

〈논 문〉

## 자주포 로드암 동하중의 상당 정하중으로의 변환 및 형상최적설계

최우석\* · 강신천\*\* · 신민재\*\* · 박경진\*\*\*

(1996년 5월 31일 접수)

### Transformation of a Dynamic Load into an Equivalent Static Load and Shape Optimization of the Road Arm in Self-Propelled Howitzer

Woo-Seok Choi, Shin-Chun Kang, Min-Jae Shin and Gyung-Jin Park

**Key Words :** Dynamic Load(동하중), Static Load(정하중), Conversion(변환), Maximum Displacement(최대변위), Natural Frequency(고유진동수), Duration Time(작용시간)

#### Abstract

Generally, dynamic loads are applied to real structures. Since the analysis with the dynamic load is extremely difficult, static loads are utilized by proper conversions of the dynamic loads. The dynamic loads are usually converted to static loads by safety factors or experiences. However, it may increase weight and decrease reliability. In this study, a method is proposed for the conversion process. An equivalent static load is calculated to generate a same maximum displacement. The method is verified through numerical tests on a spring-mass systems of one and multi degrees-of-freedom. It has been found that the duration time of the loads and the natural frequencies of the structures are critical in the conversion process. A road arm in a self-propelled howitzer is selected for the application of the proposed method. The shape of the road arm is optimized under the converted static loads.

#### 기 호 설 명

<p><math>\{f\}</math> : 하중벡터</p> <p><math>f_{j,sta}</math> : 상당 정하중벡터의 <math>j</math>번째 성분</p> <p><math>f_{j,dyn}</math> : 일정한 동하중벡터의 <math>j</math>번째 성분</p> <p><math>h</math> : 작용하중시간</p> <p><math>k</math> : 스프링상수</p> <p><math>[K]</math> : 강성행렬</p> <p><math>m</math> : 질량</p> <p><math>[M]</math> : 질량행렬</p>	<p><math>d_0</math> : 계단함수형태 하중의 크기</p> <p><math>[Q]</math> : 진동형행렬</p> <p><math>T</math> : 고유주기</p> <p><math>t/T</math> : 고유주기로 나눈 시간</p> <p><math>t_p</math> : 최대변위 발생시간</p> <p><math>w^2</math> : 고유치</p> <p><math>w_n^2</math> : <math>n</math>번째 고유치</p> <p><math>x</math> : <math>h/T</math> 고유주기로 나눈 하중작용 시간</p> <p><math>y</math> : 변위</p> <p><math>\{y\}</math> : 변위벡터</p> <p><math>y_i</math> : <math>i</math>번째 변위</p> <p><math>y_{i,static}</math> : 정하중하에서 <math>i</math>번째 변위</p>
---	---

\*회원, 한양대학 대학원

\*\*회원, 국방과학연구소

\*\*\*회원, 한양대학교 기계공학과

- {z} : 비연성화된 변위  
 $z_n$  : n번째 비연성화된 변위

## 1. 서 론

일반적으로 정하중은 시간의 변화에 관계없이 일정한 크기로 영구적으로 작용하는 하중을 의미하고 이상적인 것인 반면에 동하중은 시간의 변화에 따라 힘의 크기가 변하는 하중으로서 현실적인 하중을 의미한다.<sup>(1)</sup> 정하중과 동하중은 구조물에 서로 다른 영향을 준다. 정하중을 받는 구조물은 그 하중을 지지할 수 있는 평형위치에서 정지하여 변형으로 인한 응력을 받고 동하중을 받는 구조물은 진동한다. 특별한 경우로서 크기가 일정한 힘이 동하중의 형태로 작용할 때 구조물은 평형위치를 기준으로 진동하게 된다.<sup>(2-5)</sup> 실제 구조물이 받는 하중은 동하중임에도 불구하고 해석의 편리함과 비용의 절감 등의 이점때문에 구조물을 정적으로 해석하는 경우가 많다. 동하중을 받는 구조물을 정적으로 해석할 때 계수로써 처리하기도 하나 실제의 상세해석에서는 동하중을 그에 상당하는(equivalent) 정하중으로 변환하는 개념이 요구된다.

어떤 하중에 의한 최대응력이 구조물의 항복응력보다 크면 그 구조물은 파손되며, 이 때의 항복응력은 정적항복응력을 의미한다. 엄밀한 의미에서 동하중이 작용하는 계는 동하중에 의한 최대응력이 동적항복응력보다 클 때 파손된다. 동적항복응력은 정적항복응력과 작용시간 그리고 온도의 함수로 나타나고 이는 일반적으로 정적항복응력보다 크다.<sup>(6)</sup> 동하중을 받는 계의 응력해석시 동적해석을 하여 시간에 따른 응력을 구할 수 있다. 최대응력을 발생시키는 최대하중이 짧은 작용시간을 갖는다면, 최대응력이 정적허용응력보다 클 때라도 그 계는 파손하지 않을 수 있다. 설계시 사용하는 허용응력은 정적항복응력과 안전계수를 이용하여 얻은 것이기 때문에 실제 파손이 일어나는 동적허용응력을 고려한 값보다 작기 때문이다. 이는 어떤 계에 짧은 시간동안에 그 계의 정적허용응력보다 큰 응력상태가 발생하더라도 그 계는 안전할 수 있다는 것이다.

동하중에 의한 최대응력은 그 동하중의 최대크기와 같은 크기로 일정하게 작용하는 동하중에 의한 최대응력과 같지 않다. 최대응력을 발생시키는 최대하중이 짧은 작용시간을 갖는다면, 동하중에 의

한 최대응력의 크기는 일정한 동하중에 의한 최대응력값보다 작다. 만약 동일한 크기의 최대응력을 발생시키는 일정한 동하중을 구한다면 그 크기는 처음의 작용시간이 짧은 동하중의 최대크기보다 작음을 유추할 수 있다.

작용하중시간에 따른 동하중의 효과를 알아보기 위해 서로 다른 작용시간을 갖는 계단함수형태의 하중을 고려하였고, 이를 바탕으로 어떤 계에 동하중이 작용할 때, 이에 상당하는 일정한 동하중과 정하중을 산출하는 방법을 제안하였다. 외팔보에서 자유단에 발생하는 동일한 크기의 변위는 고정단에 동일한 응력을 발생시키고, 유한요소법의 변위법에<sup>(7)</sup> 기초하면 먼저 변위를 구하고 이로부터 응력을 산출하므로 주어진 계에서 다른 조건이 동일할 때, 동일한 변위장은 동일한 크기의 응력장을 발생시킨다고 볼 수 있다. 여기서, 변환개념의 기준으로는 계의 주요부분들에서의 변위가 동일하게 하는 것을 선택하고, 동일한 최대변위는 동일한 최대응력을 의미한다고 가정하였다. 이를 위해 해석적으로 식을 유도하였고, 몇 가지 예제를 통해 이를 검증하였다. 동하중을 상당정하중으로 변환하여 정적항복응력조건하에서 해석하고 설계하는 것은 동적항복응력이 정적항복응력보다 크므로 정적허용응력을 고려한 설계는 동적허용응력을 충분히 만족시킨다는 사실을 고려할 때 안전한 설계라고 할 수 있다.

이러한 변환개념을 이용하여 상당 정하중하에서의 최적화 방법을 제안하였다. 주행시 동하중을 받는 자주포의 로드암(road arm)을 상당 정하중하에서 형상최적설계하였다.<sup>(11-14)</sup> 이 때 목적함수로는 로드암의 중량을 선택하였고, 응력과 변위를 허용치보다 작도록 제한하였다. 수학적으로 우수한 값을 구하지는 못하나 민감도를 직접 구하지 않는 이점이 있고 수렴특성 등의 여러가지 성능이 이미 검증된 바 있는 이차근사법<sup>(15)</sup> 사용하는 상용소프트웨어<sup>(16)</sup> 이용하여 형상최적설계를 수행하였다. 실제 설계시 수학적인 최소값보다는 현재의 설계보다 더 나은 설계를 추구한다는 관점에서 볼 때 이는 충분히 타당성이 있다고 사료된다. 결과적으로 20~30% 정도의 로드암 중량을 감소시킬 수 있었다.

## 2. 계단함수형태의 하중에 대한 평가

하중작용시간이 계에 미치는 영향을 평가하고 동

일한 최대변위를 유발하는 계단함수(step function) 형태의 하중들간의 관계를 알아보기 위해 일자유도 계와 다자유도계를 고려한다.

2.1 일자유도계에서의 평가

크기와 작용시간이 각기 다른 계단함수형태의 하중들에 대한 계의 반응을 고려하기 위해 Fig. 1에서와 같이 하중작용시간(loading time duration)이  $h$ 인 계단함수형태의 하중을 받는 스프링-질량의 일자유도계를 생각하면, 식 (1)과 같은 지배방정식으로 부터 시간의 변화에 따른 질량체의 변위를 구할 수 있다. <sup>(2)</sup>

$$m\ddot{y}(t) + ky(t) = p_0[u(t) - u(t-h)] \quad (1)$$

식 (1)에서  $u(t-h)$ 는  $t < h$ 일 때 0이고,  $t \geq h$ 일 때 1이다. 초기조건을  $y(0) = \dot{y}(0) = 0$ 이라 하면,

$$y(t) = \frac{p_0}{k} [1 - \cos \omega t - u(t-h) + \cos \omega(t-h) u(t-h)] \quad (2)$$

$$= \frac{p_0}{k} [1 - \cos \omega t] \quad (t < h)$$

phase I : 강제진동구간 (3)

$$= \frac{p_0}{k} [-\cos \omega t + \cos \omega(t-h)] \quad (t \geq h)$$

phase II : 자유진동구간 (4)

여기서,  $\omega^2 = k/m$ 이다. 시간에 따른 질량체의 변

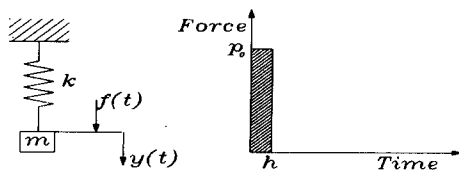


Fig. 1 SDOF system and applied load

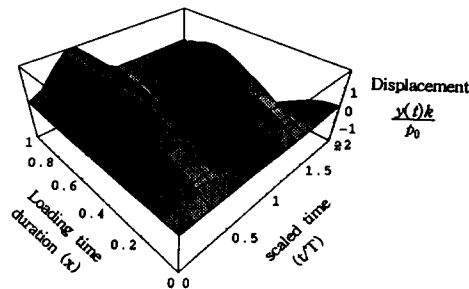


Fig. 2 Displacement curve with respect to loading time duration variance

위는 하중이 작용하고 있는 동안은  $1 - \cos \omega t$ 라는 곡선으로 나타나고, 하중이 작용하고 난 이후에는 하중작용시간만큼의 위상차를 갖는 동일한 두 곡선의 차로 나타난다. 식 (2)를 이용하여 하중작용시간의 변화에 따른 변위를 Fig. 2에 나타내었다. 그림에서  $T$ 는 고유주기이고 하중작용시간  $h$ 는  $xT$ 이다. 하중의 크기가 일정하면 하중작용시간  $x$ 가 0.5이하일 때 최대변위는 자유진동구간에서 발생하고  $x$ 가 증가함에 따라 최대변위의 크기도 증가한다.  $x$ 가 0.5이상일 때는 최대변위가 강제진동구간의  $t/T$ (scaled time)이 0.5일 때 발생하며 그 크기는 일정하다. 식 (2)를 미분하여 최대변위  $y_{max}$ 를 구하면, 식 (5)와 (6)과 같다. <sup>(2)</sup>

가.  $t < h$ 일 때

$$\begin{aligned} y_{max} &= \frac{p_0}{k} [1 - \cos \omega t_p] \\ &= \frac{p_0}{k} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} \right) \right] \\ &= \frac{p_0}{k} [1 - \cos \pi] = \frac{2p_0}{k} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)에서 보는 것과 같이 최대변위는  $t_p$ 가  $0.5T$ 일 때 발생하므로, 최대변위 식 (5)가 유효하기 위해서는  $t < h$ 라는 조건에 의해  $h$ 가  $0.5T$ 보다 커야 한다.

나.  $t \geq h$ 일 때

$$y_{max} = \frac{2p_0}{k} \sin \pi x \quad (h = xT, \omega = \frac{2\pi}{T}) \quad (6)$$

정리하면,

$$y_{max} = \frac{2p_0}{k} \quad (h > 0.5T) \quad (7)$$

$$= \frac{2p_0}{k} \sin \pi x \quad (h \leq 0.5T) \quad (8)$$

위의 식으로부터 최대변위는  $h < 0.5T$ 인 구간에서는 하중의 크기만의 함수이고,  $h \leq 0.5T$ 인 구간에서는 하중의 크기와 하중작용시간의 함수라는 것을 알 수 있다. 하중의 크기가 일정할 때 하중작용시간  $x$ 가 0.5이하인 구간에서는  $x$ 가 증가하면 최대변위도 따라서 증가하고,  $x$ 가 0.5이상인 구간에서는 최대변위가 하중작용시간과 무관하게 일정한 값을 유지함을 알 수 있다. 동일한 최대변위를 유발하는 하중의 크기와 하중작용시간의 관계를 알기 위해서  $y_{max} = \text{constant}$ 라 하면,

$$p_0 \times \sin \pi x = C, \quad p_0 = \frac{C}{\sin \pi x} \quad (h \leq 0.5T) \quad (9)$$

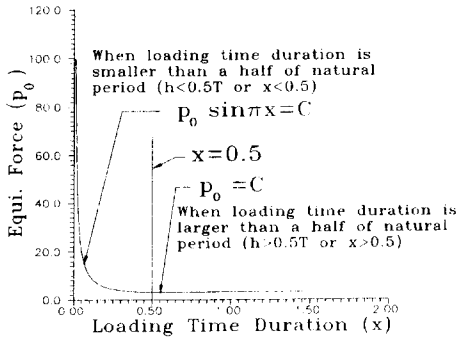


Fig. 3 The relationship between the magnitude of load and loading time duration to make same maximum displacement

$$p_0 = C(h) > 0.5T \tag{10}$$

이고, 이는 Fig. 3에 나타나 있다. Fig. 3에 표시되는 계단함수형태의 하중들에 의해 동일한 최대변위가 발생한다. 하중작용시간이 고유주기의 0.5배보다 작은 구간에서는 식 (9)를 만족하는 계단함수형태의 하중에 의해 동일한 최대변위가 발생하고, 하중의 크기가 크고 하중작용시간이 짧은 하중은 하중의 크기가 작고 하중작용시간이 긴 하중으로 변환할 수 있음을 알 수 있다. 하중작용시간이 고유주기의 0.5배보다 큰 구간에서는 식 (10)을 만족하는 계단함수형태의 하중에 의해 동일한 최대변위가 발생하고, 하중의 크기만 일정하면 하중작용시간과 무관하게 동일한 최대변위를 발생시킴을 알 수 있다. 감쇄특성을 고려하면 식 (5)는  $2p_0/k$ 보다 작은 값이 될 것이고, 식 (8)의 진폭도 작아진다. 결과적으로 동일한 최대변위를 유발하는 하중의 크기와 작용시간은 Fig. 3과 유사하게 나타난다.

2.2 다자유도계에서의 평가

하중작용시간이  $h$ 인 계단함수형태의 하중을 받는 다자유도계를 생각해 보자. 일자유도계에서와 유사하게 다음과 같은 지배방정식으로부터 변위에 대한 식을 구할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = \{f\} \tag{11}$$

고유치문제는 다음과 같이 쓸 수 있다. <sup>(9,10)</sup>

$$[K - \omega^2 M]\{y\} = \{0\} \tag{12}$$

이를 풀어 고유치(eigenvalue)와 고유벡터(eigenvector)를 구하고, 고유벡터를 이용하여 진동형행렬(modal matrix)를 구해 이를  $[Q]$ 라 하면

$$\{y\} = [Q]\{z\}, \{\ddot{y}\} = [Q]\{\ddot{z}\} \tag{13}$$

이고, 주어진 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{\ddot{z}\} + [D]\{z\} = [Q]^T\{f\} \tag{14}$$

여기서,  $[D]$ 는 대각선에 고유치를 갖는 행렬이다. 고유치문제를 풀어 처음에 인식되어 있던 방정식을 비연성화하였다. 이 때 비연성화된 방정식의 각각의 변위는 일자유도계에서와 같이 구할 수 있고 첨자를 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$z_n(t) = \sum_{j=1}^N \frac{Q_{jn} f_j}{\omega_n^2} [1 - \sin \omega_n t - u(t-h) + \sin \omega_n(t-h) u(t-h)] \tag{15}$$

식 (13)을 이용하면 원래의 변위는 다음과 같다.

$$y_i(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{in} Q_{jn} \frac{f_j}{\omega_n^2} [1 - \sin \omega_n t - u(t-h) + \sin \omega_n(t-h) u(t-h)] \tag{16}$$

하중작용시간  $h$ 를 기준으로 그 이전과 이후로 나눠 최대변위  $y_{max}$ 를 유도해 본다.

가.  $t < h$ 일 때

$$\frac{dy_i(t)}{dt} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{in} Q_{jn} \frac{f_j}{\omega_n} \sin \omega_n t p_1 = 0 \quad (t_{p1} < h) \tag{17}$$

식 (17)을 풀어  $t_{p1}$ 을 구하고 이를 식 (16)에 대입하면,

$$y_{i\max} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{in} Q_{jn} \frac{f_j}{\omega_n^2} [1 - \sin \omega_n t_{p1}] \quad (h > t_{p1}) \tag{18}$$

최대변위는  $t_{p1}$ 에서 발생하므로, 최대변위식 (18)이 유효하기 위해서는,  $t < h$ 라는 조건에 의해  $h$ 가  $t_{p1}$ 보다 커야 한다. 그리고 그때의 최대변위는 하중의 크기만의 함수이다.

나.  $t \geq h$ 일 때

$$\frac{dy_i(t)}{dt} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{in} Q_{jn} \frac{f_j}{\omega_n} [\sin \omega_n t p_2 - \sin \omega_n(t_{p2} - h)] = 0 \tag{19}$$

$$y_{i\max} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{in} Q_{jn} \frac{f_j}{\omega_n^2} [-\cos \omega_n t p_2 + \cos \omega_n(t_{p2} - h)] \tag{20}$$

가.의 경우와 달리 식 (20)에서 보는 바와 같이 최대변위는 하중의 크기와 하중작용시간의 함수이다.

어떤 계를 모드해석하여 고유치와 진동형행렬(modal matrix)를 알아낸 후, 식 (17)을 풀어  $t_{p1}$

를 구한다. 그리고 이를 작용하중시간  $h$ 와 비교하여  $h > t_{p1}$ 일 때는 식 (18)로부터 최대변위를 구하고  $h \leq t_{p1}$ 일 때는 식 (19)로부터  $t_{p2}$ 를 구해 이를 식 (20)에 대입하여 최대변위를 구한다.

2.3 예제

동일한 최대변위를 유발하는, 크기와 작용시간이 다른 계단함수형태의 하중을 구하는 몇 가지의 예제를 풀어 상용소프트웨어와<sup>(16)</sup> 비교하고자 한다.

<예제 1> Fig. 4와 같은 양끝단이 고정되어 있는 2자유도계에 하중작용시간이  $h$ 인 계단함수형태의 하중이 한개의 질량체에 가해졌다. 이 때 각각의 질량체의 시간에 따른 변위곡선과 동일한 최대변위를 나타내는 상당한 동하중들에 대하여 관찰해보자. 지배방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

고유치문제를 풀면  $T_1=0.3312$ ,  $T_2=0.1912$ 이다. 하중작용시간  $h$ 를  $h=xT_1$ 이라 하면 결과 그래프는

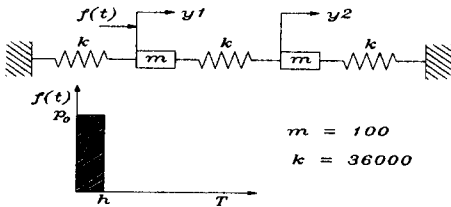


Fig. 4 2 DOF system and applied load

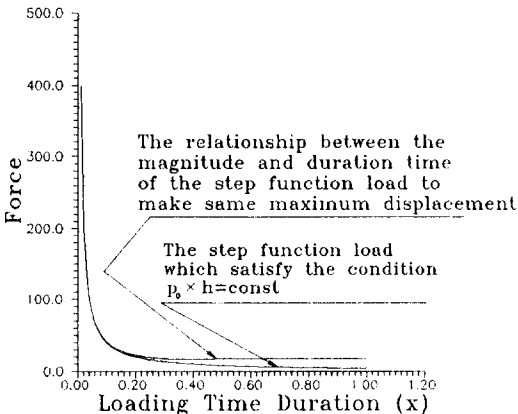


Fig. 5 The magnitude of load vs. loading time duration

Fig. 5, Fig. 6이다. 즉, Fig. 5에는 2개의 곡선이 있는데 위의 곡선은 동일한 최대변위를 유발하는, 아래곡선은  $p_0 \times h = C$ 인 계단함수형태의 하중이다. Fig. 6에는 Fig. 5의 하중들에 의해 발생하는 최대변위가 하중작용시간에 대해 나타나 있다. 일자유도계에서와 마찬가지로  $x$ 가 0.5이상인 구간에서는 최대변위가 하중작용시간과 무관하게 일정한 값을 유지함을 알 수 있고  $p_0 \times h = C$ 인 계단함수형태의 하중들이 동일한 최대변위를 유발하지 않는다는 사실을 알 수 있다.

<예제 2> Fig. 7과 같은 외팔보의 자유단에 하중 작용시간이  $h$ 인 계단함수형태의 하중이 가해질 때, 자유단의 변위를 관찰한다. 물성치는  $E=210$  GPa,  $\rho=7850$  kg/m<sup>3</sup>의 값을 사용한다. 지배방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$[M]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{f\} \quad (22)$$

$$\text{여기서, } \{\dot{y}\} = \{\dot{y}_1 \dot{y}_2 \dot{y}_3 \dot{y}_4 \dot{y}_5 \dot{y}_6\}^T \quad (23)$$

$$\{y\} = \{y_1 y_2 y_3 y_4 y_5 y_6\}^T \quad (24)$$

$$\{f\} = \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ f(t) \ 0\}^T \quad (25)$$

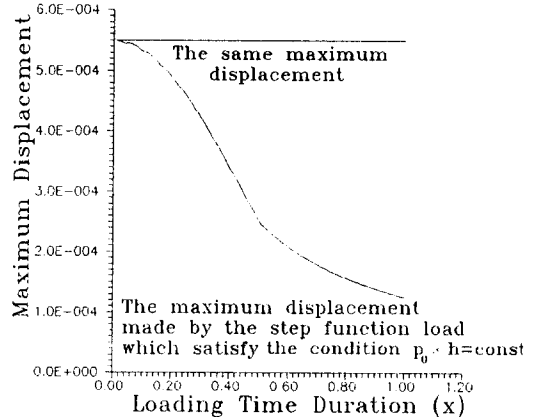


Fig. 6 Maximum displacement vs. loading time duration under the condition of Fig. 5

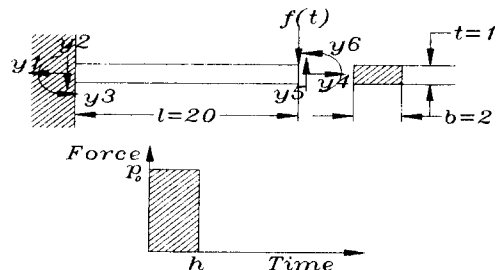
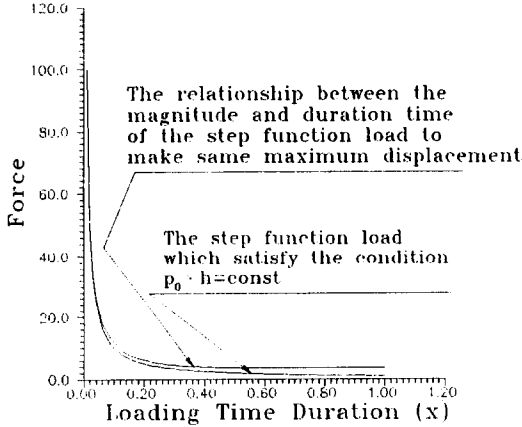


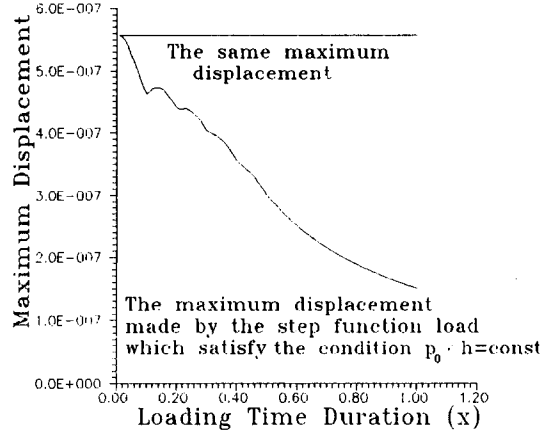
Fig. 7 Shape of a cantilever beam and applied load

**Table 1** Modal analysis results of cantilever beam

Mode	Eigenvalue ( $w^2$ )	Natural frequency (f)	Natural period (T)
1	$0.174 \times 10^3$	2.099	0.476
2	$0.169 \times 10^5$	20.678	0.048
3	$0.201 \times 10^6$	71.290	0.014



**Fig. 8** The magnitude of the load vs. loading time duration



**Fig. 9** Maximum displacement vs. loading time duration under the condition of Fig. 8

고유치문제를 정의하고 경계조건  $y_1 = y_2 = y_3 = 0$ 을 적용하여 풀면, 고유치, 고유진동수, 주기, 그리고 진동형행렬(modal matrix)는 다음과 같다. Table 1에서 각각의 모드는 1차 굽힘모드, 2차 굽힘모드, 그리고 종방향모드를 나타낸다.

$$[Q] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.31 \times 10^{-2} \\ -0.36 \times 10^{-2} & -0.50 \times 10^{-2} & 0 \\ 0.25 \times 10^{-3} & 0.19 \times 10^{-2} & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

이를 이용하여 최대변위가 발생하는 시간을 구하면  $t_p = 0.237\text{sec}$ 이다. 그리고 하중작용시간과의 비교를 통해 각각의 하중작용시간에 대한 최대변위값을 구하면 <예제 1>과 비슷한 경향을 나타내는 Figs. 8, 9를 얻을 수 있다. 즉, Fig. 8에는 2개의 곡선이 있는데 위의 곡선은 동일한 최대변위를 유발하는, 아래곡선은  $p_0 \times h = C$ 인 계단함수형태의 하중이다. Fig. 9에는 Fig. 8의 하중들에 의해 발생하는 최대변위가 하중작용시간에 대해 나타나 있다. <예제 1>과 마찬가지로  $x$ 가 0.5이상인 구간에서는 최대변위가 하중작용시간과 무관하게 일정한 값을 유지함을 알 수 있고  $p_0 \times h = C$ 인 계단함수형태의 하중들

이 동일한 최대변위를 유발하지 않는다는 사실을 알 수 있다. 이는 상용 소프트웨어<sup>(14)</sup>를 이용하여 얻은 결과와 매우 잘 일치하였다. 이를 바탕으로 다음장에서는 일반적인 동하중에 대한 상당 정하중으로의 변환에 대해 고찰해 보기로 한다.

### 3. 일반적인 동하중의 상당 정하중으로의 변환

#### 3.1 동일한 최대변위를 유발하는 일반적인 동하중과 일정한 동하중의 관계

다자유도계에서의 변위식과 그 미분식은 식 (16)과 식 (17), (19)이다. 만약 일정한 크기의 힘으로 계속 작용하는 동하중이 있다면, 이는 하중작용시간  $h$ 가 무한대라는 의미이다. 그 때 시간에 따른 변위와 그 미분은 다음과 같다.

$$y_i(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{in} Q_{jn} \frac{f_j}{w_n^2} [1 - \cos w_n t] \quad (27)$$

$$\frac{dy_i(t)}{dt} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{in} Q_{jn} \frac{f_j}{w_n} \sin w_n t p = 0 \quad (28)$$

식 (28)을 풀어  $t_p$ 를 구하고, 이를 식 (27)에 대입

하면 일정한 동하중의 크기와 상수항의 곱의 합 형태로 나타나는 최대변위  $y_{max}(t_p)$ 를 구할 수 있다. 이를 일반적인 동하중에 의한 최대변위와 등치시키면 동일한 최대변위를 유발하는 일정한 동하중의 크기를 구할 수 있다.

3.2 동일한 최대변위를 유발하는 일반적인 동하중과 정하중과의 관계

정하중을 받는 다자유도계를 고려해 보면 식 (14)에서  $\{\dot{z}\} = \{0\}$ 이므로 비연성화된 각각의 일자유도계의 변위와 그것들의 조합으로 이루어지는 원래의 변위는 다음과 같다.

$$z_n = \sum_{j=1}^N \frac{Q_{jn} f_{j,sta}}{w_n^2} \quad (29)$$

$$y_{i,static} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{in} Q_{jn} \frac{f_{j,sta}}{w_n^2} \quad (30)$$

식 (30)를 일반적인 동하중에 의한 최대변위와 등치시키면 동일한 최대변위를 유발하는 정하중을 구할 수 있다. 이를 검증하기 위해서 일반적인 동하중이 작용하는 구조물을 고려하여 이 동하중에 상당하는 정하중을 구해 동하중에 의한 최대변위와 정하중에 의한 변위가 일치함을 보이고자 한다.

3.3 예제 및 검증

Fig. 7과 같은 외팔보의 자유단에 Fig. 10과 같은 일반적인 동하중이 작용할 때, 동하중에 의한 자유단의 최대변위와 동일한 최대변위를 유발하는 일정한 동하중과 정하중을 구해보자.

가. 일정한 동하중( $y_2$ 는 자유단의 수직변위)

$$y_2(t) = \sum_{n=1}^3 Q_{2n} Q_{2n} \frac{f_{2,dyn}}{w_n^2} [1 - \cos w_n t] \quad (31)$$

$$\frac{dy_2(t)}{dt} = \sum_{n=1}^3 Q_{2n} Q_{2n} \frac{f_{2,dyn}}{w_n^2} \sin w_n t_p = 0 \quad (32)$$

Table 1과 식 (26)을 참고하여 고유치와 진동형행렬(modal matrix)를 대입하여 정리하면,

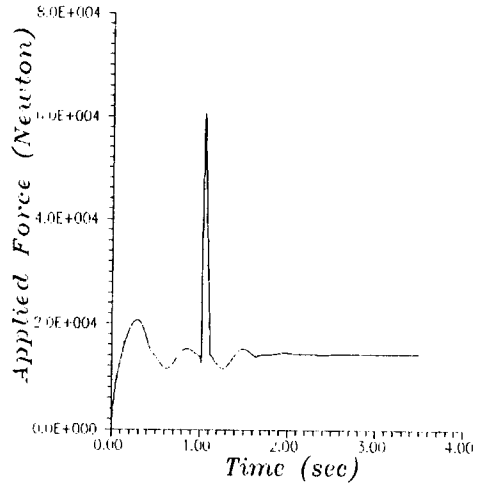


Fig. 10 The profile of general dynamic load applied to the cantilever beam

$$\begin{aligned} \frac{dy_2(t)}{dt} &= \frac{(-0.360 \times 10^{-2})^2}{\sqrt{0.174 \times 10^3}} \sin \sqrt{0.174 \times 10^3} t_p \\ &\quad + \frac{(-0.502 \times 10^{-2})^2}{\sqrt{0.169 \times 10^5}} \sin \sqrt{0.169 \times 10^5} t_p \\ &= 0 \end{aligned}$$

수치해석방법인 분할방법(secant method)을<sup>(18)</sup> 사용하여 풀면,  $t_p$ 의 값은 0.237이다.  $t_p$ 를 식 (31)에 대입하면,

$$y_{2max} = y_2(t_p) = f_2 \times 1.4962 \times 10^{-7} \quad (33)$$

식 (33)를 일반적인 동하중에 의한 최대변위와 등치시키면, 일반적인 동하중에 의해 발생하는 최대변위와 동일한 최대변위를 유발하는 일정한 크기의 동하중을 계산할 수 있다.

나. 정하중

$$y_{2,sta} = \sum_{n=1}^3 Q_{2n} Q_{2n} \frac{f_{2,sta}}{w_n^2} \quad (34)$$

고유치와 진동형행렬(modal matrix)를 대입하여

Table 2 The results of dynamic and static analysis

	Dynamic load	Constant dynamic load	Equivalent static load
Magnitude of load (Newton)	60586.3	25491.4	50059.3
Maximum displacement (m)	$0.3814 \times 10^{-2}$	$0.3814 \times 10^{-2}$	$0.3814 \times 10^{-2}$

정리하면,

$$y_{2,sta} = f_{2,sta} \times 7.6190 \times 10^{-8} \quad (35)$$

식 (35)를 일반적인 동하중에 의한 최대변위와 등치시키면, 일반적인 동하중에 의해 발생하는 최대변위와 동일한 최대변위를 유발하는 정하중의 크기를 계산할 수 있다. 상용 소프트웨어<sup>(14)</sup>를 사용하여 Fig. 10의 일반적인 동하중을 외팔보의 자유단에 가해서 과도응답해석(transient analysis)하여 얻은 최대변위값이  $0.3814 \times 10^{-2}m$ 이고, 이를 식 (33)과 식 (35)에 등치시키면 외팔보 자유단에 동일한 최대변위를 유발하는 일정한 동하중과 정하중의 크기를 구할 수 있다. 이렇게 구한 각각의 하중의 크기를 다시 외팔보의 자유단에 가해 해석하여 그 값들은 Table 2에 나타나 있다. 이들은 동하중에 의한 최대변위와 동일한 크기이다. 그리고 같은 크기의 최대변위를 발생시키기 위한 정하중의 크기는 일정한 동하중의 그것의 약 2배에 해당함을 알 수 있다.

#### 4. 로드암에서의 상당 정하중 산출

##### 4.1 개요

로드암은 자주포의 한 부분으로서 한 쪽은 유기압 현수장치와 연결되어 있고 다른 한쪽은 로드휠에 연결되어 있다. 자주포가 포를 쏘거나 주행할 때 지면으로부터 하중을 받게 된다. 이 하중은 처음에 로드휠에 작용하고 로드암을 통하여 유기압현수장치로 전달된다. 유기압 현수장치에서는 이 하중을 완충시키는 역할을 한다.<sup>(11~14)</sup> 로드암의 모양은 Fig. 11과 같다. 로드암은 개략적으로 외팔보와 비슷하다. 지면으로부터 받는 하중은 외팔보 자유단에 작용하는 하중에 비유할 수 있고 유기압 현수장치와 연결된 부분은 외팔보의 고정단에 비유할 수 있다. 그러므로 앞에서 고찰한 외팔보 자유단에 동하중이 작용할 때 그와 동일한 최대변위를 유발하는 정하중으로의 변환개념을 로드암에 적용할 수 있다.

##### 4.2 상당 정하중의 산출

###### (1) Case 1

동적해석 상용 소프트웨어를<sup>(17)</sup> 이용하여 자주포가 16인치 범프통과시<sup>(11)</sup> 로드암에 작용하는 일반적인 동하중의 모양을 구해 내면 Fig. 13과 같다.

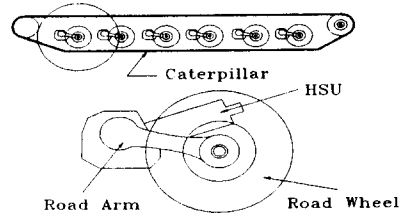


Fig. 11 The road arm

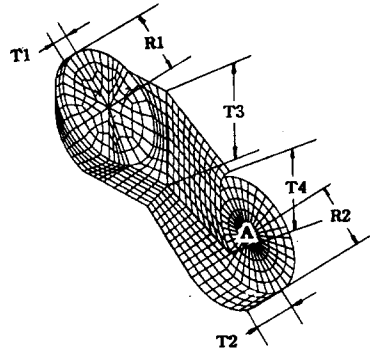


Fig. 12 The shape of the road arm modeling

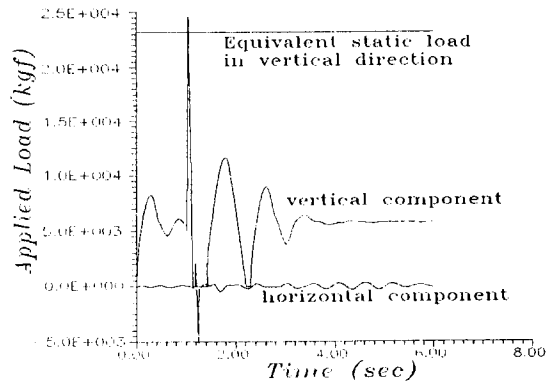


Fig. 13 The general dynamic load applied to the road arm

그림에서 진폭이 큰 것은 수직방향으로 작용하는 하중이고 진폭이 작은 것은 수평방향으로 작용하는 하중이다. 이러한 동하중하에서 동적해석을 수행한 결과로 얻은 A점의 최대변위는  $X_{MaxDisp.} = -0.4456$ ,  $Y_{MaxDisp.} = 1.9720$ 이다.  $X_{MaxDisp.}$ 는 수평방향의 변위를  $Y_{MaxDisp.}$ 는 수직방향의 변위를 각각 나타낸다. 여기서, A점이란 로드휠과 연결되어 있는 부분의 중앙에 위치하여 하중을 받는 곳으로 로드암을 외팔보의 형태로 볼 때 최대처짐이 발생하는 자유단에 위치한 점이다. 상당 정하



중을 산출하기 위해 로드암의 모양을 대표할 수 있는 충분한 점을 모델링으로부터 선택하여 모드해석하였다. 고유치와, 변환개념을 적용하는데 필요한 고유벡터의 일부를 나타내면 Table 3과 같다. 상당한 수평, 수직방향의 정하중을 구하기 위한 식은 다음과 같다.

$$y_{i,static} = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^N Q_{in} Q_{jn} \frac{f_{j,sta}}{w_n^2} = y_{imax,dyn}$$

로드암의 진동형태를 잘 표현하기에 충분하다고 사료되는 10번째 모드까지 조합하여 A점에 이와 동일한 변위를 발생시키는 상당 정하중을 구하는 식을 세우면,

$$\begin{aligned} &8.420 \times 10^{-5} F_y - 3.015 \times 10^{-9} F_x = 1.972 \\ &-3.015 \times 10^{-9} F_y + 8.078 \times 10^{-5} F_x = -0.446 \\ &F_x = -5515.26 \text{ (kgf)} \\ &F_y = 23419.88 \text{ (kgf)} \end{aligned}$$

**Table 3** Modal analysis of the road arm

Mode	Natural frequency (Hz)	Modal matrix component at node A	
		ux	uy
1	176.62	-9.7478	-0.1359e-3
2	386.61	-0.1146e-2	21.8908
3	912.21	-0.2594e-1	9.0717
4	1249.2	-10.2939	-0.2628e-1
5	1987.2	15.7971	-0.1028
6	2331.5	-0.3630	-8.3754
7	4169.0	-0.5708	9.8236
8	4189.5	-14.4464	-0.1499
9	7328.2	-0.4739	-4.6628
10	8311.8	-2.0188	-4.3084

**Table 4** The comparison of the results in case 1

	Displacement in direction Ux (mm)	Displacement in direction Uy (mm)
Analysis under dynamic load	-0.4456	1.9720
Analysis under equivalent static load	-0.4541	2.0057

**Table 5** The comparison of the results in case 2

	Displacement in direction Ux (mm)	Displacement in direction Uy (mm)
Analysis under dynamic load	-0.5144	2.1040
Analysis under equivalent static load	-0.5263	2.1440

상당 정하중  $F_x = -5515.26(\text{kgf})$ ,  $F_y = 23419.88(\text{kgf})$ 를 사용하여 정적해석을 한 결과는 Table 4와 같다.

이는 로드암이 실제로 동하중을 받을 때의 최대 변위의 크기  $X_{\text{MaxDisp}}$ 와  $Y_{\text{MaxDisp}}$ 보다 조금 큰 값이다. 원래의 동하중에 의한 최대변위보다 상당 정하중에 의한 변위가 좀 더 크다는 것은 공학적인 관점에서 본다면 안전한 설계가 가능하다는 의미로 해석할 수 있다.

(2) Case 2

Fig. 14와 같은 동하중이 로드암에 작용했을 때 앞에서와 동일한 방법으로 상당 정하중을 구해본다. 동일한 변위를 유발하는 상당 정하중의 크기는  $F_x = -6391.13(\text{kgf})$ ,  $F_y = 25034.47(\text{kgf})$ 이다.

위에서 로드암에 작용하는 2가지의 다른 형태의 동하중에 대하여 상당 정하중을 구해내었다. 여기서 일반적인 동하중의 최대치와 상당 정하중의 크기를 함께 나타내면 Table 6과 같다. Table 6에서 보면 동하중의 형태에 따라 상당 정하중의 크기가 동하중의 최대치보다 클 수도 있고 작을 수도 있다. Case 1에서는 상당 정하중의 크기가 동하중의 최대치보다 작다. 동하중의 형태를 살펴보면 큰 하중이 작용하는 시간이 구조물의 고유주기와 비교해 볼 때 짧기 때문에 상당 정하중으로 변환할 때 동하중의 최대치보다 작은 크기의 정하중을 얻게된 것이다. 반면에 case 2에서는 상당 정하중의 크기가 동하중의 최대치보다 크다. 이는 하중의 작용시간이 case 1에 비해 상대적으로 길기 때문이다. 일반적으로 동하중은 정하중의 2배에 해당한다고 말할 때는 동하중의 작용시간이 길때를 의미하고 충격적으로 작용하는 동하중은 구조물에 큰 영향을 미치지 못한다고 말할 때는 작용시간이 짧을 때를 의미한다. 어떤 구조물에 일반적인 동하중이 작용했을 때 이 동하중을 최대치보다 크게 평가해야 할 것인지 또는 적게 평가할 것인지를 알아내는 것은

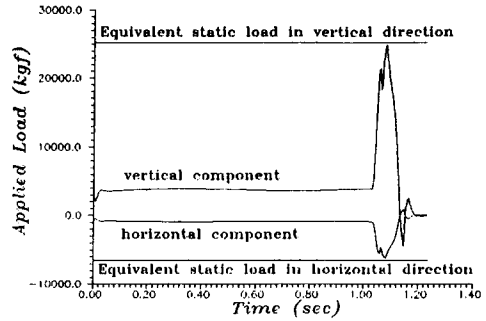


Fig. 14 The general dynamic load applied to the road arm

무척 어려운 일이다. 위에서와 같은 변환개념을 이용하면 일반적인 동하중에 대한 상당 정하중을 쉽게 구할 수 있다. 그리고 이를 설계에 쉽게 응용할 수 있다.

5. 로드암의 형상최적설계

자주포의 설계에는 제작시 요구되는 중량이 있다. 만약 자주포의 중량이 그 한계값을 초월하면 원하는 성능을 기대할 수 없게 된다. 그러나 자주포는 방호력과 안정성을 동시에 만족해야 하기 때문에 중량을 최소화함에 있어 많은 주의를 필요로 한다. 로드암은 자주포 자중의 지지 및 하중의 전달을 주로 담당하는 부재로서 다른 부분에 비해 상대적으로 커다란 방호력이 요구되지 않는 부재이다.

민감도를 직접 구하지 않는 이점이 있고 수렴특성 등 여러가지 성능이 이미 검증된 바 있는 이차근사법<sup>(15)</sup> 내재되어 있는 상용 소프트웨어의<sup>(16)</sup> solid 요소를 이용하여 로드암을 모델링하고 최적화하였다. 모델링한 로드암의 모양은 Fig. 12와 같다. Fig. 12에서 평평하게 보이는 부분이 유기압

Table 6 The maximum value of dynamic load and equivalent static load

	Max. magnitude of dynamic load (kgf)		Magnitude of equivalent static load (kgf)	
	Vertical	Horizontal	Vertical	Horizontal
Case 1	24729.1	-7022.14	23419.9	-5515.26
Case 2	24849.0	-6142.14	25034.5	-6391.13

현수장치와 연결되는 부분이고 다른 부분은 로드휠과 연결되는 부분이다. 경계조건으로는 유기압 현수장치와 연결되는 부분의 모든 자유도를 구속하였다. 목적함수로 로드암의 중량을 선택하였다. 로드암은 한대의 자주포에 한쪽에 6개씩 모두 12개가 있으므로 중량감소시 그 효과가 크다. 제한조건으로는 유기압 현수장치와 연결되는 부분 및 최대응력이 발생할 것이라 예상되는 부분의 응력을 허용치보다 작도록 하였고 외팔보의 자유단에 비유할 수 있는, 하중이 작용하는 지점의 변위를 허용치보다 작도록 하였다.

5.1 정식화(Formulation)

find R1, R2, T1, T2, T3, T4

min. Weight of road arm

s. t.  $\sigma_i \leq \sigma_{all} (i=1, \dots, n)$

Stress constraints

$u_i \leq u_{all} (i=1, \dots, n)$

Displacement constraints

(37)

여기서,

$\sigma_{all}$  : 허용응력 (① 항복응력 : 90 kgf/m<sup>2</sup>

② 인장강도 : 110 kgf/mm<sup>2</sup>)

$u_{all}$  : 허용변위 (4 mm)

목적함수로 로드암의 중량을 선택하였다. 이는 자주포 중량의 감소요구에 부응하기 위한 것이고 갯수가 많아 중량감소의 효과가 크다는 이점이 있다. 로드암의 모양을 고려해 볼 때 로드암의 길이를 설계변수로 선택하는 것은 제작상의 이유 등으로 옳바르지 않다고 사료된다. 설계변수로 선택한 Fig. 12의 R1, R2, T1, T2, T3, T4는 로드암의 모양을 대체적으로 잘 표현해 줄 수 있는 인자들이다. 이는 Table 7에 설명되어 있다. 설계변수의 초기값은 현재 사용되는 로드암의 치수이다. 제한조건으로는 최대응력이 발생할 것으로 예상되는 부분의 응력이 허용치보다 작고 로드암에서 외팔보의 자유단에 해당하는 부분의 변위를 허용치보다 작도록 하였다. 4장의 과도응답해석에서 구한 동하중하에서 로드암에 발생하는 최대응력은 최적화에서 허용응력으로 선택한 값보다 작다. 그 크기는 상당

Table 7 Design variables

Design Var.	Description	Init. value
R1	The radius of the part connected to the HSU	100
R2	The radius of the part connected to the road wheel	100
T1	The thickness of the part connected to the HSU	17
T2	The thickness of the part connected to the road wheel	61
T3	The width of the part connected to the HSU	180
T4	The width of the part connected to the road wheel	155

Table 8 First optimization

Design Var.	Lower	Upper	Initial	Final
R1	95	110	100	102.90
R2	90	105	100	90.703
T1	10	20	17	14.686
T2	50	65	61	51.441
T3	160	2R1-1	180	186.92
T4	140	2R2-1	155	168.90
Volume			6834130.4	6319600

정하중하에서의 응력과 비슷한 크기이므로 변환된 상당 정하중하에서의 최적화시 제한조건은 타당한 것이다. 이와같은 제한조건과 더불어 앞에서 구한 상당정하중하에서 최적화를 수행하였다.

로드암 설계시 설계명세서에서<sup>(11)</sup> 요구하는 하중 조건은 매우 크다. 수직방향의 하중은 자주포 중량의 3배인 135톤이고, 수평방향의 하중은 자주포 중

량의 0.5배인 22.5톤이다. 동적해석 상용 소프트웨어의<sup>(17)</sup> 결과와 비교해 볼 때 이러한 조건에서 설계하는 것은 과잉설계의 가능성이 매우 크다 하겠다.

5.2 최적화 결과

(1) Case 1 : 상당 정하중  $F_x = -5515.26$  (kgf),

Table 9 Second optimization

Design Var.	Lower	Upper	Initial	Final
R1	100	110	102.90	100.12
R2	85	100	90.703	85.043
T1	10	20	14.686	15.387
T2	45	60	51.441	45.059
T3	160	2R1-1	186.92	164.54
T4	140	2R2-1	168.90	140.56
Volume			6319600	5378900

Table 10 Third optimization

Design Var.	Lower	Upper	Initial	Final
R1	95	105	100.12	95.301
R2	80	90	85.043	80.317
T1	10	20	15.387	16.377
T2	40	50	45.059	40.314
T3	160	2R1-1	164.54	160.25
T4	130	2R2-1	140.56	130.79
Volume			5378900	4958800

Table 11 Fourth optimization

Design Var.	Lower	Upper	Initial	Final
R1	90	100	95.301	95.301
R2	75	85	80.317	80.317
T1	10	20	16.377	16.377
T2	35	45	40.314	40.314
T3	155	2R1-1	160.25	160.25
T4	125	2R2-1	130.79	130.79
Volume			4958800	4958800

$F_y=23419.88$  (kgf) 하에서의 형상최적설계

초기의 로드암의 모양을 나타내는 파라미터값들과 최적화의 과정을 거친 파라미터값들은 Table 8, Table 9, Table 10, Table 11과 같다. 민감도를 직접 구하지 않는 알고리즘의 경우 처음부터 설계변수들에 대한 커다란 범위의 한계값을 적용할 경우 수렴특성이 나빠지고, 매번의 최적화과정에서 변화된 새로운 설계변수로 로드암을 다시 구성할 때의 요구되는 기하학적 제한조건이 있기 때문에 설계변수의 범위를 초기값의 근처에서 작은 폭으로 주었다. 한편 수학적 최적값을 얻지 못하는 이차근사법의 특성때문에 한 번 구해진 최적값을 초기값으로 대입하면 더욱 좋은 설계값으로 수립할 수 있다. 따라서 더 이상 목적함수가 좋아지지 않을 때까지 4번의 최적화과정을 수행하였다. 3번째 최적화의 최종값을 초기값으로 하여 4번째 최적화를 수행한 결과 초기값이 가장 최적값임을 알 수 있었다. 그러므로 Table 10에서 얻은 최종값이 이 문제의 최

적값임을 알 수 있다. 결과적으로 27.44%의 중량 감소를 가져왔다.

(2) Case 2 : 상당 정하중  $F_x=-6391.13$ (kgf),

$F_y=25034.47$  (kgf) 하에서의 형상최적설계

초기의 로드암의 모양을 나타내는 파라미터값들과 최적화의 과정을 거친 파라미터값들은 Table 12, Table 13, Table 14와 같다. 결과적으로 21.36%의 중량감소가 가능했다.

로드암을 형상최적설계할 때 경계조건을 유기압 현수장치와 연결되는 부분의 자유도를 모두 구속함으로써 인하여 그 부분에서 최대응력이 발생하였다. 그러므로 최적화가 진행되는 동안 유기압 현수장치와 연결되는 부분의 치수가 상대적으로 증가하고 로드휠과 연결되어 있는 부분의 치수는 상대적으로 감소하였다. 이는 외팔보의 자유단에 하중이 가해질 때 고정단 부근에 많은 응력과 모멘트가 작용하므로 상대적으로 자유단보다는 부재의 치수를 크게 해 주어야 하는 개념과 잘 일치함을 알 수 있다.

Table 13 First optimization

Design Var.	Lower	Upper	Initial	Final
R1	95	110	100	104.42
R2	90	105	100	91.181
T1	10	20	17	17.613
T2	50	65	61	59.122
T3	160	2R1-1	180	181.45
T4	140	2R2-1	155	142.08
Volume			6834130.4	6499300

Table 13 Second optimization

Design Var.	Lower	Upper	Initial	Final
R1	100	110	104.42	100.07
R2	85	100	91.181	85.034
T1	10	20	17.613	16.188
T2	50	65	59.122	50.244
T3	160	2R1-1	181.45	161.38
T4	130	2R2-1	142.08	130.53
Volume			6499300	5471000

Table 14 Third optimization

Design Var.	Lower	Upper	Initial	Final
R1	95	105	100.07	96.822
R2	80	90	85.034	81.794
T1	10	20	16.188	18.770
T2	45	55	50.244	46.469
T3	155	2R1-1	161.38	166.00
T4	125	2R2-1	130.53	125.69
Volume			5471000	5374100

최적화의 과정을 통해 약 20~30% 정도의 중량감소가 가능함을 알 수 있었다.

## 6. 결 론

하중작용시간이 계에 미치는 영향을 평가하기 위하여 계단함수형태의 하중이 작용하는 일자유도계와 다자유도계를 고려하였고 동일한 최대변위를 유발하는 크기와 작용시간이 서로 다른 계단함수형태의 하중들을 구해 내었다. 하중의 크기와 하중작용시간의 관계를 그래프로 나타내 보면, 하중작용시간이 고유주기의 0.5보다 작은 구간에서는 크기가 크고 짧은 하중작용시간을 갖는 하중을 점차로 크기가 작고 긴 하중작용시간을 갖는 하중으로 변환할 수 있음을 알았고, 하중작용시간이 고유주기의 0.5보다 큰 구간에서는 하중의 크기만 일정하면 하중작용시간과 관계없이 동일한 최대변위를 유발함을 알았다. 이를 바탕으로 구조물에 실제적으로 작용하는 동하중을 그것에 의한 어떤 특정한 지점들에서의 최대변위와 동일한 최대변위를 유발하는 상당 정하중으로 변환하는 개념을 제안하였다. 예제로 외팔보에 작용하는 동하중에 대하여 상당 정하중의 크기를 찾아내었다. 로드암은 대략적으로 외팔보로 볼 수 있으며, 로드암에 작용하는 하중도 외팔보 자유단에 작용하는 하중으로 근사화가 가능하다. 이러한 변환개념을 로드암에 적용하여 로드암에 작용하는 2가지의 형태의 동하중에 대한 상당 정하중을 구하고 상당 정하중하에서 해석한 결과를 고찰하여 동하중에 의한 최대변위와 유사함을 보였다. 일반적인 동하중의 최대하중이 지속되는 시간이 구조물의 고유주기의 0.5배와 어떤 관계를 가지

느냐에 따라서 상당 정하중의 크기가 최대하중의 크기보다 클 수도 작을 수도 있음을 알았다. 이러한 변환개념을 이용하여 동하중을 받는 로드암을 상당 정하중하에서 형상최적설계하였다. 이 때 목적함수로는 로드암의 중량을 선택하였고, 응력과 변위를 허용치보다 작도록 제한하였다. 민감도를 직접 구하지 않는 이점이 있고 수렴특성 등의 여러 가지 성능이 이미 검증된 바 있는 근사법을 사용하는 상용 소프트웨어를 이용하여 형상최적설계를 수행하였다. 결과적으로 20~30% 정도의 로드암 중량을 감소시킬 수 있었다.

여기서는 로드암에 대해서 변환개념을 적용하였으나, 이는 자동차나 중장비 등의 해석 및 설계에 모두 적용될 수 있다. 이를 위해 변환개념을 보다 일반화 하는 것이 필요하다고 사료된다.

## 참고문헌

- (1) 양동률, 양인영, 이철민, 1992, 충격공학, 원창출판사.
- (2) Thomson, W. T., 1993, *Theory of Vibration with Application*, 4th Ed., Prentice Hall.
- (3) Clough, R. W. and Penzien, J., 1982, *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill.
- (4) Craig, R. R. Jr, 1981, *Structural Dynamics*, John Wiley & Sons.
- (5) Meirovitch, L., 1967, *Analytic Methods in Vibrations*, McMillan.
- (6) John M. Barsom and Stanley T. Rolfe, 1987, *Fracture and Fatigue Control in Structures*, 2nd Ed., Prentice Hall.

- (7) Reddy, J. N., 1993, *Finite Element Method*, 2nd Ed., McGraw-Hill.
- (8) Katsuhiko Ogata, 1990, *Modern Control Engineering*, 2nd Ed., Prentice Hall.
- (9) Haug, E. and Choi, K. K., 1993, *Methods of Engineering Mathematics*, Prentice Hall.
- (10) Gilbert Strang, 1988, *Linear Algebra and Its Applications*, 3rd Ed., Harcourt Brace Jovanovich College Publishers.
- (11) *Army Material Command Pamphlet* 706~357
- (12) 김용택, 고준열, 윤여길, 김광호, 조규남, "전투차량 구조해석의 CAE 적용사례," 제1회 전투차량개발기술학술대회, pp. 823~831
- (13) 김동수, 신민재, 남석현, 1993, "자주포 설계 기술," 제7회 화랑배 국제학술 심포지움.
- (14) "주퇴충격하중을 받는 지지구조물의 응력해석," 충남대학교 공과대학 부속 산업기술연구소 & 국방과학연구소.
- (15) 박영선, 박경진, 이완익, 1992, "최적설계시 이차근사법 수치성능평가에 관한연구," 대한기계학회논문집, Vol. 16, No. 2, pp. 236~247.
- (16) *ANSYS User's Manual for Reversion 5.0*
- (17) *ADAMS User's Reference Manual Version 7.0*
- (18) Chapra, S. C. and Canale, R. P., 1988, *Numerical Methods for Engineers*, 2nd Ed., McGraw-Hill.
- (19) 최우석, 1994, "로드암 동하중의 상당정하중으로의 변환 및 형상최적설계," 한양대학교 석사학위논문.