

〈논 문〉

혼합모드 하중을 받는 CTS 시험편에서 K_I , K_{II} 와 J-적분의 측정방법

홍기주* · 강기주**

(1996년 6월 27일 접수)

Method to Measure K_I , K_{II} and J-Integral for CTS Specimen under Mixed Mode Loading

K. J. Hong and K. J. Kang

Key Words : Stress Intensity Factor(응력강도계수), J-Integral(J-적분), Mixed Mode Fracture(혼합모드 파괴), Compact Tension-Shear Specimen(CTS 시험편)

Abstract

A loading device to be used in fracture experiment is presented. It's loading angle can be adjusted from -45° to 105° at intervals of 15° for a CTS (compact tension shear) specimen, so that it is to be useful to measure mixed mode toughness. The equations to give the K_I , K_{II} , and J-integral for the experiment are evaluated through finite element analyses in which the loading procedure is simulated and the behaviors of the specimen such as load-displacement curve are estimated. In the course of the evaluation the values K_I , K_{II} , and J-integral calculated through recently released numerical methods are employed as the reference ones.

1. 서 론

균열이 존재하는 물체에 작용하는 하중은 균열면에 대한 상대적인 위치에 따라 모드 I, II, III 세 가지로 분류되며 각각 열림모드(opening mode), 전단모드(shearing mode) 및 찢김모드(tearing mode)라고 불린다. 균열길이에 비해 충분히 큰 등방성 균질재료의 경우 열림모드에서 균열이 가장 잘 진전하며 균열의 진전도 궁극적으로 순수모드 I 이 되는 방향으로 나아가려는 경향이 있어 파괴역학에 대한 연구는 주로 모드 I에 집중되어 왔다.

최근 모드 II와 III 및 두 가지 이상의 모드가 혼

합된 경우에 대한 파괴역학적 연구가 확대되는 추세에 있는데 그 이유는 다음과 같다. 첫째, 여러 종류의 파괴현상(예, 피로)에서 미소균열의 거동이 전체 파단강도에 결정적인 영향을 미치게 되는데 미소균열은 재료의 표면, 국부적인 형상, 표면 잔류응력에 매우 민감하며, 재료 자체도 등방성으로 간주될 수 없는 경우가 많다. 따라서 미소균열은 많은 경우 혼합모드로 균열이 진전한다.⁽¹⁾ 둘째, 두 가지 이상의 재료를 복합 또는 접합하여 만들어진 신소재가 광범위하게 응용되고 있는데 이러한 비균질 또는 비등방성재료는 균열의 진전에 제한을 가하여 혼합모드의 균열진전을 하게 한다. 예를 들면 두 재료 접합된 계면을 따라 균열이 진전하는 경우 외부 하중이 모드 I으로 작용해도 재료의 상이성때문에 균열 선단은 반드시 혼합모드 상태가 된다.⁽²⁾ 셋째, 파괴역학의 발달에 따라 구조물에

*전남대학교 대학원

**회원, 전남대학교 기계공학과

기하학적 장애물을 설치하여 균열진전을 억제하는 설계기법이 개발되어 항공기, 압력용기 등에 적용되고 있다.⁽¹⁾ 이러한 경우 균열은 모드 I 대신 혼합모드 상태로 진전하게 된다.

위와 같은 이유에 의해 촉진된 혼합모드 파괴에 대한 연구는 과거의 선형탄성파괴역학(LEFM)에 의한 해석적인 연구결과를 바탕으로 파괴인성(K_{Ic} or G_c)의 측정,⁽³⁻⁵⁾ 균열진전방향의 예측⁽⁶⁻⁸⁾ 등의 측면에서 이루어져 왔다. 또한 탄소성 파괴의 경우 Shih⁽⁹⁾가 혼합모드의 경우에도 모드 I의 HRR 응력장과 유사한 응력분포가 이루어짐을 입증한 바 있으며, 파괴인성 J_c 의 측정과 파괴기구에 대한 연구^(10, 11)가 진행되어 왔다.

모드 I의 탄성 및 탄소성 파괴인성으로서 K_{Ic} , J_{Ic} 가 규정되고 그 측정법이 오랫동안 다듬어져 산업 표준^(12, 13)으로 자리잡은 반면 혼합모드에 대한 파괴인성의 측정법은 그 필요성이 최근 들어서야 제기된 탓에 아직까지 그 표준이 제정되지 않았다. 본 연구에서는 혼합모드 작용 하의 파괴인성을 측정하는 데 필요한 실험장치(그림) 및 시험편을 설계하고 이것을 이용하여 K_I , K_{II} 및 J-적분을 실험적으로 결정하는 방법을 제시하였다. 이 과정에서 필요한 하중작용시, 그림 및 시험편의 변형 및 응력분포의 예측과 K 와 J-적분의 계산 등은 유한요소법 등의 수치해석을 통하여 수행되었다.

2. 실험용 하중장치 및 시험편

혼합모드 작용 하의 파괴인성을 측정하기 위해 지금까지 여러 종류의 시험방법이 제안되었다. Fig. 1은 기존의 실험장치의 변형없이 시험편의 형상만 간단히 변형하여 사용한 혼합모드 시험방법의 예이다. 이들 중 Brazil nut 시험편 (d)는 실험이 간단하고 폭넓은 범위의 모드혼합도를 실현할 수 있으나 실험의 정밀한 제어가 어렵고 균열면의 관찰 효과가 심각하게 포함된다. 나머지 시험편은 기존의 인장 및 압축 하중장치를 이용할 수 있어 경제적이거나 모드혼합도의 변화범위가 좁다. Richard와 Benitz⁽¹⁴⁾는 Fig. 2와 같은 CTS(compact tension-shear) 시험편과 하중각을 조절할 수 있는 하중장치를 제안하고 K_I 과 K_{II} 를 구하는 방법을 보고하였다. 시험편의 형상이 단순하고 크기가 비교적 작으며 모드혼합도를 순수모드 I에서 순수모드 II까지 광범위하게 조절할 수 있는 이점이 있다.

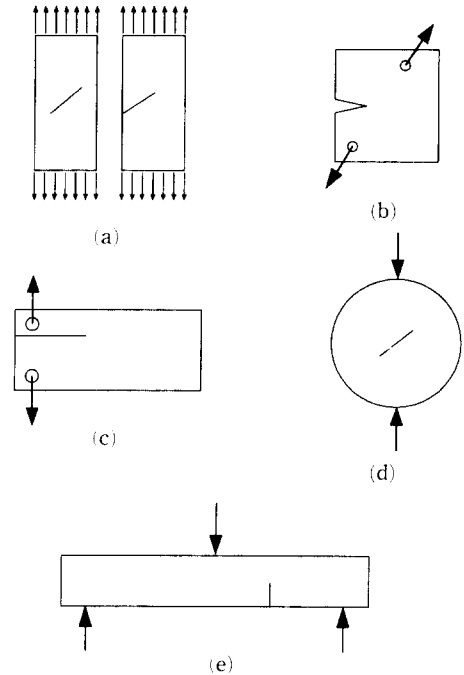


Fig. 1 Specimens for mixed mode fracture tests

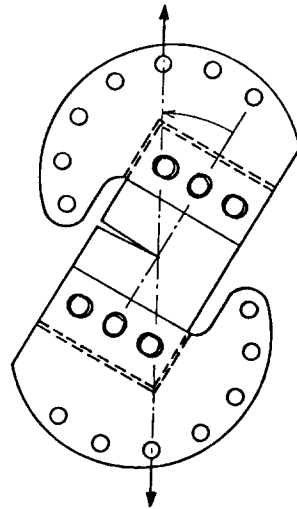
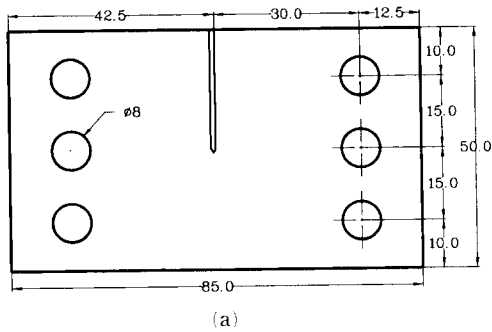
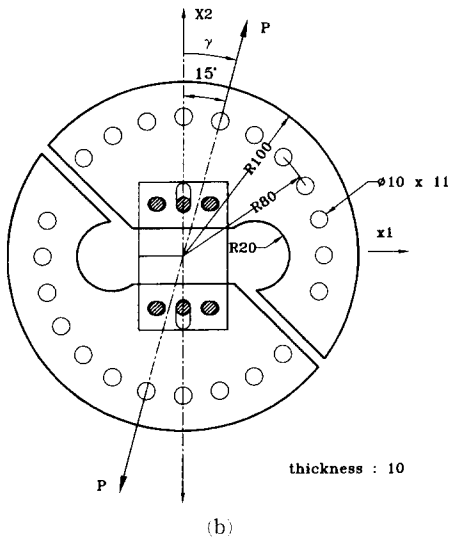


Fig. 2 Richard and Benitz⁽¹⁴⁾'s grip and specimen

본 연구에서는 Richard와 Benitz⁽¹⁴⁾의 CTS 시험편 형상을 그대로 채용하고 하중장치는 하중작용각 γ 를 $-45^\circ \sim +105^\circ$ 의 범위에서 15° 씩 일정하게 변화시킬 수 있도록 개조하였다. Fig. 3(a)와 (b)는 본 연구에서 설계된 시험편 및 하중장치를 나타내고 있다. 시험편과 하중장치를 먼저 조립한 후 인



(a)



(b)

Fig. 3 Grip and specimen

장 시험기의 핀 하중장치에 장착하여 사용한다.

3. K_I 과 K_{II} 결정식

Hallbäck과 Nilson⁽¹¹⁾은 본 연구와 유사한 시험편 및 그림에 대해 K_I 과 K_{II} 를 다음 식을 이용하여 결정하였다.

$$\begin{aligned} K_I &= \frac{P\sqrt{\pi a}}{wB} \cos \gamma f_I\left(\frac{a}{w}\right) \\ K_{II} &= \frac{P\sqrt{\pi a}}{wB} \sin \gamma f_{II}\left(\frac{a}{w}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, a 는 균열길이, w 는 시험편 폭, B 는 두께, γ 는 하중작용각이며 P 는 작용하중이다. 본 연구에서는 모드 I 하중을 받는 SEN에 대한 Tada 등⁽¹⁵⁾의 경험식을 참조하여 윗 식을 약간 변형, 다음과 같이 표현할 수 있다고 가정하였다.

$$\begin{aligned} K_I &= \frac{P\sqrt{\pi a}}{wB} \cos \gamma \sqrt{\frac{2w}{\pi a} \tan\left(\frac{\pi a}{2w}\right)} f_1\left(\frac{a}{w}\right) \\ K_{II} &= \frac{P\sqrt{\pi a}}{wB} \sin \gamma \sqrt{\frac{2w}{\pi a} \tan\left(\frac{\pi a}{2w}\right)} f_2\left(\frac{a}{w}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $f_1(a/w)$ 와 $f_2(a/w)$ 는 수치해석을 통하여 결정하였다.

4. J-적분 결정식

Rice 등⁽¹⁶⁾은 균열이 깊은 CT시험편이 모드 I의 하중을 받을 때 압력을 주로 받는다고 보고, J-적분을 다음과 같이 하중-변위곡선으로부터 구할 수 있음을 보여 주었다.

$$J = \frac{2A}{B(w-a)} \quad (3)$$

여기서, A 는 CT시험편에 하중을 가할 때 얻어지는 하중(P)과-하중선변위(δ)가 이루는 곡선의 하부 면적이다. 윗식은 그 동안 여러 연구자의 수정을 거쳐 최근 ASTM⁽¹³⁾에서는 다음 식과 같이 개정되었다.

$$J = G + \eta \frac{A_{pl}}{B(w-a)} \quad (4)$$

여기서, G 는 에너지해방률, A_{pl} 은 위에서 설명한 P- δ 곡선 하부의 면적 A 에서 시험편을 제하(unloading)했을 때 나타나는 탄성 회복부분을 뺀 면적이며 $\eta = 2 + 0.522\left(1 - \frac{a}{w}\right)$ 이다. Fig. 4는 P- δ 곡선과 A_{pl} 을 보여주고 있다. Bank-Sills과 Sherman⁽¹⁷⁾은 순수모드 II 하중이 작용할 때의 J-적분을, 식 (3)을 약간 변형하여, 다음 식으로 나타낼 수 있다고 보고하였다.

$$J_{II} = \eta \frac{A}{B(w-a)} \quad (5)$$

여기서, η 는 모드 II 효과를 나타내는 상수이다. 최근 Thurston와 Zehnder⁽¹⁸⁾는 본 연구와 유사하게 하중을 가하는 매우 얇은 구리 샌드위치층 가진 실리카 시험편에 대하여 J-적분을

$$J = G + \sigma_0 \epsilon_0 (w-a) \left(\frac{P}{P_0}\right)^{n+1} f(a/w, n)$$

으로 표현하였다. 여기서, σ_0 는 항복응력, ϵ_0 는 σ_0/E , E 는 영률, α , n 은 소성경화률 나타내는 재

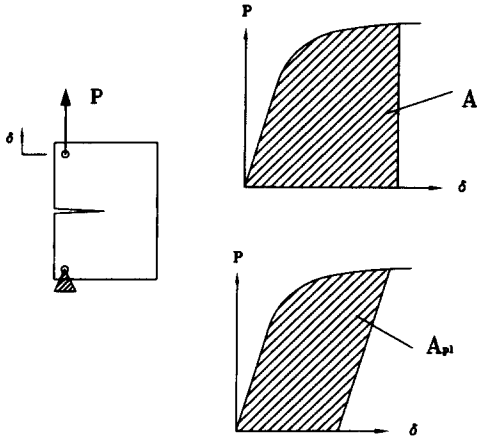


Fig. 4 Load-displacement curve for J-integral measurement

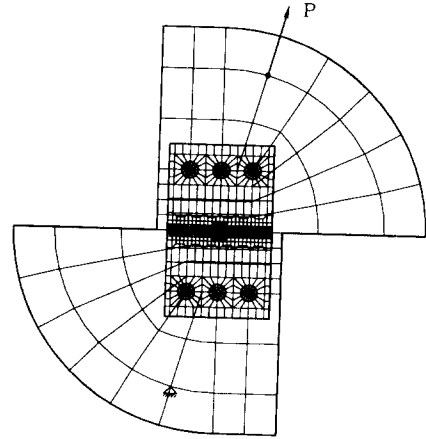


Fig. 5 Finite element model of grip and specimen assembly

로상수이며 P 는 하중, P_0 는 σ_0 를 기준으로 정해진 한계하중(limit load)이다. 이 식은 재료상수 σ_0 , ϵ_0 , α , n 들에 관한 완벽한 데이터를 필요로 하며 하중변위곡선 등 직접적인 실험결과가 아닌 하중만으로 J-적분 값을 결정하므로 그 정밀도를 보장할 수 없다고 여겨진다.

본 연구에서는 혼합모드 작용 하의 J-적분을 식 (3), (4), (5)를 참조하여

$$J = G + \eta_{pl} \frac{A_{pl}}{B(w-a)} \quad (6)$$

로 나타낼 수 있다고 가정하였다. 여기서, η_{pl} 는 모드혼합도 또는 하중작용각 γ 와 균열길이비 a/w 의 함수일 것으로 판단하여 수치해석을 통하여 결정하였다.

5. 수치해석

5.1 재료 물성

유한요소해석 및 K_I , K_{II} , J-적분 계산에 사용된

시험편 물성은 Table 1과 같다. K_I , K_{II} 의 계산은 원리적으로 재료물성에 무관하므로 황동에 대해서만 수치해석을 수행하였다. 탄소성해석의 경우에는 시험편 재료가 다음과 같은 Ramberg-Osgood 관계식을 따르는 것으로 가정하였다.

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n$$

5.2 유한요소 모델링

시험편 및 하중장치는 2차원 평면변형을 하는 것으로 가정하였다. Fig. 5는 시험편 및 그립의 유한요소 모델을 보여주고 있다. 강(steel)제 하중장치는 해석의 편이를 위해 단순화되었으며 시험편과 하중장치를 연결하는 핀(pin)은 시험편에 수직 또는 수평으로만 힘을 전달하도록 고안되어 있는데 이러한 하중전달을 구현하기 위해 다점구속기법(multi-point constraint)⁽¹⁹⁾이 사용되었다. 하중장치와 핀에 대해서는 isoparametric 8절점 요소가, 시험편에 대해서는 isoparametric 8절점 감차 적분

Table 1 Mechanical properties of specimen materials

Material	Young's modulus, E(GPa)	Poisson's ratio, ν	Yield stress σ_p (MPa)	Strain hardening exponent, n	α	Tensile strength σ_u (MPa)
Brass	100	0.35	100	5	0.1	260
AISI 4340	210	0.3	1170	15	0.1	1260
Al 2024 T-3	73	0.345	330	9	0.1	400

Table 2 Numerical errors of K_I , K_{II} , and J-integral values, calculated by the numerical methods, for a remotely tensioned CCP (center cracked plate, pure mode I) with $a/w = 0.1$ where r is the radius of each path, and K_{Ir} , K_{Iir} are the values referred from Tada, et al.⁽¹⁵⁾

Path	$\frac{r}{a}$	$\frac{K_I}{K_{Ir}}$	$\frac{K_{II}}{K_{Iir}}$	$\frac{J}{J_{avr}}$
1	0.00926	1.007926	2.05E-15	1.004485
2	0.0370	1.007269	1.40E-15	1.001173
3	0.0833	1.007043	6.44E-16	1.000021
4	0.1481	1.006940	3.62E-16	0.999491
5	0.2315	1.006886	5.20E-16	0.999204
6	0.3333	1.006854	1.30E-15	0.999032
7	0.4537	1.006835	1.84E-15	0.998922
8	0.5926	1.006822	1.77E-15	0.998848
9	0.7500	1.006814	1.69E-15	0.998796
Average	-	1.007043	1.29E-15	1.000000

요소가 사용되었고 균열선단에는 특이요소(singular element)가 사용되었다. 총 요소수는 2316개, 총 절점수는 8079개이다. 유한요소해석에는 상용 패키지인 ABAQUS가 사용되었다.

5.3 K_I , K_{II} 및 J-적분의 계산

K_I 와 K_{II} 의 계산에는 박상선⁽²⁰⁾이 제시한 M_I 상호 적분과 보조장을 이용하는 수법이, J-적분의 계산에는 Shih 등⁽²¹⁾의 영역적분법(domain integral method)이 사용되었다. Table 2는 모드 I 하중을 받는 CCP(center cracked plate) 시험편 ($a/w = 0.1$)에 대하여 반경/균열길이 비 $r/a = 0.053 \sim 0.75$ 의 원형 적분경로에 따라 K_I , K_{II} 및 J-적분을 계산했을 때 발생한 오차를 보여주고 있다. K_I , K_{II} 의 오차는 Tada 등⁽¹⁵⁾의 식을 이용하여 구한 K_{Ir} 을 기준으로 한 것으로 첫 번째와 두 번째 경로를 제외하고 모두 0.7% 이내였다. J-적분의 오차는 그 평균값을 기준으로 한 것으로 첫 번째 경로를 제외하고 0.1% 이내이다. K_I , K_{II} 및 J-적분이 모두 적분경로에 따라 매우 양호한 수렴성을 보이므로, 본 연구에서는 첫 번째 경로를 제외한 모든 경로의 평균값을 참값으로 사용하였다.

5.4 실험과정의 모사

시험편이 그림에 장착되어 하중이 가해지는 과정

을 FEM으로 모사(simulation)하여 실제 실험 시 나타나는 시험편 및 그림의 거동을, 예를 들면 하중 변위(P- δ)곡선을, 예측하였다. 구해진 하중-변위(P- δ)곡선으로부터 A_{pl} 을 계산하여 별도로 계산된 G 및 J-적분과 함께 식 (6)에 대입하여 η_{pl} 을 구하였다. 하중-변위(P- δ)곡선 예측의 정확도를 검증하기 위해 하중-변위곡선 하의 면적 A를 실제 실험에서 얻어진 것과 비교한 결과 $\pm 3\%$ 이내의 오차를 보였다.⁽²²⁾

6. 해석결과 및 토론

시험편의 균열길이 a 와 하중각 γ 를 변화시키면서 탄성 유한요소해석을 수행하고 이 결과로부터 K_I , K_{II} 를 계산한 결과를 식 (2)에 대입하여 함수 f_1 와 f_2 를 구하였다. 이 결과를 식으로 나타내기 위해 오차를 최소화하는 함수 형태를 모색한 결과가 장 적절한 것으로서, Tada 등⁽¹⁵⁾의 식과 같은 형태를, 다음 식이 구해졌다.

$$\begin{aligned}
 f_1(a/w) &= 0.726892 + 2.04133(a/w) \\
 &\quad + 0.670301(1 - \sin(\pi a/2w))^3 \\
 f_2(a/w) &= 1.88381 - 1.82804(a/w) \\
 &\quad - 4.33188(1 - \sin(\pi a/2w))^3 \quad (7)
 \end{aligned}$$

Fig. 6은 균열길이비 a/w 에 따른 f_1 과 f_2 의 변화

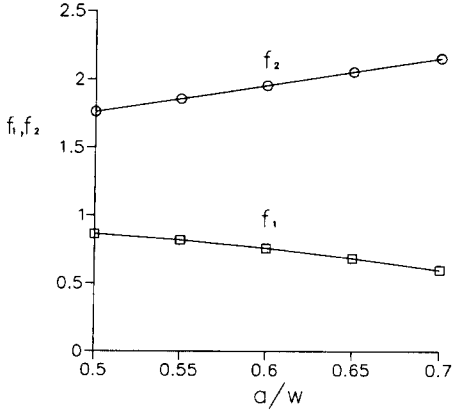


Fig. 6 Variation of f_1 and f_2 as a function of crack-length ratio a/w . The symbols \bigcirc , \square and calculated ones substituting results of finite element analysis into Eq.(2). The solid lines are fitted ones by Eq.(7)

양상을 보여주고 있는데, 여기서 부호 \bigcirc , \square 는 계산결과이며 실선은 식 (7)로 근사(fitting)된 결과이다. 직접 수치적으로 계산된 K_I , K_{II} 와 위식을 식 (2)에 대입하여 구한 K_I , K_{II} 값을 비교하면 $0.5 < a/w < 0.7$, $0 < \gamma < 90^\circ$ 범위에서 K_I 은 최대 0.01%의 오차, K_{II} 는 최대 0.2%의 오차를 보였다.

마찬가지로 a 와 γ 를 변화시키면서 탄소성 유한요소해석(FEA)을 수행하여 J-적분을 계산하고 이것을 식(6)에 대입하여 η_{pl} 을 결정하였다. 이때 J-적분이 유효하기 위해서는 소성영역의 크기가 시험편의 두께나 남은 살두께(uncracked ligament) $w-a$ 보다 어느 한도 이하여야 한다. ASTM⁽¹³⁾에서는 모드 I J-적분 측정시 다음 제한조건을 두고 있다.

$$B, b > 25 \frac{J}{\sigma_{ye}} \quad (8)$$

여기서, σ_{ye} 는 항복응력과 인장강도의 평균값이

다. Shih⁽⁹⁾는 혼합모드 하의 균열선단의 응력장에 대한 탄소성해석을 통하여 모드혼합도에 따른 소성영역의 크기를 구한 바 있다. (참고문헌 (9)의 Fig. 10) 소규모 항복조건을 만족할 때, 최대 소성영역의 크기 $r_{p, max}$ 는 다음 식으로 표현된다.

$$r_{p, max} = \zeta \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{\sigma_0^2} = \zeta \frac{E}{\sigma_0} \frac{J}{\sigma_0}$$

여기서, ζ 는 소성경화지수 n 과 모드혼합도 또는 하중각 γ 의 함수이다. 본 연구에서는 혼합모드 하의 제한조건으로서 위식과, 식 (8)을 비교하여 다음 식을 제시한다.

$$B, b > c r_{p, max} = \beta \frac{J}{\sigma_{ye}} \quad (9)$$

여기서, $\beta = c \zeta \frac{\sigma_{ye}}{\sigma_0} E$ 이며, c 는 상수로서 $\gamma=0^\circ$ 일 때, 즉 순수모드 I일 때 $\beta=25$ 가 되게하여 구할 수 있다. 재료의 물성과 γ 를 아는 경우 Shih⁽⁹⁾의 결과로부터 ζ 를 구할 수 있으므로 혼합모드 하의 J-적분 제한식의 상수 β 를 구할 수 있다. Table 3은 황동에 대해 위와 같은 요령으로 결정된, 하중각 γ 에 따른 식 (9)의 값을 보여주고 있다.

위에서 설명한 제한 조건을 만족하는 하중범위에 대해서 가장 작은 편차를 갖도록 식 (6)의 η_{pl} 을 결정하였다. $0.5 < a/w < 0.7$, $0 < \gamma < 90^\circ$ 의 범위에서 결정된 η_{pl} 을 최소자승법으로 근사(fitting)한 결과 다음 식을 얻었다.

$$\eta_{pl} = f_0(\gamma) + f_1(\gamma) \frac{a}{w} + f_2(\gamma) \left(\frac{a}{w} \right)^2 \quad (10)$$

$$f_0(\gamma) = 0.848437 + 0.788266\gamma - 71.9944\gamma^2 + 175.589\gamma^3 - 136.333\gamma^4 + 34.307\gamma^5$$

$$f_1(\gamma) = 4.93899 - 1.74018\gamma + 207.548\gamma^2 - 547.249\gamma^3 + 441.512\gamma^4 - 113.702\gamma^5$$

$$f_2(\gamma) = -3.66543 + 1.39398\gamma - 154.445\gamma^2 + 431.309\gamma^3 - 360.091\gamma^4 + 94.8645\gamma^5$$

Table 3 Constants regarding specimen size constraint for J-integral measurement

Loading angle, γ (degree)	α	β
0	0.12	25
27	0.23	48.0
63	0.43	89.8
90	0.467	97.4

Table 4 Numerical error of J-integral values determined by eqs. (6) and (10) in comparison with the values directly calculated through finite element analysis

Materials	a/w=0.50		a/w=0.70	
	$\gamma=45^\circ$	$\gamma=90^\circ$	$\gamma=45^\circ$	$\gamma=90^\circ$
Brass	$\pm 2.3\%$	$\pm 4.5\%$	$\pm 0.64\%$	$\pm 1.18\%$
AISI 4340	$\pm 4.3\%$	$\pm 5\%$	$\pm 1.4\%$	$\pm 3.8\%$
Al 2024 T-3	$\pm 3\%$	$\pm 6\%$	$\pm 0.6\%$	$\pm 2\%$

위의 계수들은 황동에 대해서 결정된 것으로 수치적으로 직접 계산된 J-적분 값과 윗 식을 식 (6)에 대입하여 구한 J-적분 값을 비교하면 오차가 $\gamma \leq 75^\circ$ 에서 최대 $\pm 3\%$ 이고 $\gamma=90^\circ$ 인 경우 최대 $\pm 5\%$ 의 오차를 갖는다. Fig. 7은 균열길이비 a/w 와 하중각 γ 에 따른 η_{pl} 의 변화 양상을 보여주고 있는데, 여기서 부호 $\circ, \triangle, \square, \diamond, \nabla$ 는 탄소성 유한요소해석(FEA)으로부터 계산된 J-적분 값을 식(6)에 대입하여 얻어진 값이며, 실선은 식(10)로 근사(fitting)된 결과이다. Table 4는 황동, 2024T-3 알루미늄 및 AISI 4340 강재 시험편에 대하여 식(10)과 (6)에 의하여 구해진 J-적분 값의 오차를 보여주고 있다. 시험편 재료가 달라져도 같은 정도의 오차를 보여 식(10) 및 (6)이 재료물성에 무관하게 성립함을 알 수 있었다.

본 연구에서 제안된 K_I, K_{II} 및 J-적분 계산식을

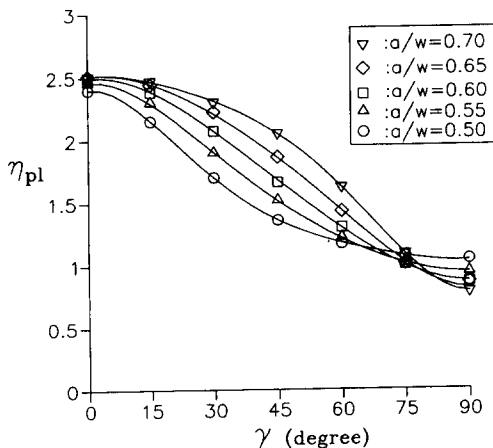


Fig. 7 Variation of η_{pl} as a function of loading angle γ and crack-length ratio a/w . The symbols $\circ, \triangle, \square, \diamond, \nabla$ are calculated ones substituting results of finite element analysis into Eq.(6). The solid lines are fitted ones by Eq.(10)

혼합모드 작용 시 파괴인성 측정에 응용할 수 있을 것으로 사료된다. K_{Ic}, K_{IIc} 는 판단 시 하중을 식 (2)와 (7)에 대입하여 계산될 수 있으며, J_c 는 ASTM 표준⁽¹³⁾과 유사하게 복수시험편법(multi-speciman method)이나 재하 컴플라이언스법(unloading compliance method)에 의해 결정될 수 있다. 이때 각 균열 길이에서의 J-적분은 식(6)과 (10)을 이용하여 계산될 수 있다. J-적분 계산시 필요한 P- δ 곡선의 δ 는 균열의 존재에 의한 하중 선변위(load line displacement) δ_{crack} 이기 때문에 시험편에 직접 변위계(clip gage)를 부착하거나, J-적분 측정전에 동일한 기하학적 형상을 가지나 균열이 없는 시험편에 하중을 가하여 하중장치와 시험장치 자체의 변위 $\delta_{nocrack}$ 를 구해놓은 후 J-적분 측정실험 시 구해진 변위 δ 로부터 감하여 ($\delta_{nocrack} = \delta - \delta_{crack}$) 구하여야 한다.

7. 결론

혼합모드 하중을 받는 CTS 시험편의 FEM에 의한 실험과정 시뮬레이션과 수치해석결과 K_I, K_{II} 와 J-적분은 다음식으로 표현될 수 있음을 알 수 있었다.

(i)

$$K_I = \frac{P\sqrt{\pi a}}{wB} \cos \gamma \sqrt{\frac{2w \tan(\frac{\pi a}{2w})}{\pi a}} \frac{f_1(\frac{a}{w})}{\cos(\frac{\pi a}{2w})}$$

$$K_{II} = \frac{P\sqrt{\pi a}}{wB} \sin \gamma \sqrt{\frac{2w \tan(\frac{\pi a}{2w})}{\pi a}} \frac{f_2(\frac{a}{w})}{\cos(\frac{\pi a}{2w})}$$

여기서,

$$f_1(a/w) = 0.726892 + 2.04133(a/w) + 0.670301(1 - \sin(\pi a/2w))^3$$

$$f_2(a/w) = 1.88381 - 1.82804(a/w) - 4.33188(1 - \sin(\pi a/2w))^3$$

(ii)

$$J = G + \eta_{pl} \frac{A_{pl}}{B(w-a)}$$

여기서,

$$G = \frac{K_I^2}{K_{II}^2}, \quad \eta_{pl} = f_0(\gamma) + f_1(\gamma) \frac{a}{w} + f_2(\gamma) \left(\frac{a}{w}\right)^2$$

$$f_0(\gamma) = 0.848437 + 0.788266\gamma - 71.9944\gamma^2 + 175.589\gamma^3 - 136.333\gamma^4 + 34.307\gamma^5$$

$$f_1(\gamma) = 4.93899 - 1.74018\gamma + 207.548\gamma^2 - 547.249\gamma^3 + 441.512\gamma^4 - 113.702\gamma^5$$

$$f_2(\gamma) = -3.66543 + 1.39398\gamma - 154.445\gamma^2 + 431.309\gamma^3 - 360.091\gamma^4 + 94.8645\gamma^5$$

후 기

본 연구는 교육부 학술연구조성연구비 기계공학 분야(과제번호 ME94-C-11) 지원과 한국과학재단 특정기초연구비(과제번호 94-0200-02-02-3)의 일부 지원에 의해서 수행되었으며, 이에 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

(1) Broek, D., 1986, *Elementary Engineering Fracture Mechanics*, 4th edition, Martinus Nijhoff Publishers.

(2) Hutchinson, J. W. and Suo, Z., 1991 "Mixed Mode Cracking in Layered Materials," *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 29, pp. 63~191.

(3) Mahajan, R. V. and Ravi-chandar, K., 1989, "An Experimental Investigation of Mixed Mode Fracture," *International Journal of Fracture*, Vol. 41, pp. 235~252.

(4) Yishu, Z., 1989, "Experimental Study on Mixed Mode Crack Propagation," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 34, pp. 891~899.

(5) Davenport, J. C. W. and Smith, D. J., 1993, "A Study of Superimposed Fracture Modes I, II and III on PMMA," *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, Vol. 16, pp. 1125~1133.

(6) Guo, Y. H. and Srivatsan, T. S., 1994, "Influ-

ence of Mixed Mode Loading on Fatigue Crack Propagation," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 47, pp. 843~866.

(7) Budden, P. J. and Jone, M. R., 1991, "A Ductile Fracture Model in Mixed Modes 1 and 2," *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, Vol. 14, pp. 469~482.

(8) Papadopoulos, G. A., 1987, "The Stationary Value of the Third Stress Invariant as a Local Fracture Parameter," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 34, pp. 643~652.

(9) Shih, C. F., 1974, "Small Scale Yielding Analysis of Mixed Mode Plane Strain Crack Problems," *Fracture Analysis, ASTM STP 560*, pp. 187~210.

(10) Maiti, S. K. and Mourad, A. H. I., 1995, "Criterion for Mixed Mode Stable Crack Growth - I, 3-Point Bend Geometry, - II, Compact Tension Geometry with and without Stiffer," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 52, pp. 321~347.

(11) Hallbäck, N. and Nilsson, F., 1994, "Mixed Mode I/II Fracture Behaviour of an Aluminum Alloy," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 42, No. 9, pp. 1345~1374.

(12) *ASTM Standard E399-83*, 1983, "Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials."

(13) *ASTM Standard E813-89*, 1989, "Standard Test Method for J_{Ic} , a Measure of Fracture Toughness."

(14) Richard, H. A. and Benitz, K., 1983, "A Loading Device for the Criterion of Mixed Mode in Fracture Mechanics," *International Journal of Fracture*, Vol. 22, pp. R55~58.

(15) Tada, H., Paris, P. and Irwin, G., 1973, *The Stress Analysis of Crack-Handbook*, Del Research Corporation, pp. 2~11.

(16) Rice, J. R., Paris, P. C. and Merkle, J. G., 1973, "Some Further Results of J-Integral Analysis and Estimates," *ASTM STP 536*, pp. 231~245.

(17) Banks-Sills, L. and Sherman, D., 1991, " J_{Ic} Fracture Testing of a Plastically Deforming Materials," *International Journal of Fracture*,

- Vol. 50, pp. 15~26.
- (18) Thurston, M. E. and Zehnder, A. T., 1993, "Experimental Determination of Silica/Copper Interfacial Toughness," *Acta Metall. Mater.*, Vol. 41, pp. 2985~2992.
- (19) *ABAQUS User's Manual*, Version 5.2, HKS Inc., 1992, pp. 7.8.4-1.
- (20) 박상선, 1993, "열하중이 있는 다층 구조물에 서의 계면균열해석," 한국과학기술원, 석사학위 논문.
- (21) Shih, C. F., Moran, B., and Nakamura, T., 1986, "Energy Release Rate Along a Three Dimensional Crack Front in a Thermally Stressed Body," *International Journal of Fracture*, Vol. 30, pp. 79~102.
- (22) 홍기주, 강기주, "혼합모드 하중을 받는 CTS 시험편에서 J-적분의 측정방법 — 실험적 검토," 준비 중.