

〈논 문〉

천장크레인의 무인운전 시스템을 위한 운동제어 알고리즘 개발

이종규* · 박영조* · 이상룡*

(1996년 2월 24일 접수)

Development of a Motion Control Algorithm for the Automatic Operation System of Overhead Cranes

Jong-Kyu Lee, Young-Jo Park and Sang-Ryong Lee

Key Words : Collision-Free Optimal Path(충돌회피 최적경로), Automatic Operation System(자동운전 시스템), Overhead Crane(천장크레인), Best-First Search Method(최적 우선탐색법), Octree Model(옥트리 모델)

Abstract

A search algorithm for the collision free, time optimal transport path of overhead cranes has been proposed in this paper. The map for the working environment of overhead cranes was constructed in the form of three dimensional grid. The obstacle occupied region and unoccupied region of the map has been represented using the octree model. The best-first search method with a suitable estimation function was applied to select the knot points on the collision free transport path to the octree model. The optimization technique, minimizing the travel time required for transporting objects to the goal while subjected to the dynamic constraints of the crane system, was developed to find the smooth time optimal path in the form of cubic spline functions which interpolate the selected knot points. Several simulation results showed that the selected estimation function worked effectively in searching the knot points on the collision free transport path and that the resulting transport path was time optimal path while satisfying the dynamic constraints of the crane system.

1. 서 론

물류관리의 합리화, 숙련기능 인력의 부족 타개, 생산성 향상 등을 위해 임항창고, 컨테이너하치장, 대형 슬래브하치장 등에서 고 중량물의 운반·적재 작업에 사용되는 크레인의 자동화기술개발에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으나, 대부분 화물인식

기술, 크레인위치제어기술, 화물흔들림제어기술 등 무인운전에 관한 기술개발에 치중되어 왔다. 그러므로, 무인화된 크레인의 경우에도 Fig. 1에서 보는 바와 같이 화물운송방법은 초기위치(A점)에서 최대높이(B점)까지 수직상승한 뒤 목적지의 상부 지점(C점)까지 수평이동하여 다시 수직 하강하여 화물을 적치(D점)하는 경로(Fig. 1의 #1 경로)를 선택하여 운송하기 때문에 운송작업에 불필요한 시간이 소요되어 작업효율이 떨어지고 있다. 그러나, 능숙한 크레인 운전자의 경우에는 작업장에 쌓여

*회원, 경북대학교 기계공학부

**회원, 경북대학교 기계공학부

있는 각종 장애물들과의 충돌을 회피하면서도 운송에 소요되는 시간을 단축할 수 있는 경로를 선택 (Fig. 1의 #2 경로)하여 화물을 운송하는 방법을 사용하기 때문에 생산성이 높아진다. 그러므로, 무인화된 크레인의 작업능력을 향상시키기 위해서는 작업장내에 적치된 화물과의 충돌을 방지하면서 화물의 운반·적재 작업에 소요되는 시간을 단축할 수 있는 최적운송경로의 탐색 기술개발에 관한 연구가 절실히 요구되고 있다.

본 논문에서는 화물운송을 위한 시간 최적 경로를 설정하기 위해 화물입출 장소 (Fig. 1의 A점)와 적치장소 (D점)를 연결하는 충돌회피경로를 효율적으로 검색할 수 있는 알고리즘 개발과 설정된 충돌회피경로를 추중합과 동시에 최단 시간내에 화물운송작업을 완료하기 위한 크레인 구동모터들의 운동제어방법 개발에 관한 연구를 수행하였다.

일정한 크기의 삼차원 공간내에 적재된 화물 및 각종 시설물들과의 충돌을 예방할 수 있는 화물운송경로를 검색하는 방법으로 형상공간(configuration space)을 이용한 방법,^(1~3) 자유 공간분할 방법,⁽⁴⁾ 포텐셜장(potential field) 개념을 이용하는 방법⁽⁵⁾ 등이 제안되고 있다. 자유공간분할방법은 각종 장애물들 사이의 빈 공간을 일반화된 원뿔 형상으로 모델링하여 중심선들을 연결하여 충돌 회피 경로를 생성한다. 이 방법은 자유공간에 대한 모델링 형상이 너무 제한적이므로 일반 경우에 적용하기 곤란하다는 단점이 지적되고 있다. 포텐셜장을 이용하는 방법은 장애물의 위치, 운동체의 위치, 최종 목표점의 위치를 극성을 가지는 전하량 (electric charge)으로 가정한 뒤 물체가 이동할 수

있는 자유공간을 스카라 포텐셜 장으로 나타내어 최소 포텐셜 장으로 구성된 계곡(minimal potential valley)을 연결하여 충돌회피경로를 설정하는 방법이다. 이 방법은 복잡한 형상을 가진 물체의 이동에 적합하나 포텐셜장의 크기를 계산하는데 많은 시간이 소요되며, 운동체의 위치와 장애물들의 배열형태에 따라 정체점이 발생되어 최종 목표점에 도달하지 못하는 경우가 발생된다는 단점이 지적되고 있다.

형상공간방법은 일정 공간을 차지하는 운동체를 점으로 간주하는 대신에 작업장내의 장애물을 운송 화물의 점유공간을 수용할 수 있도록 확장하여 확장된 장애물간의 자유공간내에서 점으로 표시된 운동체가 충돌을 하지 않고 운동할 수 있는 경로를 검색하는 방법이다. 이 방법은 장애물의 위치가 동적으로 변화하는 환경내에서는 장애물 확장에 따른 계산시간이 많이 소요되나 컨테이너 야적장 및 자동창고와 같은 정적환경을 가지는 작업장에서는 충돌회피경로를 검색하는데 매우 유리하다. Lozano⁽¹⁾는 이동로봇과 같이 작업장 바닥 면에서 움직이는 운동체의 충돌회피경로를 검색하기 위해 장애물의 크기를 확장시켜 다각형 형태로 구성한 뒤 가지 조건을 만족시키는 다각형 꼭지점들을 연결하여 목표점까지의 최단경로를 검색하는 방법을 제시하였으며, Wong과 Fu⁽⁶⁾는 3차원 공간을 3개의 2차원 직교좌표 평면에 투영시켜 형상공간의 차원을 낮추는 방법으로 충돌회피경로의 탐색을 용이하게 함과 동시에 실행속도를 향상시키는 방법을 채택하였다.

본 연구에서는 크레인 작업장 공간을 화물의 크기 및 형태에 적합한 직육면체의 격자형으로 분할하여 각 단위 격자의 위치를 표시하는 고유좌표값, (X_i, Y_j, Z_k) 을 부여한 뒤 화물들이 적재된 점유영역과 자유공간인 비점유 영역으로 표시한 삼차원 작업장지도⁽⁷⁾를 작성한다. 작성된 삼차원 작업장지도는 화물의 출입상태에 따라 화물분포지도를 수정할 수 있다. 작성된 화물분포지도를 바탕으로 형상공간 개념을 적용하여 화물의 점유영역을 확장한 뒤 옥트리(octree) 개념^{(8)~(10)}을 적용하여 자유공간에 대한 모델링을 수행한다. 추출된 옥트리를 바탕으로 최적경로를 검색하기 위해 최적 우선탐색법 (best-first search method)을 적용하여 화물의 운송도중 충돌이 발생하지 않는 충돌회피운송 궤적을 계산하고자 한다. 충돌회피운송 궤적은 화물이 운반되는 경로상에 위치한 경유점(knot point) 형태

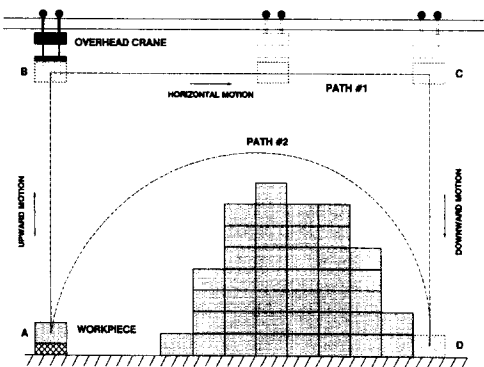


Fig. 1 General and optimal transportation path for the industrial cranes

로 표시되며, 각 경유점은 단위 격자의 기준점에 해당한다.

이러한 방법으로 구해진 충돌회피 운송경로를 정확히 추종하기 위해서는 크레인 구동모터의 운동 특성인 최대속도와 최대가속도 등의 제한조건의 충족과 가속도, 속도, 위치변화에 대한 연속성을 보장함과 동시에 최단 시간내에 주어진 운송경로를 주파할 수 있는 완전한 운동곡선을 생성하여야 한다.

삼차원 공간에서 주어진 경유점들을 추종하는 완전한 운동곡선을 생성하는 방법은 로봇의 운동 계획 계획에서 보는 바와 같이 4-3-4 다항식, 3-5-3 다항식, 큐빅 스플라인(cubic spline) 등의 3차 이상의 다항식을 이용한 보간법(interpolation)⁽¹⁴⁾이 많이 사용되고 있다. 본 연구에서는 충돌방지 경로상의 각 경유점들을 연결하는 완전한 운동곡선을 생성하기 위해 Nelder and Mead⁽¹⁵⁾이 제안한 최적화 알고리즘을 적용하여 구동모터의 구속조건을 만족시키는 큐빅스플라인곡선^(16,17)을 계산하여 화물 운송에 소요되는 시간을 최소화하는 방법을 개발하였다.

2. 충돌회피경로 탐색방법

작업장지도 개념을 적용하여 크레인을 사용한 화물운송작업시 작업장내에 적재되어 있는 화물 및 기타 시설물들과 충돌을 일으키지 않는 경로를 탐색하기 위한 방법은 다음과 같다. 첫째, 작업장내의 각종 장애물 분포를 나타내는 작업장지도를 작성하여야 한다. 본 연구에서는 작업장지도를 작성하기 위해 직육면체의 3차원 격자들을 사용하여 작업장을 분할하여 각 격자에 고유번호를 부여하는

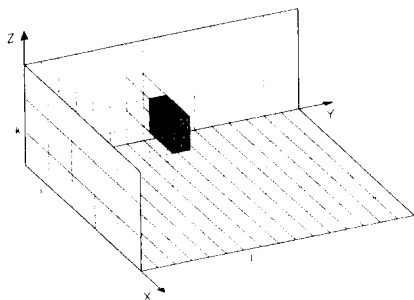
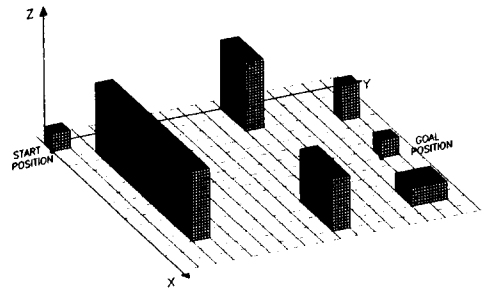


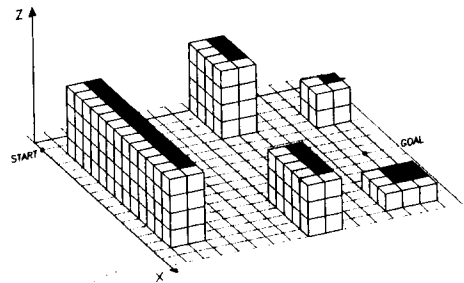
Fig. 2 Three dimensional grid used for the obstacle distribution map

방법을 사용하였다. 즉, 기준좌표계를 중심으로 X-축을 따라 i -번째, Y-축을 따라 j -번째, Z-축을 따라 k -번째 있는 격자에 부여하는 고유번호는 (i, j, k) 가 된다. 격자의 크기는 크레인이 취급하고 있는 화물 및 고정 시설물의 크기와 연동하여 설정하여야 한다. Fig. 2는 장애물지도를 작성하기 위해 격자형태로 작업장 공간을 분할하는 방법을 보여주고 있다.

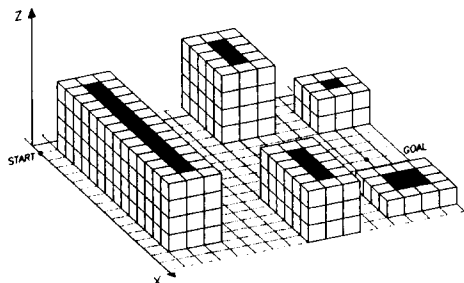
둘째, 화물의 입출상태에 따라 작업장지도의 화물 분포상태를 수정하는 작업을 수행한다. 작업장지도를 구성하는 격자들의 점유상태는 화물의 입출



(a) Original obstacle distribution map



(b) Expanded model not reflecting the effect of swing motion



(c) Expanded model reflecting the effect of swing motion

Fig. 3 Obstacle expansion method

상태에 따라 수정될 수 있는 기능을 갖추어야 한다. 해당 격자가 화물 혹은 시설물에 의해 점유된 상태를 표시하기 위해 함수 C_{ijk} 를 사용하였다.

$$C_{ijk}=0(\text{비점령 격자}), C_{ijk}=1(\text{점령 격자})$$

해당 격자가 화물에 의해 점유된 상태인 경우에는 화물의 입출 현황에 따라 함수 C_{ijk} 값이 "0" 혹은 "1"로 변화하지만 고정 시설물에 의해 점유된 경우에는 항상 "1"로 설정한다.

셋째, 작업장지도에 표시된 장애물의 주변을 크레인이 운송하는 화물크기만큼 확장하여 화물을 하나의 점으로 표시하는 형상공간기법을 적용하여 작업장지도를 탐색공간형태로 재작성한다. 형상공간기법을 이용하여 장애물을 확장하는 방법은 격자의 꼭지점에 설정하는 기준점의 위치에 따라 달라지게 된다. Fig. 3은 크레인이 운송하는 물체의 크기를 점으로 간주하기 위한 장애물 확장 방법을 보여주고 있다. Fig. 3(a)와 같은 장애물 분포를 가지는 경우에는 장애물 확장법은 평면 운동과 마찬가지로 장애물의 일부분을 Fig. 3(b)와 같이 확장하면 되지만 크레인의 운송작업과 같이 화물의 진자운동이 발생하는 경우에는 Fig. 3(c)와 같이 장애물의 주변 전체를 확장하는 것이 진자운동 발생에 의한 화물과 장애물과의 충돌을 예방할 수 있을 것이다.

만약 작업물을 이동시키고자 하는 목표위치(G)가 장애물이 확장된 곳에 있을 때는 그 목표위치상의 최대높이점을 중간 목표위치로 잡고 출발위치에서 이 점으로 작업물을 이송한 뒤 그 점에서 수직 하강하여 최종 목표위치에 도달할 수 있다.

넷째, 확장된 작업장지도를 바탕으로 경로검색에 용이한 옥트리구조로 변환하는 작업을 수행한다. 옥트리는 격자단위로 세분화하여 작업장 공간을 계층적 데이터구조로 변환한 것이다. Fig. 4는 옥트

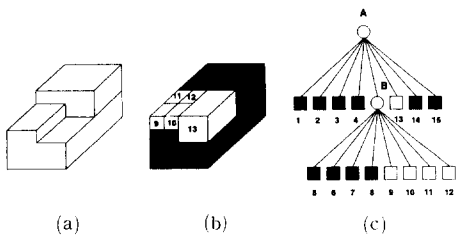
리를 구성한 예를 보여주고 있다. 작업장 공간은 직각 좌표축을 따라 $C_{ijk}=1$ 혹은 $C_{ijk}=0$ 으로 설정된 $2^p \times 2^q \times 2^r$ 개의 격자들로 구성되어 있다. 삼차원 공간에 대한 옥트리를 구성하기 위해서는 옥트리 블록의 면, 모서리, 꼭지점방향으로 존재하는 인접노드를 찾아야 하며, 옥트리 블록의 크기에 따라 인접노드를 찾는 방법이 달라진다. 본 논문에서 옥트리 구조를 이용한 이유는 공간상의 각 영역에 대한 인덱스 형태의 노드구조를 갖는 옥트리가 3차원 작업장을 잘 표현할 수 있고, 옥트리 정보는 자유공간을 작은 입방체들의 집합으로 나타내고 하나의 입방체가 공간상의 각 영역을 대표하는 노드로서 각 노드들 사이의 유한한 직선 경로의 조합으로 연속적인 경로를 표현할 수 있다. 또 여러 단계의 분해능(multi-resolution)을 가지는 옥트리구조는 경로탐색속도를 향상시킬 수 있다는 장점을 가지고 있다.

다섯째, 옥트리구조로 표현된 작업장 공간내에서 충돌회피경로를 탐색하기 위해 최적우선탐색(best-first method)을 적용한다. 트리구조의 데이터로부터 원하는 노드를 탐색하는 방법은 해당의 생성과 시험(generate-and-test) 방법, 언덕오르기(hill climbing), 깊이 우선 탐색(depth-first search method), 너비 우선 탐색(breadth first search: BFS), 최적우선탐색(best-first search)^(12,13) 등이 있다. 본 논문에서는 여러 가지 탐색법들 중에서 경험적 지식에 의한 휴리스틱 정보에 적절한 형태의 평가함수를 적용하여 목표점을 찾아갈 수 있는 최적우선탐색을 채택하였다. 본 방법은 충돌회피경로 탐색에 소요되는 검색시간을 단축할 수 있다는 장점을 가지고 있다. Fig. 5는 최적우선탐색 방법에 대한 흐름도를 보여주고 있다.

최적우선탐색 방법을 사용하여 목표점을 효율적으로 찾기 위해서는 평가함수의 선정에 유의하여야 한다. 평가함수의 선정이 잘못될 경우에는 목표점에 도달하지 못할 수도 있다. 본 논문에서는 식 (1)과 같은 형태의 평가함수를 선정하였다.

$$f = a_1 \cdot d_1 + a_2 \cdot d_2 + a_3 \cdot d_3 \quad (1)$$

식 (1)에 표시된 가중치 a_1, a_2, a_3 는 작업장 상태에 따라 함수 d_1, d_2, d_3 값의 중요도가 변화하게 되므로 이를 고려하여 설정한다. 그리고, 운송 대상 화물이 위치한 장소(출발노드에 해당)의 좌표값을 (x_s, y_s, z_s) , 화물을 적재하기 위한 장소(목표



(a) Three dimensional object
 (b) Partition into octree block
 (c) Octree model
Fig. 4 Construction of the octree model

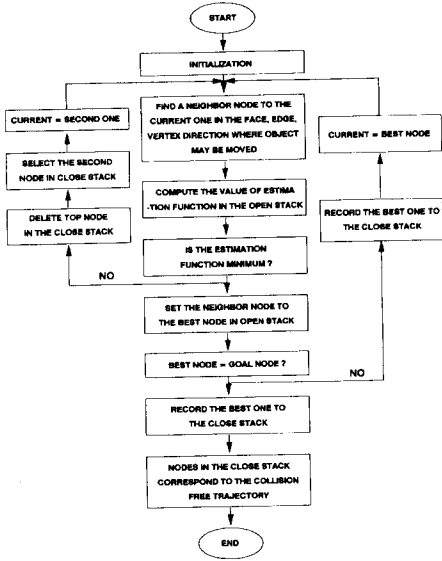


Fig. 5 Algorithm for the best-first search method

노드에 해당)의 좌표값을 (x_G, y_G, z_G) 로 표시하고 검색도중의 현재노드를 n , 현재노드의 기준점 좌표값을 (x_n, y_n, z_n) , 현재노드로부터 이동 가능한 인접노드를 t , 인접노드가 위치한 격자의 기준점을 (x_t, y_t, z_t) 로 표시하고 현재노드의 바로 직전노드를 p , 기준점을 (x_p, y_p, z_p) 라 하면 계수 d_1, d_2, d_3 값은 다음과 같이 정의된다.

첫째, d_1 : 이동 가능한 인접노드 t 에서 목표노드 G 까지의 거리를 XY -평면상에 투영한 값으로 정의한다.

$$d_1 = \sqrt{(x_G - x_t)^2 + (y_G - y_t)^2} \quad (2)$$

둘째, d_2 : XY -평면상에 투영된 인접노드 t 에서 출발노드(S)와 목표노드(G)를 연결하는 선분까지의 수직거리로 정의된다. 이 때 출발노드(S)와 목표노드(G)를 연결하는 XY 평면에서의 직선방정식은 식 (3)과 같으며, d_2 값은 식 (4)와 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} a \cdot x + b \cdot y + c &= 0 \\ a &= y_G - y_S \\ b &= x_S - x_G \\ c &= (x_G - x_S) \cdot y_S - (y_G - y_S) \cdot x_S \\ d_2 &= \frac{|a \cdot x_t + b \cdot y_t + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \end{aligned} \quad (3)$$

셋째, d_3 : 직전노드 p 와 현재노드 n 이 이루는 직선 (L_1)과 현재노드와 인접노드 t 가 이루는 직

선 (L_2)이 형성하는 각도로 정의된다. 직선 L_1 과 L_2 의 방정식은 식 (5)와 같이 표현되며, 각도 d_3 값은 식 (6)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} L_1 : \frac{x - x_p}{l_1} = \frac{y - y_p}{m_1} = \frac{z - z_p}{n_1} = t_1 \\ L_2 : \frac{x - x_n}{l_2} = \frac{y - y_n}{m_2} = \frac{z - z_n}{n_2} = t_2 \end{aligned}$$

여기서,

$$l_1 = x_n - x_p, \quad l_2 = x_t - x_n \quad (5)$$

$$m_1 = y_n - y_p, \quad m_2 = y_t - y_n$$

$$n_1 = z_n - z_p, \quad n_2 = z_t - z_n$$

$$\cos(d_3) = \frac{l_1 \cdot l_2 + m_1 \cdot m_2 + n_1 \cdot n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}} \quad (6)$$

평가함수에 사용된 가중치, a_1, a_2, a_3 값을 선택하는 것에 따라 충돌회피경로가 다르게 선정되며, 평가함수의 값이 최적일 수 있는 경로를 옥트리로부터 구하게 된다. 평가함수에 제시된 d_1 항은 목표노드를 찾아갈 수 있는 접근성을 보장하기 위한 것이며, d_2 항은 설정하고자 하는 경로가 출발점과 목표점간의 직선으로부터 멀리 벗어나지 않도록 하기 위한 것이며, d_3 항은 설정된 노드들을 연결하는 직선들의 방향각의 변화량이 작은 경로를 선택하기 위해 설정하였다. 그러므로, 식 (1)과 같은 평가함수를 사용하면 주어진 작업장 환경 하에서 최적의 충돌회피경로를 설정할 수 있을 것이다.

3. 시간 최적운동경로 계획

최적우선탐색 방법을 적용하면 작업장내에 위치한 각종 장애물들과 운송 화물간에 충돌이 발생하지 않는 최단 화물운송경로를 얻을 수 있을 것이다. 그러나, 경로탐색시 단위격자에 대한 기준점들을 대상으로 하였기 때문에 최적우선탐색 방법의 적용결과는 충돌회피를 위한 N 개의 경유점들(knot points)의 좌표값, (x_i, y_i, z_i) 형태로 구해진다. 이러한 경유점들을 직선으로 연결한 경로를 화물운송경로로 설정하여도 충돌이 발생하지 않으나, 운송화물의 속도 및 가속도 곡선에 불연속적인 변화가 발생하여 크레인의 작동에 무리를 주게 된다. 그러므로, 크레인을 원활하게 운전하기 위해서는 충돌회피경로 상의 각 경유점에서 속도 및 가속도의 불연속성이 발생되지 않는 보간곡선(interpolation curve)을 유도하여야 한다. 본 연구에서는 운송경로 전체에 걸쳐 크레인속도 및 가속도의 연

속성을 보장할 수 있는 큐빅스플라인곡선(cubic spline curve)을 사용하여 크레인의 운송경로 곡선 식을 유도하고자 한다.

충돌방지경로 상에 놓여진 i -번째 경유점과 $(i+1)$ -번째 경유점을 연결하는 큐빅스플라인곡선 식을 $\dot{r}_i(t) = X_i(t)\dot{i} + Y_i(t)\dot{j} + Z_i(t)\dot{k}$ 로 표시하면 $\dot{r}_i(t)$, ($i=1, N-1$)은 다음과 같은 조건들을 만족하여야 한다.

첫째, $\dot{r}_i(t) = X_i(t)\dot{i} + Y_i(t)\dot{j} + Z_i(t)\dot{k}$ 가 큐빅스플라인 곡선으로 표현되기 때문에 서로 독립적인 변수, $Y_i(t)$, $Z_i(t)$ 도 큐빅스플라인곡선 식으로 표현된다.

둘째, i -번째 경유점을 통과하는 시간을 임의로 $t=t_i$ 로 설정한다. 이 경우 t_i 값은 미지수가 되며, $t_1 < t_2 < \dots < t_{N-1} < t_N$ 의 관계가 항상 성립한다. 그리고, i -번째 경유점에 연결되는 두 개의 큐빅스플라인곡선 ① $\dot{r}_{(i-1)}(t_i) = \dot{r}_i(t_i) = x_i\dot{i} + y_i\dot{j} + z_i\dot{k}$ (i -번째 경유점의 좌표값)의 관계식이 성립한다.

셋째, 시간 $t=t_i$ 에서 i -번째 경유점을 통과하는 두 개의 큐빅스플라인곡선, $\dot{r}_{(i-1)}(t)$ 와 $\dot{r}_i(t)$ 에 의해 결정되는 속도 및 가속도 값은 동일하여야 한다. 즉, 운송경로 전체에 걸쳐 속도 및 가속도의 연속성이 보장되어야 한다. $d\{\dot{r}_{(i-1)}(t_i)\}/dt = d\dot{r}_i(t_i)/dt$ 의 관계식과 $d^2\{\dot{r}_{(i-1)}(t_i)\}/dt^2 = d^2\dot{r}_i(t_i)/dt^2$ 의 관계식이 성립한다.

넷째, 출발점과 목표점에서의 화물운송속도 및 가속도는 영이 된다. 즉, $d\{\dot{r}_1(t_1)\}/dt = d^2\{\dot{r}_1(t_1)\}/dt^2 = 0$ 및 $d\{\dot{r}_{(N-1)}(t_N)\}/dt = d^2\{\dot{r}_{(N-1)}(t_N)\}/dt^2 = 0$ 의 관계식이 성립한다.

그러므로, i -번째 경유점과 $(i+1)$ -번째 경유점을 연결하는 i -번째 화물운송경로곡선식의 x -좌표 성분 $X_i(t)$ 에 대한 큐빅스플라인곡선 식을 유도하면 식 (7)과 같이 표현된다.

$$X_i(t) = \frac{\dot{X}_i(t_i)}{6h_i}(t_{i+1}-t)^3 + \frac{\dot{X}_i(t_{i+1})}{6h_i}(t-t_i)^3 + \left[\frac{x_{i+1}}{h_i} - \frac{h_i\dot{X}_i(t_{i+1})}{6} \right] (t-t_i) + \left[\frac{x_i}{h_i} - \frac{h_i\dot{X}_i(t_i)}{6} \right] (t_{i+1}-t) \quad (7)$$

식 (7)에 표시된 계수 x_i 는 i -번째 경유점의 x -좌표값이며, 계수 $\dot{X}_i(t_i)$ 는 큐빅스플라인곡선 $X_i(t)$ 를 이차미분한 뒤 $t=t_i$ 를 대입하여 계산한 i -번째 경유점을 통과하는 시점의 화물 가속도의 x -성분을 의미한다. 그리고, 변수 h_i 는 $(t_{i+1}-t_i)$

로 정의되며, i -번째 구간을 통과하는데 걸리는 시간을 의미한다. 식 (7)에서 표시된 가속도 값은 조건 ④에서 밝힌 바와 같이 출발점과 목표점에서의 가속도 $\dot{X}_1(t_1) = \dot{X}_{N-1}(t_N) = 0$ 이 되며, 이 밖의 경유점들에서는 미지수가 된다. 식 (7)에 조건 ②와 ③을 대입하면 식 (8)~(14)의 관계식을 유도할 수 있다.

$$x_2 = x_1 + \frac{h_1^2}{6}\dot{X}_1(t_2) \quad (8)$$

$$x_{N-1} = x_N + \frac{h_{N-1}^2}{6}\dot{X}_{N-2}(t_{N-1}) \quad (9)$$

$$\left[\frac{2(h_1+h_2)}{h_2} + \frac{h_1^2}{h_2} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \right] \dot{X}_2(t_2) + \dot{X}_2(t_3) = \frac{6}{h_2} \left(\frac{x_3}{h_2} + \frac{x_1}{h_1} \right) - \frac{6x_1}{h_2} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \quad (10)$$

$$\left(\frac{h_2}{h_3} - \frac{h_1^2}{h_2h_3} \right) \dot{X}_2(t_2) + \frac{2(h_2+h_3)}{h_3} \dot{X}_3(t_3) + \dot{X}_3(t_4) = \frac{6}{h_2h_3} x_1 + \frac{6x_4}{h_3^2} - \frac{6}{h_3} \left(\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3} \right) x_3 \quad (11)$$

$$\frac{h_{i-1}}{h_i} \dot{X}_{i-1}(t_{i-1}) + \frac{2(h_i+h_{i-1})}{h_i} \dot{X}_i(t_i) + \dot{X}_i(t_{i+1}) = \frac{6}{h_i} \left[\frac{x_{i+1}-x_i}{h_i} - \frac{x_i-x_{i-1}}{h_{i-1}} \right], \quad i=4, 5, \dots, N-3 \quad (12)$$

$$\frac{h_{N-3}}{h_{N-2}} \dot{X}_{N-3}(t_{N-3}) + \frac{2(h_{N-2}+h_{N-3})}{h_{N-2}} \dot{X}_{N-2}(t_{N-2}) + \left(1 - \frac{h_{N-1}^2}{h_{N-2}^2} \right) \dot{X}_{N-2}(t_{N-1}) = \frac{6}{h_{N-2}^2} x_N - \frac{6}{h_{N-2}} \left(\frac{1}{h_{N-2}} + \frac{1}{h_{N-3}} \right) x_{N-2} + \frac{6}{h_{N-2}h_{N-3}} x_{N-3} - \frac{h_{N-2}}{h_{N-1}} \dot{X}_{N-2}(t_{N-2}) + \left[\frac{2(h_{N-1}+h_{N-2})}{h_{N-1}} + \left(\frac{1}{h_{N-1}} + \frac{1}{h_{N-2}} \right) h_{N-2} \right] \dot{X}_{N-2}(t_{N-1}) = \frac{6}{h_{N-1}} \left(\frac{1}{h_{N-1}} + \frac{1}{h_{N-2}} \right) x_N + \frac{6x_N}{h_{N-1}^2} + \frac{6x_{N-2}}{h_{N-1}h_{N-2}} \quad (13)$$

$$\dot{X}_{N-2}(t_{N-1}) = \frac{6}{h_{N-1}} \left(\frac{1}{h_{N-1}} + \frac{1}{h_{N-2}} \right) x_N + \frac{6x_N}{h_{N-1}^2} + \frac{6x_{N-2}}{h_{N-1}h_{N-2}} \quad (14)$$

위의 식들에서 가속도에 대한 연속성을 보장하기 위해 $\dot{X}_i(t_{i+1}) = \dot{X}_{i+1}(t_{i+1})$ 의 관계식이 성립한다. 식 (10)~(14)는 $(N-2)$ 개의 미지수 $\dot{X}_i(t_i)$ ($i=2, 3, \dots, N-1$)에 대한 $(N-2)$ 개의 선형 연립방정식을 구성하게 된다. 이러한 선형 연립방정식을 행렬식으로 정리하면 식 (15)와 같이 표시할 수 있다.

$$A\dot{q} = \dot{b} \quad (15)$$

식 (15)에서 $(N-2) \times (N-2)$ 차원을 가지는 계수 행렬 A 는 두 개의 인접 경유점들을 통과하는데 걸리는 시간, h_i 의 함수들로 표시되는 대행렬 (banded matrix) 구조를 가지며, 미지벡터 \hat{q} 는 $\hat{q} = [\dot{X}_2(t_2) \ \dot{X}_3(t_3) \ \dots \ \dot{X}_{N-1}(t_{N-1})]^T$ 로 표시되며, 각 경유점에서의 가속도 값을 구성요소로 가진다. 상수벡터 \hat{b} 는 식 (10)~(14)의 우측 항에 표시한 바와 같이 통과시간 h_i 와 경유점의 x -좌표값의 함수로 표시된다. 그리고, 식 (7)~(15)는 충돌방지 운송경로의 X -성분에 대한 것을 표시하였지만 Y -성분과 Z -성분의 운송경로식에 대한 해도 동일한 방법을 적용하여 구할 수 있다.

식 (7)~(15)에서 보는 바와 같이 크레인을 사용하여 운송하는 화물이 작업장내에 설치된 각종 장애물들과 충돌을 방지하기 위한 경로를 설정하기 위해서는 선형 연립방정식 (15)의 해를 구한 뒤 식 (7)에 대입하여야 한다. 그러나, 식 (15)의 해를 구하기 위해서는 h_i 값을 알아야 한다. 계수 h_i 값을 구하기 위해서는 새로운 조건식이 필요하게 된다. 본 연구에서는 화물운반에 소요되는 시간을 최소화할 수 있는 최적운송경로를 설정하기 위해 Table 1과 같은 목적함수와 제한 조건을 설정하였다. Table 1에 표시된 변수 V_{Xmax} 와 a_{Xmax} 은 X -축 방향의 주행을 담당하는 크레인의 구동모터가 낼 수 있는 최대속도값과 최대가속도값을 의미한다. Table 1에 표시된 구속조건식은 운송경로 상을 움직이는 화물의 속도 및 가속도는 크레인에 설치된 구동 모터의 동특성에 의해 제약을 받는다는 사실을 반영하고 있다.

Lin 등⁽¹⁵⁾의 연구결과를 Table 1과 같은 조건을 만족시키는 h_i 값에 대한 해가 항상 존재한다는 사

실을 보여주고 있다. 그러므로, 본 연구에서는 Lin 등의 연구 결과와 같이 Nelder와 Mead가 제안한 유연 다면체 검색방법 (flexible polyhedron search method)을 적용하여 Table 1의 목적함수 값을 최소화하는 최적해를 구하였다.

Table 2는 유연 다면체 검색방법을 적용하여 최적해를 구하는 방법에 대한 흐름도를 보여주고 있다. Table 2에 기술된 바와 같이 최적해를 구하기 위해서는 n 차원 다면체를 구성하는 n 개의 정점 (vertex)에 대한 가능해 (feasible solution)에 대한 초기치를 계산한다. 식 (16)에서 보는 바와 같이 인접한 두 개의 경유점 사이를 크레인이 이동하는데 소요되는 최대 시간을 해당 구간에 대한 초기치로 설정하였다.

$$\begin{aligned} \bar{X}_i^0 &= [h_i]^T \\ &= \left[\max \left(\frac{|x_{i+1} - x_i|}{V_{Xmax}}, \frac{|y_{i+1} - y_i|}{V_{Ymax}}, \frac{|z_{i+1} - z_i|}{V_{Zmax}} \right) \right]^T \end{aligned} \quad (16)$$

초기치를 구한 뒤 다면체의 $(n-1)$ 개의 정점들에 대한 가능해는 식 (16)의 결과를 이용하여 식 (17)과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \bar{X}_2^0 &= \bar{X}_1^0 + [d_1, \ d_2, \ d_2, \ \dots, \ d_2]^T \\ \bar{X}_3^0 &= \bar{X}_2^0 + [d_2, \ d_1, \ d_2, \ \dots, \ d_2]^T \\ &\vdots \\ \bar{X}_n^0 &= \bar{X}_1^0 + [d_2, \ d_2, \ d_2, \ \dots, \ d_1]^T \end{aligned} \quad (17)$$

여기서, 계수 d_1, d_2 는 사용자에게 의해 선택되는 임의의 상수이다.

그리고, Table 2의 “STEP ⑦”에 기술된 계수 λ 는 식 (18)을 사용하여 계산된다.

$$\lambda_i = \max \left[\frac{|\dot{X}_i(t)|}{V_{Xmax}}, \frac{|\dot{Y}_i(t)|}{V_{Ymax}}, \frac{|\dot{Z}_i(t)|}{V_{Zmax}} \right],$$

Table 1 Cost function and dynamic constraints for the optimization

Objective function	Find the time interval set $\bar{X} = \{h_1, h_2, \dots, h_{N-1}\}$ which minimizes the cost function	
	$J(\bar{X}) = t_N - t_1 = \sum_{i=1}^{N-1} h_i$	
Constraints	Velocity constraints	$ \dot{X}_i(t) \leq V_{Xmax}$ $ \dot{Y}_i(t) \leq V_{Ymax}$ $ \dot{Z}_i(t) \leq V_{Zmax}$
	Acceleration constraints	$ \ddot{X}_i(t) \leq a_{Xmax}$ $ \ddot{Y}_i(t) \leq a_{Ymax}$ $ \ddot{Z}_i(t) \leq a_{Zmax}$

Table 2 Flow chart of the optimal solution using the flexible polyhedron search method

STEP	Job Description
①	Set $k=0$ & $kk=0$. Select constants $\delta_1, \delta_2, \beta, \epsilon_1, \epsilon_2$. Set OLD $\bar{X}_s=[0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$.
②	Compute a feasible solution \bar{X}_1^k using Eqn. (16).
③	Compute the other $(n-1)$ vertices, $\bar{X}_2^k, \bar{X}_3^k, \dots, \bar{X}_n^k$ using Eqn. (17). These set should consist of the feasible solution elements.
④	From the n vertices of \bar{X}_1^k , determine \bar{X}_s^k and \bar{X}_g^k which satisfy $J\{\bar{X}_s^k\}=\min J\{\bar{X}_1^k\}$ and $J\{\bar{X}_g^k\}=\max J\{\bar{X}_1^k\}$.
⑤	Calculate $\bar{X}_{n+1}^k=\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^n \bar{X}_i^k-\bar{X}_g^k\right]$.
⑥	Compute the parameter $\bar{X}_{n+2}^k=\bar{X}_{n+1}^k+\alpha(\bar{X}_1^k-\bar{X}_g^k)$ where $\alpha>0$.
⑦	IF $J\{\bar{X}_{n+2}^k\}<J\{\bar{X}_s^k\}$, then do a), b) and c) below; else go to STEP ⑧). a) IF $\lambda<1$, set $\bar{X}_g^k=\bar{X}_{n+2}^k$, then set $k=k+1$ and go to STEP ⑬; else do b) below. b) Calculate $\bar{X}_{n+3}^k=\bar{X}_{n+1}^k+\gamma(\bar{X}_{n+2}^k-\bar{X}_{n+1}^k)$ where $\gamma>1$. c) IF $J\{\bar{X}_{n+2}^k\}\leq J\{\bar{X}_{n+3}^k\}$, set $\bar{X}_g^k=\bar{X}_{n+2}^k$, else set $\bar{X}_g^k=\bar{X}_{n+3}^k$. Set $k=k+1$ and go to STEP ⑬.
⑧	IF $J\{\bar{X}_{n+2}^k\}\leq J\{\bar{X}_1^k\}$ for some $\bar{X}_1^k\neq\bar{X}_g^k$, set $\bar{X}_g^k=\bar{X}_{n+2}^k$ and $k=k+1$. go to STEP ⑬.
⑨	Set $\bar{X}_g^k=\bar{X}_{n+2}^k$
⑩	Calculate $\bar{X}_{n+4}^k=\bar{X}_{n+1}^k+\beta(\bar{X}_g^k-\bar{X}_{n+1}^k)$ where $0<\beta<1$.
⑪	IF $J\{\bar{X}_{n+4}^k\}<J\{\bar{X}_g^k\}$, set $\bar{X}_g^k=\bar{X}_{n+4}^k$. Then set $k=k+1$ and go to STEP ⑬.
⑫	Substitute \bar{X}_i^k by $\bar{X}_s^k+0.5(\bar{X}_i^k-\bar{X}_s^k)$ for $i=1, \dots, n$.
⑬	IF $\sum_i \ \bar{X}_i^k-\bar{X}_s^k\ <\epsilon_1$, then go to STEP ⑭; Else go to STEP ④.
⑭	IF $\ \bar{X}_s^k-\text{OLD } \bar{X}_s^k\ <\epsilon_2$, then the optimal solution is \bar{X}_s^k and STOP the program. Else set $\bar{X}_1^0=\bar{X}_s^k$, OLD $\bar{X}_s=\bar{X}_s^k$. Then set $kk=kk+1, k=0$, and go to STEP ③.

$$t \in [t_i, t_{i+1}], \text{ for all } i \tag{18a}$$

$$\lambda_2 = \max \left[\frac{|\dot{X}_i(t)|}{a_{x\max}}, \frac{|\dot{Y}_i(t)|}{a_{y\max}}, \frac{|\dot{Z}_i(t)|}{a_{z\max}} \right],$$

$$t \in [t_i, t_{i+1}], \text{ for all } i \tag{18b}$$

$$\lambda = \max[1, \lambda_1, \lambda_2^{1/2}] \tag{18c}$$

Table 2에 기술된 최적화 알고리즘을 실행하면 크레인 구동 모터의 동특성에 의한 제약조건(최대 속도, 최대가속도 등)을 만족시킴과 동시에 화물 운송 시간을 최소화 할 수 있는 구간별 화물 운송 시간, h_i 값을 계산할 수 있다. 그리고 식 (15)에 구간별 화물운송 시간을 대입하여 각 경유점에서의 화물운반 가속도에 대한 해를 구한 뒤, 식 (7)에 대

입하면 화물운송경로 전체에 걸쳐 속도 및 가속도의 연속성이 보장되는 경로곡선식을 큐빅스플라인 곡선 형태로 유도할 수 있다. 이렇게 구한 화물운송경로식은 화물운송시 작업장내의 각종 장애물들과의 충돌이 방지될 수 있을 뿐 아니라 화물 운송에 소요되는 시간을 최소로 한다는 장점을 가지게 된다.

4. 충돌회피 운송경로 검색 시뮬레이션

천장크레인의 충돌회피 운송경로를 검색하기 위한 방법을 적용하기 위해서는 크레인이 운전되는

작업장내에 산재한 각종 시설물 및 적재 화물들의 분포에 대한 작업장지도를 작성하여야 한다. 작업장지도에 사용된 단위격자의 크기는 화물 혹은 고정 시설물의 크기를 고려하여 결정하며, Fig. 6은 정육면체 격자형태로 작성된 장애물 분포지도에 대한 일례를 보여주고 있다. Fig. 6과 같이 장애물 분포지도가 확정되면 장애물 주변의 영역에 대한 운송화물과 장애물과의 충돌을 회피하기 위해 Fig. 6(b)와 같이 확장하여야 한다.

만약 작업장내의 장애물을 확장함으로써 발생하는 가상장애물(pseudo obstacle) 공간내의 특정위치에 운송 목표점이 설정되는 경우에는 운송 목표점 상단부나 근접지점에 가상 목표점을 설정한 뒤 가상 장애물 영역내로 진입하여 운송 목적지까지 크레인을 이동시키는 방법을 적용한다.

장애물의 크기를 확장한 뒤 장애물지도를 옥트리로 표현하고 최적 우선탐색법을 적용하여 장애물과 운송화물과의 충돌을 방지할 수 있는 화물운송경로를 검색한다. 이 때 화물운송경로는 화물이 통과하는 단위격자들의 좌표값 형태로 주어진다. 그리고,

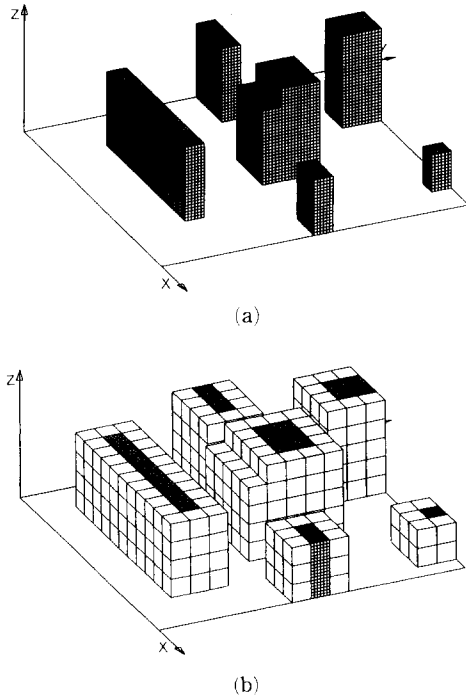


Fig. 6 (a) Workspace map which shows the distribution, (b) Obstacle expansion for collision prevention

유연 다면체 검색방법을 적용하여 검색된 화물 경유점들을 크레인이 정확하게 추종하기 위해 필요한 크레인 구동모터의 위치변화 상태를 큐빅스플라인 곡선 형태로 계산하였다.

시뮬레이션에 사용된 크레인 구동모터의 최대 속도는 0.6 m/sec, 최대가속도는 0.1 m/sec²로 동일한 동특성을 가진다고 가정하였으며, 작업장의 크기는 20 m×20 m×8 m로 가정하였다. 그리고, 장애물지도 작성에 사용된 단위격자의 크기는 1 m×1 m×1 m의 정육면체 형태로 설정하였다.

Fig. 6에 표시된 장애물 분포상태를 가지는 작업장에서 (4, 0, 0) 지점의 출발점에 위치한 화물을

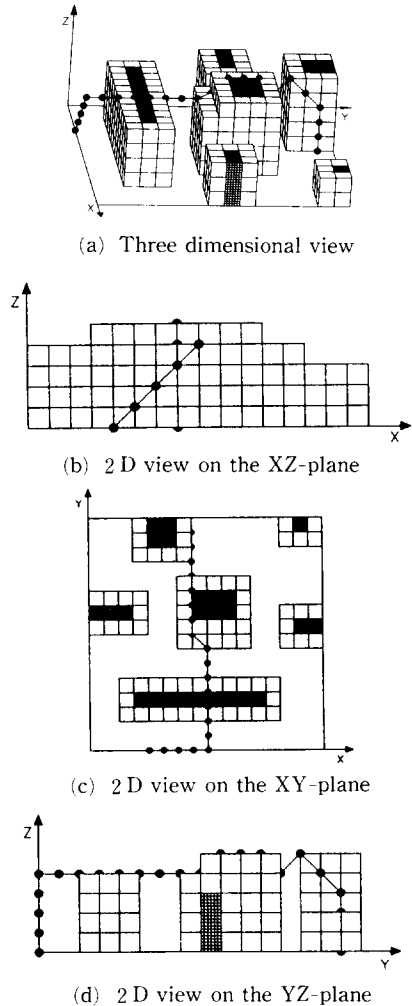


Fig. 7 Collision free trajectory of the crane load when the weighting factor is set to (1, 0, 0)

(7, 15, 0) 지점의 목표점까지 운송하는 경로에 대한 시뮬레이션 결과를 Figs. 7~9에 보여주고 있다. Fig. 7은 최적우선탐색법의 평가함수 $f = a_1 \cdot d_1 + a_2 \cdot d_2 + a_3 \cdot d_3$ 에 사용된 가중치 (a_1, a_2, a_3)를 (1, 0, 0)으로 설정하였을 때 검색된 충돌방지 경로에 대한 경유점들을 보여준다. Fig. 8은 가중치를 (1, 1, 0), Fig. 9는 평가함수의 가중치를 (1, 1, 1)로 설정하였을 때 검색된 충돌방지 경로에 대한 경유점들을 보여주고 있다.

Fig. 7은 옥트리방법을 사용하여 최적노드를 검색하는 과정에서 현재노드에서 목표점을 연결하는

선분을 XY평면에 투영하여 얻은 거리를 최소로 하는 평가함수를 가지는 노드를 선택하는 방법으로 충돌회피경로를 설정하는 경우에 대한 시뮬레이션 결과이다. Fig. 8은 최적우선탐색법의 평가함수에 Fig. 7에서 선택한 평가함수 요소와 더불어 시작점과 목표점을 연결하는 선분에 근접하는 노드를 운반경로 상의 경유점으로 선택할 수 있는 기능을 추가하여 구한 시뮬레이션 결과이다. 평가 함수의 가중치를 (1, 1, 0)으로 선택하는 경우에 구한 충돌회피경로는 가중치를 (1, 0, 0)으로 선택하여 구한 충돌회피경로보다 XY평면상에서 출발점과 목표점

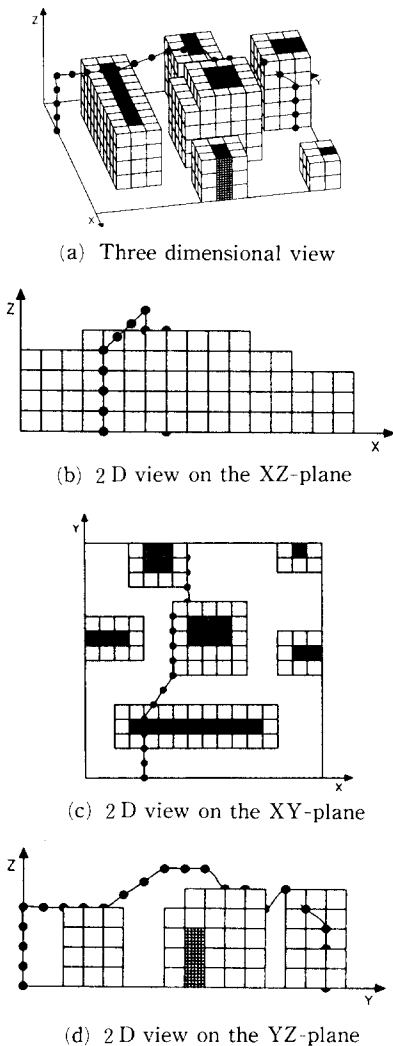


Fig. 8 Collision free trajectory of the crane load when the weighting factor is set to (1, 1, 0)

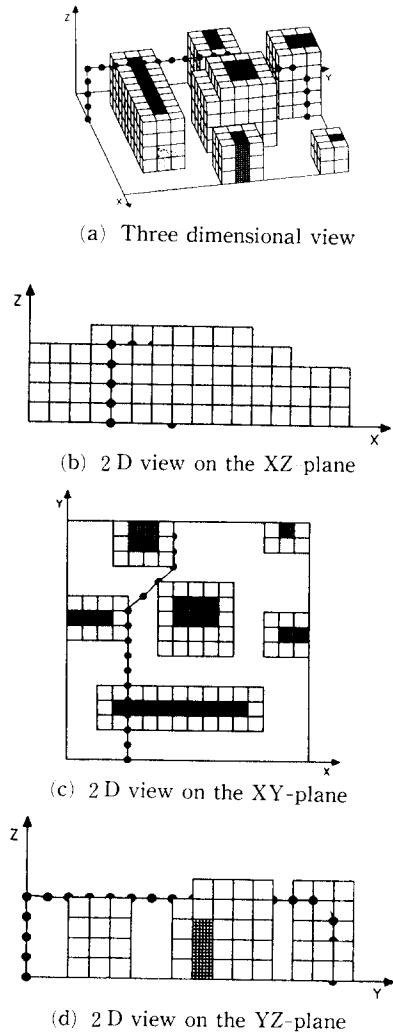


Fig. 9 Collision free trajectory of the crane load when the weighting factor is set to (1, 1, 1)

을 연결하는 직선경로에서 변동 폭이 적어지며, 운송거리도 짧게 될 것이다. 이러한 사실은 Fig. 7과 Fig. 8의 결과를 비교하면 확인할 수 있다. Fig. 9의 결과는 Fig. 8의 결과 도출에 사용된 평가함수에 화물의 운송방향의 급격한 방향을 줄일 수 있는 요소를 추가한 경우에 대한 시뮬레이션 결과이다. 최적우선탈색법에 사용된 평가함수의 가중치를 (1, 1, 1)로 설정하여 구한 충돌회피경로는 (1, 1, 0)의 가중치를 사용한 경우보다 화물 운송경로의 곡률이 부드러워야 할 것이다. Fig. 8과

Fig. 9의 결과를 비교하면 이러한 사실을 확인할 수 있다.

Fig. 7에서 Fig. 9의 시뮬레이션 결과는 천장 크레인 시스템의 충돌회피운송경로를 검색하는 최적우선탈색법에 사용된 평가함수의 선정 방법은 본 연구에서 제안한 바와 같이 식 (1)의 형태로 제안하는 것이 타당하다는 사실을 확인할 수 있다. 이러한 평가함수는 화물을 목표점까지 안전하게 운송할 수 있을 뿐 아니라 목표점까지의 최단거리 주행 및 운송방향의 급격한 변화를 억제하기 때문에 화물의 진자운동을 예방하는 효과를 얻을 수 있을 것으로 기대한다.

Fig. 10은 화물운송경로를 본 연구에서 제안된 방법을 사용한 경우와 수직상승, 수평이동, 수직하강의 형태로 화물의 운송경로를 설정하는 종래의 방법에 대한 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다. Fig. 10(a)는 두 경우에 대한 운송경로를 보여주고 있으며, Fig. 10(b)는 종래의 방법으로 구한 화물 운송 경로를 추종하기 위한 크레인모터의 속도패턴을 보여주며, Fig. 10(c)는 본 연구에서 제안된 방법을 사용하여 구한 크레인모터의 속도패턴을 보여준다.

Fig. 10의 결과로부터 본 연구에서 제안한 방법을 적용하여 구한 운송경로를 선택하였을 때에 소요되는 화물운송시간은 약 64초, 통상적인 운송 경로에 대한 화물운송시간은 약 75초로 본 연구에서 제안한 방법이 매우 효과적이라는 사실을 알 수 있다. 또한, 큐빅스플라인곡선을 사용하여 경유점들을 연결한 운송경로를 설정하였기 때문에 운송경로 상의 모든 지점에서 구동모터의 속도 및 가속도의 연속성을 보장하고 있으며, 구동모터의 속도 및 가속도도 제한 값을 넘지 않고 있다는 사실을 알 수 있다.

5. 결 론

고정시설물, 적재화물 등 화물운송을 방해하는 각종 장애물들이 존재하는 삼차원 작업장내에서 천장 크레인을 사용하여 화물을 운송하는 작업을 수행할 때 주변 장애물들과 충돌을 방지할 수 있는 최적운송경로를 검색하는 방법을 제안하였다. 이를 위하여 작업장내의 장애물 분포상태를 표시하는 장애물지도를 격자형태로 작성한 뒤 장애물의 점유영역과 비점유영역을 옥트리방법으로 표현하였다. 그

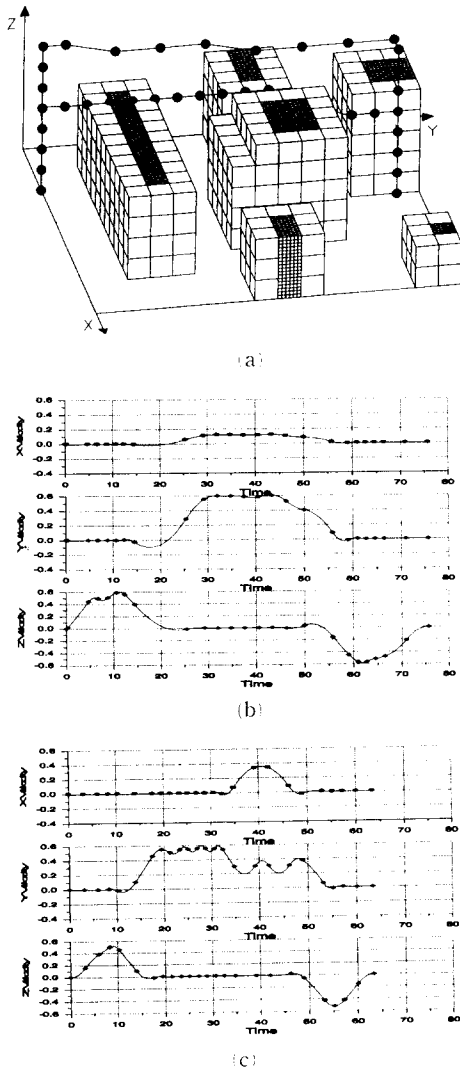


Fig. 10 (a) Transportation paths in 3D space
 (b) Velocity profiles for the traditional path
 (c) Velocity profiles for the optimal path

리고 장애물과 화물간의 충돌을 방지할 수 있는 운송 경유점들을 선정하기 위해 적절한 평가함수를 채택한 최적 우선탐색법을 적용하였다. 화물을 운송하는 크레인의 구동모터들의 속도 및 가속도의 연속성을 보장할 수 있는 화물운송경로를 설정하기 위해 유연 다면체 검색방법을 적용하여 운송 경유점들을 큐빅스플라인곡선으로 보간하는 방법을 채택하였다.

제안된 화물운송 최적경로검색방법에 대한 시뮬레이션을 수행한 결과 최적우선탐색법에서 충돌회피 경유점들을 선정하는데 결정적인 영향을 미치는 평가함수의 채택이 합리적이며, 운송목표점까지 주변 장애물들과 충돌을 일으키지 않는 운송경로를 효율적으로 검색하고 있다는 사실을 알 수 있었다. 또한, 본 방법에 의한 화물운송경로 채택은 종래 방법에 의한 화물운송에 비해 운송 시간이 단축되어 크레인의 생산성을 향상시킬 수 있다는 결과를 제시하였다.

후 기

본 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모과제(과제번호: 02-E-0019) 연구비에 의하여 수행되었으며, 이에 재단 관계자들에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

- (1) Tomas Losano-Perez, 1983, "Spatial Planning: A Configuration Space Approach," *IEEE Transactions on Computers*, Vol. C-32, No. 2, pp. 108~120.
- (2) Tomas Losano-Perez, 1987, "A Simple Motion-Planning Algorithm for General Robot Manipulators," *IEEE Transactions on Robotics and Automations*, Vol. RA-3, pp. 224~238.
- (3) Bernard Faverjon, 1984, "Obstacle Avoidance Using an Octree in the Configuration Space of a Manipulator," *Proc. IEEE-RA*, pp. 504~512.
- (4) Rodney A. Brooks, 1983, "Solving the Find-Path Problem by Good Representation of Free Space," *IEEE Transaction on Systems, Man, Cybernetics*, Vol. SMC. -13, No. 3, pp. 190~197.
- (5) Yong K. Hwang and Narendra Ahuja, 1992, "A Potential Field Approach to Path Planning," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 8, No. 1, pp. 23~32.
- (6) Wong, E. K. and Fu, K. S., 1985, "A Hierarchical-Orthogonal-Space Approach to Collision-Free Path Planning," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, pp. 506~511.
- (7) Borenstein, J. and Koren, Y., 1991, "The Vector Field Histogram-Fast Obstacle Avoidance for Mobile Robots," *IEEE-RA*, Vol. 7, No. 3, pp. 278~288.
- (8) Hanan Samet, "Applications of Spatial Data Structures. Computer Graphics, Image processing and GIS," pp. 57~96, 111~134.
- (9) Hanan Samet, 1980, "NOTE : Region Representation : Quadtrees from Binary Arrays," *Computer Graphics and Image Processing* 13, pp. 88~93.
- (10) Hanan Samet, 1982, "Neighbor Finding Techniques for Images Represented by Quadtrees," *Computer Graphics and Image Processing* 18, pp. 37~57.
- (11) Martin Herman, "Fast, Three-Dimensional, Collision-Free Motion Planning," *Robot Systems Division National Bureau of Standards Gaithersburg, MD20899*
- (12) 유석인, 전주식, 한상영, 1986, "인공지능 : Artificial Intelligence," 상조사.
- (13) 김재희, 1987, "인공지능의 기법과 응용," 교학사
- (14) Fu, K. S., Gonzalez, R. C. and Lee, C. S. G., *Robotics : Control, Sensing, Vision and Intelligence*, McGraw-Hill.
- (15) Lin, Chun-Shin, Chang Po-Rong and Luh, J. Y. S., 1983, "Formulation and Optimization of Cubic Polynomial Joint Trajectories for Industrial Robots," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-28, No. 12.
- (16) Antti J. Koivo, 1989, *Fundamentals for Control of Robotic Manipulator*, John Wiley & Sons. Inc..
- (17) Kang Sun and Vladimir Lumelsky, 1992, "Path Planning Among unknown Obstacles: The Case of a Three-Dimensional Cartesian Arm,"

- IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 8, No. 6, pp. 776~786.
- (18) Irene Gargantini, 1982, "Linear Octrees for Fast Processing of Three-Dimensional Objects," *Computer Graphics and Image Processing* 20, pp. 365~374.
- (19) Donard Meagher, 1982, "Geometric Modeling Using Octree Encoding," *Computer Graphics and Image Processing* 19, pp. 129~147.
- (20) 강육모, 최대영, "자료구조," 학문사.
- (21) 신정현, 윤호원, 주식홍, "C 언어로 구현한 자료 구조," 도서출판 기한재.