

〈논 문〉

상대좌표를 이용한 복합연쇄 로봇기구의 역기구학

김창부* · 김효식**

(1995년 9월 30일 접수)

Inverse Kinematics of Complex Chain Robotic Mechanism Using Relative Coordinates

C. B. Kim and H. S. Kim

Key Words: Inverse Kinematics(역기구학), Complex Chain(복합연쇄), Robotic Mechanism(로봇기구), Optimization Technique(최적화기법), Relative Coordinates(상대좌표), Cut Link Method(링크절단법), Kinematic Constraints(기구학적 구속), Independent Joint Variables(독립관절변수), Dependent Joint Variables(종속관절변수), Precision Point(무오차점)

Abstract

In this paper, we derive an algorithm and develop a computer program which analyze rapidly and precisely the inverse kinematics of robotic mechanism with spatial complex chain structure based on the relative coordinates. We represent the inverse kinematic problem as an optimization problem with the kinematic constraint equations. The inverse kinematic analysis algorithm, therefore, consists of two algorithms, the main, an optimization algorithm finding the motion of independent joints from that of an end-effector and the sub, a forward kinematic analysis algorithm computing the motion of dependent joints from that of independent joints. We accomplish simulations for the investigation upon the accuracy and efficiency of the algorithm.

I. 서 론

자동화된 산업현장에서 널리 사용되고 있는 로봇기구는 공간에서 서로 상대적인 운동이 가능한 다수의 물체(multibody), 즉 링크가 관절에 의해서 연결되어 있는 기구연쇄(kinematic chain)로서, 링크들의 연결된 상태에 따라 개형연쇄구조, 폐형연쇄구조, 또는 복합연쇄구조를 갖는다.

개형연쇄구조로는 SCARA 로봇기구 및 PUMA 로봇기구 등이 있고 폐형연쇄구조로는 스튜어트-풀

렛폼기구가 있으며, 복합연쇄구조로는 개형연쇄구조로 되어있는 로봇기구의 구조적인 단점⁽¹⁾을 보완하기 위해서 제작, 사용되고 있는 Bendix MA 510 로봇기구 및 Cincinnati Milacron T3 로봇기구 등이 있다.

이와 같은 로봇기구의 운용시 엔드이펙터의 정밀한 위치 및 방향제어를 위해서 필수적으로 요구되는 역기구학은 엔드이펙터가 공간상에 정의된 일련의 위치 및 방향을 통과하면서 이동할 수 있도록 엔드이펙터의 이동에 따른 관절의 운동을 계산하는 문제이므로, 역기구학을 위한 해석 알고리즘은 로봇기구의 기구학적 구조 및 작업공간을 고려하여 개발되어야 한다.

*회원, 인하대학교 자동화공학과

**인하대학교 대학원 자동화공학과

최근까지, 역기구학은 기구학적 구조가 단순한 개형연쇄구조로 된 로봇기구^(2,3)와 폐형연쇄구조로 된 스튜어트-플랫폼형기구^(1,4) 및 개형연쇄부와 폐형연쇄부가 단순히 직렬로만 연결되어 있는 6자유도의 로봇기구⁽⁵⁾에 대해서 연구되어 왔다. 그러나 로봇기구가 6자유도 미만 또는 임의의 구조로 되어 있는 경우의 역기구학에 관한 연구가 미흡한 실정이며, 이를 위해서는 개형연쇄와 폐형연쇄가 혼재한 복합연쇄구조로 된 로봇기구의 역기구학에 관한 연구가 필요하다.

따라서 본 논문에서는 복합연쇄 로봇기구의 역기구학 해석을 효율적이고 체계적으로 수행할 수 있는 상대좌표, 즉 관절변수와 최적화기법을 이용한 해석알고리즘을 제안하고자 한다.

제안된 역기구학 해석알고리즘은 엔드이펙터의 운동에 대해서 독립관절의 운동을 계산하는 최적화 알고리즘과 독립관절의 운동에 대해서 종속관절의 운동을 계산하는 정기구학 해석알고리즘으로 구성된다. 제안된 알고리즘을 사용해서 개발한 전산프로그램을 이용하여 다양한 구조의 로봇기구에 대해서 역기구학 시뮬레이션을 수행하고, 시뮬레이션의 수치해석 결과를 대수해석 결과와 비교, 검토하여 제안된 알고리즘의 정확성을 검증한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 상대좌표, 즉 관절변수 및 기구학적 구속에 대해서 설명하고, 3장에서 역기구학을 최적화문제로 표현하며 4장에서 목적함수를 정의하고 탐색방향을 유도한다. 5장에서 정기구학 및 역기구학 해석알고리즘을 제안하고, 6장에서 시뮬레이션을 수행하여 그 결과를 제시한다.

2. 관절변수와 기구학적 구속

복합연쇄 로봇기구의 기구학은 운동을 발생하는 힘을 고려하지 않고 로봇기구의 운동을 기술하는 문제로서, 직교좌표 및 상대좌표 등의 사용되는 좌표형태에 따라서 해석의 신속성 및 효율성과 해석 방법의 용이성이 좌우된다.⁽⁶⁾ 본 논문에서는 해석의 신속성 및 효율성 측면에서 우수한 상대좌표를 사용해서 기구학 해석을 수행하고자 한다.

상대좌표는 링크들을 연결하는 관절의 회전 또는 직진운동을 기술하는 관절변수로서, 로봇기구를 구성하는 각각의 관절을 1자유도의 회전관절 또는 직진관절로 표현하면 로봇기구의 운동은 다음과 같은

N_j 개의 상대좌표, 즉 관절변수에 의해서 기술된다.

$$q = (q_1, \dots, q_i, \dots, q_{N_j})^T \quad (1)$$

where $q \in R^{N_j}$

상기 식에서 관절변수 q_i 는 관절 i 의 회전변위 θ_i 또는 직진변위 d_i 를 나타내며, 회전관절일 때는 0, 직진관절일 때는 1의 값을 갖는 관절지표 s_i 를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$q_i = (1 - s_i) \theta_i + s_i d_i \quad (2)$$

여기서, θ_i , d_i , s_i 등은 데나비트-하滕버그(Denavit-Hartenberg) 링크표기법⁽⁷⁾을 응용하여 개발한 복합연쇄 링크표기법⁽⁸⁾에 따르는 링크 매개변수들이다.

로봇기구를 비롯한 복합기구연쇄에 관한 대부분의 연구들^(9~11)은 복합기구연쇄를 개형연쇄구조의 분기연쇄로 변환하고 분기연쇄가 만족해야 하는 기구학적 구속조건으로부터 도출된 기구학적 구속식을 이용하여 기구학 해석을 수행한다. 복합기구연쇄를 분기연쇄로 변환하는 방법으로는 관절절단법^(9~11)과 링크절단법⁽⁸⁾이 있다. 링크절단법을 사용하여 복합연쇄 로봇기구를 분기연쇄로 변환하면, 관절변수는 로봇기구의 자유도수 N_d 와 같은 갯수의 독립관절변수 q_v 와 $(N_j - N_d)$ 갯수의 종속관절변수 q_w 로 분리되며, 신형변환행렬 L_v , L_w 를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$q = L_v q_v + L_w q_w \quad (3)$$

where $q_v \in R^{N_d}$, $q_w \in R^{(N_j - N_d)}$

상기의 독립관절변수와 종속관절변수는 다음과 같은 기구학적 구속식⁽⁸⁾을 만족해야 한다.

$$\phi_R(q_v, q_w) = 0 \quad (4)$$

where $\phi_R \in R^{(6 \times N_c)}$

여기서, 로봇기구를 분기연쇄로 변환하기 위해서 요구되는 링크의 절단갯수를 N_c 라고 하면 기구학적 구속식의 총 갯수는 $(6 \times N_c)$ 가 된다.

3. 역기구학

역기구학은 로봇기구의 엔드이펙터가 공간에 주어진 일련의 위치 및 방향을 통과하면서 이동할 수 있도록 구동관절의 운동, 즉 독립관절변수의 변위를 구하는 문제이다. 엔드이펙터가 통과하면서 이

동해야 하는 공간상에 정의된 위치 및 방향을 무오차점(precision point)⁽¹²⁾이라고 하면 역기구학은 로봇기구의 연결상태에 따른 기구학적 구속을 고려하여 무오차점에 대한 엔드이펙터의 상대적인 위치 및 방향을 최소화시키는 최적화문제가 되며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(q_v) \\ & \text{with } \phi_R(q_v, q_w) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

따라서, 역기구학은 목적함수의 값이 최소가 될 때까지 독립관절변수를 계산하는 과정중에 기구학적 구속식을 이용하여 종속관절변수를 계산하는 정기구학 해석과정을 반복하게되며, 링크가 무오차점을 통과할 때의 로봇기구의 형상은 각각 다음을 만족하는 관절변수에 의해서 구해진다.

$$\begin{aligned} q_v^* : f(q_v^*) &= \min f(q_v) \\ q_w^* : \phi_R(q_v^*, q_w^*) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

상기 식에서 q_v^* 은 목적함수가 최소값을 가질 때의 독립관절변수이며, q_w^* 은 독립관절변수가 q_v^* 일 때, 정기구학 해석을 수행하여 계산된 종속관절변수이다.

4. 목적함수 및 탐색방향

엔드이펙터가 무오차점을 통과하면서 이동하려고 할 때, 무오차점에 대한 엔드이펙터의 상대적인 위치 및 방향을 동차변환행렬로 표현하면 다음과 같다.

$${}^P T_E = \begin{bmatrix} {}^P R_E & {}^P p_E \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

where ${}^P T_E \in R^{4 \times 4}$

상기식에서 ${}^P R_E \in R^{3 \times 3}$ 는 무오차점의 방향에 대한 엔드이펙터의 상대적인 방향을 나타내는 상대회전행렬이며, ${}^P p_E \in R^3$ 는 무오차점의 위치에 대한 엔드이펙터의 상대적인 위치를 나타내는 상대 위치열행렬이다. 여기서, 9개의 종속된 요소로 구성된 ${}^P R_E$ 를 오일러 매개변수⁽¹³⁾중에서 e_0 를 제외한 3개의 요소로 구성된 방향열행렬 ${}^P e_E$ 로 표현하면, 상기의 ${}^P T_E$ 는 다음과 같이 서로 독립적인 6개의 위치 및 방향요소로 구성되는 잔류열행렬로 표현된다.

$$x = ({}^P p_E^T \ {}^P e_E^T)^T \quad (8)$$

where $x \in R^6$

상기된 잔류열행렬의 위치 및 방향요소는 무오차점에 대한 엔드이펙터의 위치 및 방향오차를 나타내므로, 각각의 요소의 가중치를 고려하여 최적화를 수행하여 최소값을 갖도록 할 식(5)의 목적함수를 정의하면 다음과 같다.

$$f(q_v) = \frac{1}{2} x^T W x \quad (9)$$

where $W = (w_{ij}) \in R^{6 \times 6}$

상기식에서 W 는 양정치 대각행렬(positive definite diagonal matrix)로서 작업사양에 따른 위치 및 방향에 대한 우선순위⁽¹¹⁾를 고려하기 위해서 사용된다.

최적화기법은 탐색방향을 계산하여 변수의 값을 개선하고 수렴조건을 평가하는 과정을 반복적으로 수행하여 목적함수의 값을 최소로하는 변수의 값을 구한다. 탐색방향은 변수에 대한 목적함수의 구배를 이용하여 정의되므로 독립관절변수에 대한 목적함수의 구배열행렬(gradiant column matrix)을 연쇄법칙(chain rule)을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial f}{\partial q_v} \right] = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]^T \left[\frac{\partial x}{\partial q} \right] \left[\frac{\partial q}{\partial q_v} \right] \quad (10)$$

where $\left[\frac{\partial f}{\partial q_v} \right] \in R^{N_d}$

여기서, $\left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] = [W][x] \in R^6$ 은 잔류열행렬에 대한 목적함수의 구배열행렬이며 잔류자코비안행렬 $\left[\frac{\partial x}{\partial q} \right] \in R^{6 \times N_d}$ 은 관절변수에 대한 잔류열행렬의 구배행렬(gradiant matrix)⁽²⁾이고, $\left[\frac{\partial q}{\partial q_v} \right] \in R^{N_d \times N_d}$ 는 독립관절변수에 대한 관절변수의 구배행렬이다.

5. 해석알고리듬

체형연쇄를 갖는 로봇기구는 관절이 구동관절과 피구동관절로 구성되며 피구동관절의 운동은 구동관절의 운동에 의해서 결정된다. 따라서 정기구학은 독립관절변수의 변위로 표현되는 구동관절의 운동이 주어지면, 식 (4)의 기구학적 구속식으로부터 종속관절변수의 변위로 표현되는 피구동관절의 운동을 계산하여 복합연쇄 로봇기구의 결과적인 형상

을 구하게 된다.

또한, 역기구학은 엔드이펙터가 통과하면서 이동해야 하는 n 개의 무오차점이 주어지면 각각의 무오차점에 대해서 식 (9)의 목적함수의 값이 최소가 될 때까지 독립관절변수를 계산하는 최적화과정을 수행하며, 최적화과정 중에 종속관절변수를 계산하는 정기구학 해석과정을 반복적으로 수행하여 엔드이펙터가 무오차점을 통과할 때의 관절변수를 구하게 된다. 따라서 역기구학 해석알고리듬은 엔드이펙터의 운동이 주어지면 독립관절변수의 변위를 계산하는 최적화 알고리듬과 독립관절변수의 변위가 주어지면 종속관절변수의 변위를 계산하는 정기구학 해석알고리듬으로 구성된다.

본 논문에서는 최적화 알고리듬으로서 직교연성 구배법 (conjugate gradient method)⁽¹⁴⁾ 및 이에 수반되는 일차원 탐색법으로서 황금분할탐색법 (golden section search method)⁽¹⁴⁾을 사용하고, 정기구학 해석알고리듬으로서 뉴우튼-랩슨법을 이용하여 복합연쇄 로봇기구의 역기구학 해석알고리듬을 도출하였으며 다음과 같다.

5.1 정기구학 해석알고리듬

Step 1. 초기시간 t_0 , 종료시간 t_f , 시간증분 Δt , 구속식 허용오차 ϵ_v , 종속관절변수 허용오차 ϵ_w , 판성좌표계에 대한 기저좌표계의 동차변환행렬 $T_0(t)$, 독립관절변수 $q_v(t)$ 와 종속관절변수의 초기근사값 $\bar{q}_w(t_0)$ 을 정하고 시간 t 를 t_0 로 한다.

Step 2. $q_w(t) = \bar{q}_w(t) + \Delta q_w$ 를 계산한다. 여기서 Δq_w 는 다음과 같다.

$$\Delta q_w = -\left[\frac{\partial \phi_R}{\partial q_w}(q_v(t), \bar{q}_w(t)) \right]^\top \phi_R(q_v(t), \bar{q}_w(t))$$

여기서, $[A]^+$ 는 $[A]$ 의 유사역행렬 (pseudo-inverse matrix)로서 다음과 같다.

$$[A]^+ = [[A]^T [A]]^{-1} [A]^T$$

Step 3. 정기구학 수렴조건 $\|\phi_R(q_v(t), \bar{q}_w(t))\| < \epsilon_v$ 과 $\|q_w(t) - \bar{q}_w(t)\| < \epsilon_w$ 을 만족하면 Step 4. 의 과정을 수행하고, 만족하지 않으면 $\bar{q}_w(t) = q_w(t)$ 로 하고 Step 2. 의 과정을 수행한다. 여기서, $\|\arg\|$ 는 \arg 의 유클리디안 노름을 나타낸다.

Step 4. $\bar{q}_w(t) = q_w(t)$ 로 하고 $t = t + \Delta t$ 로 한다.

Step 5. $t = t_f$ 이면 종료하고 $t < t_f$ 이면 Step 2. 이하의 과정을 수행한다.

5.2 역기구학 해석알고리듬

Step 1. 구배 허용오차 ϵ_v , 무오차점의 갯수 n , 기저좌표계에 대한 무오차점의 동차변환행렬 ${}^0T_{Pi}$, ($i=1, \dots, n$), 위치 및 방향가중치 w_{jj} , ($j=1, \dots, 6$), 독립관절변수의 초기값 $q_v^{(0)}$, 종속관절변수의 초기근사값 $\bar{q}_w^{(0)}$ 을 정하고 무오차점의 번호 i 를 0으로 한다.

Step 2. $i=n$ 이면 종료하고, $i < n$ 이면 $i=i+1$ 로 하고 반복계수 k 를 0으로 하여 Step 3. 이하의 과정을 수행한다.

Step 3. $q^{(k)} = (q_v^{(k)T} \bar{q}_w^{(k)T})^T$ 를 초기치로 하는 정기구학 해석을 수행하여 종속관절변수 $q_w^{(k)} : \phi_R(q_v^{(k)}, q_w^{(k)}) = 0$ 를 계산한다.

Step 4. $q^{(k)} = (q_v^{(k)T} q_w^{(k)T})^T$ 에서 $\nabla f^{(k)} = \left[\frac{\partial f}{\partial f_v} \right]$ 를 계산한다.

Step 5. $k=0$ 이면 $d^{(k)} = -\nabla f^{(k)}$ 로 하고 $k > 0$ 이면 $d^{(k)} = -\nabla f^{(k)} + \beta_k d^{(k-1)}$ 로 한다. 여기서, $\beta_k = (\|\nabla f^{(k)}\|/\|\nabla f^{(k-1)}\|)^2$ 이다.

Step 6. 역기구학 수렴조건 $\|\nabla f^{(k)}\| < \epsilon_v$ 을 만족하지 않으면 Step 7. 의 과정을 수행하고, 만족하면 i 번째 무오차점에 대해서 $q_v^* = q_v^{(k)}$ 및 $q_w^* = q_w^{(k)}$ 로 한 후에 Step 2. 의 과정을 수행한다.

Step 7. $q^{(k)} = (q_v^{(k)T} q_w^{(k)T})^T$ 에서 단계증분의 최적값 $\alpha^* : f(\alpha^*) = \min f(q_v^{(k)} + \alpha d^{(k)})$ 을 구하고 $\alpha_k = \alpha^*$ 로 한다.

Step 8. $q_v^{(k)} = q_v^{(k)} + \alpha_k d^{(k)}$ 및 $\bar{q}_w^{(w)} = q_w^{(w)}$ 로 하고, $k=k+1$ 로 하여 Step 3. 의 과정을 수행한다.

Step 7.에서 수행되는 황금분할탐색법은 탐색방향에 대한 단계증분의 최적값을 계산한다. 황금분할탐색법은 가변구간 탐색법으로서 황금비를 이용하여 탐색방향 $d^{(k)}$ 에 대해서 목적함수의 최소값이 존재하는 단계증분의 초기구간을 찾아내고, 이 초기구간을 반복적으로 분할, 축소하여 구간을 최소화한 후, 목적함수의 값이 최소가 되는 단계증분의 최적값 α^* 을 구하는 3단계로 구성된다. 따라서 구간을 분할, 축소하고 α^* 를 얻을 때까지 구간내에 주어진 단계증분에 대한 목적함수의 값을 반복하여 계산해야 하며, 목적함수의 값을 계산하는 과정은 다음과 같다.

Step 7.1 $p_v = q_v^{(k)} + \alpha d^{(k)}$ 로 하고 $\bar{p}_w = q_w^{(k)}$ 로 한다.

Step 7.2 $p = (p_v^T \bar{p}_w^T)^T$ 를 초기치로 하는 정기구학 해석을 수행하여 종속관절변수 $p_w : \phi_R(p_v, p_w) = 0$ 를 계산한다.

Step 7.3 $p = (p_v^T \ p_w^T)^T$ 에서 목적함수 f 의 값을 계산한다.

6. 시뮬레이션

6.1 3 D.O.F. 직접구동 로봇기구

Fig. 1의 직접구동 로봇기구⁽¹⁵⁾는 각각의 링크가 구동모터의 로터축에 직접 연결되어 구동되는 3자유도의 복합기구연쇄이다. 엔드이펙터 좌표계 $\{E\}$ 는 링크 4의 말단부에 위치하고 기저좌표계 $\{0\}$ 는 기저링크의 기저축에 위치하며, 기저링크의 기저축에서 프레임까지의 길이 l_0 , 프레임의 폭 l_p 그리고 각각의 링크의 길이 $l_i (i=1, 4)$ 를 Table 1에 제시하였다.

시뮬레이션 방법으로는 Table 2에 주어진 무오차점의 동차변환행렬 0T_p 에 대해서 엔드이펙터 좌표계가 각각의 무오차점을 차례대로 통과하면서 이동하도록 하였으며, 위치 및 방향에 대한 가중치를 각각 1.0으로 하였다. 따라서 링크 4의 말단부가 기저좌표계의 z_0 축에 대하여 회전하면서 수직이동을 하도록 하였다. 또한, 대수해석 결과와 비교하여 유효숫자가 $1.0 \times 10^{-4}m$ 가 되도록 $\|\mathcal{F}f\|$ 가 1.0×10^{-7} 이하가 될 때 각각의 무오차점에 대한 역기구학 해석이 수렴하도록 하였다.

시뮬레이션의 수치해석 결과와 대수해석 결과로서 엔드이펙터 좌표계가 무오차점을 통과할 때의 독립관절변수의 값을 Table 3에 제시하였으며, 기구의 형상을 Fig. 2에 제시하였다. Table 3의 독립관절변수는 각각 구동모터 1부터 3까지의 회전각 (rad)을 나타내며, 수치해석 결과와 대수해석 결과가 일치하므로 역기구학 해석이 정확히 수행되었

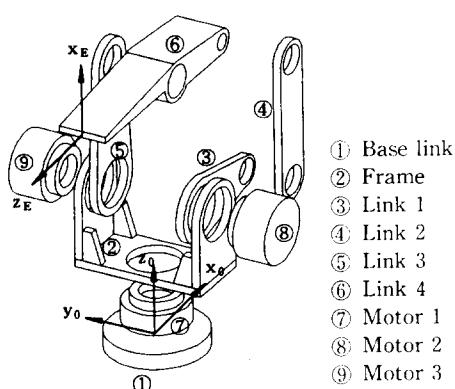


Fig. 1 Direct-drive robot mechanism

Table 1 Dimensions of the links

Link	l_0	l_p	l_1	l_2	l_3	l_4
Length	0.40	0.40	0.25	0.40	0.40	0.65

Table 2 0T_p of precision point

i	${}^0T_{Pi}$			
1	0.00000	0.00000	-1.00000	-0.40000
	0.00000	1.00000	0.00000	0.00000
	1.00000	0.00000	0.00000	0.80000
	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000
2	0.07276	-0.92978	-0.36086	-0.14434
	0.18378	0.36812	-0.91114	0.36457
	0.98027	0.00000	0.19766	0.87906
	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000
3	-0.48994	-0.06278	0.86949	0.34780
	0.03082	-0.99803	-0.05470	-0.02188
	0.87121	0.00000	0.49090	0.99636
	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000
4	0.18306	0.96858	-0.16833	-0.06733
	-0.71297	0.24869	0.65561	0.26224
	0.67688	0.00000	0.73610	1.09444
	0.00000	0.00000	0.00000	1.00000

Table 3 Simulation results and analytical solutions

i	q_v	Simulation results	Analytical solution
1	1	0.00000	0.00000
	2	0.00000	0.00000
	3	0.00000	0.00000
2	1	1.19381	1.19381
	2	-0.19897	-0.19897
	3	0.00000	0.00000
3	1	3.07876	3.07876
	2	-0.51312	-0.51312
	3	0.00000	0.00000
4	1	-1.31947	-1.31946
	2	-0.82728	-0.82728
	3	0.00001	0.00001

음을 알 수 있다. 또한, 상대좌표와 절대좌표를 사용하는 경우에 대해서 기구학적 구속식 및 좌표의 갯수를 비교하여 Table 10에 제시하였다.

6.2 6 D.O.F. 스튜어트플랫폼기구

모의 비행실험장치로 사용되는 Fig. 3의 스튜어트 플랫폼기구⁽¹⁶⁾는 이동판과 기저판이 6개의 다리로 연결되어 있는 6자유도의 폐형기구연쇄다. 각각의 다리는 상부링크와 하부링크로 구성되고 1자유도의 직진관절로 표현되는 유압액츄에이터로 연결된다. 또한 하부링크와 기저판을 연결하는 관절은 2자유도의 유니버설조인트이며 상부링크와 이동판을 연결하는 관절은 3자유도의 구면관절이다. 엔드 이펙터 좌표계 {E}는 이동판의 무게중심에 위치하고 기저좌표계 {0}는 기저판에 위치하며, 기저판과 이동판에 연결된 관절들의 위치를 기저좌표계

에 대해서 표현하여 Table 4에 제시하였다.

시뮬레이션 방법으로는 Table 5에 주어진 무오차점의 동차변환행렬 0T_P 에 대해서 엔드이펙터 좌표계가 각각의 무오차점을 차례대로 통과하면서 이동하도록 하였으며, 위치 및 방향에 대한 가중치를 각각 1.0으로 하였다. 따라서 이동판이 방향을 일정하게 유지하면서 수직 및 수평이동만을 하도록 하였다. 또한, 대수해석 결과와 비교하여 유효숫자가 1.0×10^{-5} m가 되도록 $\|Df\|$ 가 1.0×10^{-8} i하가 될 때 각각의 무오차점에 대한 역기구학 해석이 수렴하도록 하였다.

시뮬레이션의 수치해석 결과와 대수해석⁽¹⁾ 결과로서 엔드이펙터 좌표계가 무오차점을 통과할 때의 독립관절변수의 값을 Table 6에 제시하였으며, 기구의 형상을 Fig. 4에 제시하였다. Table 3의 독립관절변수는 각각 다리 1부터 다리 6까지의 길이(m)를 나타내며, 수치해석 결과와 대수해석 결과

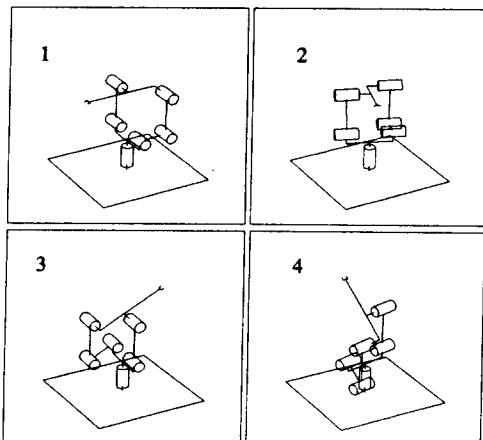


Fig. 2 Pictures of direct-drive robot mechanism

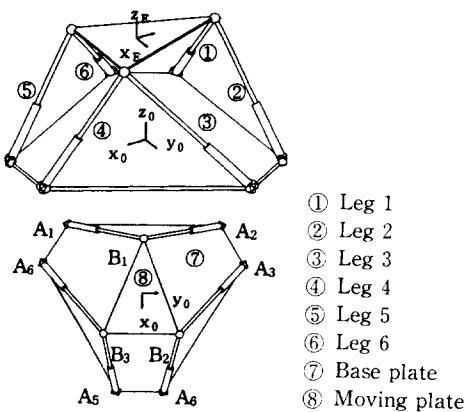


Fig. 3 Stewart-Platform mechanism

Table 4 Positions of the joints on the plates

$A_1(-9.1, -9.7)$	$A_4(13.0, 3.0)$	$B_1(-7.3, 0.0)$
$A_2(-9.1, 9.7)$	$A_5(13.0, -3.0)$	$B_2(5.480722, 4.822)$
$A_3(-3.9, 12.76)$	$A_6(-3.9, -12.76)$	$B_3(5.480722, -4.822)$

(see Fig. 3 for the location of A_i and B_i)

Table 5 0T_P of precision point

i	${}^0T_{Pi}$			
	0.000	-1.000	0.000	0.000
1	1.000	0.000	0.000	0.000
	0.000	0.000	1.000	8.000
	0.000	0.000	0.000	1.000
	0.000	-1.000	0.000	0.000
2	1.000	0.000	0.000	0.000
	0.000	0.000	1.000	12.000
	0.000	0.000	0.000	1.000
	0.000	-1.000	0.000	0.000
3	1.000	0.000	0.000	0.000
	0.000	0.000	1.000	15.000
	0.000	0.000	0.000	1.000
	0.000	-1.000	0.000	0.000
4	1.000	0.000	0.000	0.000
	0.000	0.000	1.000	15.000
	0.000	0.000	0.000	1.000
	0.000	-1.000	0.000	10.000

Table 6 Simulation results and analytical solutions

i	q_v	Simulation results	Analytical solution
1	1	12.586732	12.586732
	2	12.586732	12.586732
	3	13.914071	13.914071
	4	11.987620	11.987620
	5	11.987620	11.987620
	6	13.914071	13.914071
2	1	15.441044	15.441044
	2	15.441044	15.441044
	3	16.540900	16.540900
	4	14.956706	14.956706
	5	14.956706	14.956706
	6	16.540900	16.540900
3	1	18.048377	18.048377
	2	18.048377	18.048377
	3	19.779847	19.779847
	4	16.545211	16.545211
	5	16.545211	16.545211
	6	19.779847	19.779847
4	1	20.760930	20.760930
	2	20.760930	20.760930
	3	24.855708	24.855708
	4	15.162713	15.162713
	5	15.162713	15.162713
	6	24.855708	24.855708

가 일치하므로 역기구학 해석이 정확히 수행되었음을 알 수 있다. 또한, 상대좌표와 절대좌표를 사용하는 경우에 대해서 기구학적 구속식 및 좌표의 갯수를 비교하여 Table 10에 제시하였다.

6.3 6 D.O.F. 엔드이펙터 로봇기구

정밀한 작업을 수행하는 Fig. 5의 엔드이펙터 로봇기구⁽¹⁷⁾는 3자유도의 폐형연쇄부와 3자유도의 개형연쇄부가 직렬로 연결되어 있는 6자유도의 복합

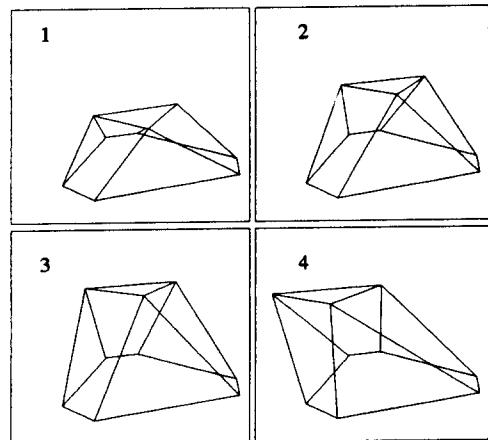


Fig. 4 Pictures of Stewart-Platform mechanism

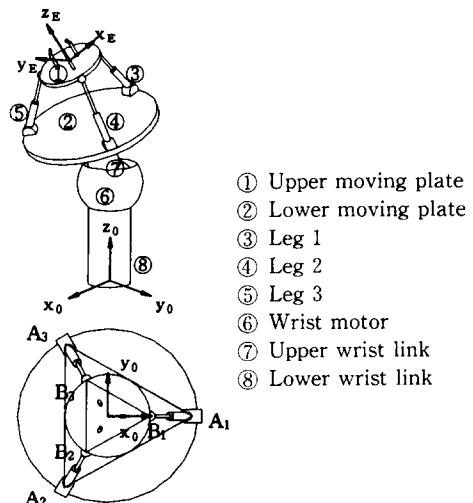


Fig. 5 End-effector robot mechanism

Table 7 Positions of the joints on the plates

$A_1(0.5, 0.0)$	$B_1(0.25, 0.0)$
$A_2(-0.25, -0.433012)$	$B_2(-0.125, -0.216506)$
$A_3(-0.25, 0.433012)$	$B_3(-0.125, 0.216506)$

(see Fig. 5 for the location of A_i and B_i)

기구연쇄다. 폐형연쇄부는 상부이동판과 하부이동판이 3개의 다리로 연결되며 각각의 다리는 상부링크와 하부링크로 구성되고 1자유도의 직진관절로 표현되는 유압액츄에이터로 연결된다. 또한, 하부링크와 하부이동판을 연결하는 관절은 1자유도의 회전관절이며 상부링크와 상부이동판을 연결하는

Table 8 0T_P of precision point

i	${}^0T_{Pi}$
1	$\begin{bmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 1.933000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000000 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000000 \\ 0.000 & 1.000 & 0.000 & 0.000000 \\ -1.000 & 0.000 & 0.000 & 1.933000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000000 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 0.000 & -1.000 & 0.000 & 0.000000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 0.000000 \\ -1.000 & 0.000 & 0.000 & 1.933000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000000 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 0.000 & -1.000 & 0.000 & 0.201581 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.002186 \\ -1.000 & 0.000 & 1.000 & 1.263049 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 1.000000 \end{bmatrix}$

Table 9 Simulation results

i	q_v	Simulation Results	i	q_v	Simulation Results
1	1	1.570796	3	1	0.522855
	2	1.570796		2	2.285263
	3	0.000000		3	1.371731
	4	0.500000		4	0.394962
	5	0.500000		5	0.700971
	6	0.500000		6	0.394883
2	1	1.570795	4	1	0.343491
	2	2.912075		2	1.765550
	3	0.000001		3	1.536954
	4	0.454596		4	0.483734
	5	0.522105		5	0.628562
	6	0.522105		6	0.540596

관절은 3자유도의 구면관절이고, 폐형연쇄부와 기저링크를 연결하는 개형연쇄부는 상부 손목링크와 하부 손목링크가 3자유도의 구면관절로 표현되는 손목모터로 연결된다. 엔드이펙터좌표계 $\{E\}$ 는

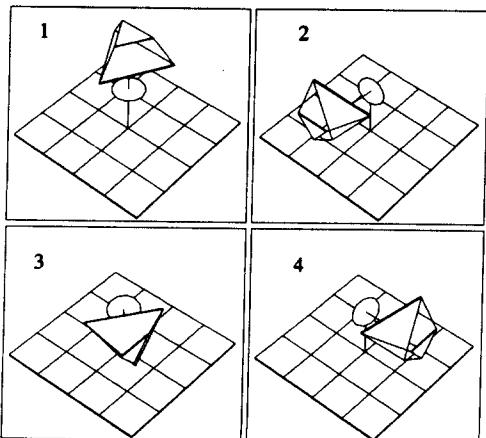


Fig. 6 Pictures of end-effector robot mechanism

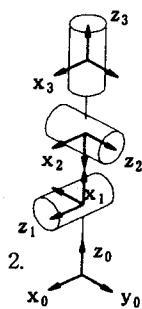


Fig. 7 Coordinate systems representing spherical wrist joint

Table 10 Comparison between absolute coordinates and relative coordinates

Coordinates	Direct-drive robot mechanism		Stewart-Platform mechanism		End-effector robot mechanism	
	NC	NE	NC	NE	NC	NE
Absolute ⁽¹³⁾	18	15	98	92	63	57
Relative ⁽⁸⁾	6	6	36	30	18	12

NC : number of coordinates

NE : number of kinematic constraint equations

상부이동판의 무게중심에 위치하고 기저좌표계 $\{0\}$ 은 하부링크의 기저축에 위치하며 상부이동판과 하부이동판에 연결된 관절들의 위치를 기저좌표계에 대해서 표현하여 Table 7에 제시하였다. 또한,

상부 손목링크의 길이는 0.5m이며 하부 손목링크의 길이는 0.9m이다.

시뮬레이션 방법으로는 Table 8에 주어진 무오차점의 동차변환행렬 0T_P 에 대해서 엔드이펙터 좌표계가 각각의 무오차점을 차례대로 통과하면서 이동하도록 하였으며, 무오차점 1-2-3에 대해서는 위치 가중치는 0.0, 방향가중치는 1.0으로 하고 무오차점 4에 대해서는 위치 및 방향가중치를 각각 1.0으로 하였다. 따라서 상부이동판이 무오차점 1-2-3을 통과하면서 이동할 때는 방향을 연속적으로 기저좌표계의 y 축에 대해서 90° 회전하고 이어서 z 축에 대해서 90° 회전하도록 하였으며, 무오차점 4를 통과할 때는 이동판이 방향을 일정하게 유지하면서 수평이동만을하도록 하였다. 또한, $\|\nabla f\|$ 가 1.0×10^{-7} 이하가 될 때 각각의 무오차점에 대한 역기구학 해석이 수렴하도록 하였다.

시뮬레이션의 수치해석 결과로서 엔드이펙터 좌표계가 무오차점을 통과할 때의 독립관절변수를 Table 9에 제시하였으며, 기구의 형상을 Fig. 6에 제시하였다. 독립관절변수 q_{v1}, q_{v2}, q_{v3} 는 3자유도의 구면손목관절을 Fig. 7에 제시된 3개의 회전관절의 조합으로 표현하였을 때, 링크표기법⁽¹¹⁾에 따른 각각의 관절의 회전변위(rad)를 나타내며, 독립관절변수 q_{v4}, q_{v5}, q_{v6} 는 다리 1, 다리 2, 다리 3의 길이(m)를 나타낸다. 또한, 상대좌표와 절대좌표를 사용하는 경우에 대해서 기구학적 구속식 및 좌표의 갯수를 비교하여 Table 10에 제시하였다.

7. 결 론

최적화문제는 설계자의 의도에 따라 목적함수를 정의할 수 있으며, 설계변수의 구속유무에 따라서 알고리즘이 다양하게 개발되어 있는 장점이 있다. 본 논문에서는 복합연쇄 로봇기구의 역기구학을 기구학적 구속식을 갖는 최적화문제로 표현하여, 이에 따른 역기구학 해석알고리듬을 제안하였다.

또한, 상대좌표를 사용함으로써 절대좌표를 사용하는 경우에 비하여 기구학적 구속식 및 변수의 갯수를 상당히 줄여서 계산해서 정기구학 해석을 효율적으로 수행할 수 있었으며, 최적화기법을 사용함으로써 로봇기구가 6자유도 또는 6자유도 이하인 경우에도 역기구학 해석을 용이하게 수행할 수 있었다.

제안된 해석알고리듬의 정확성은 시뮬레이션을 수행하고 계산된 수치해석 결과를 대수해석 결과와 비교 및 검토해서 확인하였다.

참고문헌

- Masory, O., Wang, J. and Zhuang, H., 1992, "On the Accuracy of a Stewart Platform - Part I : The Effect of Manufacturing Tolerances," *IEEE Conf. on Robotics and Automation*, pp. 114~120.
- 김창부, 윤장로, 1992, "로봇 매니퓰레이터 운동의 컴퓨터 시뮬레이션 시스템," 인하대학교 산업과학기술연구소 논문집, 제20집, pp. 137~148.
- Vukobratovic, M. and Kircanski, M., 1986, *Scientific Fundamentals of Robotics 3 : Kinematics and Trajectory Synthesis of Manipulation Robots*, Springer-Verleg.
- Fichter, E. F., 1986, "A Stewart Platform Based Manipulator : General Theory and Practical Construction," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 5, No. 2, pp. 157~182.
- Lee, S. and Kim, S., 1993, "Efficient Inverse Kinematics for Serial Connections of Serial and Parallel Manipulators," *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. of Intelligent Robots and Systems*, pp. 1635~1641.
- Nikravesh, P. E., 1988, *Computer Aided Analysis of Mechanical Systems*, Prentice-Hall.
- Denavit, J. and Hartenberg, R. S., 1955, "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms based on Matrices," *J. Appl. Mech.*, Vol. 22, pp. 215~221.
- 김창부, 김효식, 1993, "공간 복합기구연쇄의 기구학 및 동역학 해석에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제17권, 제10호, pp. 2543~2554.
- Luh, J. Y. S. and Zheng, Y. F., 1985, "Computation of Input Generalized Forces for Robots with Closed Kinematic Chain Mechanisms," *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 1, No. 2, pp. 95~103.
- Bae, D. S. and Haug, E. J., 1987-88, "A Recursive Formulation for Constrained Mechanical

System Dynamics: Part II. Closed Loop Systems," *Mech. Struct. & Mach.*, 15(4), pp. 481~506.

- (11) Nakamura, Y., 1991, *Advansed Robotics — Redundancy and Optimization*, Addison Wesley.
- (12) Suh, C. H. and Radcliff, C. W., 1978, *Kinematics and Mechanisms Design*, John Wiley & Sons.
- (13) Haug, E. J., 1989, *Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems*, Volume I : Basic Methods, Allyn and Bacon.
- (14) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill.
- (15) Asada, H. and Toumi, Y., 1981, "Design Concepts of Direct-Drive Manipulators Using Rare-Earth DC Torque Motors," *Proc. of the 11th International Symposium on Industrial Robots*, pp. 629~636.
- (16) Merlet, J. P., 1992, "Direct Kinematics and Assembly Modes of Parallel Manipulators," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 11, No. 2.
- (17) Lee, K. M. and Shah, D. K., 1988, "Kinematic Analysis of a Three Degrees of Freedom In-Parallel Actuated Manipulator," *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 4, No. 3, pp. 354~360.

부 록

1. 직접구동 로봇기구의 대수해석

복합연쇄 링크표기법에 따라서 직접구동 로봇기구를 표현하고, 기저좌표계 {0}에 대한 엔드이펙터 좌표계 {E}의 동차변환행렬이 다음과 같이 주어지면,

$${}^0T_E = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

각각의 구동모터의 변위는 다음과 같다.

$$q_{v1} = \begin{cases} \text{ATAN2}(\pm s_x, \mp s_y), & \text{if } s_y \neq 0 \\ \pm \frac{\pi}{2.0}, & \text{if } s_y = 0 \end{cases}$$

$$q_{v2} = \text{ATAN2}(a_z, c_1 a_x + s_1 a_y) - \pi$$

$$q_{v3} = \pi/2.0 - q_{v2} - \text{ATAN2}(\pm s_3, c_3)$$

here $c_i = \cos(q_{vi})$, $s_i = \sin(q_{vi})$
 $c_3 = (a^2 + \beta^2 - a_3^2 - a_4^2) / (2.0 a_3 a_4)$
 $s_3 = \pm \sqrt{(1.0 - c_3^2)}$

and $a = (c_1 p_x + s_1 p_y) + d_E (c_1 a_x + s_1 a_y)$
 $\beta = p_z - d_1 + d_E a_z$
 $a_3 = 0.25$, $a_4 = 0.4$, $d_E = -0.65$