동적구조변경 알고리듬에 응용한 결과 직접미분법이 정확성과 계산시간에서 우수하였다.

(2) 주파수응답함수합성법과 전계의 주파수응답함수의 분계에 대한 감도와 주파수응답함수의 설계변수에 대한 감도(직접미분법)를 결합한 새로운 동적구조변경 알고리듬인 부분구조응답함수감도법(SRFSM)을 제안하고, 간단한 구조물에 대한 실험과 시뮬레이션을 통해 이의 범용성과 우수성을 확인하였다.

(3) 제안한 부분구조응답함수감도법을 판구조물에 적용한 결과 1개의 미처리(raw) 주파수응답함수만 사용하여도 좋은 결과를 얻을 수 있었고, 변경할 분계만 유한요소해석을 하고 나머지는 실험하여 부분구조합성법을 적용하므로 설계변경에 유연하게 대처할 수 있는 방법이다.

참고문헌

(1) Brandon, J. A., 1990, *Strategies for Structural Dynamic Modification*, Research Studies Press Ltd.

(2) Fox, R. L. and Kapoor, M. P., 1968, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors," *AIAA Journal*, Vol. 6(12), pp. 246~249.

(3) Nelson, R. B., 1976, "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," *AIAA Journal*, Vol. 14(9), pp. 1201~1205.

(4) 문용모, 지태한, 박영필, 1995, "차체구조모형의 조인트해석," 대한기계학회 춘계학술대회논문집, pp. 701~706.

(5) Brandon, J. A., 1987, "Eliminating Indirect Analysis-The Potential for Receptance Sensitivities," *Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 2.pp. 73~75.

(6) 長松昭男, 大熊政明, 1985, モード解析, 培風館.

(7) Magnus, J. R. and Neudecker, H., 1988, *Matrix Differential Calculus with Applications in Statistics and Economics*, John Wiley & Sons.

(8) Leuridan, J., Otte, D., Grangier, H. and Aquilina, R., 1990, "Coupling of Structures Using Measured FRF's by Means of SVD-Based Data

Reduction Techniques," *Proc. 8th IMAC, Kissimmee*, pp. 213~220.

(9) 백성남, 지태한, 박영필, 1994, "볼트결합부의 동적 파라미터해석," 한국소음진동공학회 추계학술대회논문집, pp. 244~249.