

<논 문>

본드선도를 이용한 동적시스템의 해석적 종합방법

박전수* · 김종식**

(1996년 4월 21일 접수)

An Analytical Synthesis Method of Dynamic Systems in Terms of Bond Graphs

Jeon Soo Park and Jong Shik Kim

Key Words : Bond Graphs(본드선도), Bond Graph Prototypes(표준본드선도), Network Synthesis(회로망 종합), Positive Real Function(한정 실함수), Feedforward and Feedback Structures(피드포워드 및 피드백 구조), Analytical Synthesis Method(해석적 종합방법)

Abstract

This paper presents an attempt to find the physical structure of dynamic systems which achieves the behavior of a given system function. The scheme pursued by the paper would be regarded as synthesizing dynamic systems, and a method to synthesize them analytically is proposed by means of bond graph prototypes. The method adopts several concepts used to synthesize networks in the electrical field, but yet demonstrates its own strengths such as the freedom from assigning causality and determining junction types. Also, it is shown that this method has further advantages in reticulating a given specification into feedforward and feedback components relative to network synthesis and the method introduced by Redfield. The proposed method is examined through an example to trace the outline of the analytical synthesis of dynamic systems using bond graph prototypes.

1. 서 론

동적시스템의 설계 그리고/혹은 종합(synthesis)은 일반적으로 잘 정의된 이상화 모델들의 최적배치와 그 파라미터의 결정과 깊은 관계를 갖는다. 그러나 이 두 과정은 엄밀한 입장에서 분명히 구별될 수 있다. 즉, 동적시스템의 설계는 그 시스템이 수행할 목적과 목적달성을 위해 어떤 방법을 사용

할 것인가를 결정하는 것인 반면에, 동적시스템의 종합은 요구되는 응답특성에 잘 부합하는 시스템함수를 다양한 에너지 영역에서 실현가능한 물리구조로의 실제적 이식(practical implementation)을 의미한다.

본 논문의 목적은 표준본드선도(bond graph prototypes)가 동적시스템을 종합할 때 적용될 수 있는 가능성을 제시하는데 있다. 표준본드선도⁽¹⁾는 동적시스템의 고유한 물리적 특성, 즉 연결성(connectivity)과 인과성(causality)을 근거로 동적시스템의 일반적인 모델로 개발되어, 동적시스템의 모델링 및 주파수역 해석에 효과적으로 적용된 바

*부산대학교 기계기술연구소

**회원, 부산대학교 기계설계공학과

있다. 한편, 본드선도^(2,3)는 일반 물리계를 구성하는 이상화 모델(혹은 동적요소)들의 수학적 표현식 뿐만아니라 이들의 상호작용으로 지배되는 동적시스템의 거동을 결정하는 인과성과 연결성에 대한 물리구조의 또 다른 모델을 제시해 주기 때문에, 동적시스템의 종합시 요구되는 시스템함수의 동적 거동을 보장하는 하드웨어 구조는 구축된 본드선도 모델로부터 직접 찾을 수 있는 이점이 있다.

본드선도를 이용한 동적시스템의 종합에 관한 연구는 Redfield와 Krishnan의 최근 논문⁽⁴⁾에서 수행된 바 있다. 그들의 연구는 이상화된 동적요소들로 표현된 본드선도 모델을 가장 안쪽의 내부포트에서 가장 바깥쪽의 외부포트로의 한방향 신호흐름(unilateral signal flow)을 관찰하여 블록선도물 얻는 절차를 역으로 적용하는 것에서부터 출발한다. 하지만, 본드선도에서의 양방향 일률흐름(bilateral power flow)의 특징을 블록선도로 축소하는 것은 때때로 동적시스템의 고유한 물리적 특징 중 하나인 연결특성을 간과하는 결과를 초래할 수 있을 것이다. 그래서 그들이 제시한 종합방법을 적용할 때는 물리적으로 가장 적합한 동적시스템의 연결요소(junction elements)를 신중하게 결정해야 하는 어려움이 포함되기도 한다.

본 논문에서 제시하는 동적시스템의 종합방법은 본드선도를 이용한 해석적 방법으로서 표준본드선도에서 쉽게 유도할 수 있는 영점 및 극점 다항식과 종합하려는 동적시스템이 갖는 상대차수(relative order)에 관한 정보를 적절한 수학적 알고리즘을 이용하여 그 물리구조를 실현하는 방법이다. 이 방법은 종래의 회로망이론(network theory)에서 흔히 사용하던 수동시스템(passive system)에 대한 종합방법⁽⁵⁾ 및 Redfield가 제안한 방법과 형태상으로는 비슷하지만, 동적시스템을 구성하는 각 이상화 모델들 상호간의 연결구조 및 인과관계를 할당하는데 거의 제약없이 사용할 수 있는 장점이 있다.

본 논문은 모두 5장으로 구성되어 있으며, 제2장에서는 전기회로망 설계시 광범위하게 적용되고 있는 Foster 및 Cauer 실현을 조사하여 각각의 경우에 대한 본드선도로의 구현을 언급할 것이다. 제3장은 본 논문의 대상시스템이 되는 수동시스템에 대한 몇몇 유용한 특징 및 그 조건을 알아보며, 그리고 제4장은 본 논문의 결과가 기술되는 장으로서 표준본드선도의 기본성질 및 동적시스템의 종합에

의 적용방법이 예를 통하여 설명될 것이다. 또한, 본 논문에서 제시하는 동적시스템의 종합방법과 위에서 언급한 기존의 종합방법과의 비교 및 앞으로의 전망은 제 5장에서 요약한다.

2. 회로망 종합 및 본드선도

이 장에서는 기존의 회로망 설계자가 흔히 사용하는 종합방법 및 이 방법들이 제시하는 물리구조의 본드선도로의 구현에 대하여 언급하기로 한다. 일반적으로, 전기회로망의 종합은 요구되는 주파수역 성능사양을 보장하는 전기회로도 및 망의 완성에 있으며, 이의 성공적인 수행은 성능사양으로 표현된 시스템함수의 전개기법(expansion techniques)의 정확도와 효율성에 달려있다.

전형적으로, 동적시스템은 수동요소(passive elements), 즉 에너지 저장요소(질량 및 스프링), 에너지 발산요소(감쇠기), 에너지 변환요소(트랜스포머, 자이레이터) 혹은 그 시스템의 연결성을 결정하는 에너지 접합요소, 그리고 주변장치에 전혀 관계없이 일정한 힘 또는 속도를 발생하는 이상적인 에너지 발생요소 뿐만 아니라, 자기 스스로 에너지를 발생 혹은 증폭하는 능동장치(active devices)를 포함할 수 있다. 그러나, 능동요소가 포함된 동적시스템의 종합은 모델의 구축시 반드시 제어소스(controlled sources)가 포함되기 때문에 이 제어소스를 여기하는 외부신호의 예측을 수반해야 하는 어려움이 있으며, 이와 같은 능동시스템의 종합문제는 현재 많은 학자들에 의해 계속 연구되고 있는 추세이다. 따라서 본 논문에서는, 요구되는 시스템함수의 거동은 수동요소들만으로 물리적 실현이 가능한 경우만을 고려하기로 한다. 다시말하면, 주어진 시스템함수는 그 특성상 한정실함수(positive real function)의 요건⁽⁶⁾이 만족되어야 하며, 따라서 시스템함수의 입/출력 거동 및 안정도는 에너지 저장과 발산 메카니즘에 의하여 완전히 결정된다. 또한, 본 논문에서는 주어진 시스템함수가 종합될 시스템과 그 주위(surroundings)와의 최종적인 상호작용점에서의 입/출력 관계식임을 강조하기 위해 전기회로망 설계자에게 친숙한 임피던스(impedance) 및 어드미턴스(admittance) 개념을 사용하기로 한다. 임피던스는 입력으로 전류(혹은, 일반화된 속도를 의미하는 흐름(flow))이 들어와서 출력으로 전압(혹은, 일반화된 힘을 의미하는 작력(effort))

을 발생하는 시스템함수로서, 물리적 상사(physical similarity) 개념에 따라 거의 모든 에너지영역에서 똑 같이 사용할 수 있는 일반화된 주파수의 존 함수(generalized frequency-dependent function)로 이해할 수 있다. 그리고 어드미턴스는 작력과 흐름의 역할이 바뀐 것을 제외하고는 임피던스의 경우와 같이 설명할 수 있다.

동적시스템의 종합을 위하여 회로설계자가 흔히 적용하는 전개기법은 부분분수전개(partial fraction expansion, PFE)와 연속분수전개(continued fraction expansion, CFE)이다. PFE와 CFE는 응용범위에 따라 각각의 장단점을 내포하고 있지만, 동적시스템을 종합할 때 주어진 시스템함수를 이미 잘 정의되어 있는 동적요소들 중의 하나로 인식할 수 있을 때까지 계속하여 분해해 나간다는 점에서 비슷한 적용방법을 갖는다. 예를들어, 종합될 동적시스템의 주파수역 표현식 $F(s)$ 가 한정실함수의 조건을 만족한다면, 이 $F(s)$ 는 자신이 가진 각 고유주파수(natural frequency)에 대한 특성함수의 합으로 전개될 수 있다. 즉, 일반적인 관점에서 $F(s)$ 의 고유주파수가 0부터 ∞ 까지 고루게 분포할 때 $F(s)$ 는 PFE 방법을 이용하여 다음과 같이 분해될 수 있다.

$$F(s) = \frac{k_0}{s} + \sum_{i=1}^n \frac{2k_i s}{s^2 + w_i^2} + k_{\infty} s \quad (1)$$

식 (1)에서, 첫번째와 세번째 항은 각각 0 및 ∞ 에서의 $F(s)$ 의 극점이며, 또한 두번째 항은 $F(s)$ 에 대한 n 개의 연속한 허수극점을 나타낸다. 그리고 식 (1)의 각 항은 이미 잘 정의된 동적요소들을 이용하여 직접 실현이 가능하며, 특히 두번째 항의 각각은 감쇠효과가 전혀 없는 항이기 때문에 0와 ∞ 에서의 극점거동에 대한 동적요소인 스프링과 질량의 병렬연결(공통작력 접합)임을 직관적으로 알 수 있다. 또한, 식 (1)로 표시되는 동적시스템의 거동은 이 식을 구성하는 각 항의 거동을 중첩하여 얻으므로 직렬연결(공통흐름 접합)을 이용하여 실현할 수 있다. 식 (1)에 대한 하드웨어 배치 및 본드선도는 Fig. 1과 같으며, 흔히 이와같은 물리구조를 Foster 실현(Foster realizations)이라고 한다.

한편, CFE 전개방법은 종합할 시스템함수를 기본적인 동적요소들만의 구조로 나타내고자 할 때 첫번째 극점을 ∞ 에서 분해한 후, 다음 극점의 추

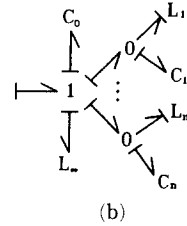
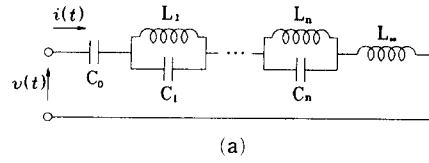


Fig. 1 Foster realization (a) and its bond graph (b)

출을 위해 나머지 함수의 분모 및 분자다항식의 위치를 서로 바꾸는 과정이 필요하다는 점에서 PFE 전개방법과 다르다. 예를들어, 만약 시스템함수가 임피던스 $Z(s)$ 의 형태로 주어졌다면 CFE 전개방법은 다음과 같이 적용된다. 먼저, 임피던스 $Z(s)$ 를 중첩의 원리(superposition principle)에 입각하여 두 임피던스 $Z_1(s)$ 와 $Z_2(s)$ 의 직렬연결로 분해한다. 이때, $Z_1(s)$ 는 이미 잘 정의되어 있는 이상화 모델중의 하나가 되며, 보통 ∞ 에 극점을 갖는 동적요소와 같다. 다음, $Z_2(s)$ 를 위와같이 분해하기 전에 이 함수의 입/출력의 역할을 바꾸어 $Z_2(s)$ 에 대응하는 어드미턴스 $Y_2(s)$ 로 변환한다. 끝으로, $Y_2(s)$ 에 중첩의 원리를 적용하기 위하여 두 어드미턴스 $Y_3(s)$ 와 $Y_4(s)$ 의 병렬연결로 분해한 후, 다시 $Y_4(s)$ 에 대응하는 임피던스 $Z_4(s)$ 로 바꾸고 처음과 같은 과정을 반복한다. 이와같은 과정을 모든 분해된 요소의 거동이 분명히 파악될 때까지 계속 수행한다면, 주어진 임피던스 $Z(s)$ 는 다음과 같이 전개될 수 있다.

$$Z(s) = Z_1(s) + \frac{1}{Y_3(s) + \frac{1}{Z_3(s) + \dots}} \quad (2)$$

식 (2)로 표시된 임피던스 $Z(s)$ 가 모든 주파수에서 동적거동을 하는 일반적인 시스템함수로 가정할 때, 첫번째 조건인 직렬연결(본드선도에서는 1-접합)을 만족하기 위하여 $Z_1(s)$ 는 미분형 인과(derivative causality)가 할당된 질량요소로 ∞ 에 극점을 갖게된다. 이때, 식 (2)의 두번째 항인 $Z_2(s)$ 는 1-접합의 구속조건에 따라 반드시 적분형 인과(integral causality)가 할당되어야 한다. 또한

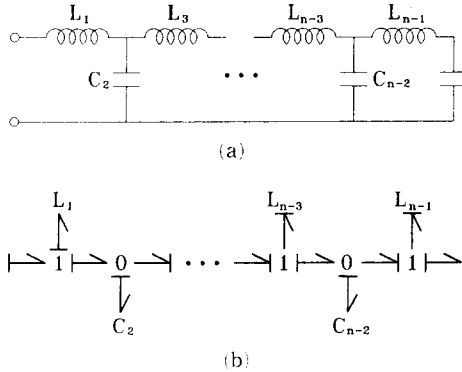


Fig. 2 Cauer realization (a) and its bond graph (b)

두번째 전개과정에서는, $Z_2(s)$ 가 $Y_2(s)$ 로의 변환에 따른 병렬연결(본드선도에서는 0-접합)을 보장해야 하므로 $Y_3(s)$ 는 적분형 인과가 할당된 스프링과 같은 동적요소가 된다. Fig. 2는 이와같은 CFE전개방법에 의한 하드웨어 배치 및 본드선도를 나타내며, 흔히 이러한 물리구조를 Cauer실현(Cauer realizations)이라고 한다.

3. 수동시스템 및 그 특징

앞에서 언급한 바와 같이, 임피던스 혹은 어드미턴스 형태의 시스템함수를 수동요소로 완전히 실현하고자 할 때, 이 함수는 반드시 한정실함수의 조건을 만족해야만 한다. 따라서 본 논문의 성공적인 수행을 위하여 수동요소로만 구성된 수동시스템(passive systems)의 고유한 특징을 먼저 파악하는 것이 중요하다.

수동성(passivity)에 대한 개념은 오래전부터 많은 학자들에 의하여 연구되어 왔다. 특히, 회로망 이론에서 큰 진보를 이루어 지금까지 많이 응용^(6,6)되고 있으며, 또한 오늘날에는 비선형 시스템의 해석⁽⁷⁾시에도 유용하게 적용되고 있는 추세이다. 시스템함수 $F(s)$ 에 대한 한정실함수 조건은 수학적으로 다음과 같이 표시된다.

$$Re[s] \geq 0 \text{ 일 때 } Re[F(s)] \geq 0 \quad (3)$$

식 (3)은 기하학적으로 허수축을 포함하여 폐쇄된 우반평면(closed right-half plane)에 있는 모든 s 가 $F(s)$ -평면의 폐쇄된 우반평면으로의 사상(mapping)을 의미한다. 다시 말하면, 모든 한정실함수는 Fig. 3과 같이 s 의 실수부가 0보다 크거나 같으면 $F(s)$ 의 크기 $|F(s)|$ 의 실수부도 항상 0보다

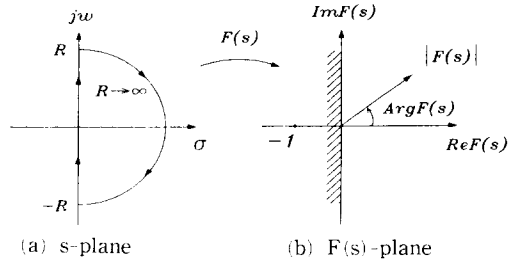


Fig. 3 Geometric interpretation of the passivity condition for a positive real function $F(s)$

크거나 같아야 하며, 따라서 이 함수의 정현파입력에 대한 응답은 항상 -90° 와 90° 사이의 위상변화(phase shift)가 발생하게 된다.

이제, Nyquist 선도의 일반적인 개념을 Fig. 3에 적용하여 한정실함수 $F(s)$ 에 대한 조건 및 몇몇 유용한 특징을 유도하기로 한다. 먼저, $F(s)$ 는 복소평면상에서 그 궤적이 결코 임계점 $(-1 + j0)$ 을 감싸지 않기 때문에 반드시 안정도에 대한 필요조건을 만족해야 한다. 또한, 이 함수는 입력신호의 빠르기에 관계없이 -90° 에서 90° 사이의 위상변화를 요구하기 때문에 $F(s)$ 의 상대차수, 즉 극점의 개수에서 영점의 개수를 뺀 수가 -1 과 1 사이로 제약되어야 한다. 한편, Fig. 3(a)와 같이 설정된 Nyquist 겐투어 내부에는 안정도가 보장된 $F(s)$ 의 극점이 존재하지 않는다. 따라서 편각의 원리⁽⁸⁾에 입각하여 $F(s)$ 의 영점도 s -평면의 우반부에 존재할 수 없다. 즉, 한정실함수 $F(s)$ 는 반드시 비최소위상(non-minimum phase)의 조건도 역시 만족해야 한다.

이와같은 극점과 영점의 배치 및 극점과 영점의 상대적인 개수에 대한 한정실함수의 조건은 주어진 시스템함수를 종합해 갈 때 유용하게 이용될 것이며, 특히 피드포워드(feedforward) 및 피드백(feedback) 구조로의 분해시 정확한 기준자료를 제공해 준다.

4. 표준본드선도 및 동적시스템의 종합

4.1 표준본드선도

표준본드선도(bond graph prototypes)는 동적시스템의 일반 모델로서 제안되어, 수동 진동흡진기(passive tuned isolator)의 해석시 외부의 불규칙 신호를 흡수하는 완충부의 극점배치 및 진동흡진기의 전체 성능에 미치는 영향등을 개략적으로 파악

할 수 있는 유용한 해석 도구로 사용될 바 있다.⁽¹⁾ 특히, 표준본드선도는 동적시스템의 모델에서 직접 극점 및 영점 다항식을 제공해주기 때문에 동적시스템의 주파수역 해석에 효과적으로 활용될 수 있을 것이다. Fig. 4는 종합될 동적시스템의 거동이 각 에너지영역에서 피드포워드와 피드백구조의 결합형태로 거의 근사화될 수 있음을 감안하여, 표준본드선도의 4가지 일반적 모델을 목록화하여 나타내고 있다.

Fig. 4와 같은 표준본드선도는 모든 동적시스템의 대표적 모델로서 동적시스템을 구성하는 동적요소 혹은 이들의 결합체인 동적성분들 사이의 동적 상호작용을 결정하는 인과성과 연결성 특성을 반영하고 있다. 즉, 동적시스템을 구성하는 여러 동적성분들에 반드시 부과되어야 하는 개별적 인과관계와 상관적 결합관계의 할당을 통하여 구축할 수 있는 모든 가능한 모델은 Fig. 4의 4가지 모델로 집약되며, 이는 본드선도를 사용하여 동적시스템을 모델링할 때 각 동적성분들의 거동이 일반 물리법칙(general laws of physics), 즉 기계계에서 힘의 평형방정식 및 기하학적 결합조건식 혹은 전기계에서 Kirchhoff의 전류 및 전압법칙 등에 전혀 위배되지 않도록 하는 합당한 구속조건을 부여할 수 있을 뿐만아니라 각 동적성분들이 구조적으로 상호작용하는 연결점에서의 일률변수(작력 혹은 흐름변수)에 대한 연속성(continuity or compatibility)을 보장받을 수 있기 때문이다.

한편, 본드선도를 이용한 동적시스템의 종합은 요구되는 시스템함수를 이미 잘 정의된 기본적인 동적요소(dynamic elements), 즉 1-포트 에너지

저장 및 발산요소와 2-포트 변환요소로 구성된 동적성분(dynamic components)으로 분해하여 각 성분들 사이의 동적상호작용이 물리계의 일반법칙에 위배되지 않도록 가장 알맞은 3-포트 결합요소를 선정하는 문제로 귀착된다. 그러나, 동적시스템의 거동을 지배하는 접합성과 인과성은 개별적 특징이라고 보다는 서로의 깊은 관련속에서 각각 파악되어야 하기 때문에, 이와같은 기본요소 및 결합요소의 결정은 때때로 동적시스템에 대한 풍부한 물리적 직관(physical intuition)을 겸비한 고급 기술자의 도움을 요구하기도 한다. 하지만, Fig. 4와 같은 4가지 표준본드선도가 동적시스템의 종합에 적용될 때는 흔히 직면하는 이러한 어려움을 쉽게 극복할 수 있을 것이며, 따라서 본 논문의 목적도 이에 대한 조직적인 접근방법을 밝히는 것이다.

반약 종합되어야 할 시스템함수가 오직 피드포워드 구조로만 실현 가능하다면, 이 시스템함수의 형태, 즉 어드미턴스(흐름의 작력에 대한 응답) 혹은 임피던스(작력의 흐름에 대한 응답)에 따라 그 분해구조가 유일하게 결정되어야 한다. 왜냐하면, 시스템함수가 어떤 두 성분의 피드포워드(또는 비결합)으로 분해될 때, 이 두 성분은 원래함수와 반드시 같은 차원이 되어야 하기 때문이다. 그래서 Fig. 4(a)와 같이 시스템함수가 어드미턴스일 때는 같은 작력을 입력으로 하는 두 성분이 0-접합에서, 그리고 Fig. 4(c)와 같이 시스템함수가 임피던스일 때는 같은 흐름을 받아들이는 두 성분이 1-접합에서 분해되는 구조가 되고, 이때 각 경우에 대한 수학적 표현식은 다음과 같다.

$$SY_{ff}(s) = Y(s) + \frac{1}{Z(s)} \tag{4}$$

$$SZ_{ff}(s) = Z(s) + \frac{1}{Y(s)} \tag{5}$$

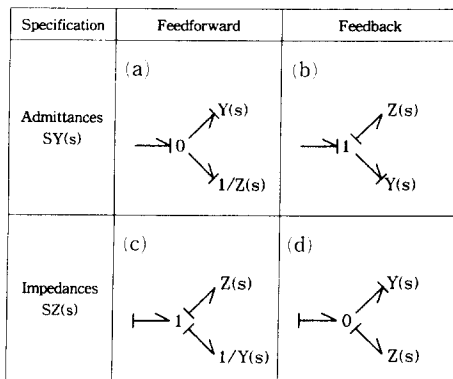


Fig. 4 The bond graph prototypes for feedforward and feedback expansions

여기서, $SY_{ff}(s)$ 와 $SZ_{ff}(s)$ 는 피드포워드 구조로 전개되는 시스템함수의 어드미턴스와 임피던스를 각각 의미한다. 그러나 표준본드선도에서 제시한 식 (4) 및 (5)와 같은 피드포워드 분해는 앞에서 언급한 PFE 방법에 의한 전개구조와는 달리 오직 두 항만이 포함된다. 이는 PFE 방법이 모든 항이 이미 잘 정의된 동적요소로 이해될 때까지 계속하여 분해하는 수학적인 전개방법인 반면에, 표준본드선도 방법은 Fig. 4와 같이 종합될 동적시스템의 중요한 기능을 담당하게 될 두 동적성분, 즉 동적 거동의 관점에서 작용부(action component)와 반

작용부(reaction component) 혹은 에너지 흐름의 관점에서 에너지 소스부(energy sourcer)와 에너지 흡수부(energy receiver)로 분해하는 구조적인 전개(structural expansion)방법이기 때문이다. 예를 들어, Fig. 4(a)와 (c)의 경우에는 입력단의 에너지 소스부에서 부과되는 입력변수가 각 접합요소에 연결된 두 동적성분에 똑같이 작용하기 때문에 이 두 성분을 에너지 흡수부로 평가할 수 있고, 또한 Fig. 4(b)와 (d)의 경우에는 각 접합구조의 인과특성으로 인하여 입력단의 입력변수가 두 동적성분을 동시에 여기하지 않고, 처음 여기된 동적성분의 출력변수가 생성된 후 다른 동적성분을 여기하기 때문에 동적거동의 관점에서 두 동적성분은 각각 작용부와 반작용부로 기능하고 있음을 알 수 있다.

한편, 시스템함수를 종합할 때 종합될 동적시스템의 각 성분은 일반적으로 서로 결합된 구조에 따라 응답형태가 결정되기 때문에 피드포워드 및 피드백 구조를 함께 갖는 구조로 실현되어야 하는 경우가 많다. 물론, 이러한 경우에는 주어진 시스템함수가 피드포워드 구조만 갖는 경우의 식 (4) 및 (5)와 같이 각 성분의 합으로 분명하게 분해될 수 없을 것이다. 그러나 시스템함수를 피드포워드 및 피드백 구조로 종합할 때 Fig. 4(b) 및 (d)와 같은 구조로 분해함으로써, 이미 참고문헌 (1)에서 밝힌 표준본드선도의 기본성질을 충분히 이용할 수 있다. 즉,

$$SY_{fb}(s) = \frac{Y(s)}{1 + Y(s)Z(s)} \quad (6)$$

$$SZ_{fb}(s) = \frac{Z(s)}{1 + Z(s)Y(s)} \quad (7)$$

이때, 식 (6)과 같이 시스템함수가 어드미턴스일 때에는 $Y(s)$ 가 피드포워드이고, $Z(s)$ 가 피드백 성분을, 그리고 식 (7)과 같이 시스템함수가 임피던스일 때에는 $Z(s)$ 가 피드포워드이고 $Y(s)$ 가 피드백 성분이 된다.

식 (4), (5), (6) 그리고 (7)은 앞으로 수행될 동적시스템의 종합에 직접 사용될 수학적 표현식들이다. 그러나, 이 수학적식들에 대한 물리모델인 Fig. 4는 주어진 시스템함수를 요구되는 동적거동과 등가인 하드웨어 구조로 나타내고자 할 때, 이와같은 입/출력에 대한 수학적 관계식을 보장할 뿐만 아니라 실제적인 물리장치를 어떤 동적성분으로, 그리고 어떻게 구조적으로 연결할 것인가에 대한 정보를 직접 제시해 준다. 따라서, 표준본드선도가

동적시스템의 종합에 이용될 때 무엇보다도 큰 장점은 우선, 시스템함수를 종합해 갈 때, 각 단계에서 반드시 결정되어야 할 접합구조 및 동적요소 혹은 동적성분의 인과할당 노력을 경감시켜 주며, 또한 기존의 잘 발달된 회로망 종합방법에서와 같이 종합과정의 첫 단계에서 0 또는 ∞ 극점에 대한 이상적인 동적요소를 반드시 추출해야 하는 부담을 약화시켜 준다. 이제, 위에서 언급한 표준본드선도의 기본성질을 이용하여 주어진 시스템함수를 해석적으로 분해할 수 있는 종합방법을 설명하기로 한다.

4.2 해석적 종합방법

시스템함수가 식 (4) 및 (5)와 같이 피드포워드 구조로만 분해될 때는 각 성분이 공통분모를 갖기 때문에 일반적으로 부분분수 전개법만으로도 충분한 결과를 보장받을 수 있다. 그러나, 주어진 시스템함수를 피드포워드와 피드백 구조로 종합하고자 할 때는 식 (6) 및 (7)이 복소 주파수(complex frequency)상에서 유일한 역함수를 갖지 못하기 때문에 전자의 경우보다 상대적으로 어려운 처리방법을 요구한다.

종합된 시스템함수 $SZ_{fb}(s)$ 가 Fig. 4(d)와 같은 피드포워드 및 피드백 성분으로 각각 분해되는 경우를 생각해 보자. 이때, 식 (7)에 나타난 바와 같이 피드포워드 성분 $Z(s)$ 는 분모와 분자에, 그리고 피드백 성분 $Y(s)$ 는 분모에만 있기 때문에 식 (7)을 $Y(s)$ 에 대한 함수로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Y(s) = SZ_{fb}(s)^{-1} - Z(s)^{-1} \\ = \frac{SZ_a(s)Z_n(s) - SZ_n(s)Z_a(s)}{SZ_n(s)Z_n(s)} \quad (8)$$

여기서, $Z_n(s)$ 와 $Z_a(s)$ 는 분해될 피드포워드 성분의 분자 및 분모다항식이며, 또한 $SZ_n(s)$ 와 $SZ_a(s)$ 는 주어진 시스템함수 $SZ_{fb}(s)$ 의 영점 및 극점다항식을 각각 의미한다. 따라서 식 (8)로부터 $Y(s)$ 는 $Z(s)$, 즉 $Z_n(s)$ 와 $Z_a(s)$ 이 어떻게 선택되는냐에 따라 달라지며, 그래서 식 (8)을 만족하는 $Y(s)$ 와 $Z(s)$ 의 결정방법이 다양함을 알 수 있다.

본 논문에서는 식 (8)의 해를 찾는 방법의 하나로 표준본드선도가 갖는 몇몇 유용한 성질을 이용한다. 즉, 두 동적시스템을 피드포워드 구조로 통합할 때 외부포트에서 평가되는 시스템함수의 상대차수는 두 동적시스템 중 가장 낮은 상대차수와 같

고, 피드포워드 및 피드백 구조로 통합할 때의 상대차수는 피드포워드 루프에 있는 시스템함수의 상대차수와 같다. 여기서, 통합(combination)은 분해(reticulation)와 대립되는 용어로서 동적시스템의 해석(analysis) 및 종합(synthesis)에 각각 대응하는 기본적인 개념이다. 따라서 $Z(s)$ 의 상대차수는 주어진 시스템함수의 그것과 같으며, 또한 각각 분해될 피드포워드 및 피드백 성분은 이 시스템함수의 차수(order)보다 클 수 없다. 이러한 관찰결과를 식 (8)에 적용하여 두개의 한정실함수인 $Z(s)$ 와 $Y(s)$ 를 구하기 위하여, 본 논문에서는 $Z(s)$ 의 분자다항식인 $Z_n(s)$ 를 주어진 시스템함수의 분자다항식인 $SZ_n(s)$ 의 인수(factor)가 되도록 선정하여 위 두 조건을 만족하게 한다. 즉, $SZ_n(s) = Z_n(s)SZ_{nr}(s)$ 을 식 (8)에 대입하여 $Z_n(s)$ 를 소거함과 아울러 피드백 성분인 $Y(s)$ 의 분모다항식 $Y_d(s)$ 가 주어진 시스템함수의 분자다항식인 $SZ_n(s)$ 와 같아지도록 한다.

$$Y(s) = \frac{Y_n(s)}{Y_d(s)} = \frac{SZ_d(s) - SZ_{nr}(s)Z_d(s)}{SZ_n(s)} \quad (9)$$

여기서, $SZ_{nr}(s)$ 는 $SZ_n(s)$ 에서 $Z_n(s)$ 를 제외한 나머지 인수로 표현된 다항식이다. 식 (9)에서 결정해야 하는 것은 $Z_d(s)$ 뿐이다. 그리고 다항식 $Z_d(s)$ 의 차수는 이미 $Z_n(s)$ 가 선정되어 있기 때문에 주어진 시스템함수의 상대차수로부터 유일하게 결정할 수 있다. 이때, $Z_d(s)$ 에 포함된 각 계수들은 식 (9)에 표시된 바와같이 $Y_n(s)$ 의 차수가 시스템함수의 극점다항식 $SZ_d(s)$ 의 차수보다 작아지도록 선정함으로써, 주어진 시스템함수 $SZ_{fn}(s)$ 를 피드포워드 성분 $Z(s)$ 및 피드백 성분 $Y(s)$ 로 각각 분해한다.

이제, 이와같은 해석적 종합방법을 수치예를 통하여 알아보기로 한다. 종합될 시스템함수가 임피던스 형태로 다음과 같은 경우를 생각해 보자.

$$SZ(s) = \frac{56s^2 + 100s + 14}{12s + 15s + 3} \quad (10)$$

식 (10)은 수동필터(passive filter)를 설계할 때 흔히 기술되는 수학적 표현식으로서 노치(notch) 혹은 대역통과(band-pass)필터로 이해할 수 있다. 그리고 극점이 -0.25 와 -1 에 안정하게 배치되어 있고, 또한 감쇠특성으로 인하여 저장된 에너지가 발산하기 때문에 한정실함수의 요건을 만족하고 있다. 식 (10)을 이미 잘 정의되어 있는 동적요소들

만의 모델로 종합하기 위하여, 첫째, PFE와 같이 각 항의 합으로 표시할 수 있는 전개방법을 이용하여 Fig. 4(c)와 같은 피드포워드 구조로 분해한다. 그러나, 이 경우에는 분모 및 분자다항식의 차수가 같기 때문에 인위적인 나눔(synthetic division)을 통하여 달성할 수 있다. 즉,

$$SZ(s) = \frac{14}{3} + \frac{10s}{4s^2 + 5s + 1} \quad (11)$$

둘째, 식 (11)의 두번째 항을 PFE방법을 이용하여 첫번째와 같은 피드포워드 구조로 분해될 수 있는지를 조사한다. 즉,

$$SZ(s) = \frac{14}{3} + \frac{10/3}{s+1} - \frac{5/6}{s+1/4} \quad (12)$$

식 (12)의 세번째 항은 극점 $-1/4$ 에서 유수(residue)가 음의 값이 되기 때문에 이 함수는 수동요소들만을 사용하여 피드포워드 구조로 직접 분해될 수 없다. 그러나 식 (12)의 첫번째 및 세번째 항을 함께 결합시킴으로써 식 (11)과 다른 한정실함수를 재 구성할 수 있다. 즉,

$$SZ(s) = \frac{14/9s + 1/3}{s + 1/4} + \frac{10/3}{s + 1} \quad (13)$$

식 (11)과 (13)은 식 (10)에 대한 피드포워드 전개의 최종적인 결과로서 각각 Fig. 5(a) 및 (b)와 같은 본드선도로 표시된다.

끝으로, 식 (11)과 (13)을 피드포워드 및 피드백 구조로 분해하기 위해 식 (9)을 이용한다. 먼저,

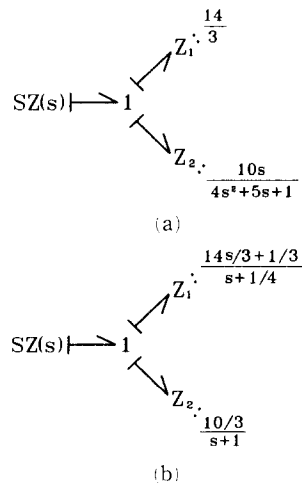


Fig. 5 Bond graph syntheses of equations (11) and (13)

분명한 물리구조를 제시해 줄 뿐만 아니라 그 적용 방법에 있어서도 다소 체계적으로 접근가능하다. 특히, 적당한 주파수역 특성이 요구되는 어떤 장치를 설계하고자 할 때, 첫 개념설계(conceptual design)단계에서 여러가지 가능한 물리적 실현 모델을 구축해 볼 수 있기 때문에 본 논문에서 제시한 해석적 종합방법은 최적의 장치설계에 유용하게 적용될 수 있을 것으로 사료된다.

5. 결 론

본 논문에서는 표준본드선도를 이용하여 동적시스템을 종합하고자 할 때 사용될 수 있는 한가지 방법을 제시하였다. 이 방법은 기존의 회로망 이론에서 널리 사용되던 Foster 및 Cauer 실현 그리고 Redfield가 제안한 동적시스템 종합방법에서 다소 극복하기 어려운 문제점들을 동적시스템이 갖는 고유한 물리적 특성, 즉 연결성(connectivity)과 인과성(causality)으로 해결하고자 한 첫 시도도 평가할 수 있을 것이다. 따라서 본 논문에서 제시한 이 방법이 동적시스템의 종합시 적용된다면 첫째, 회로망 종합방법이 각 단계에서 반드시 이상화된 동적요소를 선정해야 하는 것과는 달리, 종합될 시스템의 기능적인 거동을 담당하는 동적성분으로 분해하기 때문에 동적시스템에 대한 물리적 직관에 따라 그 적용절차가 다소 자유스럽다. 둘째, 이 방법은 Redfield가 제시한 방법과는 달리, 각 동적요소 혹은 동적성분들 사이의 연결성 및 인과성에 대하여 신중한 결정을 해야 할 부담이 없어 종합된 결과의 신뢰도가 다소 높을 수 있다.

한편, 표준본드선도는 동적시스템의 일반 모델로 제안된 후, 동적시스템의 모델링 및 주파수역 해석에 효과적으로 사용되어 왔다. 그리고 본 논문에서는 표준본드선도가 동적시스템의 종합시 해석적으로 적용될 수 있는 한가지 방법을 제시했다. 따라

서 표준본드선도가 동적시스템의 모델링, 해석 그리고 종합에 보다 일의적으로 사용되기 위해서는 꾸준하고 폭넓은 연구가 더욱 요망된다. 특히, 표준본드선도는 동적시스템의 구조를 분명하게 제시해 주는 4가지 물리모델로 등가될 수 있기 때문에 각 모델들 사이의 구조변환을 통하여 동적시스템을 직접 종합하는 방법이 가능할 것으로 사료된다.

참고문헌

- (1) 박전수, 김종식, 1996, "본드선도로부터 직접 영점 및 극점 동역학을 얻는 절차," 대한기계학회 춘계학술대회논문집(A), pp. 486~491.
- (2) Karnopp, D., Margolis, D. and Rosenberg, R., 1990, *System Dynamics: A Unified Approach*, John Wiley & Sons(New York).
- (3) 김종식, 박전수, 1993, "본드선도 모델링방법의 기본개념 및 그 적용 예," 대한기계학회지, 제33권, 제1호, pp. 22~32.
- (4) Redfield, R. C. and Krishnon, S., 1993, "Dynamic System Synthesis With a Bond Graph Approach : Part I-Synthesis of One-Port Impedances," *ASME J. of Dyn. Sys. Meas. and Control*, Vol. 115, pp. 357~363.
- (5) Tomlinson, G. T., 1991, *Electrical Networks and Filters : Theory and Design*, Prentice-Hall (United Kingdom).
- (6) Anderson, B. D. O. and Vongpanitied, S., 1973, *Network Analysis and Synthesis : A Modern Systems Theory Approach*, Prentice-Hall(New York).
- (7) Slotine, J. J. E. and Li, W., 1991, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall(New Jersey).
- (8) 김종식, 1994, *신형 제어시스템 공학*, 청문각.