

< 논 문 >

## 임의의 임피던스를 갖는 단순현가방식 가선계의 파동현상

박수경\* · 김시문\* · 김양한\*\*

(1996년 1월 15일 접수)

### Wave Propagation Characteristics along a Simple Catenary with Arbitrary Impedance Conditions

Sukyung Park, Seamoon Kim, Yang-Hann Kim

**Key Words:** Mechanical Impedance(임피던스), Separation Rate(이선율), Contact Force(접촉력)

#### Abstract

The characteristics of wave propagation along a catenary depend on various impedance conditions; i. e., spatial impedance of catenary, impedance of boundaries. In this study, wave propagation along a simple catenary system is studied with arbitrary impedance conditions such as impedance of pantograph, boundary, catenary etc. Seven coupled equations which determine the characteristics of wave propagation along catenary system have been derived and numerically solved. Results demonstrate the role of each impedance condition in the dynamics of catenary system, i. e. the way in which the conditions affect waves on catenary as well as contact force of pantograph. The formulation and suggested solution method can be certainly used for designing an optimal catenary system for a given pantograph.

#### 기 호 설 명

$\Delta x$	: 유한차분식의 미소변위	$r_{ct}$	: 현수선 경계 댐핑계수
$\Delta t$	: 유한차분식의 미소시간	$s_{ct}$	: 현수선 경계 스프링상수
$T_{ct}$	: 현수선에 걸리는 장력	$m_{tr}$	: 트롤리선 경계 질량
$T_{tr}$	: 트롤리선에 걸리는 장력	$r_{tr}$	: 트롤리선 경계 댐핑계수
$\rho_{ct}$	: 현수선밀도	$s_{tr}$	: 트롤리선 경계 스프링상수
$\rho_{tr}$	: 트롤리선밀도	$m_{sp}$	: 현수선 스패 질량
$V$	: 전차속도	$r_{sp}$	: 현수선 스패 댐핑계수
$P_0$	: 판토히스트의 정적압상력	$s_{sp}$	: 현수선 스패 스프링상수
$L$	: 스패 길이	$m_s$	: 트롤리선 스패 질량
H_interval	: 행거간격	$r_s$	: 트롤리선 스패 댐핑계수
H_number	: 스패당 행거의 갯수	$s_s$	: 트롤리선 스패 스프링상수
Span_number	: 가선계의 스패갯수	$m_p$	: 판토히스트 질량
$m_{ct}$	: 현수선 경계 질량	$r_p$	: 판토히스트 댐핑계수
		$s_p$	: 판토히스트 스프링상수

\*한국과학기술원 대학원 기계공학과

\*\*회원, 한국과학기술원 기계공학과

# 1. 서론

고속전철이 카테너리(catenary)와 판토프래프(pantograph)로 이루어진 집전장치로부터 동력을 공급받으며 고속으로 주행하기 위해서는 연속적이고도 일정한 집전능력이 요구된다. 판토프래프의 동역학적 특성과 카테너리의 운동특성은 동력공급의 연속성, 즉 요구되는 집전능력에 직접적인 영향을 미치게 되므로 저이선 가선계 설계를 위해서는 카테너리와 판토프래프의 동적거동을 예측하는 것이 중요하다. 따라서 예측되는 운동상태를 잘 표현할 수 있도록 가선계를 모델링(modelling)하고, 선정된 모델을 이용하여 카테너리에 작용하는 수직압상력의 시간에 따른 변화 및 카테너리의 시간 및 공간에 대한 변위를 살펴봄으로써 저이선, 일정한 접촉력의 유지, 한계속도 등의 설계조건을 최적화하는 것이 필요하다.<sup>(1,2)</sup>

가선계의 종류는 현가방식에 따라 여러가지가 있을 수 있으나 본 연구에서는 앞으로 국내에 도입될 예정으로 알려진 TGV-A의 가선방식인 단순현가식 가선계(simple catenary)를 연구대상으로 선정하였으며 가선계의 경계 및 가선계 설치전주인 스패(span)이 가선계의 동역학적 거동에 끼치는 일반적인 영향을 살펴보기 위해 이들을 질량-스프링-댐퍼 시스템으로 가정하였다. 가선계로부터의 압상력과 판토프래프 운동사이의 연성효과를 고려하기 위하여 가선계는 분포집중 질량계로, 판토프래프를 구성하고 있는 기계요소들은 하나의 자유도를 갖는 질량-스프링-댐퍼 시스템으로 모델링하였다(Fig. 1 참조).<sup>(3)</sup> 가선계를 분포집중 질량계로 모델링할때 발생할 수 있는 물리적 현상과의 괴리를 피하기 위해 분포집중 질량은 전체 가선계의 특성 길이에 비해 충분히 촘촘하게 배열하였다. 또한 가선계에 전파되는 파동의 입장에서 관측되는 판토프래프의 거동은 사실상 하나의 자유도 이상도 이하도 될 수 없으므로 전술한 두번째 가정 또한 실제 상황을 충분히 대표하고 있다고 볼 수 있다.

이상적인 카테너리는 판토프래프가 고속으로 이동할 때 이선이 전혀 생기지 않음과 동시에 집전가능한 최소의 압상력을 일정하게 유지해야 할 것이다. 그러나 실제 카테너리는 일정한 간격을 가지고 가선계 설치전주인 스패(span)에 의하여 연결되어 있고 이러한 연결 부위에서의 경계조건은 카테너리

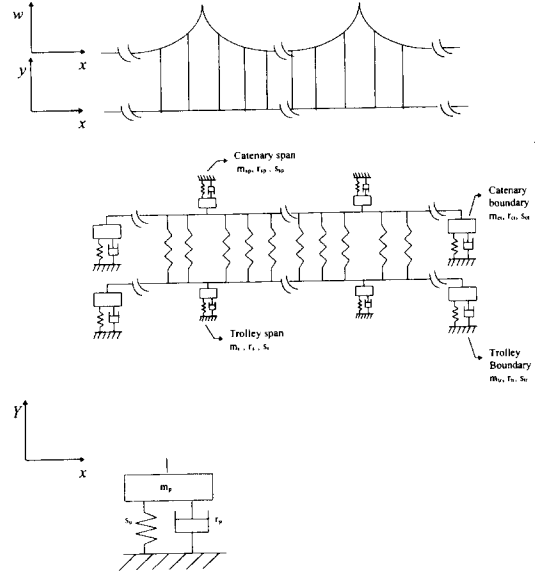


Fig. 1 Modeling of Catenary and pantograph system

를 따라 전파하는 파동에 경계 임피던스로서 작용하게 되어 반사파와 투과파의 발생을 유도하게 되고 따라서 판토프래프의 이동속도에 따라 발생하는 도플러 효과와 함께 카테너리의 운동에 영향을 주고 동시에 판토프래프에 작용하는 힘의 변화를 야기하게 된다. 이러한 제반 현상들이 복합적으로 작용하여 카테너리와 판토프래프 사이에 이선이 생길 수 있는 물리적 상황은 항상 있다 할 수 있다.<sup>(1)</sup>

본 논문에서는 이러한 물리적 현상을 구체적으로 이해하기 위하여 임의의 임피던스조건에 따른 파동 전파현상을 살펴보고 이로부터 가선계 및 판토프래프의 시간 및 공간에 대한 운동과 카테너리에 작용하는 압상력에 대해서 고찰하고 있다.

## 2. 가선계의 수학적 표현 및 운동방정식

카테너리는 현가방식에 따라 직접현가식(trolley style), 단순가선(simple catenary), 변Y형 가선(stitched catenary) 및 복합가선(compound catenary) 등으로 구분하는 것이 일반적이다.<sup>(1)</sup> 이러한 다양한 형태의 카테너리가 존재하는 이유는 카테너리의 기계적 성질을 판토프래프에 균일하게 전달하기 위함이다.

일반적으로 현수선에 발생하는 파동은 그 파장에 비하여 현수선의 단면적이 무척 작으므로<sup>(1)</sup> 현수선과 접촉선은 굽힘강성을 무시할 수 있고, 그 수직

방향의 변위가 작다고 하면 이 파동 전파매체를 현 (string)으로 모델링할 수 있다. 또한 두 선을 잇는 행거 (hanger) 선은 최줄로 이루어 졌으므로 압축시에는 장력을 전혀 감내하지 못하며 인장시에만 장력을 감내하고 인장시 최줄의 강성(stiffness)이 매우 크므로 길이방향의 변형은 거의 존재하지 않는다. 따라서 행거선은 인장시에만 강성이 매우 큰 탄성을 갖는 스프링으로 가정함이 자연스러울 것이다. 이러한 모델링에 근거하여 Fig. 1에 도시한 좌표계를 이용한 가선계 및 판토프로그래프시스템의 운동방정식은 다음과 같이 얻을 수 있다. 이때 파동의 운동은 파동진행방향의 시간에 따른 변위와 파동전파방향에 수직인 크기변화로 나타내어 지므로 2개의 자유도를 갖는 시스템으로 모델링 하였고 가진력은 판토프로그래프의 순간 접촉에 의한, 순간 가진력을 표현하기 위해 다음과 같은 델타함수  $f(x, t) = A_i \cdot \delta(x-x_i)$ 로 나타내었다. 파동방정식의 경우 델타함수의 가진위치를 나타내는  $x_i$ 는 파동의 속도  $c$ 와 시간  $t$ 로부터  $x_i=ct$ 로 나타내어 지므로 판토프로그래프에 의한 순간 가진을 잘 표현하는 식이라 할 수 있다. 또한 접촉면적을 영으로 표현하는 델타함수로의 순간가진력의 표현은 실제로 접촉되는 면적 혹은 길이가 실제 현가계 전체 길이에 비하여 매우 작을 것이므로 타당한 가정이라 할 수 있다. 우선 현수선의 운동방정식은

$$\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} - \frac{T_{ct}}{\rho_{ct}} \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} = \frac{f(x, t)}{\rho_{ct}} \quad (1)$$

과 같이 쓸 수 있고, 여기서  $w(x, t)$ 는 현수선의 변위를 나타내며,  $T_{ct}$ ,  $\rho_{ct}$ 는 각각 현수선에 걸리는 장력과 현수선의 선밀도를,  $f(x, t)$ 는 행거에 의해 현수선에 작용하는 힘으로써 인장력이 걸리는 경우에만 행거의 위치에서의 현수선에 작용하는 힘을 표시한다. 또한 트롤리선의 운동방정식은

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} - \frac{T_{tr}}{\rho_{tr}} \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{f(x, t)}{\rho_{tr}} + \frac{P}{\rho_{tr}} \cdot \delta(x-vt) \quad (2)$$

로 표시할 수 있으며, 여기서  $y(x, t)$ 는 트롤리선의 변위를,  $T_{tr}$ ,  $\rho_{tr}$ 는 각각 트롤리선에 걸리는 장력과 트롤리선의 선밀도를 나타내고 있다. 또한  $\delta$ 는 델타함수(delta function)이며,  $P$ 는 트롤리선에 작용하는 압상력으로 시간과 공간의 함수이다. 다

음으로 스패น(span)에서의 운동방정식을 살펴보면, 우선 현수선 스패에서의 운동방정식은

$$\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} - \frac{T_{ct}}{\rho_{ct}} \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} = -\frac{1}{\rho_{ct}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left\{ m_{sp} \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + r_{sp} \cdot \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + s_{sp} \cdot w(x, t) \right\} \quad (3)$$

과 같이 표현할 수 있음을 쉽게 알 수 있고 트롤리선스패에서의 운동방정식은

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} - \frac{T_{tr}}{\rho_{tr}} \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = -\frac{P}{\rho_{tr}} \cdot \delta(x-vt) - \frac{1}{\rho_{tr}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left\{ m_s \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + r_s \cdot \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + s_s \cdot y(x, t) \right\} \quad (4)$$

과 같이 자유 물체도로부터 얻을 수 있다. 여기서  $\delta x$ 는 스패에 의해 지지되는 현의 미소길이이며  $m, r, s$ 는 각각 질량, 감쇠계수 및 스프링상수를 의미하고, 하첨자  $sp$ 와  $s$ 는 각각 현수선 스패와 트롤리선스패를 지칭한다. 다음으로 가선계 양단에서의 운동방정식을 살펴보면 현수선 양단에서의 운동방정식은

$$m_{ct} \cdot \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + r_{ct} \cdot \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + s_{ct} \cdot w(x, t) = (\epsilon) T_{ct} \cdot \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \quad (5)$$

과 같이 표현됨을 알 수 있고, 또한 트롤리선 양단에서의 운동방정식은

$$m_{tr} \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + r_{tr} \cdot \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + s_{tr} \cdot y(x, t) = (\epsilon) T_{tr} \cdot \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \quad (6)$$

과 같음을 단계적으로 얻을 수 있다. 위의 식 (5), (6)에서  $m, r, s$ 는 각각 질량, 감쇠계수, 스프링상수를 의미하며, 하첨자  $ct, tr$ 는 각각 현수선(catenary)과 트롤리선(trolley wire)을 의미한다. 또  $(\epsilon)$ 은 왼쪽경계에서는 +1, 오른쪽경계에서는 -1이다.

마지막으로 판토프로그래프의 운동방정식은 다음과 같다.

$$P = P_0 - m_p \cdot \frac{\partial^2 Y(x, y)}{\partial t^2} - r_p \cdot \frac{\partial Y(x, t)}{\partial t} - s_p \cdot Y(x, t) \quad (7)$$

식 (1) ~ (7)을 살펴보면 동차(homogeneous) 미분 방정식의 우변에 각각의 물리적 상황에 따른 가진력이 존재하는 경우임을 알 수 있다. 따라서 공간상의 위치에 따른 각각의 방정식의 풀이를 통해 가진계의 동특성을 살펴 보아야 함을 알 수 있다.

### 3. 해석방법

식 (2), (4) 및 (7)로 표현되는 접촉선과 판토크래프의 운동방정식은 시, 공간에 따라 변하게 되는 접촉력과 연성되어 있으며, 그 해석해(analytic solution)를 구하는 것은 용이하지 않다. 따라서 수치해석적 방법을 이용하여 앞서 언급된 현상들을 구체적으로 살펴볼 필요가 있다. 일반적으로 편미분방정식의 수치해석적 풀이방법에는 유한차분법(finite difference method), 유한요소법(finite element method), 유한체적법(finite volume method) 등이 있으나 보편적으로 프로그래밍이 간단하고 수행시간이 적게 걸리는 유한차분법이 많이 쓰이고 있다. 이때 사용된 유한차분법에 의한 수치해석적 해가 원래의 편미분방정식을 얼마나 잘 풀어내는가에 대한 척도의 필요충분조건으로서 일관성(consistency)조건과 안정성(stability)조건이 요구된다.<sup>(5)</sup> 따라서 아래와 같이 표현되는 유한차분식(finite difference equation) 중 시간에 대한 격자크기를 나타내는  $\Delta t$ , 공간에 대한 격자크기를 나타내는  $\Delta x$ 를 선형함에 있어서 앞의 두조건, 즉 일관성과 안정성을 만족하는 범위내에서 수행시간을 최소화 할 수 있는 값을 택하였다.

각 식(1) ~ (7)을 유한차분법(finite difference equation) 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다. 현수선 운동방정식의 유한차분식은

$$\frac{(w_i^{k+1} - 2w_i^k + w_i^{k-1}))}{(\Delta t)^2} - \frac{T_{ct}}{\rho_{ct}} \cdot \frac{(w_{i+1}^k - 2w_i^k + w_{i-1}^k)}{(\Delta x)^2} = -\frac{f(i, k)}{\rho_{ct}} \quad (8)$$

과 같이, 트롤리선 운동방정식의 유한차분식은

$$\frac{(y_i^{k+1} - 2y_i^k + y_i^{k-1}))}{(\Delta t)^2} - \frac{T_{tr}}{\rho_{tr}} \cdot \frac{(y_{i+1}^k - 2y_i^k + y_{i-1}^k)}{(\Delta x)^2} = \frac{P}{\rho_{tr}} \cdot \delta(i) + \frac{f(i, k)}{\rho_{tr}} \cdot \delta(i) + \frac{f(i, k)}{\rho_{tr}} \quad (9)$$

으로 현수선 스펠에서의 운동방정식의 유한차분식은

$$\begin{aligned} & \frac{(w_i^{k+1} - 2w_i^k + w_i^{k-1}))}{(\Delta t)^2} - \frac{T_{ct}}{\rho_{ct}} \cdot \frac{T_{ct}}{\rho_{ct}} \\ & \cdot \frac{(w_{i+1}^k - 2w_i^k + w_{i-1}^k)}{(\Delta x)^2} \\ & = -\frac{1}{\rho_{ct}} \cdot \frac{1}{(\Delta x)} \left\{ m_{sp} \cdot \frac{(w_i^{k+1} - 2w_i^k + w_i^{k-1}))}{(\Delta t)^2} \right. \\ & \quad \left. + r_{sp} \cdot \frac{(w_i^{k+1} - w_i^{k-1}))}{2\Delta t} + s_{sp} w_i^k \right. \end{aligned} \quad (10)$$

형태로, 트롤리선 스펠에서의 운동방정식의 유한차분식은

$$\begin{aligned} & \frac{(y_i^{k+1} - 2y_i^k + y_i^{k-1}))}{(\Delta t)^2} - \frac{T_{tr}}{\rho_{tr}} \cdot \frac{(y_{i+1}^k - 2y_i^k + y_{i-1}^k)}{(\Delta x)^2} \\ & = \frac{P}{\rho_{tr}} \cdot \delta(i) - \frac{1}{\rho_{tr}} \cdot \frac{1}{(\Delta x)} \left\{ m_2 \cdot \frac{(y_i^{k+1} - 2y_i^k + y_i^{k-1}))}{(\Delta t)^2} \right. \\ & \quad \left. + r_s \cdot \frac{(y_i^{k+1} - y_i^{k-1}))}{2\Delta t} + s_s y_i^k \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

로 표현되고 현수선 양단에서의 운동방정식의 유한차분식은

$$\begin{aligned} & m_{ct} \cdot \frac{(w_i^{k+1} - 2w_i^k + w_i^{k-1}))}{(\Delta t)^2} + r_{ct} \cdot \frac{(w_i^{k+1} - w_i^{k-1}))}{2\Delta t} + s_{ct} w_i^k \\ & = (\varepsilon) T_{ct} \cdot \frac{(w_{i-1}^k - w_{i-1}^k)}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (12)$$

과 같이, 또한 트롤리선 양단에서의 운동방정식의 유한차분식은

$$\begin{aligned} & m_{tr} \cdot \frac{(y_i^{k+1} - 2y_i^k + y_i^{k-1}))}{(\Delta t)^2} + r_{tr} \cdot \frac{(y_i^{k+1} - y_i^{k-1}))}{2\Delta t} + s_{tr} y_i^k \\ & = (\varepsilon) T_{tr} \cdot \frac{(y_{i+1}^k - y_{i+1}^k)}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (13)$$

로 쓸 수 있으며 판토크래프의 운동방정식의 유한차분식은

$$\begin{aligned} P &= P_0 - m_p \cdot \frac{(Y_i^{k-1} - 2Y_i^k + Y_i^{k-1}))}{(\Delta t)^2} \\ & \quad - r_p \cdot \frac{(Y_i^{k+1} - Y_i^{k-1}))}{2\Delta t} - s_p Y_i^k \end{aligned} \quad (14)$$

과 같이 표현됨을 알 수 있다. 식 (9), (11)와 (14)는 접촉력  $P$ 에 대해 연성관계에 있으며 이는 시간 및 공간에 대해 변하게 되므로 동시에 풀어야 한다. 만약 트롤리선과 판토크래프가 이선이 되어 있지 않다고 하면 트롤리선상에 집중분포되어 있는 질량사이에서의 변위를 선형적으로 가정하여 다음과 같은 식이 성립하게 된다.

$$Y^k = a \cdot y_m^k + b \cdot y_{m+1}^k$$

여기서,

$$a = kV\Delta t - m\Delta x$$

$$b = (m+1)\Delta x - kV\Delta t$$

$$m\Delta x \leq kV\Delta t < (m+1)\Delta x$$

$V$ 는 판토히스트의 진행방향속도를 나타낸다. 연성되어 있는 미분방정식을 풀기 위해서 반복수행법(iteration method)을 사용하였으며 이를 간단히 설명하면 다음과 같다.

우선 임의의 시간( $t = k \cdot \Delta t$ )에 판토히스트와 트롤리선사이에서 접촉력  $P$ 가 작용하고 있다고 가정하고 이로부터 식 (9), (11)로부터 트롤리선의 각 부분에 대한 변위를 구한다. 또한 이선이 되지 않는다는 가정하에 판토히스트의 변위를 구하고 이렇게 구한 판토히스트의 변위를  $Y_1$ 이라 하고 이와는 별개로 식 (14)를 이용하여 또 하나의 변위  $Y_2$ 를 구한다. 이때 두 값이 일치하면 처음 가정한 접촉력  $P$ 가 트롤리선에 관한식과 판토히스트에 관한식을 동시에 만족시켜 주므로 그 순간에서의 접촉력이라고 할 수 있다. 그러나 가정한  $P$ 값이 실제값보다 크거나 작으면  $Y_1$ 과  $Y_2$ 값이 일치하지 않을 것이고 이 경우를 두가지로 분류하여 생각하면 첫째로  $Y_1$ 이  $Y_2$ 보다 작은 경우에는 트롤리선의 변위가 판토히스트의 변위보다 작다는 것을 의미하며 이는 가정한 접촉력이 실제값보다 작은 경우일 것이고 따라서  $P$ 값을 크게 하여야 한다. 반대로  $Y_1$ 이  $Y_2$ 보다 큰 경우에는 트롤리선과 판토히스트가 떨어져 있는 상태를 나타내며, 이는 접촉력이 실제값보다

크게 가정되었다는 결론을 내릴 수 있으며 이때는  $P$ 값을 줄여야 할 것이다. 후자의 경우 반복수행(iteration) 계산 도중 트롤리선에 관한 식과 판토히스트에 관한 식을 동시에 만족시키는  $P$ 가 음수가 되는 경우가 있는데 물리적으로 생각해보면 접촉력이 음수가 될 수 없으므로, 이 경우는 접촉력을 0으로 하고 카테너리의 변위와 판토히스트의 변위를 따로따로 구해야 한다. 실제로 구해보면 이때는 판토히스트의 변위  $Y_2$ 가 그 위치에서의 트롤리선의 변위  $Y_1$ 보다 작게 나타나 두 system이 서로 떨어져 있는 상태를 의미하게 된다. 이런식으로 점점 변위를 순차적으로 좁혀나가면서 원하는 해를 얻을 수 있다. 이를 순서대로 나타내면 Fig. 2와 같이 요약할 수 있다.

#### 4. 시뮬레이션 실행결과

앞서 제시한 가선계의 해석방법의 타당성을 검증하기 위한 시뮬레이션(simulation)이 필요하게 된다. 우선 프로그램의 검증을 위해 가장 간단한 경우인 직접 현가식 모델에 대해 초기변위로 정현파를 택하였을때의 가선계의 자유진동과 유한임피던스를 양단에 갖는 현에 삼각과 형태의 초기변위를 주었을때의 모사실험을 하여 이 결과가 이미 알고 있는 해석해와 일치함을 확인함으로써 제안된 해석방법의 적용가능성을 검증하였다. 이후 단순현가식 모델에 대해 각각의 임피던스가 가선계의 동특성(이선율, 접촉력등)에 미치는 영향의 상대적 크기 및 경향을 파악하였으며 저이선 가선계 설계를 위한 인자중 가장 영향이 큰 이선원과 설계의 기본원리에 대해서 살펴보았다. 시뮬레이션에 사용한 데이터는 Table 1에 나와 있다.

기본적으로 본 시뮬레이션의 데이터는 TGV-A의 사양을 기본으로 하여 변화시키고자 하는 임피던스값을 기본값의 0.1배로부터 10배까지 변화시키면서 그 경향을 파악하였다. 즉 트롤리선의 경계 임피던스에 의한 영향을 보고자 할때에는 다른 값들은 기본값(Table 1)으로 두고 트롤리선의 경계 임피던스에 해당하는  $m_{tr}$ ,  $r_{tr}$ ,  $s_{tr}$  값들을 기본값의 0.1배부터 10배까지 변화시키면서 결과를 얻어 내었다.

4.1 임피던스가 가선계의 동특성에 미치는 영향  
모델링한 가선계의 임피던스의 종류는 다섯종류로 현수선 및 트롤리선의 경계임피던스, 현수선 및

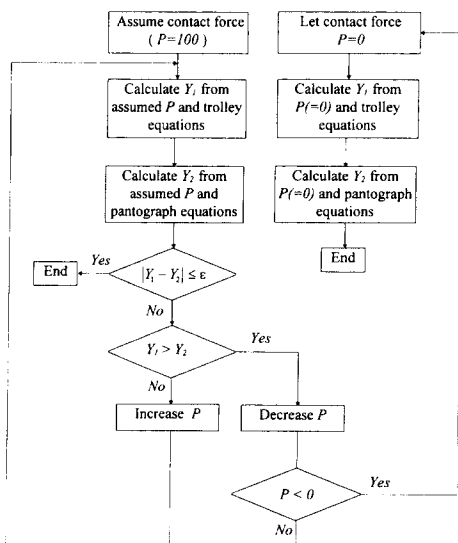


Fig. 2 Flow chart for iteration method

Table 1 Simulation input data

Variable	Data	Variable	Data
$\Delta x$	0.378 (m)	$m_{ct}$	10 (kg)
$\Delta t$	0.000567 (s)	$r_{ct}$	10 (N/s)
$T_{ct}$	14 (kN)	$s_{ct}$	10000 (N/m)
$T_{tr}$	20 (kN)	$m_{tr}$	10 (kg)
$\rho_{ct}$	0.5525 (kg/m)	$r_{tr}$	10 (N/s)
$\rho_{tr}$	1.4775 (kg/m)	$s_{tr}$	10000 (N/m)
$V$	300 (km/h)	$m_{sp}$	10 (kg)
$P_0$	70 (N)	$r_{sp}$	10 (N/s)
$L$	63 (m)	$s_{sp}$	10000 (N/m)
H_interval	6.3 (m)	$m_s$	10 (kg)
H_number	9	$r_s$	10 (N/s)
Span_number	3	$s_s$	10000 (N/m)
		$m_p$	2 (kg)
		$r_p$	10 (N/s)
		$s_p$	2000 (N/m)

트롤리선의 스패임피던스 그리고 판토틀로그래프의 임피던스가 그것이다. 원칙적으로 이 다섯종류의 임피던스가 복합적으로 가선계의 운동에 영향을 줄 것이나 그 중에서도 직접적으로 운동에 관여하는 트롤리선과 판토틀로그래프의 임피던스가 이선 및 접촉력에 가장 큰 영향을 끼칠 것이 예상된다. 따라서 간단한 경우인 두개의 스패에 대해 각각의 임피던스가 미치는 영향을 살펴보면 Fig. 3과 같다. 예상했던 대로 다섯종류의 임피던스중 그 영향이 가장 많이 반영되는 경우는 판토틀로그래프의 임피던스와 트롤리선의 임피던스이다. 따라서 우선적으로 판토틀로그래프 및 접촉선 임피던스에 의한 가선계의 동특성을 살펴보는 것이 타당할 것이다.

#### 4.1.1 트롤리선의 경계임피던스에 의한 영향

트롤리선경계의 질량, 감쇠계수, 스프링상수 등을 변화시키면서 얻어지는 이선율 및 접촉력의 분포는 Fig. 4와 같다. 전반적으로 이선율과 접촉력은 일정범위의 값내에서 큰 증감을 보이지 않는대 이는 경계면에서의 반사파에 의해 이선이 발생하는 구간이 전체적인 가선계 구간에 비해 작기 때문이다. 따라서 경계에서 임피던스 변화가 발생하여도

이선구간이 경계근방에 집중되어 있으므로 전체 이선율에는 큰 영향을 미치지 않게 된다.

#### 4.1.2 트롤리선의 스패에 의한 영향

트롤리선 스패의 질량, 감쇠계수, 스프링상수등을 변화시키면서 얻어지는 이선율 및 접촉력의 분포는 Fig. 5와 같으며 접촉력 및 이선율은 스패위치에서 트롤리선을 지지하고 있는 요소의 질량 및 감쇠계수의 증감에 비해 스프링상수의 증감에 더 큰 변화를 보이고 있음을 알 수 있다. 이를 물리적인 현상으로 고찰해 보면 스프링상수가 증가함에 따라 그 위치에서 반사파의 에너지가 커지게 되고 반사파에 의해 판토틀로그래프에 가해지는 불연속적인 힘의 크기가 커지게 되어 이선을 유발하게 된다고 할 수 있다. 상대적으로 영향이 적었던 요소중 질량의 경우 Fig. 5의 주어진 모사실험의 결과에 대해선 큰 변화가 없으나 모사실험에 사용된 질량의 변화비율의 범위를 0.001~10배로 수행하면 이선이 상당히 감소하는 것을 볼 수 있다(Fig. 6). 그림에서 0.001~0.01 부근은 질량이 매우작은 경우로 스패위치에서의 지지점의 질량을 무시할 정도의 분포에 대해서는 이선이 상당히 감소하는 것을 볼 수

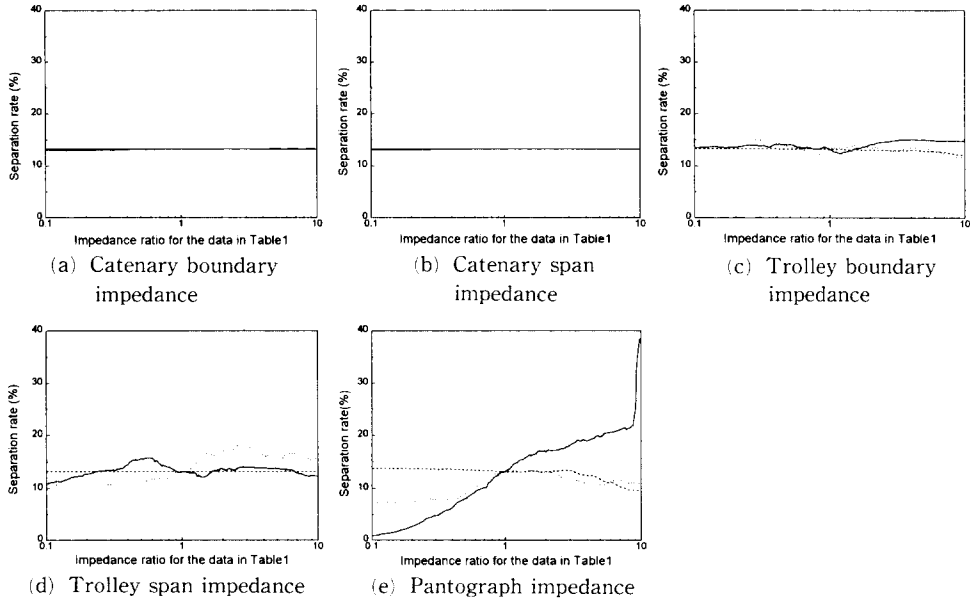


Fig. 3 Separation rate for impedance changes(— : change of mass, - - : change of damping constant, ···· : change of spring constant)

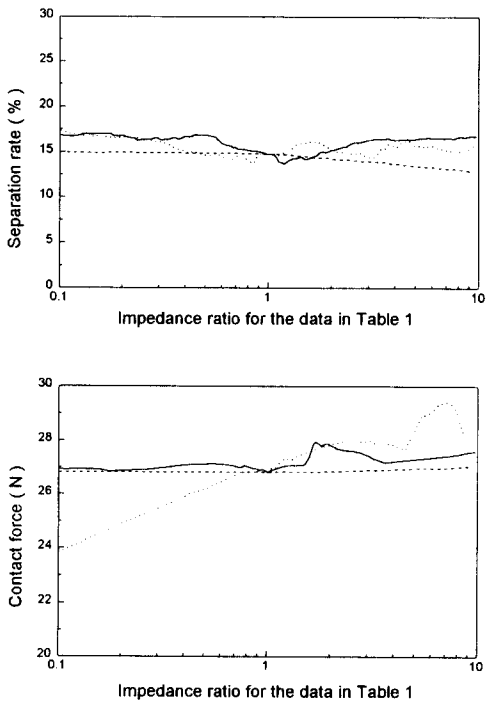


Fig. 4 Separation rate and contact force for Trolley-wire boundary impedance changes(— : change of mass, - - : change of damping constant, ···· : change of spring constant)

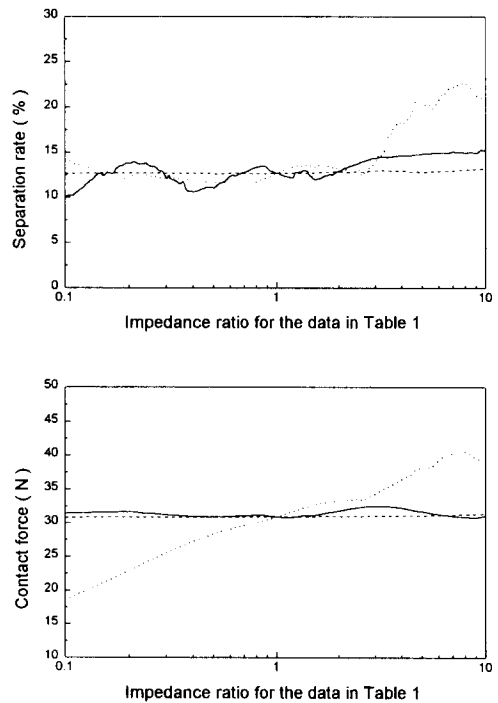


Fig. 5 Separation rate and contact force for Trolley-wire boundary impedance changes(— : change of mass, - - : change of damping constant, ···· : change of spring constant)

있다. 따라서 스펀임피던스가 작을수록 반사파의 영향이 작아지고 이로 인해 저이선조건외의 효과를 보인다고 할 수 있다. 한편 스프링상수가 매우 작아지는 경우에 대해 이선율이 증가하는 현상을 볼 수 있는데 이는 스펀임피던스의 강성이 너무 작으면 변위대 가진력의 비가 커서 판토프래프의 운동을 수용하기 어려워 지기 때문이다.

4.1.3 판토프래프 임피던스에 의한 영향

판토프래프의 질량, 감쇠계수, 스프링상수 등을 변화시키면서 얻어지는 이선율 및 접촉력의 분포는 Fig. 7에 나타내었다. 그림에서 보듯이 스프링상수와 질량의 증가에 대해 이선율이 증가하는데 이것은 판토프래프의 강성(stiffness) 및 질량(mass)이 증가할수록 접촉선의 운동, 즉 파동의 전파현상을 잘 쫓아가지 못하게 되므로 이선의 증가를 초래하기 때문이다. 또 상대적으로 감쇠계수의 변화에 비해 질량 및 스프링상수의 변화에 대해 이선율 및 접촉력의 변화폭이 큼을 알 수 있다. 또 트롤리선의 스펀이나 경계조건을 변화시키는 경우보다 판토프래프의 임피던스를 변화시키는 경우의 변화폭이

큼을 알 수 있다. 이는 원하고자 하는 동특성을 만들어내기 위한 조건으로 판토프래프의 임피던스를 변화시키는 것이 더 효율적임을 의미하며 따라서 가장 지배적으로 저이선 가선계 설계조건에서 고려되어야 할 사항 중 하나가 판토프래프의 임피던스임을 알 수 있다.

앞서 살펴본 바와 같이 임의의 임피던스에 의한 가선계의 동특성은 임피던스에 따라 이선율 및 접촉력의 증감으로 나타난다. 즉 각각의 임피던스 관련계수들의 적절한 조합으로부터 일정압상력을 유지하면서 최소의 이선율을 구현할 수 있는 가선계의 선정이 가능함을 유추할 수 있다. 본 시뮬레이션의 결과에서는 그 임피던스변화에 따른 경향의 파악에 중점을 두었으며 기대했던 부분최적값(local optimun)이 모든 경우의 임피던스 조건에 대해 나타나지는 않는다. 따라서 저이선 가선계의 설계는 특정값 구간에 의해 결정되기도 하지만 각 요소값들의 최적화 경향을 파악하여 적용할 수 있음을 알 수 있다. 즉 예를 들어 트롤리선의 스펀의 임피던스로 작용하는 질량, 댐퍼 스프링 시스템의 경우 스프링상수는 시뮬레이션 데이터의 0.1~3배

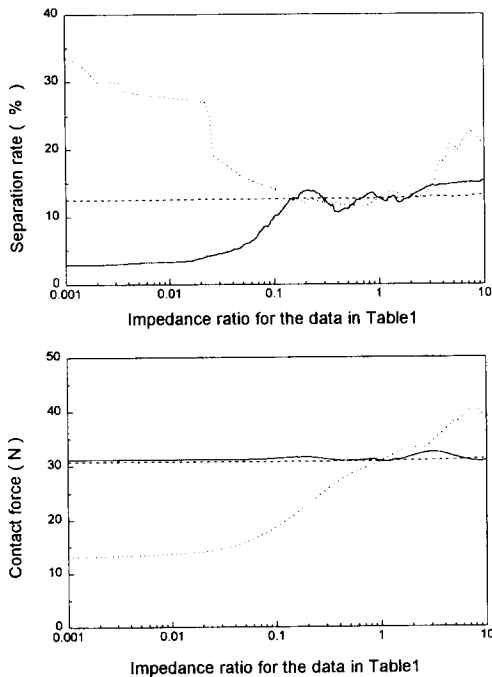


Fig. 6 Separation rate and contact force for Trolley-wire boundary impedance changes(— : change of mass, --- : change of damping constant, ..... : change of spring constant)

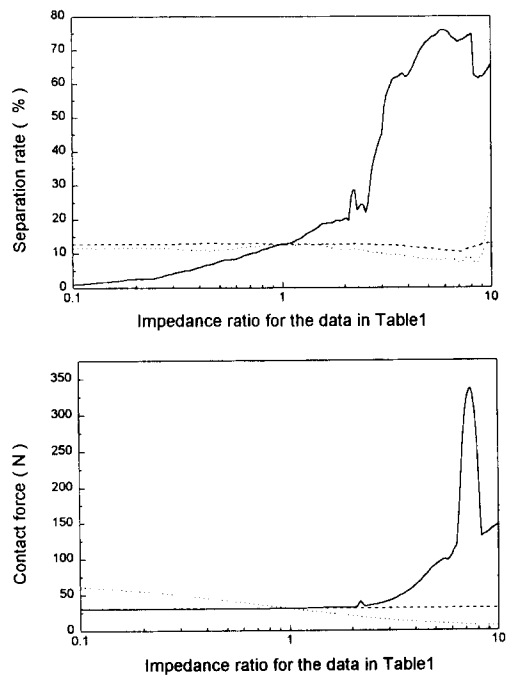


Fig. 7 Separation rate and contact force for Trolley-wire boundary impedance changes(— : change of mass, --- : change of damping constant, ..... : change of spring constant)



정도의 구간에서 최적값을 가지며(Fig. 6 참조), 질량은 스프링 상수의 경우와 같이 최적조건을 나타내는 구간이 있는것이 아니라 작으면 작을 수록 저이선 조건을 만족시킴을 알 수 있다.

### 4.2 주요 이선원에 대한 고찰

#### 4.2.1 전차속도와 파동전파속도

파동이 전파할 매질이 주어지면 그 매질상에서 파동이 전파되는 속도가 주어지게 된다. 현의 선밀도를  $\rho_L$ , 선에 걸리는 장력을  $T$ 라 하면, 파동의 전파속도  $c$ 는 다음과 같이 주어지게 된다.

$$c = \sqrt{\frac{T}{\rho_L}}$$

만약 파동의 전파속도와 전차속도가 같아지게 되면 매우 큰 압상력이 가하여지게 되므로 가선이 이를 견딜 수 없게 된다. 따라서 전차의 속도가 가능한 한 파동전파속도로부터 떨어져 있는 것이 저이선조건을 형성하게 된다. 이를 그림으로 살펴보면 Fig. 8과 같다. 파동속도  $c$ 와 전차속도  $V$ 의 비가 0.5일 때에 비해 1에 근접할수록 이선이 급격히 증가함을 알 수 있으므로 고속전철 시스템에 대한 이선을 고찰할 때는 마하수( $M=V/c$ )의 값이 고려되어야 할 것이다. 즉 저이선 가선계의 설계를 위해 전차속도를 줄여주거나 파동전파속도를 증가시

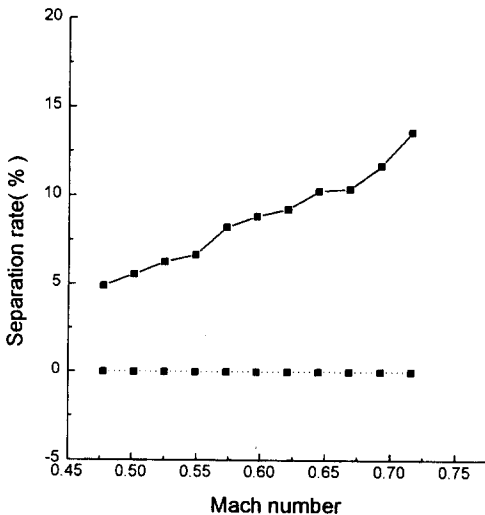
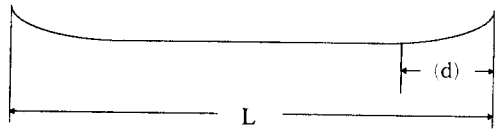


Fig. 8 Separation rate for the Mach number ( $M=v/c$ , where  $v$  is train speed and  $c$  is wave propagation speed) (—■— : without Trolley span, —●— : with Trolley span)

켜주어야 하는데 고속전철에서 전차의 속도에는 제한된 하한값이 존재하게 된다. 따라서 가선계의 장력을 증가시키거나 가선계를 구성하고 있는 선의 재질을 선밀도가 더 낮은것으로 바꾸어 주므로써 파동의 전파속도를 증가시킬 수 있으며 이것은 곧 마하넘버의 감소와 저이선 가선계의 구현으로 연결될 수 있다.

#### 4.2.2 트롤리선 경계에서의 임피던스

앞의 4.1.1에서 살펴본 바와 같이 경계의 임피던스는 반사파를 유발하고 그 경계가 강성경계(rigid boundary)에 가까울수록 반사파의 에너지가 증가



- L : Trolley wire length ( m )
- d : Trolley wire raising interval ( m )
- c : Wave speed ( m/s )
- v : Train speed ( m/s )

$$L/2*(1-v/c) < d$$

Fig. 9 Calculation of Trolley wire raising interval

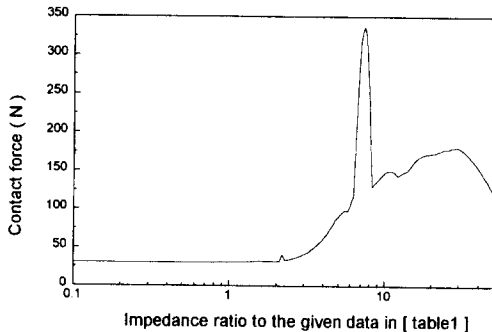
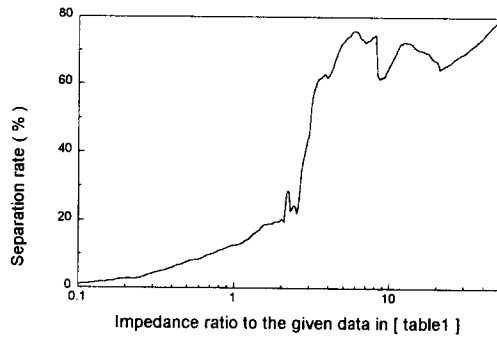


Fig. 10 Separation rate and contact force for pantograph mass changes

하게 된다. 특히 선에 수십 kN의 장력이 걸리기 위해선 경계가 강성경계에 가까워지는데 이로써 유발되는 반사파의 영향을 최소화하기 위해 실제로는 전체 트롤리선의 양끝을 오버랩(overlap) 구간에서 들어 올려준다(Fig. 9). 즉 전차속도보다 빠르게 진행되는 파동이 경계에 도달한 뒤 반사되어 되돌아 오기전에 트롤리선의 끝을 들어 올려 주므로써 반사파에 의한 영향을 거의 줄일 수 있다. 파동의 전파속도와 전차속도에 관련해서 양 끝에서 들어 올려져야 할 트롤리선의 길이(d)는 Fig. 9와 같이 계산된다.

4.2.3 트롤리선의 스펠 영향

트롤리선을 지지하고 있는 스펠 역시 파동이 도달하였을때 반사파를 생성한다. 일반적으로 트롤리선 스펠의 질량이 증가할수록 반사파가 강하게 생성되므로 질량을 최대한 작게 해주는 것이 좋을 것이다. 또 실제로 스펠의 임피던스 요소(element)는 질량이 무척 작으므로 스프링요소라고 가정할 수 있다. 따라서 스펠을 통해 저이선 가선조건을 구현하려면 스프링상수와 질량효과를 가능한 작게 즉, 스펠 위치에서 생기는 임피던스 불연속(impedance mismatch)을 최대한 줄이는 방법이 고려되어야 할 것이다.

4.2.4 판토히스트의 임피던스

앞서 언급한 것과 같이 판토히스트가 파동의 운동을 잘 쫓아가기 위해서는 질량이 작고 유연해야 한다. 따라서 판토히스트의 임피던스를 가능한 작게 설계하는 것이 좋으며 스프링상수가 너무 작은 경우에는 상대적으로 접촉력이 증가하고 스프링상수가 크면 파동을 잘 쫓아가지 못하는데, 특히 주어진 정적 압상력( $P_0$ )과 스프링상수로부터 얻어지는 판토히스트의 최대변위보다 큰 파동의 변위가 존재할 경우에는 이선이 되게된다. 따라서 이 두가지 극한 경우를 고려하여 스프링상수를 결정하여야 한다.

또 여기서 주의해야 할 점은 판토히스트의 질량의 변화에 따른 접촉력의 변화인데 세군데에서 극대값이 존재함을 볼 수 있다. 이는 접촉선의 고유주파수와 판토히스트의 고유주파수에 관계된 값으로 접촉선의 고유주파수를  $\omega_{tr}$ 이라고 하면 극대값은 각각 약  $3\omega_{tr}$ ,  $2\omega_{tr}$ ,  $\omega_{tr}$ 에 해당하는 값이다(Fig. 10). 즉 판토히스트와 가선이 접촉된 상태에

서 운동을 할때 두 고유주파수가 같거나 혹은 정수배이면 델타입력에 대해 모든 주파수가 가진될 때 공진을 일으키게 되어 접촉력에 극대값이 나타나게 된다. 따라서 가선이 주어지는 경우 그 고유주파수를 알아내어 판토히스트의 설계에 반영할 수 있다.

4.2.5 행거의 영향

적접현가방식에 비해 단순현가선은 가선의 자중에 의한 처짐을 잡아주는 역할을 하는 행거가 존재한다. 이는 정적으로는 트롤리선이 일정한 높이를 유지하도록 하며 동적으로는 반사파가 존재할때 현수선과 트롤리선의 변위에 의해 인장력이 작용하면 작용, 반작용의 원리로 현수선 및 트롤리선에 힘을 가하게 된다. 따라서 반사파가 많이 존재하고 이에 의한 트롤리선의 변위가 음(-)의 값을 가질때, 그리고 이로인해 현수선에 변형이 생기고 이 두 변위의 영향에 의해 행거위치에서 각각의 변위의 차,  $w-y$  ( $w$ : 현수선의 변위  $y$ : 트롤리선의 변위)가 양수일때에만 동특성을 갖게 된다. 그러므로 행거의 정특성과 동특성중 어느것이 더 지배적인 역할을 하는가는 행거를 인장시키는 요소, 즉 전차속도 및 파동전파속도의 비와 행거의 간격에 관련된다고

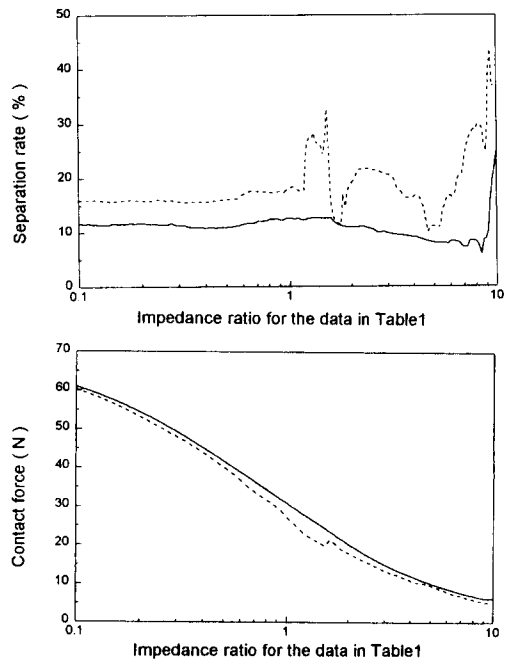


Fig. 11 Separation rate and contact force for number of Hangers(—: Hangers per span, ---: Hangers per span)

할 수 있다. 행거의 간격이 넓으면 인장조건을 만족하는 지점( $w-y>0$ )에 행거가 존재할 확률이 적어지므로 상대적으로 정특성이 지배적이게 된다. 또 행거의 간격이 좁아질수록 상대적으로 행거에 의한 불연속적인 힘이 접촉선에 작용할 확률이 증가하게 되므로 이선율이 증가하게 된다(Fig. 11).

### 5. 결 론

지금까지 단순현가방식에 의한 가선계의 델타함수 입력에 의한 동특성을, 가선계를 구성하고 있는 임피던스의 변화에 따라 수치해석적으로 살펴보았다. 시뮬레이션에서 이해할 수 있듯이 급격한 이선과 압상력의 변화는 반사파에 의해서 지배됨을 알 수 있고 이는 다시 가선계의 경계 및 스패조건과 판토히스트의 임피던스, 그리고 마하수와 밀접한 관련을 갖고 있음을 알았다. 이러한 동적현상 및 분석을 토대로 일정한 압상력을 유지하면서 저이선조건을 형성하는 가선계의 설계방법 및 개발이 이루어질 수 있을것으로 판단된다.

### 참고문헌

- (1) 김양한, 박연규, 김시문, 노현석, 1992, "임의의 경계조건을 갖는 가선계의 파동현상에 대한 고찰," 대한기계학회논문집, 제16권, 제11호, pp. 2059~2071.
- (2) Morst Lehmann, 1991, "The High Speed Catenary System Re 250 of the German Federal Railway," Technogrema Seoul 91, Seoul Korea.
- (3) 정대현, 최연선, 1991, "고속전철 Catenary/Pantograph계의 동적응답에 대한 수치해석," 대한기계학회 '91년도 춘계학술대회논문집(I), pp. 127~130
- (4) 김양한, 박연규, 김시문, 노현석, 1991, "고속전철 집전장치에 관한 기본연구," 한국기계연구소 보고서.
- (5) Klaus A. Hoffmann, 1993, *Computational Fluid Dynamics For Engineers*, Chap. 1, Chap. 4.